

ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ОПТИКА

AND IT BLOOMS FOREVER

Выполнила: ученица 11 кл. «А»

МОУ Гимназии № 1 Амирбегиан Венера

Руководитель: Илющихина Марина Ивановна



1. Основные положения геометрической оптики

Геометрическая оптика – это раздел оптики, изучающий законы распространения света в прозрачных средах и его отражения от зеркальных или полупрозрачных поверхностей.

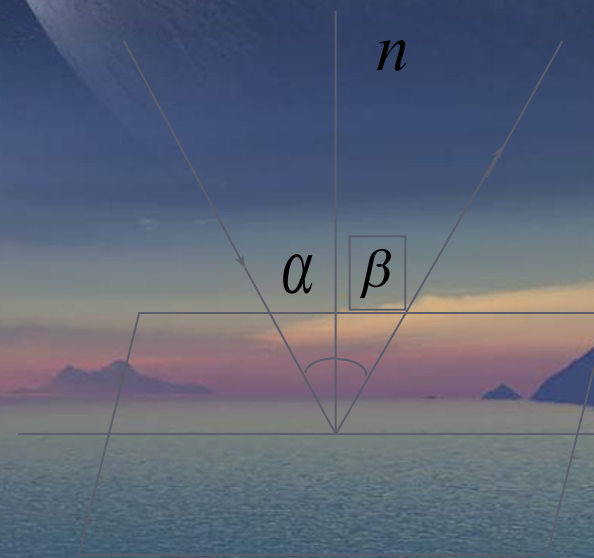
Одним из основных положений геометрической оптики является положение о прямолинейном распространении света в однородной среде.

Закон прямолинейного распространения света и законы преломления и отражения позволяют объяснить и описать многие физические явления, а также провести расчеты и конструирование оптических приборов

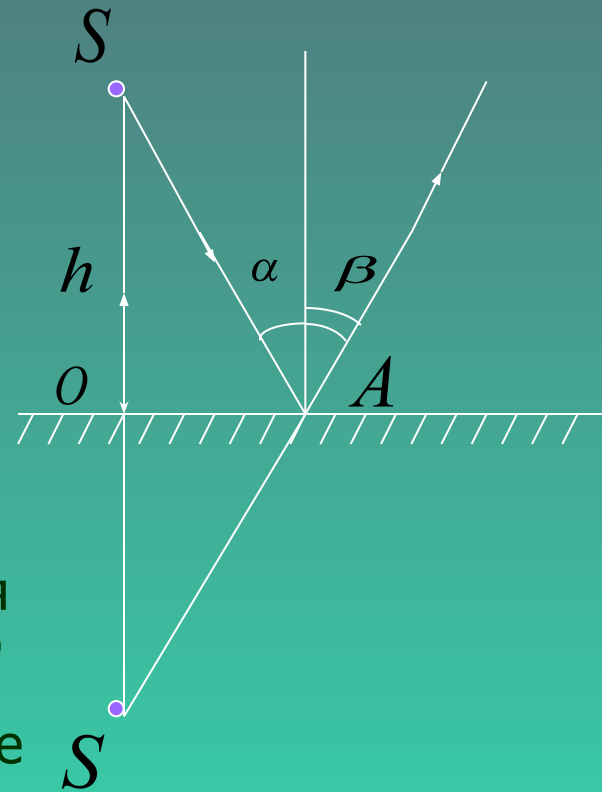


Законы отражения света.

- ▶ 1. Падающий и отраженный лучи и нормаль к отражающей поверхности, восстановленная в точке падения, лежат в одной плоскости.
- ▶ 2. Угол падения α равен углу отражения β , где α – угол между падающим лучом и нормалью. Если падающие параллельные лучи после отражения от плоской поверхности остаются параллельными, то такое отражение называется зеркальным, а отражающая поверхность является плоским зеркалом.



► Построим изображение в плоском зеркале. Пусть точечный источник света S находится на расстоянии h от плоского зеркала. Выберем два луча от источника света S . Один из лучей падает перпендикулярно зеркалу. Тогда, отразившись, он распространяется по той же прямой SO . Вторым луч падает под некоторым углом α . Отразившись под углом $\alpha = \beta$, он не пересекается с первым отраженным лучом. Но продолжения этих лучей пересекутся в точке S' . Точка S' будет мнимым изображением точечного источника. Треугольник $S'AS$ – равнобедренный и OA – его высота, следовательно, $SO = S'O$ и $h = h'$. Если наблюдатель видит отраженный зеркалом поток, то ему будет казаться, что источник находится в точке S' . Если же вместо наблюдателя поместить экран, то на экране никакого изображения мы не получим, этим объясняется «мнимое» изображение, т.е. изображение, воспринимаемое нашим мозгом, как свет от источника, находящегося в точке S' .



Законы преломления света.

- ▶ 1. Падающий и преломленный лучи и нормаль к границе раздела сред в точке падения лежат в одной плоскости.
- ▶ 2. Отношение синуса угла падения к синусу угла преломления для данных двух сред есть величина постоянная и равна относительному показателю преломления второй среды относительно первой:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n_1$$

- ▶ где α – угол между падающим лучом и нормалью к границе двух сред в точке падения луча, β – угол между преломленным лучом и нормалью к границе раздела двух сред в точке падения луча. Относительный показатель преломления n равен отношению скорости света в первой среде к скорости света во второй среде:

$$n = \frac{V_1}{V_2}$$

Показатель преломления среды относительно вакуума называется абсолютным показателем преломления среды n_2 . Абсолютный показатель преломления показывает во сколько раз скорость света в вакууме больше скорости света в среде:

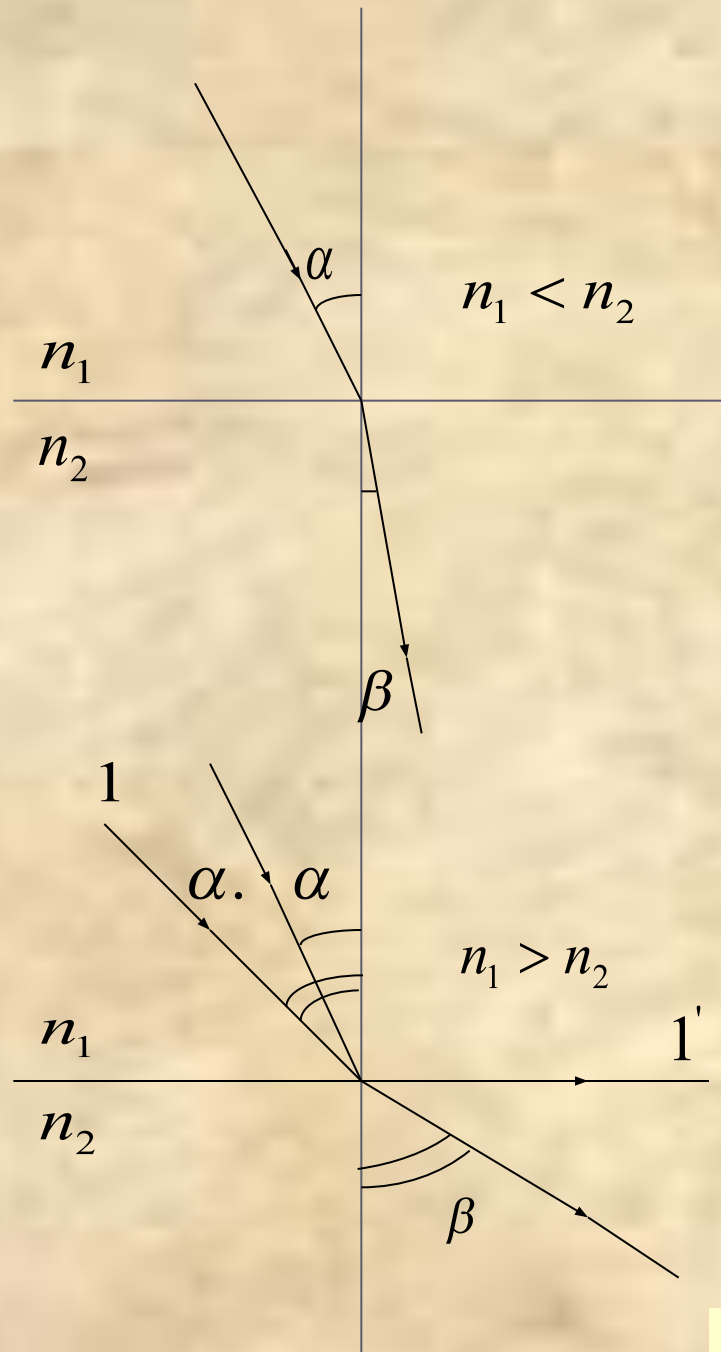
$$n_1 = \frac{c}{V_1}; n_2 = \frac{c}{V_2}$$



- ▶ Чем оптически плотнее среда, тем меньше скорость света в ней, тем больше абсолютный показатель преломления. Если луч идет из среды менее оптически плотной в среду более оптически плотную, то $\alpha > \beta$, т.е. луч расположен ближе к нормали в более оптически плотной среде. Относительный показатель преломления среды можно выразить через абсолютный. Для этого подставим значения скоростей V_1 и V_2 получим

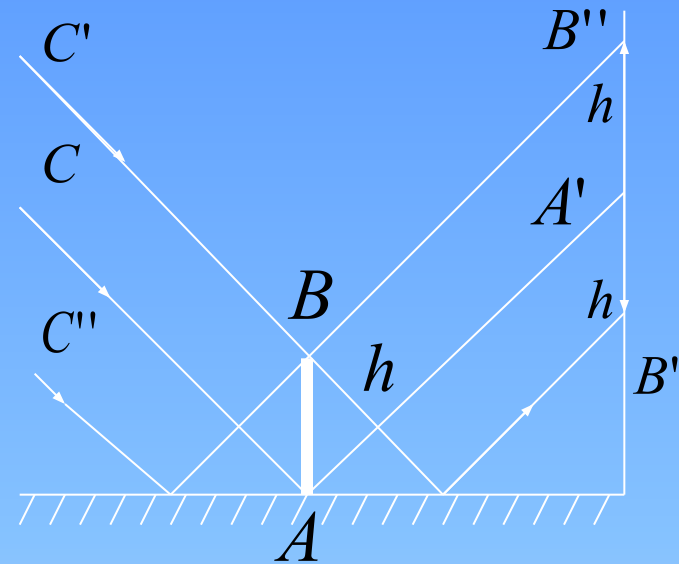
- ▶
$$n = \frac{V_1}{V_2} = \frac{n_2}{n_1}.$$

- ▶ При распространении сетевого луча из более оптически плотной среды в менее оптически плотную среду $\alpha < \beta$. В этом случае может наблюдаться явление полного внутреннего отражения.



Примеры решения задач.

- ▶ **Задача 1.** На предмет АВ высотой h , стоящий на плоском зеркале, падает параллельный пучок лучей. Определите размер геометрической тени на экране.
- ▶ **Дано:** $h; h' - ?$
- ▶ **Решение.** Как показано на рисунке, предмет АВ загоразивает падающий поток между лучами CC' и отраженный от зеркала поток между лучами CC'' . размеры тени $H' = B'B'' = 2h$



Задача 2.

Найдите число изображений N точечного источника света S , полученных в двух плоских зеркалах, образующих друг с другом угол $\gamma = 60^\circ$. Источник находится на биссектрисе угла.

Дано: $\gamma = 60^\circ$, $N = ?$

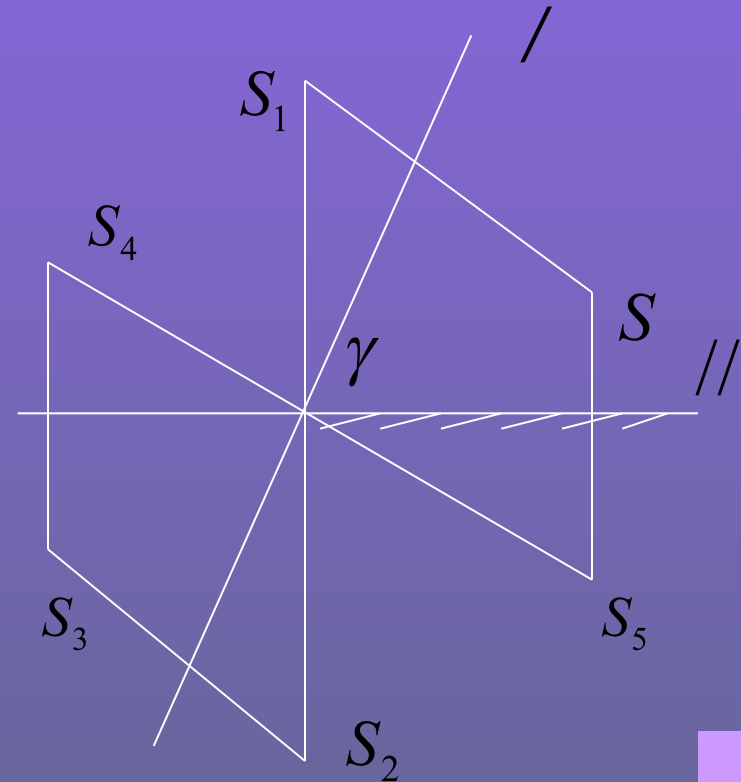
Решение. Рассмотрим луч, падающий на зеркало $/$. После отражения он падает на зеркало $//$, затем, отразившись от зеркала $//$, еще раз отражается от зеркала $/$ и т.д. Мы можем считать изображение, полученное в зеркале $/$, S_1 , предметом для зеркала $//$, затем изображение S_1 в зеркале $//$, S_2 , предметом для зеркала $/$, в котором получаем изображение S_3 . Также получим изображение источника S в зеркале $//$, S_5 , являющегося предметом для зеркала $/$, которое дает изображение S_4 . Изображение S_4 является предметом для зеркала $//$, но его изображение в этом зеркале совпадает с изображением S_3 . Все последующие изображения будут совпадать. На рисунке показаны лучи, образующие эти мнимые источники. Итак, число изображений $N = 5$:

$$N = \frac{2\pi}{\gamma} - 1.$$

Так, число изображений точечного источника, полученных в двух взаимно перпендикулярных плоских зеркалах

$$\left(\gamma = \frac{\pi}{2} \right),$$

$N=3$, в плоском зеркале ($\gamma = \pi$), $N=1$.

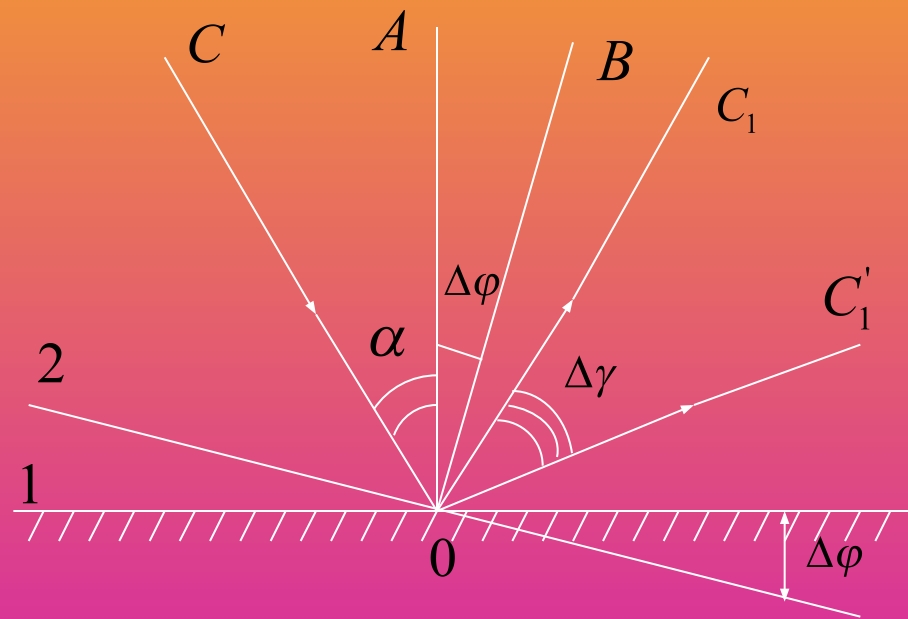


- ▶ **Задача 3.** Зеркало, на которое падает луч $/$, поворачивается на оси O с угловой скоростью ω_0 . Определите угловую скорость поворота луча, отраженного от зеркала.

- ▶ Дано:
- ▶ Решение: Луч C падает на зеркало в положении 1 под углом. Определим смещение отраженного луча при повороте зеркала на небольшой угол. Угол между нормалью к зеркалу A и B в положениях 1 и 2 равен $\Delta\varphi$. Угол падения луча при повороте зеркала определится как $\alpha + \Delta\varphi$. Тогда угол поворота отраженного луча равен:

- ▶ где $\Delta\gamma = \alpha + \Delta\varphi - \angle BOC_1$,
- ▶ тогда $\angle BOC_1 = \alpha - \Delta\varphi$,
- ▶ Угловая скорость отраженного луча $\omega = 2\omega_0$ равна:

$$\omega = \frac{\Delta\gamma}{\Delta t} = 2 \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = 2\omega_0.$$



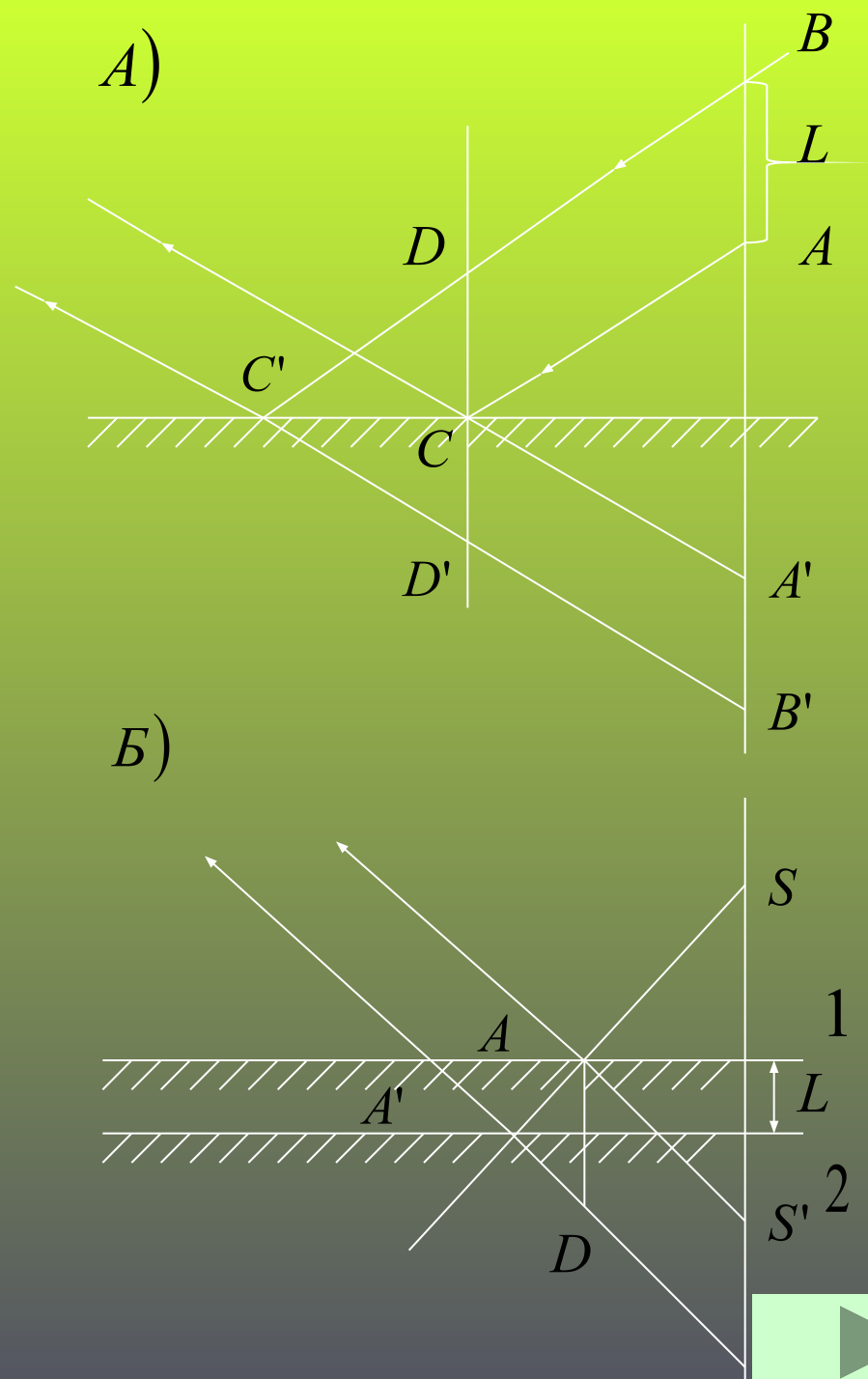
- ▶ **З а д а ч а 4.** Определите, на сколько сместится изображение предмета, если: а) предмет удалить на расстояние L , б) зеркало отодвинуть от предмета на это же расстояние.

▶ Дано: $L, \Delta X_1, \Delta X_2$ -?

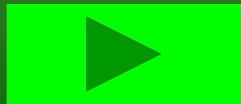
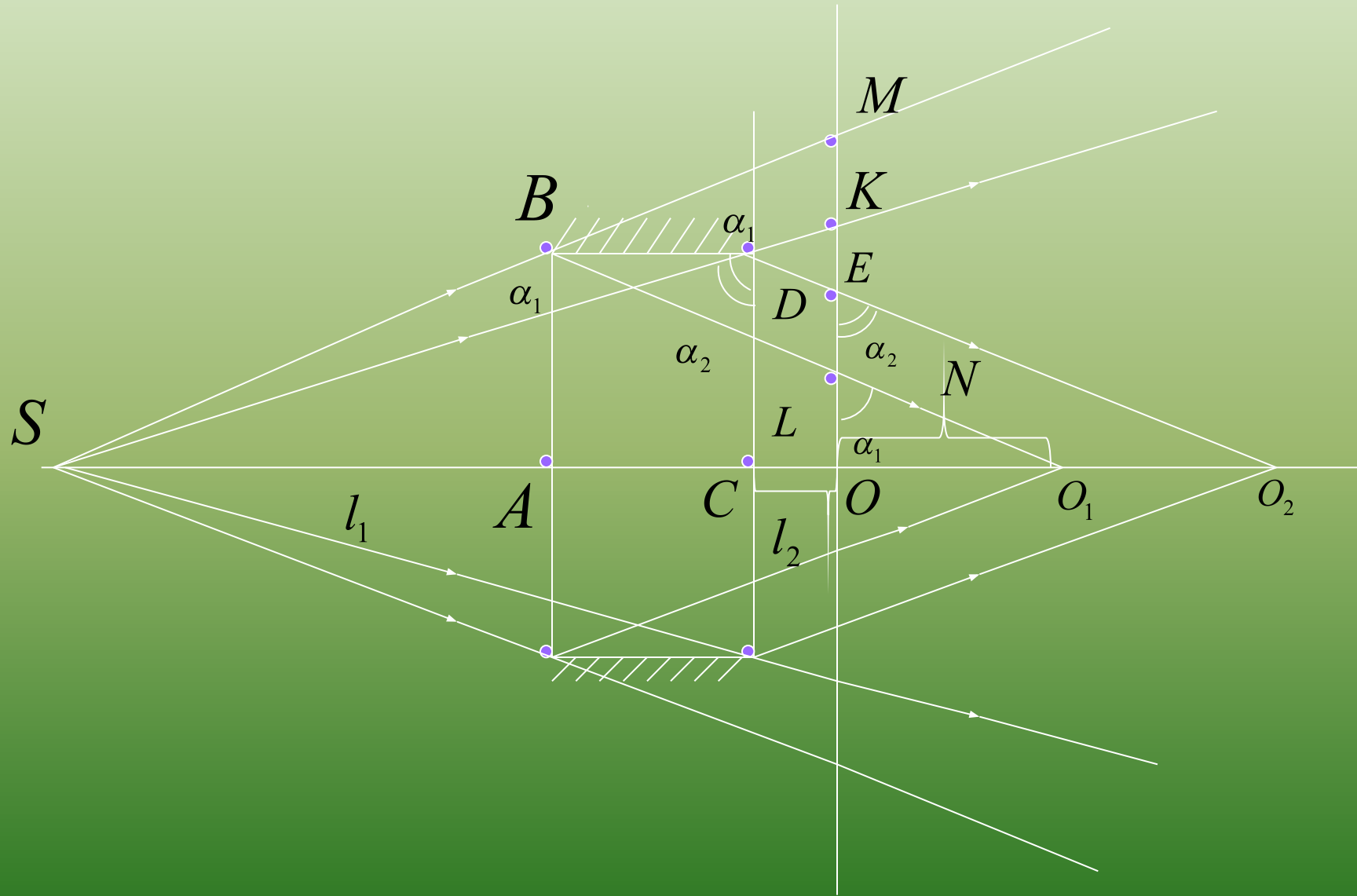
- ▶ Р е ш е н и е. а) Пусть предмет смещается на расстояние L из точки A в точку B . Рассмотрим параллельные лучи AC и BC' .

- ▶ Продолжения отраженных лучей CA' и $C'B'$ также будут параллельны. $DD' \parallel BB'$. Отсюда следует, что $DC = D'C$ и $AB = A'B' = L$.

- ▶ Б) Построим изображение источника при двух положениях зеркала. Луч $AS' \parallel A'S''$, $AA'D$ равнобедренный, что следует из равенства углов. Отсюда $AD = 2L$, а т.к. $AD = S'S''$, то $S'S'' = 2L$.



► Задача 5.



- ▶ Кусок трубы радиусом 10 см и длиной 5 см с зеркальной внутренней поверхностью помещен между точечным источником и экраном, находящимся от трубы на расстоянии 20 см. Источник помещен на расстоянии 40 см от трубы. Определите внутренние и внешние радиусы колец на экране.
- ▶ Дано: $r = 10 \text{ см}$ (0.1 м), $h = 5 \text{ см}$ (0.05 м),
 $l_1 = 40 \text{ см}$ (0.4 м) $l_2 = 20 \text{ см}$ (0.2 м);
 $r_1, r_2, r_3, r_4 - ?$
- ▶ Р е ш е н и е. На рисунке представлены лучи, отраженные от поверхности трубы, и лучи, попадающие на экран. В центре экране будет пятно получающееся в результате попадания лучей от источника S. Кольцо с внешним и внутренним радиусами $r_2 = O\varepsilon$ и $r_1 = OL$ будет более ярким, т.к. к освещенности от источника добавляется освещенность лучами, отраженными от трубы. Кольцо с внешними и внутренними радиусами $r_2 = O\varepsilon$ и $r_3 = OK$ будет освещаться только источником и поэтому менее яркое. Область $r_3 \square r \square r_4$ представляет собой темное кольцо, в эту область лучи не попадают. При $r \square r_4$ освещенность экрана определится только источником. Итак, картина на экране будет следующая: светлое пятно, яркое кольцо, менее яркое кольцо, темное кольцо, светлая область. По рисунку определим:
- ▶ Из $\triangle SAB$
- ▶ Из $\triangle SCD$ $ctg\alpha_1 = \frac{r}{l_1}$,
- ▶ $ctg\alpha_2 = \frac{r}{l_1 + h}$,
- ▶ Из $\triangle OO_1L$ находим $OL = r_1$,



$$r_1 = [l_1 - (h + l_2)] \cdot ctg\alpha_1 = \frac{[l_1 - (h + l_2)] \cdot r}{l_1}.$$

▶ Из $\Delta O\varepsilon O_2$ находим $O\varepsilon = r_2$,

$$r_2 = (l_1 + h - l_2) \cdot ctg\alpha_2 = \frac{(l_1 + h - l_2)}{l_1 + h}.$$

▶ Из ΔSOK находим $OK = r_3$,

$$r_3 = (l_1 + h - l_2) \cdot ctg\alpha_2 = \frac{(l_1 + h - l_2) \cdot r}{l_1 + h}.$$

▶ Из ΔSOM находим $OM = r_4$,

$$r_4 = (l_1 + h - l_2) \cdot ctg\alpha_1 = \frac{(l_1 + h - l_2) \cdot r}{l_1}.$$

▶ Подставив числовые значения, получим:

$$r_1 = 375\text{см}; r_2 = 5.56\text{см};$$

$$r_3 = 14.5\text{см}; r_4 = 16.25\text{см}.$$



- ▶ Задача 6. Под каким углом на призму должен падать луч, чтобы в призме с углом при вершине $\gamma = 60^\circ$ отклонение было минимально? Определите этот угол для стеклянной призмы с показателем преломления $n=1.41$.

- ▶ Дано: $\gamma = 60^\circ$; $n=1.41$; $\alpha - ?$

- ▶ Решение. Минимальное отклонение луча будет тогда, когда преломленный луч в призме образует равные углы с обеими гранями. Тогда искомый угол δ - внешний угол треугольника AEB и равен $\delta = 2(\alpha - \beta)$. Согласно закону преломления,

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n.$$

- ▶ Угол

$$\beta = \frac{\pi}{2} - \angle DAB = \frac{\pi}{2} - \left(\frac{\pi - \gamma}{2} \right) = \frac{\gamma}{2},$$

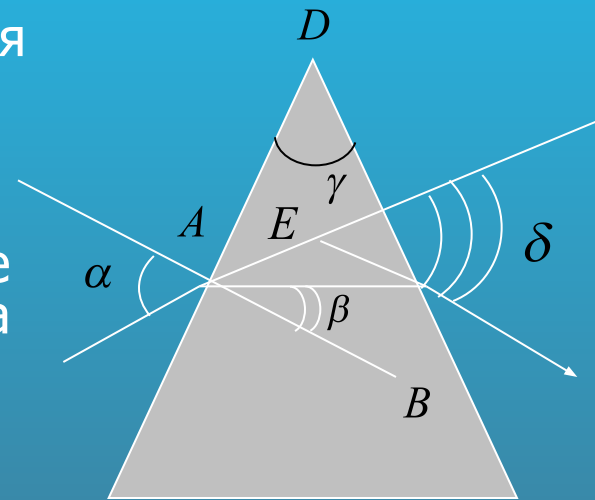
$$\sin \alpha = n \cdot \sin \frac{\gamma}{2}.$$

- ▶ Следовательно

$$\alpha = \arcsin \left(n \cdot \sin \frac{\gamma}{2} \right).$$

- ▶ Подставив численные значения для α получим:

$$\alpha = 44.8^\circ.$$



- ▶ Задача 7. В стеклянной пластинке с показателем преломления 1.4 образовался воздушный клин с углом у основания 30° .
- ▶ Определите отклонение луча, падающего нормально на боковую грань.
- ▶ Дано: $\alpha = 30^\circ, n = 1.4; \delta - ?$
- ▶ Решение. Угол падения равен 60° . Согласно закону преломления,

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n,$$

Откуда

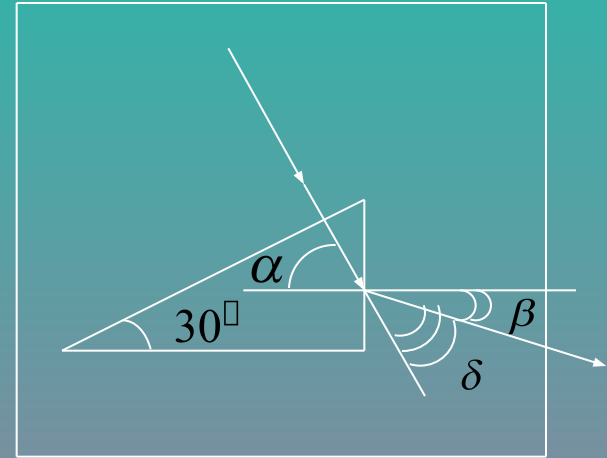
$$\sin \beta = \frac{\sin \alpha}{n}.$$

- ▶ Отклонение луча равно:

$$\delta = \alpha - \beta = \alpha - \arcsin\left(\frac{\sin \alpha}{n}\right).$$

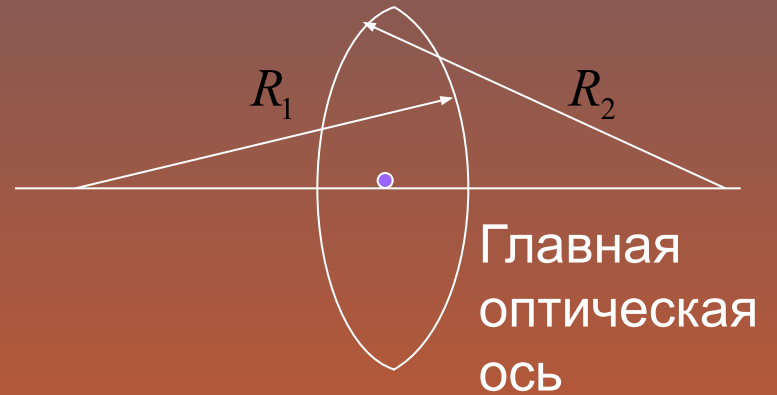
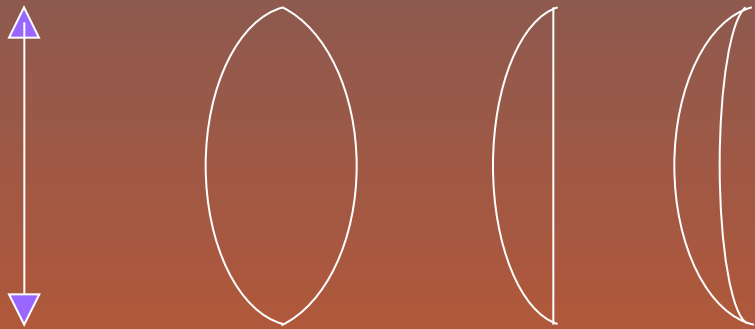
- ▶ Подставив численные значения, получим

$$\delta = 60^\circ - \arcsin\frac{0.5}{1.4} = 60^\circ - 21^\circ = 39^\circ.$$

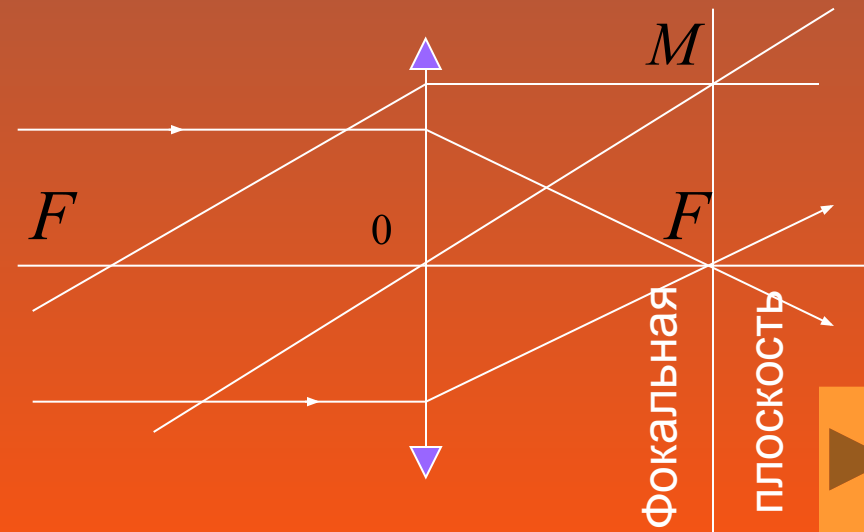


Линзы

Собирающие:



Рассеивающие:



- ▶ Линза представляет собой прозрачное тело, ограниченное криволинейными поверхностями. Простейшая линза – сферическая. Преломление лучей при прохождении их через линзу строго определяется законами преломления. Расчеты, проводимые на основании этих законов, показывают, что линзы можно разделить на два типа: собирающие и рассеивающие. Используя законы преломления света, можно показать, что линзы а-в будут собирать падающий на них параллельный пучок лучей, а линзы г-е – рассеивать.
- ▶ Рассмотрим *тонкую линзу*, т.е. линзу. Максимальная толщина которой значительно меньше ее радиусов кривизны. *Главной оптической осью* называется прямая, проходящая через центры сферических поверхностей. Ограничивающих линзу. Радиусы этих сфер называются радиусами *кривизны*. Фокусом линзы называется точка пересечения F преломленных линзой лучей, падающих параллельно главной оптической оси. Плоскость, проходящая через фокус перпендикулярно главной оптической оси, называется *фокальной плоскостью*. *Оптическим центром* линзы называется точка, при прохождении через которую любой луч преломляется таким образом, что направление его распространения не изменяется. Оптический центр – это точка пересечения главной оптической оси с тонкой линзой. Расстояние между оптическим центром линзы и фокусом называется *фокусным расстоянием* ($F > 0$). У рассеивающей линзы фокус мнимый. Параллельный пучок лучей, падающих на линзу, рассеивается.
- ▶ Величина, обратная фокусному расстоянию, называется *оптической силой линзы*.

$$D = \pm \frac{1}{F} (\Delta n),$$

- ▶ Которая измеряется в диоптриях: 1 дп- это оптическая сила такой линзы, фокусное расстояние которой равно 1м.
- ▶ Фокусное расстояние и оптическая сила линзы определяются радиусами кривизны ее сферических поверхностей. Формула, связывающая эти величины, имеет вид:

$$D = (n - 1) \cdot \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right),$$



Вывод формулы линзы.

Отношение линейных размеров изображения к линейным размерам предмета называется линейным увеличением:

$$\Gamma = \frac{A'B'}{AB},$$

Из подобия треугольников ABO и $A'B'O$ следует, что

$$\Gamma = \frac{A'B'}{AB} = \frac{f}{\alpha}.$$

Из подобия треугольников OCF и $A'B'F$ и равенства $OC = AB$ следует, что

$$\Gamma = \frac{A'B'}{OC} = \frac{f - F}{F}.$$

Приравнивания выражения для Γ , получим:

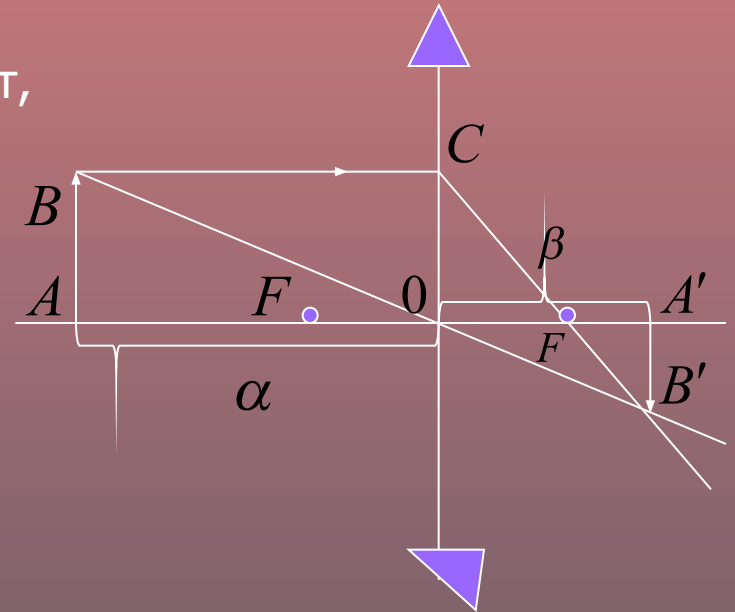
$$\frac{f}{\alpha} = \frac{f - F}{F}.$$

Воспользуемся свойством пропорции и получим уравнение:

$$fF = f\alpha - \alpha F.$$

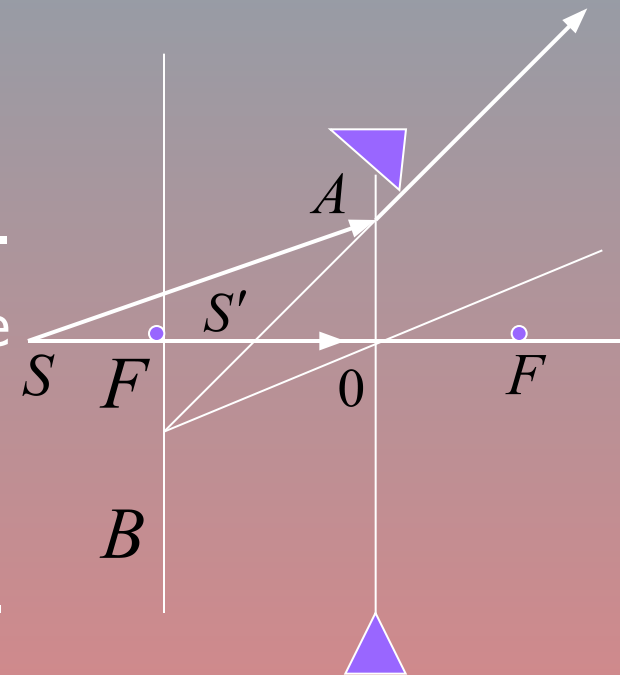
Разделив все члены уравнения на $f \cdot \alpha \cdot F$, получим формулу линзы:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{f}.$$



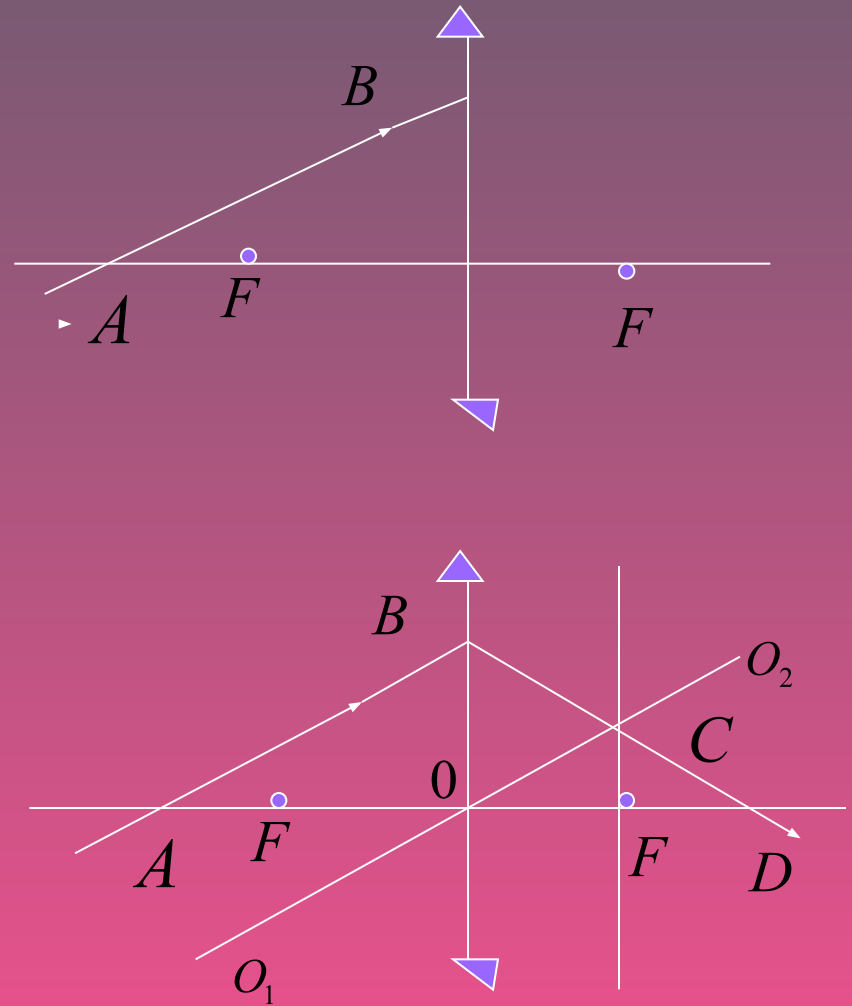
Построение изображения в рассеивающей линзе

- ▶ 1) Пусть точечный источник света S находится на главной оптической оси линзы. Луч, идущий через оптический центр, не изменяет направления. Возьмем произвольный луч SA . Побочная оптическая ось пересечет фокальную плоскость в точке B . В этой же точке пересечет фокальную плоскость продолжение преломленного в линзе луча SA . Точка пересечения продолжения этого луча с главной оптической осью S' есть изображение источника S . Изображение мнимое.
- ▶ 2) Если источник находится в любой точке плоскости чертежа, то один луч удобно выбрать идущим через оптический центр, а другой - параллельно главной оптической оси. После преломления продолжение луча пересечет главную оптическую ось в точке фокуса. Точка пересечения указанных лучей даст изображение источника.
- ▶ Изображение предмета строится аналогично.



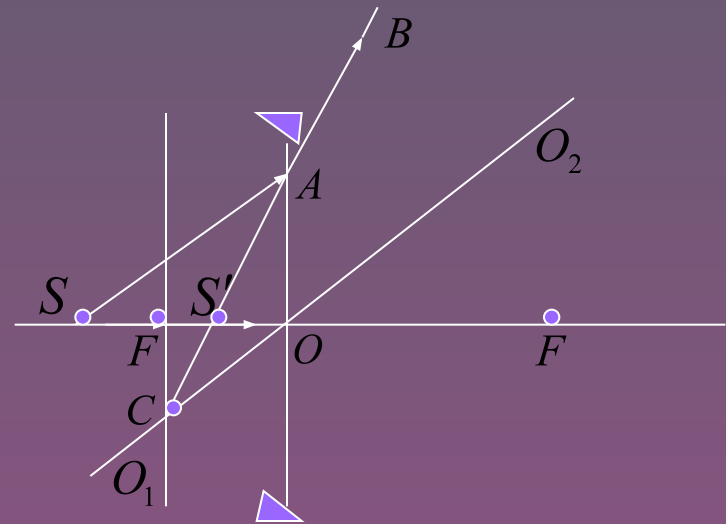
Примеры решения задач.

- ▶ **Задача 1.** Найдите ход луча АВ после преломления в собирающей линзе.
- ▶ **Решение.** Для определения хода луча АВ проведем побочную оптическую ось O_1O_2 , параллельную лучу АВ. Эта ось пересечет фокальную плоскость линзы в точке С. Через точку С должен пройти и преломленный луч ВD.



- ▶ **З а д а ч а 2.** Постройте изображение точки S , лежащей на главной оптической оси рассеивающей линзы на расстоянии, большем фокусного. Положения фокусов линзы заданы.

- ▶ **Р е ш е н и е.** Чтобы построить изображение точки S , нужно найти ход двух любых лучей, выходящих из точки S . Рассмотрим ход луча SO и произвольного луча SA . Эта ось пересекает фокальную плоскость в точке C . После преломления в линзе продолжение луча AB также должно пройти через точку C . Изображение S' находится в точке пересечения лучей OS и AB .



- ▶ **З а д а ч а 3.** Найдите фокусное расстояние F и оптическую силу D собирающей линзы, если известно, что изображение предмета, помещенного на расстоянии 24 см от линзы, получается по другую сторону линзы на расстоянии 48 см от нее.

- ▶ **Дано:** $\alpha = 24\text{см}(0.24\text{м}), f = 48\text{см}(0.48\text{м});$ B

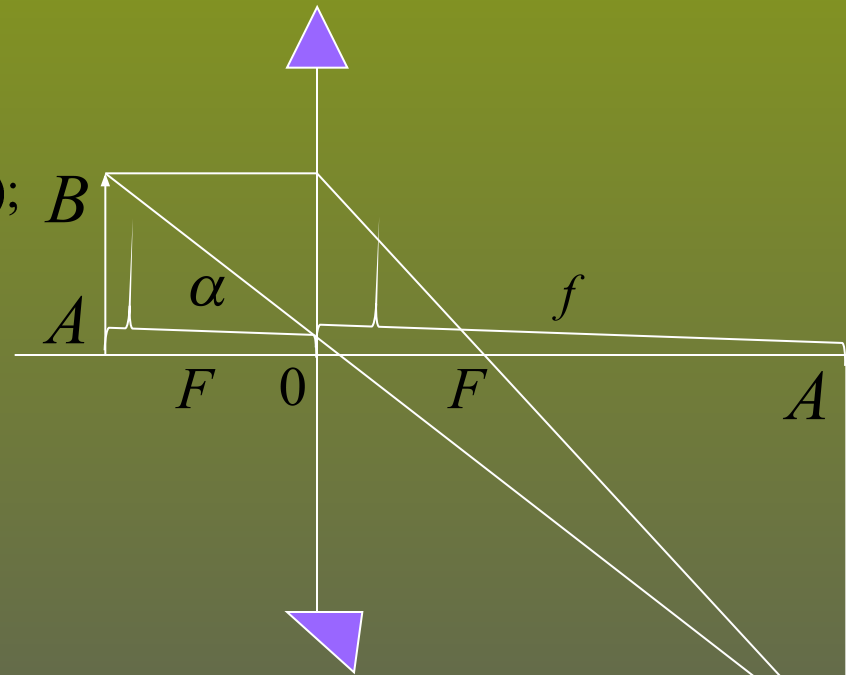
- ▶ **Р е ш е н и е.** По условию линза собирающая и изображение предмета действительное. Запишем формулу линзы

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{f},$$

- ▶ **Откуда**

$$F = \frac{\alpha f}{\alpha + f} = \frac{0.24 + 0.48}{0.24 + 0.448} \text{ м} = 0.16 \text{ м};$$

$$D = \frac{1}{F}, D = \frac{1}{0.16 \text{ м}} = 6.25 \text{ дп}$$



- ▶ **З а д а ч а 4.** На каком расстоянии от рассеивающей линзы с оптической силой $D = -4$ дп нужно поместить предмет, чтобы его мнимое изображение получилось в 4 раза меньше самого предмета.

- ▶ **Дано:** $D = -4 \text{ дп}$, $\Gamma = \frac{1}{4}$; $\alpha - ?$

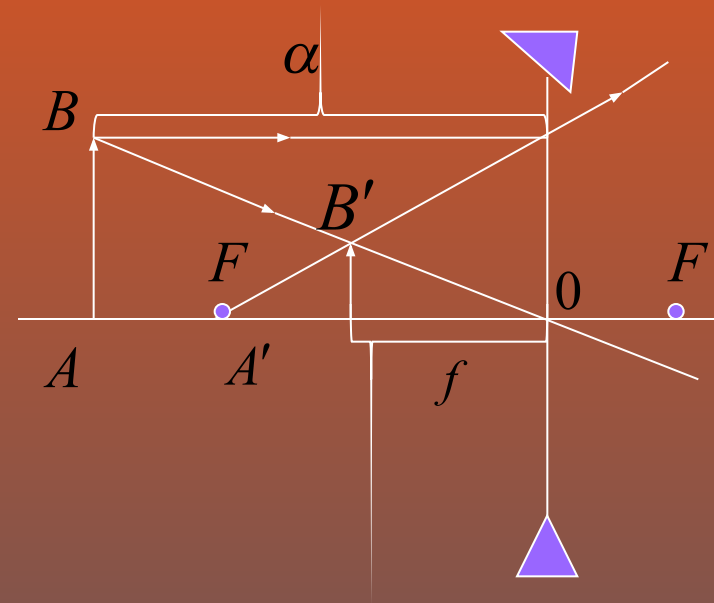
- ▶ **Р е ш е н и е.** Поскольку $\Gamma = \frac{1}{4} = \frac{f}{\alpha}$,
имеем $f = \frac{\alpha}{4}$,

Используя формулу линзы получим:

$$D = \frac{1}{\alpha} - \frac{1}{f} = \frac{1}{\alpha} - \frac{4}{\alpha} = -\frac{3}{\alpha},$$

откуда

$$\alpha = -\frac{3}{D} \text{ м} = -\frac{3}{(-4)} \text{ м} = 0.75 \text{ м}.$$



- ▶ Задача 5. Фокусное расстояние собирающей линзы $F=30$ см, расстояние предмета от фокуса $l=10$ см. Линейные размеры предмета 5 см. Определите размеры изображения H .

▶ Дано: $F=30$ см (0.3 м), $l=10$ см (0.1 м),

▶ $h=5$ см (0.05 м); $H=?$

- ▶ Решение. По условию задачи неясно, где находится предмет. Он может располагаться как за фокусом, так и перед ним. Рассмотрим сначала случай; когда

$\alpha_1 = F + l$. Запишем формулу линзы. Поскольку изображение будет действительным имеем

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{f_1} = \frac{1}{F+l} + \frac{1}{f_1},$$

- ▶ Откуда

$$f_1 = \frac{F \cdot (F + l)}{l}.$$

- ▶ Увеличение в этом случае равно:

$$\Gamma_1 = \frac{H_1}{h} = \frac{f_1}{\alpha_1}, H_1 = \frac{f_1 h}{\alpha_1} = \frac{F \cdot (F + l) h}{l \cdot (F + l)} = \frac{F h}{l}.$$

- ▶ Если предмет расположить между фокусом и линзой, то изображение будет мнимым. В этом случае $\alpha_2 = F - l$ и формула имеет вид

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{\alpha_2} - \frac{1}{f_2} = \frac{1}{F-l} - \frac{1}{f_2}.$$

- ▶ Выполнив необходимые преобразования, получим:

$$H_2 = \frac{F h}{l}.$$

- ▶ Следовательно, в обоих случаях высота изображения одинакова и равна

$$H = \frac{0.3 \cdot 0.05}{0.1} \text{ м} = 0.15 \text{ м}.$$



- ▶ Задача 6. Сходящийся пучок лучей падает на рассеивающую линзу таким образом, что продолжения всех лучей пересекаются в точке, лежащей на главной оптической оси линзы на расстоянии 15 см от нее. Найдите фокусное расстояние линзы, если продолжения преломленных лучей пересекаются в точке, находящейся за линзой на расстоянии 60 см от нее.

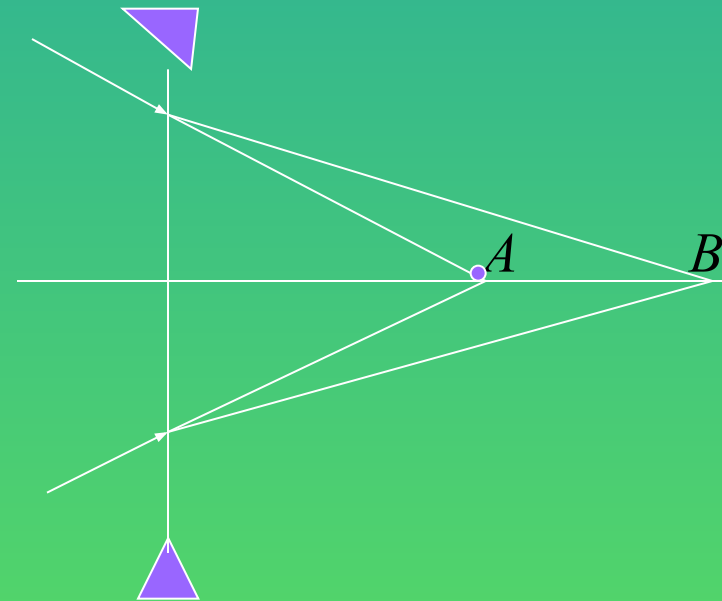
- ▶ Дано: $\alpha = 15\text{ см} (0.15\text{ м})$, $f = 60\text{ см} (0.6\text{ м})$;
- ▶ Решение. Вершина конуса A , образованная пучком сходящихся лучей, служит мнимым источником. Точка B является действительным изображением точки A . Запишем формулу линзы:

$$-\frac{1}{F} = -\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{f},$$

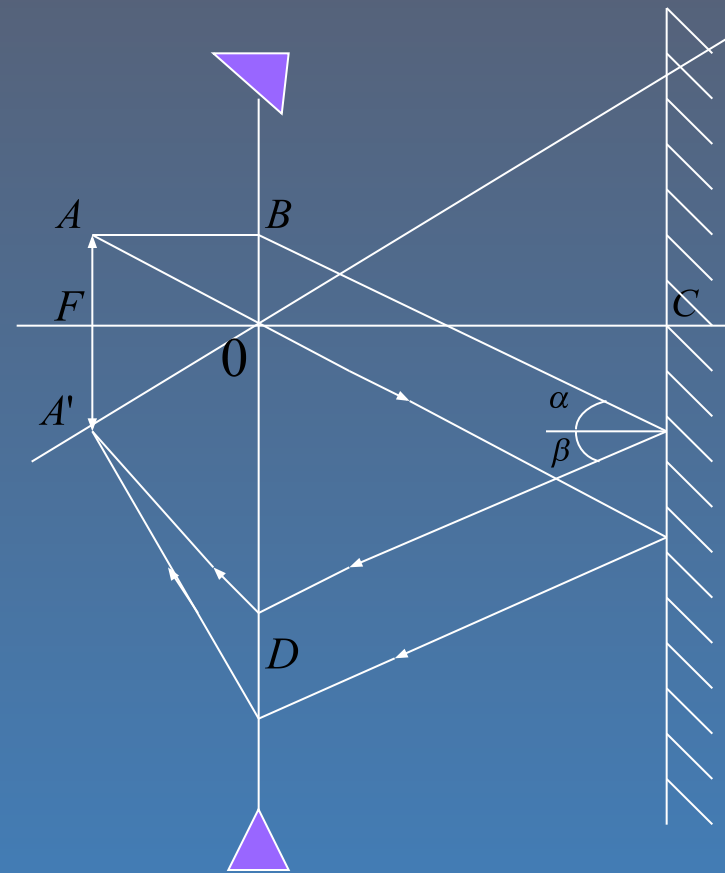
- ▶ Откуда

$$F = \frac{\alpha \cdot f}{f - \alpha} = \frac{0.15 \cdot 0.6}{0.6 - 0.15} \text{ м} = 0.2 \text{ м}.$$

- ▶ (Знак минус в формуле линзы был поставлен с учетом того, что линза рассеивающая).



- ▶ **З а д а ч а 7.** В фокусе собирающей линзы находится предмет. Постройте изображение предмета, если за линзой перпендикулярно главной оптической оси находится плоское зеркало.
- ▶ **Р е ш е н и е.** От каждой точки предмета идут лучи, которые после преломления образуют параллельные потоки. После отражения от зеркала каждый из параллельных потоков, снова пройдя через линзу, собирается в некоторой точке фокальной плоскости. Например, луч AB после преломления идет через фокус и падает на зеркало в точке C . Поскольку $\alpha = \beta$, луч, отражаясь, идет к линзе по CD . Проведя побочную оптическую ось, найдем точку A' пересечения преломленного луча CD с фокальной плоскостью. В эту же точку попадет луч AO , отразившись от зеркала и преломившись в линзе. Треугольник AOA' равнобедренный. Следовательно, линейные размеры изображения равны размерам предмета.



ОПТИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

- ▶ Оптическая система может состоять из одних линз или линз и зеркал, в которых последовательно получаются изображения предмета. Изображение, полученное в первой линзе, является предметом для второй линзы. Изображение, построенное второй линзой, в свою очередь является предметом для третьей линзы и т.д.
- ▶ Пусть две собирающие линзы с фокусными расстояниями F_1 и F_2 с общей оптической осью находятся на расстоянии l друг от друга. Если расстояние от предмета до первой линзы больше ее фокусного расстояния $\alpha > F_1$, то изображение будет находиться на расстоянии

$$f_1 = \frac{\alpha \cdot F_1}{\alpha - F_1}.$$

- ▶ Если $l - f_1 > F_2$, то расстояние от изображения до оптического центра второй линзы получим по формуле

$$\frac{1}{F_2} = \frac{1}{l - f_1} + \frac{1}{f_2},$$

- ▶ Откуда

$$f_2 = \frac{(l - f_1) \cdot F_2}{l - f_1 - F_2} = \frac{\left(\frac{l - \alpha \cdot F_1}{\alpha - F_1}\right) \cdot F_2}{\left(\frac{l - \alpha \cdot F_1}{\alpha - F_1}\right) - F_2} = \frac{[(\alpha - F_1) \cdot l - \alpha \cdot F_1] \cdot F_2}{l \cdot (\alpha - F_1) - \alpha \cdot F_1 - (\alpha - F_1) \cdot F_2}.$$

- ▶ Если $l=0$, то

$$f_2 = \frac{\alpha \cdot F_1 F_2}{\alpha \cdot (F_1 \cdot F_2) - F_1 F_2}.$$

- ▶ При $\alpha \rightarrow \infty$ $F_1 \cdot F_2$ - пренебрегаем, тогда

$$f_2 = \frac{F_1 F_2}{F_1 + F_2}, \quad \frac{1}{f_2} = \frac{1}{F_1} + \frac{1}{F_2},$$

- ▶ Где f_2 - расстояние, на котором собирается параллельный пучок лучей, падающих на оптическую систему. Величина определяет оптическую силу системы D , следовательно,

$$D = D_1 + D_2.$$

- ▶ Оптическая сила нескольких тонких линз, вплотную прилегающих друг к другу, равна алгебраической сумме оптических сил каждой линзы, причем для собирающих линз $D > 0$, для рассеивающих $D < 0$.



Примеры решения задач.

Задача 1. Из трех линз, расположенных вплотную друг к другу, составлена плоско-параллельная пластинка. Причем оптическая сила системы первой и второй линз равна 5 дп, системы второй и третьей – 4 дп. Найдите Фокусные расстояния первых трех линз.

Дано: $D_{1,2} = 5\text{дп}$, $D_{2,3} = 4\text{дп}$; $F_1, F_2, F_3 - ?$

Решение: Оптическая сила системы первой и второй линз равна:

$$D_{1,2} = D_1 + D_2.$$

Оптическая сила системы второй и третьей линз равна: $D_{2,3} = D_2 + D_3.$

Поскольку линзы образуют плоско-параллельную пластинку, параллельные лучи, падающие на нее, также выходят параллельным пучком. Следовательно, оптическая сила плоско-параллельной пластинки равна нулю.

С другой стороны, оптическая сила всей системы равна сумме оптических сил каждой линзы и равна нулю:

Таким образом, имеем систему трех уравнений $D_1 + D_2 + D_3 = 0.$ относительно трех неизвестных $D_1, D_2, D_3.$ Получаем

Подставив в уравнение $D_1 = D_{1,2} - D_2, D_3 = D_{2,3} - D_2.$

Тогда $D_1 = -D_{2,3}, D_3 = -D_{1,2}$ и, окончательно, имеем $D_2 = D_{1,2} + D_{2,3}.$

Следовательно,

$$D_1 = -4\text{дп}, D_2 = 9\text{дп}, D_3 = -5\text{дп}.$$

$$F_1 = 0.25\text{м}, F_2 = \frac{1}{9}\text{м}, F_3 = 0.2\text{м}.$$



3 а д а ч а 2. На рисунке изображена линза, состоящая из двух собирающих линз. Если оставить только первую линзу, то она дает увеличение предмета $\Gamma_1 = 2$. Если оставить только вторую линзу, то увеличение станет равным $\Gamma_2 = 4$.

Расстояние от предмета до линзы не изменяется. Определите увеличение Γ , даваемое обеими линзами, сложенными вместе.

Дано: $\Gamma_1 = 2, \Gamma_2 = 4, \Gamma = ?$

Решение: Увеличение линзы определяется соотношением

$$\Gamma = \frac{f}{\alpha}$$

Формула линзы имеет вид

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F} = D$$

Выразив отсюда f , имеем для Γ : $\frac{1}{\Gamma} = \frac{\alpha}{\left(\frac{\alpha}{\alpha \cdot D - 1}\right)} = \alpha \cdot D - 1$.

Тогда

$$\frac{1}{\Gamma_1} = D_1 \cdot \alpha - 1, \frac{1}{\Gamma_2} = D_2 \cdot \alpha - 1.$$

По условию задачи тонкие линзы сложены вместе, поэтому оптическая сила системы этих линз равна $D = D_1 + D_2$, и увеличение Γ дается выражением

$$\frac{1}{\Gamma} = (D_1 + D_2) \cdot \alpha - 1.$$

Выразим D_1 и D_2 через Γ_1 и Γ_2 : $D_1 = \left(\frac{1}{\Gamma_1} + 1\right) \cdot \frac{1}{\alpha}, D_2 = \left(\frac{1}{\Gamma_2} - 1\right) \cdot \frac{1}{\alpha}$,

Следовательно, $\frac{1}{\Gamma} = \frac{1}{\Gamma_1} + \frac{1}{\Gamma_2} + 1$,

$$\frac{1}{\Gamma} = 0.5 + 0.25 + 1 = 1.75,$$

$$\Gamma = \frac{1}{1.75} = \frac{4}{7}.$$

Увеличение при неизменном расстоянии зависит только от оптической силы линзы. Если предмет находится на одинаковом расстоянии от линз с разными оптическими силами и при этом за фокусом линзы, то увеличение линз будет тем меньше, чем больше оптическая сила линзы.

