

Электромагнетизм

Кузнецов Сергей Иванович
доцент кафедры ОФ ЕНМФ ТПУ

900igr.net

Сегодня:

Тема 1. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ

1.1. Магнитные взаимодействия

1.2. Закон Био-Савара-Лапласа

1.3. Магнитное поле движущегося заряда

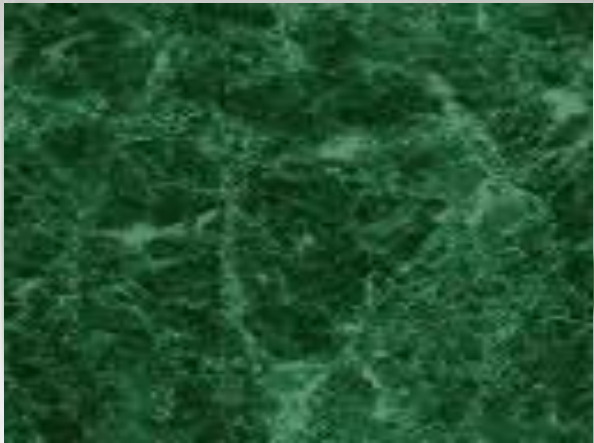
1.4. Напряженность магнитного поля

1.5. Магнитное поле прямого тока

1.6. Магнитное поле кругового тока

1.7. Теорема Гаусса для вектора магнитной индукции

- К ПОЛЯМ ДИНАМИЧЕСКИМ!

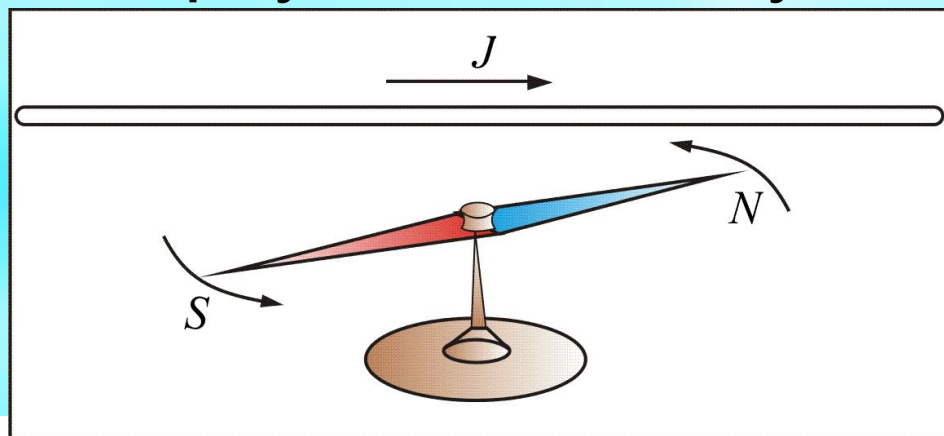


1.1. Магнитные взаимодействия

- В пространстве, окружающем намагниченные тела, возникает **магнитное поле**.
- Помещенная в это поле маленькая **магнитная стрелка** устанавливается в каждой его точке вполне определенным образом, указывая тем самым направление поля.
- Тот конец стрелки, который в магнитном поле Земли указывает **на север**, называется **северным**, а противоположный – **южным**.

При отклонении магнитной стрелки от направления магнитного поля, на стрелку действует

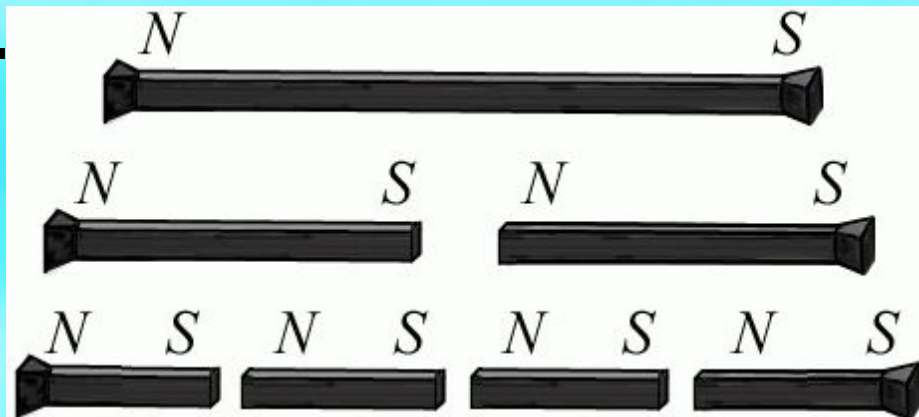
механический крутящий момент $M_{кр}$, пропорциональный синусу угла отклонения α и стремящийся повернуть ее вдоль указанного направления.



При взаимодействии постоянных магнитов они испытывают **результатирующий момент сил, но не силу**.

Подобно электрическому диполю, постоянный магнит в однородном поле стремится повернуться по полю, но не перемещаться в нем.

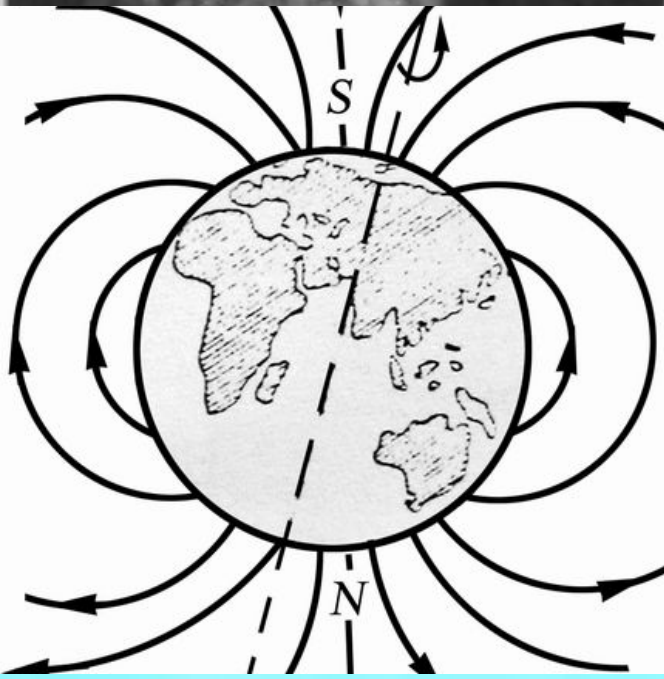
- Отличие постоянных магнитов от Электрических диполей заключается в следующем:
- Электрический диполь всегда состоит из зарядов, равных по величине и противоположных по знаку.
- Постоянный же магнит, будучи разрезан пополам, превращается в два меньших магнита, каждый из которых имеет и северный и южный полюса.

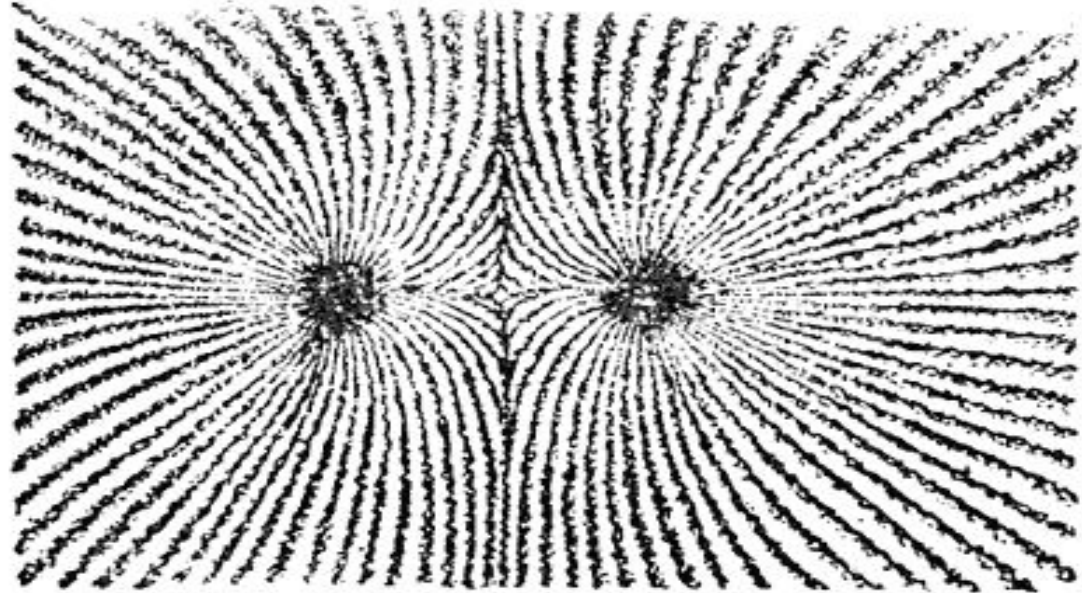




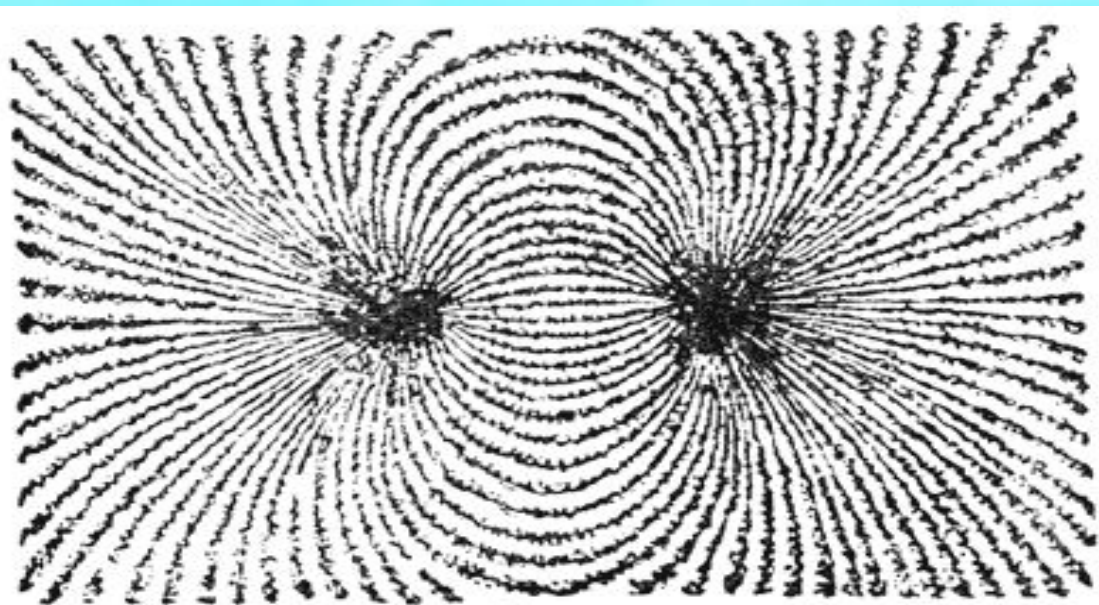
- Подводя итоги сведениям о магнетизме, накопленным к **1600 г.**, **английский ученый-физик Уильям Гильберт** написал труд

«О магните, магнитных телах и большом магните – Земле»





Магнитное поле одноименных полюсов.

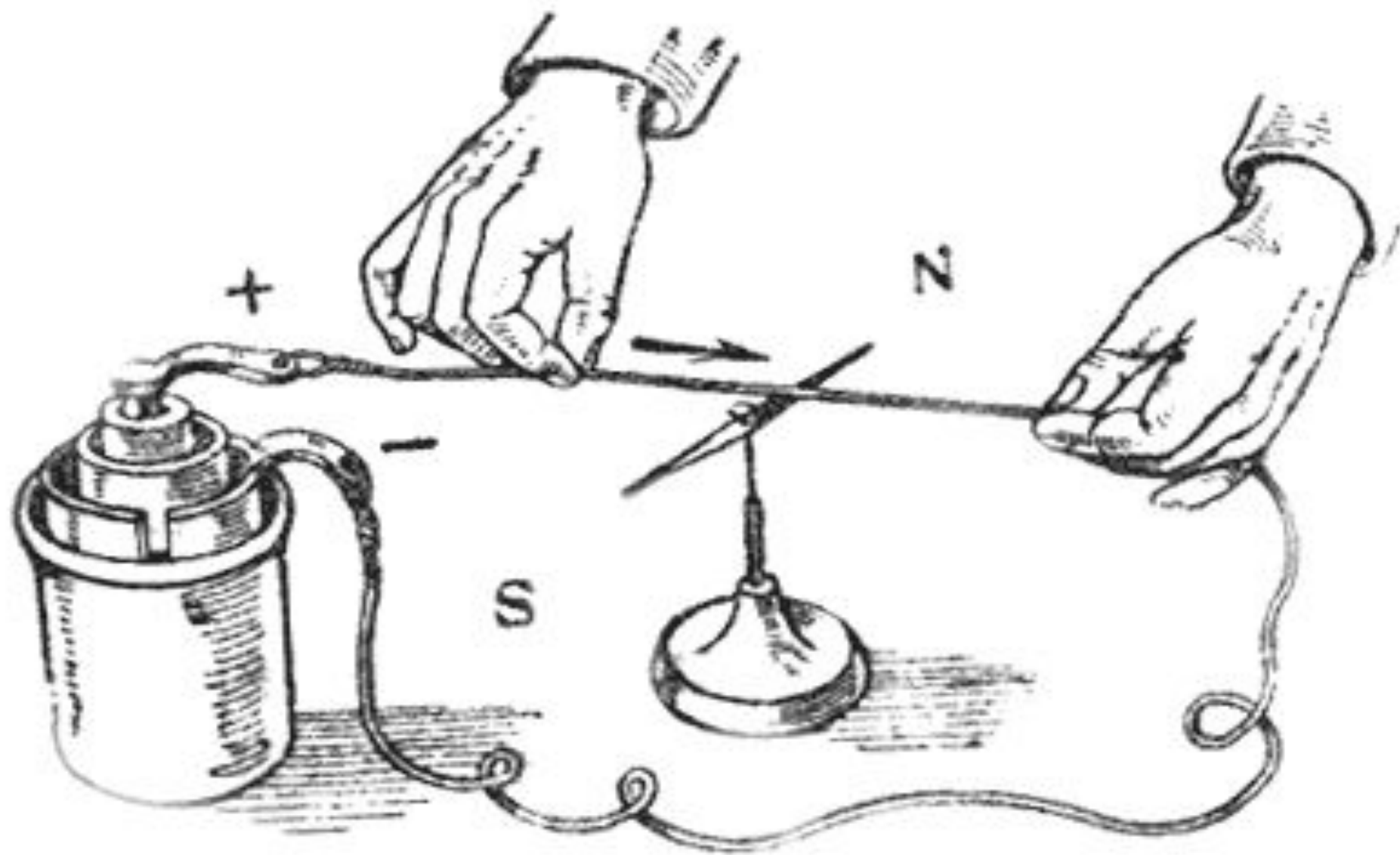


Магнитное поле разноименных полюсов.

- В своих трудах У. Гильберт высказал мнение, что, несмотря на некоторое внешнее сходство, ***природа электрических и магнитных явлений различна.***
- Все же, к середине XVIII века, окрепло убеждение о ***наличии тесной связи между электрическими и магнитными явлениями.***



- В 1820 г. Х. Эрстед открыл магнитное поле электрического тока.
- А. Ампер установил законы магнитного взаимодействия токов.
- Ампер объяснил магнетизм веществ существованием молекулярных токов.



Опыт Эрстеда.

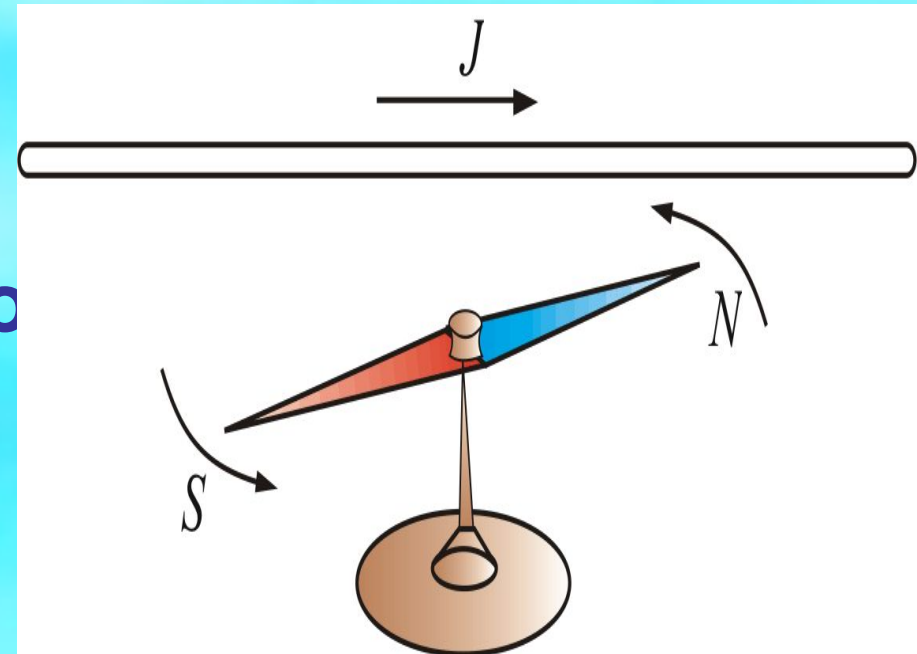
Открытие Эрстеда.



При помещении магнитной стрелки посредственной близости от проводника с током он обнаружил, что при протекании по проводнику тока, стрелка отклоняется; после выключения тока стрелка возвращается в исходное положение (рис. 1.1).

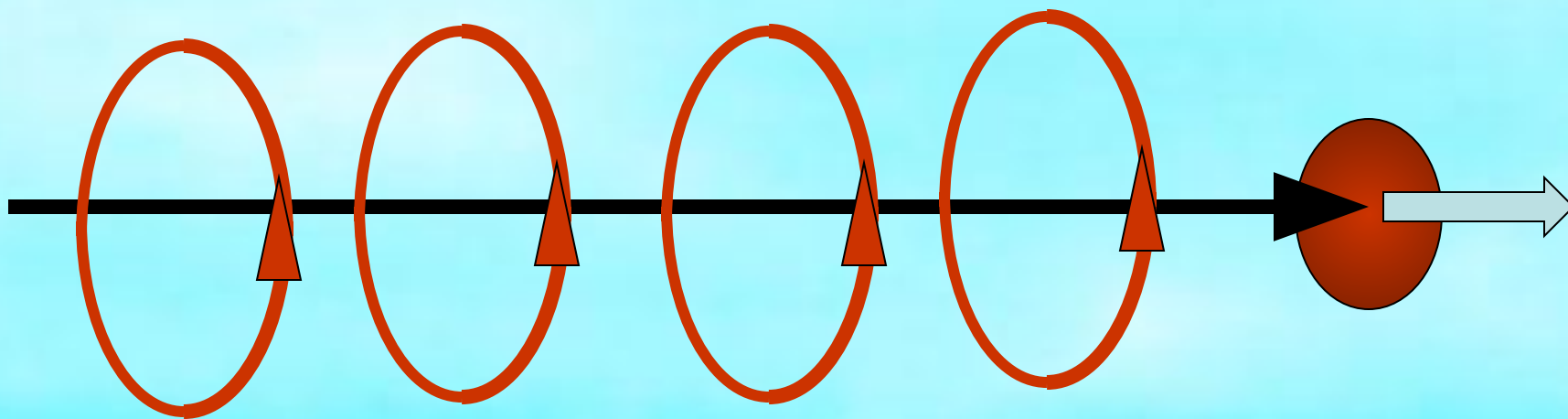
Из описанного опыта

Эрстед делает вывод:
вокруг прямолинейного
проводника с током
есть магнитное поле.



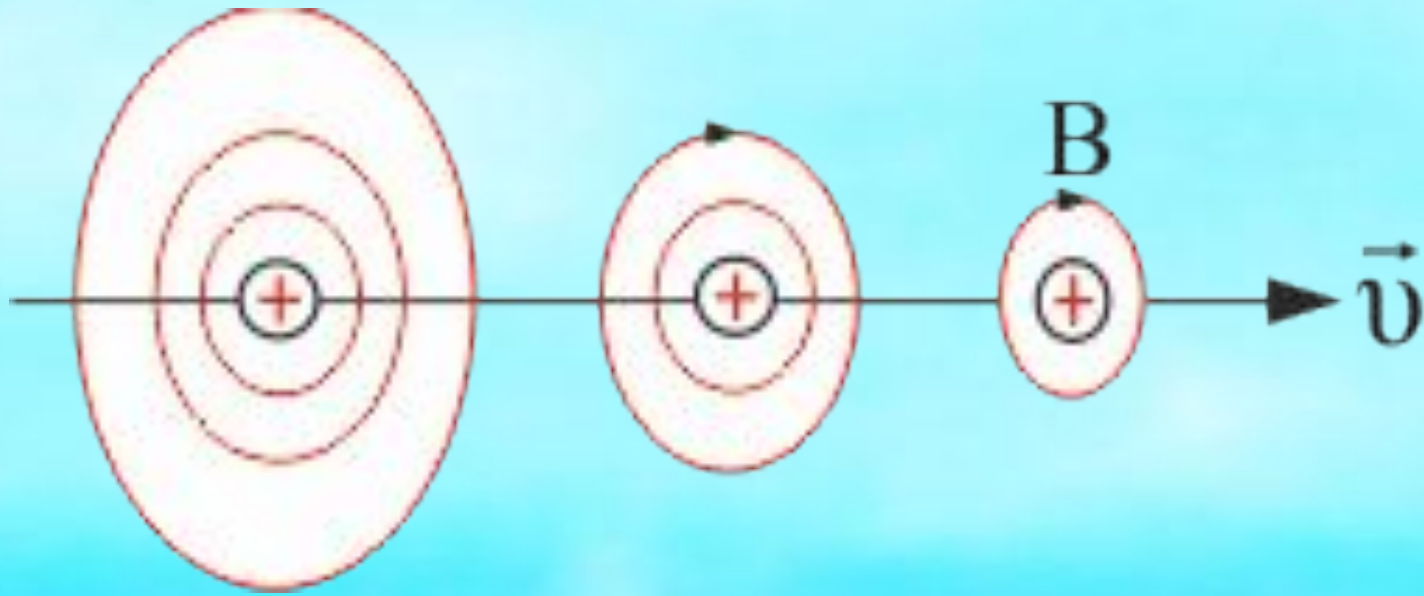
- **Общий вывод:** *вокруг всякого проводника с током есть магнитное поле.*
- Но ведь **ток – это направленное движение зарядов.**
- *Опыты подтверждают: магнитное поле появляется вокруг электронных пучков и вокруг перемещающихся в пространстве заряженных тел.*
- **Вокруг всякого движущегося заряда помимо электрического поля существует еще и магнитное.**

$$qV = \text{const}$$

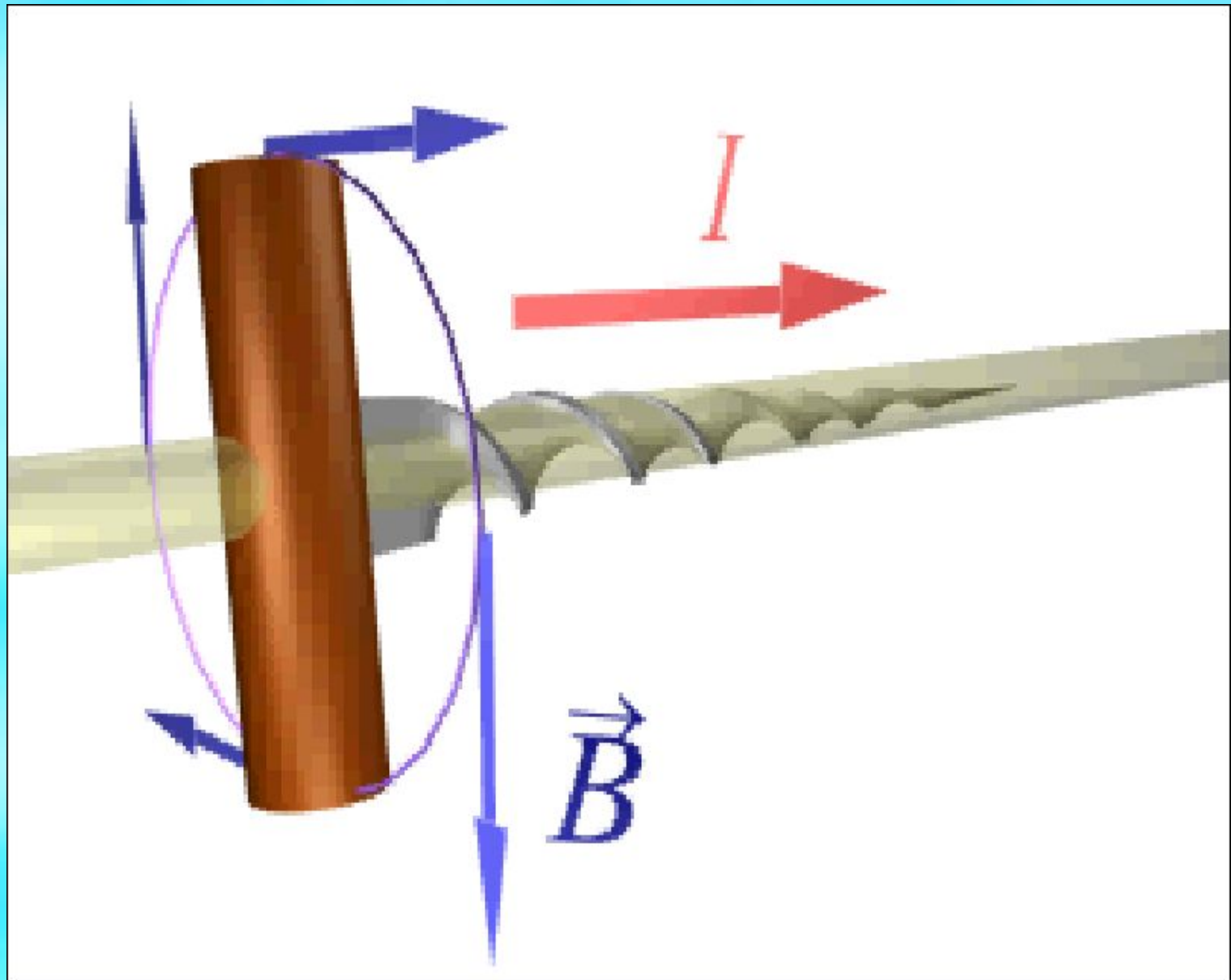


Появляется магнитное поле

Вокруг всякого движущегося заряда

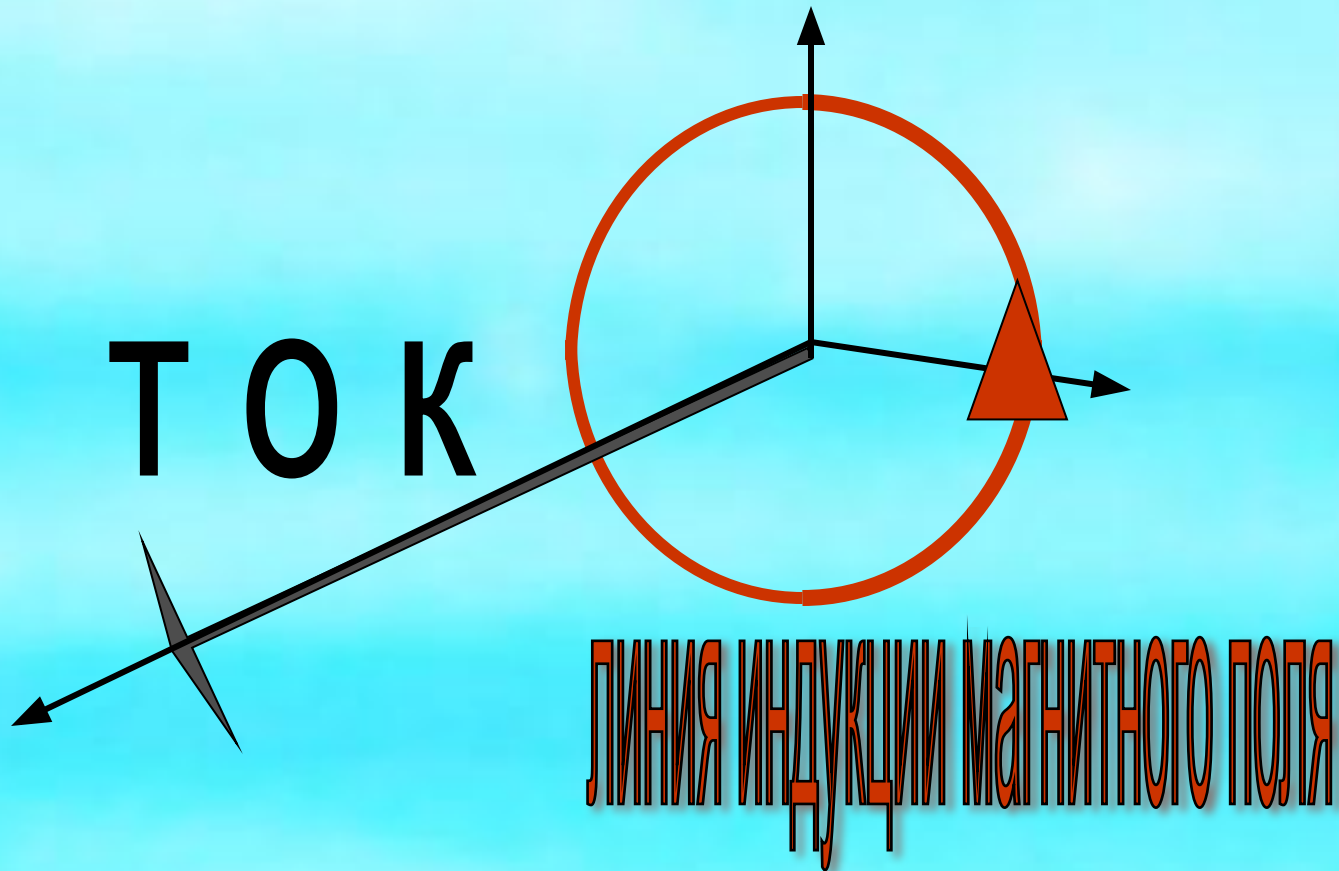


Появляется магнитное поле



BURAV.AVI

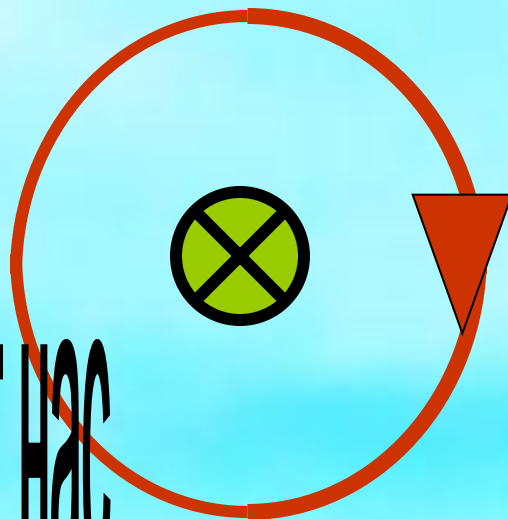
Правило буравчика



Правило буравчика



Правило буравчика



Ток направлен от нас

линия индукции

Магнитное поле материально. Подобно электрическому полю, оно обладает энергией и, следовательно, массой.

Определение магнитного поля:

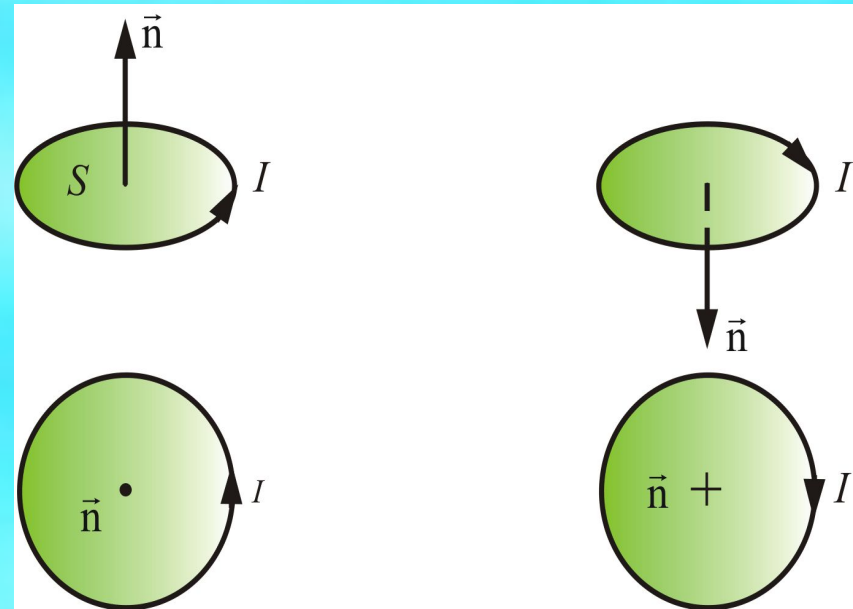
Магнитное поле – это материя, связанная с движущимися зарядами и обнаруживающая себя по действию на магнитные стрелки и движущиеся заряды, помещенные в это поле.

Возьмем такой **контур с током I** и поместим его в магнитное поле.

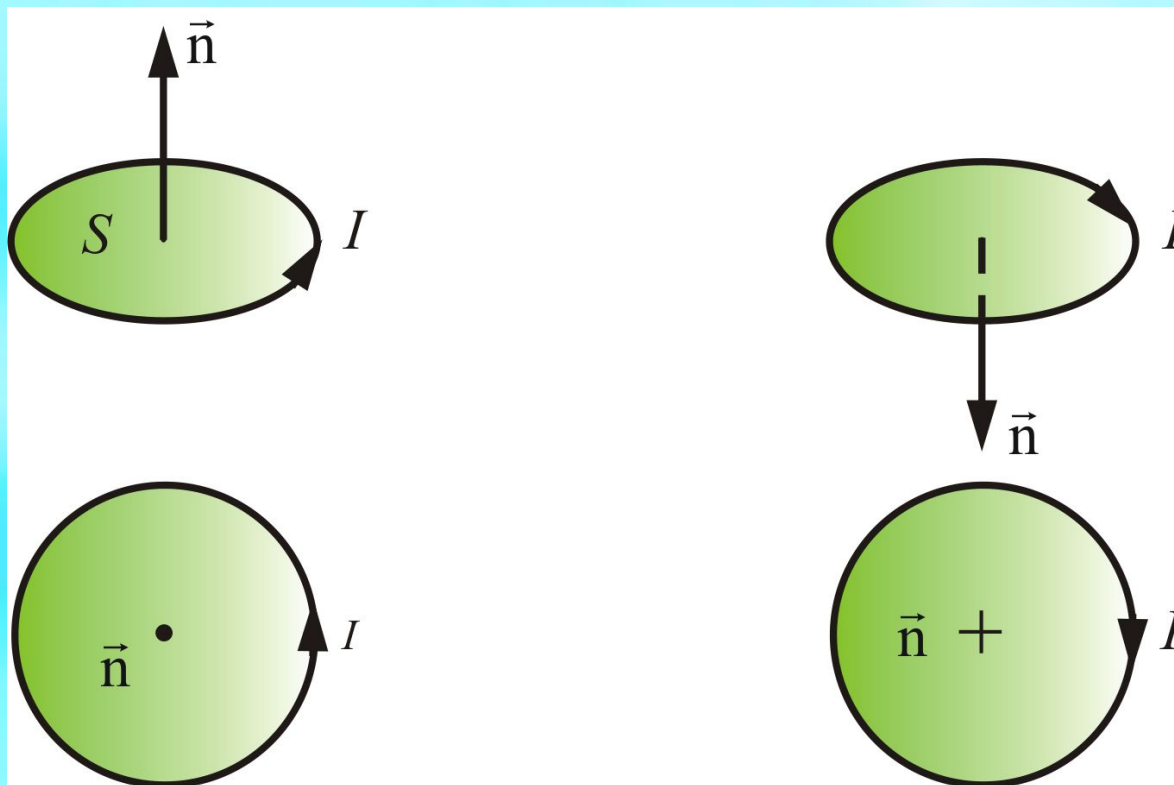
Основное свойство магнитного поля – способность действовать на движущиеся электрические заряды с определенной силой.

В магнитном поле контур с током будет ориентироваться определенным образом.

Ориентацию контура в пространстве будем характеризовать направлением нормали, связанной с движением тока *правилом правого винта* или *«правилом буравчика»*



- **Контур ориентируется в данной точке поля только одним способом.**
- **Примем положительное направление нормали за направление магнитного поля в данной точке.**



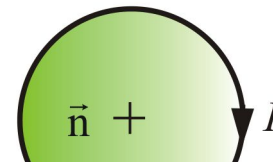
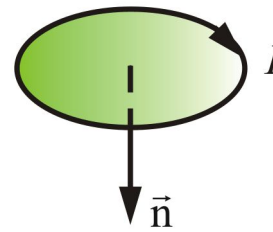
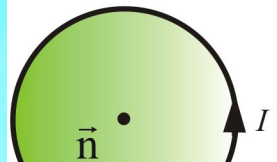
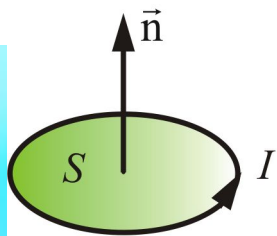
Вращающий момент прямо пропорционален величине тока I , площади контура S и синусу угла между направлением магнитного поля и нормалю

$$M \sim IS \sin(\vec{n}, \vec{B}),$$

здесь M – **вращающий момент**, или **момент силы**,

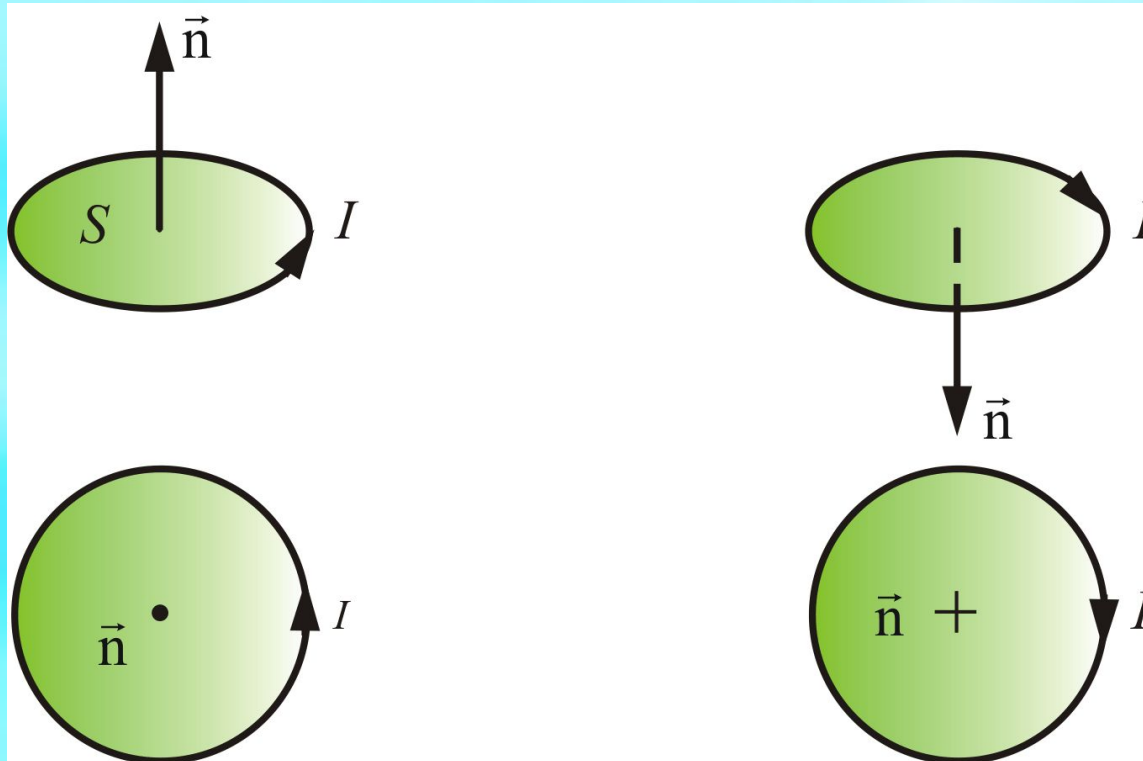
$$IS = P_m$$

(аналогично $ql = P$ – **магнитный момент** контура – электрический момент диполя).



Направление вектора магнитного момента совпадает с положительным направлением нормали:

$$\vec{P}_m = P_m \vec{n}.$$



Отношение момента силы к магнитному моменту $\frac{M}{P_m}$

для данной точки магнитного поля будет одним и тем же и может служить характеристикой магнитного поля, названной **магнитной индукцией**:

$$B = \frac{M}{P_m \sin(\vec{n}, \vec{B})}$$

$$B = \frac{M_{\max}}{P_m},$$

\vec{B} – вектор магнитной индукции, совпадающий с нормалью \vec{n}

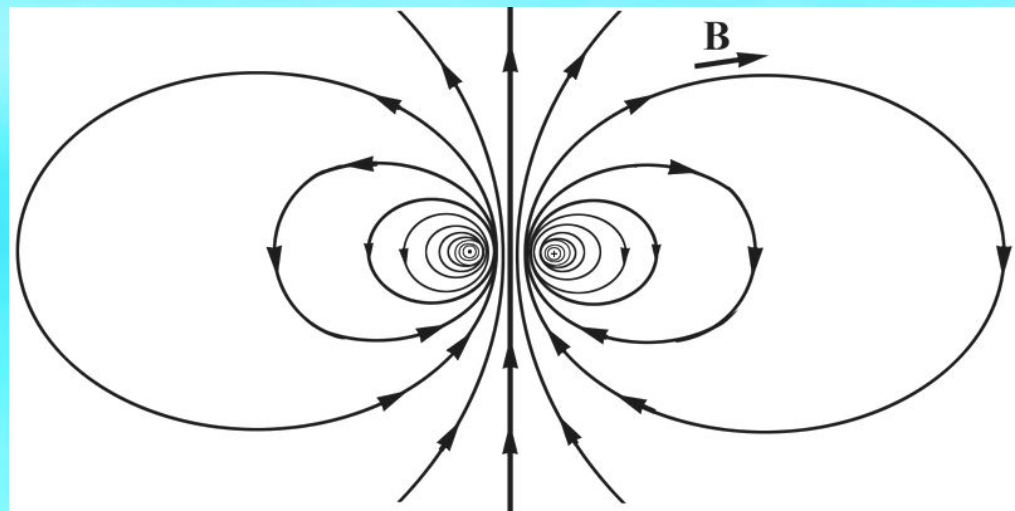
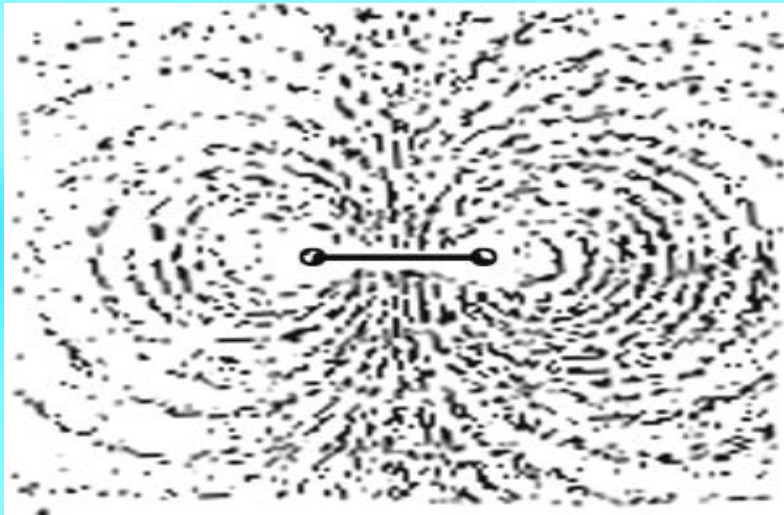
По аналогии с электрическим полем

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}.$$

Магнитная индукция \vec{B} характеризует силовое действие магнитного поля на ток (аналогично, \vec{E} характеризует силовое действие электрического поля на заряд).

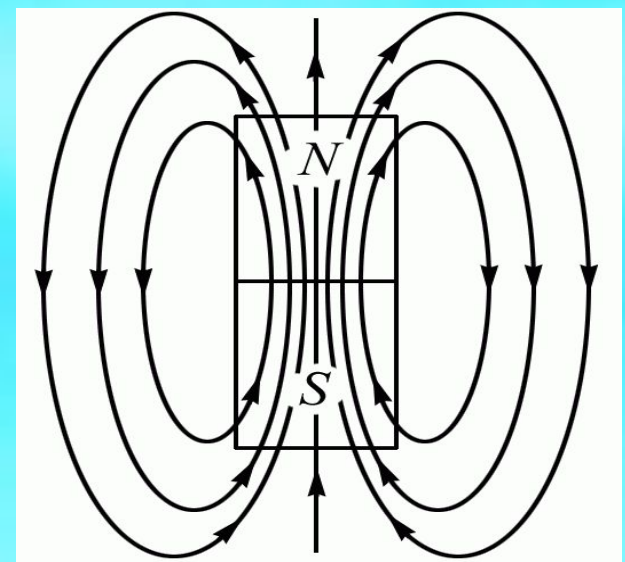
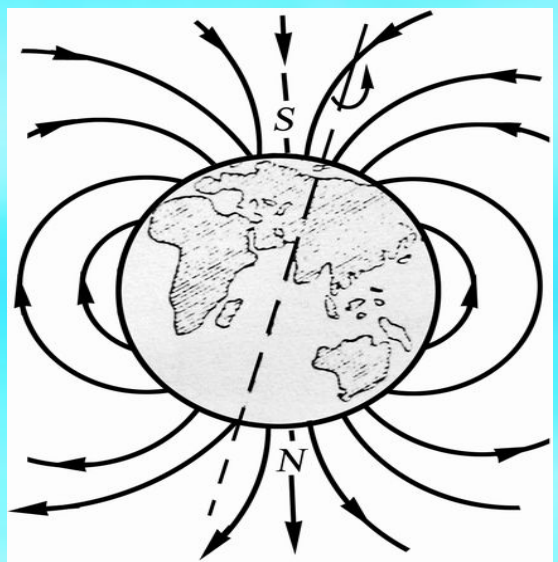
\vec{B} – силовая характеристика магнитного поля, ее можно изобразить с помощью **магнитных силовых линий**.

Поскольку M – момент силы и P_m – магнитный момент являются характеристиками вращательного движения, то можно предположить, что **магнитное поле – вихревое**.

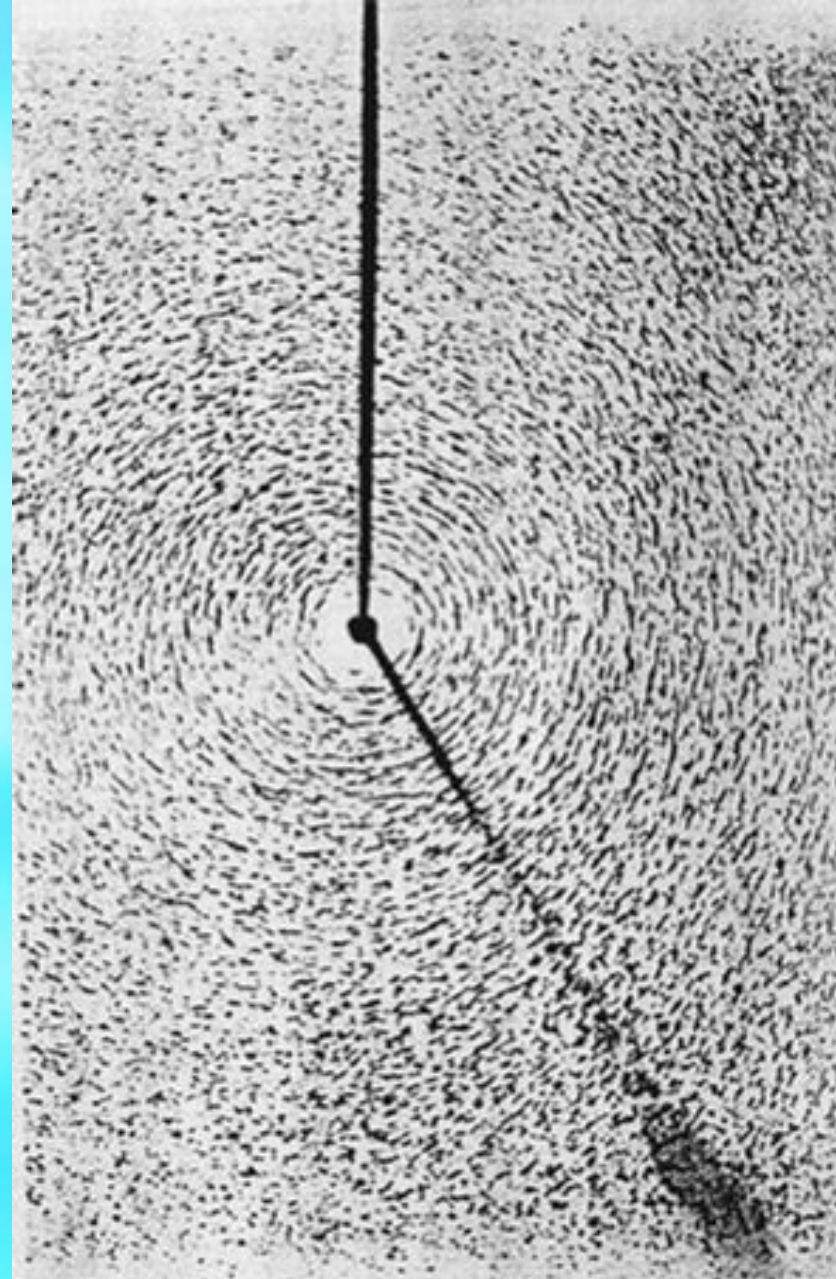


- Условились, за направление \vec{B} принимать направление северного конца магнитной стрелки.
- **Силовые линии выходят из северного полюса, а входят, соответственно, в южный полюс магнита.**
- Для графического изображения полей удобно пользоваться силовыми линиями (линиями магнитной индукции).

Линиями магнитной индукции называются кривые, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением вектора \vec{B} в этой точке.



Конфигурацию силовых линий легко установить с помощью мелких железных опилок которые намагничиваются в исследуемом магнитном поле и ведут себя подобно маленьким магнитным стрелкам (*поворачиваются вдоль силовых линий*).

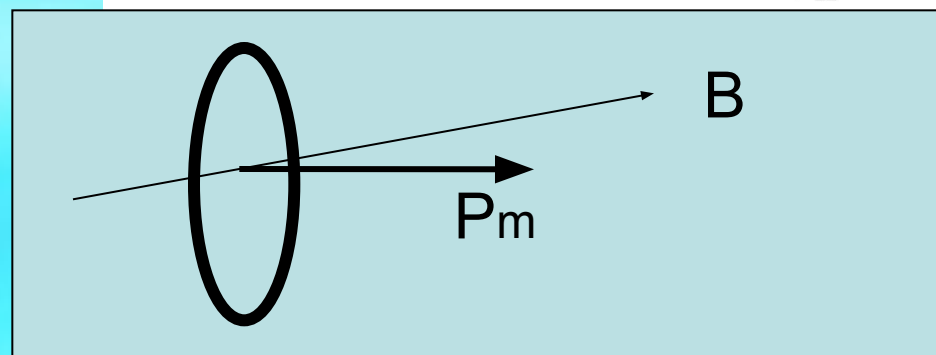


(рис. 1.3)

*Три способа задать вектор магнитной
индукции B*

Возьмем **контур с током I** и поместим его в магнитное поле. В магнитном поле контур с током будет ориентироваться, так чтобы вектор магнитного момента контура P_m и нормали совпадал с вектором B внешнего поля.

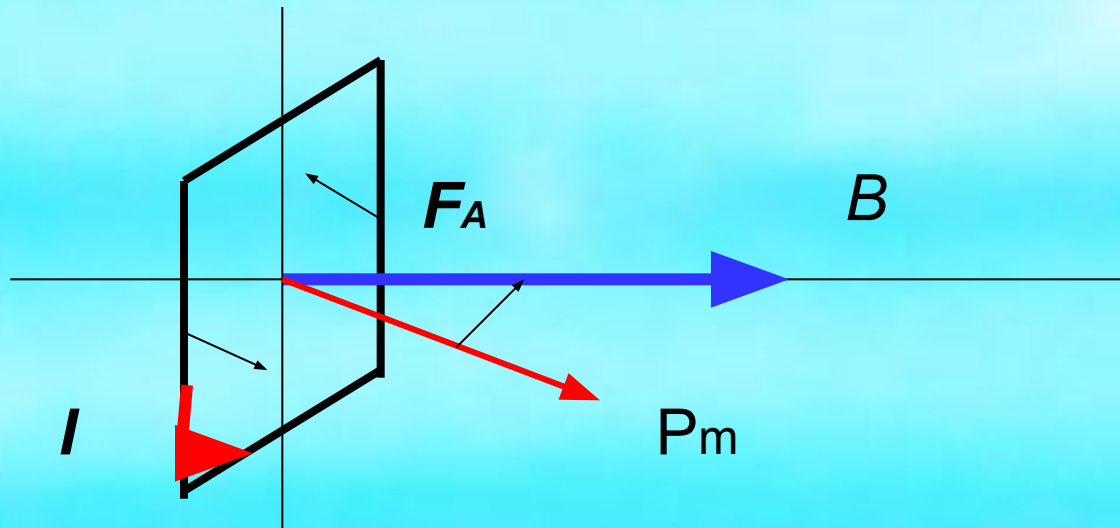
Направление нормали и вектора магнитного момента P_m связано с движением тока по контуру «правилом буравчика»



Поворот контура означает, что на него действует механический момент M

Вращающий момент M прямо пропорционален величине тока I , площади контура S , вектору B и синусу угла между направлением магнитного поля и нормали n .

$$M = ISB \sin(\hat{n}, B) = [P_m, B]$$



$$IS = P_m$$

- магнитный момент контура

Отношение момента силы к магнитному моменту $\frac{M}{P_m}$

для данной точки магнитного поля будет одним и тем же и может служить характеристикой магнитного поля, названной **магнитной индукцией B** :

$$B = \frac{M}{P_m \sin(\vec{n}, \vec{B})}$$

$$B = \frac{M_{\max}}{P_m},$$

\vec{B} - вектор магнитной индукции, совпадающий с нормалью \vec{n}

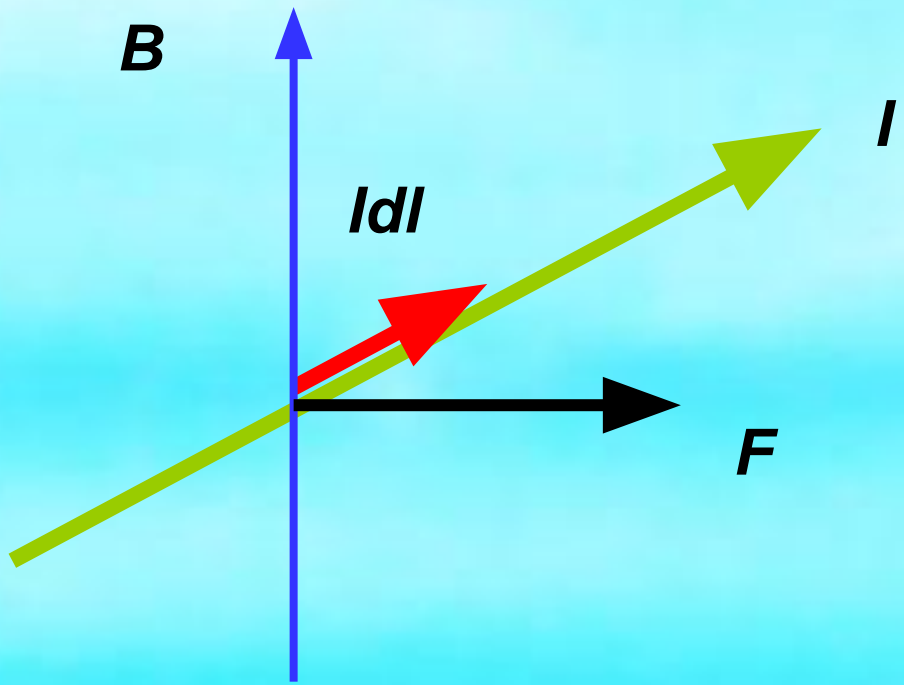
По аналогии с электрическим полем $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$.

Второй способ по силе Ампера.

Сила Ампера действует на проводник dl с током I , помещенный в магнитное поле B , направлена перпендикулярно векторам dl и B и определяется по правилу произведения векторов: наблюдаемое со стороны конца вектора dF вращение векторов dl и B на наименьший угол, происходит против часовой стрелки.

$$dF = [I dl, B] \text{ или } F = [JI, B]$$

$$B = F_{\max} / JI$$



Третий способ: по силе Лоренца

Сила, действующая на электрический заряд q во внешнем магнитном поле, зависит от скорости его движения V и величины индукции магнитного поля $B(x, y, z)$.

$$\mathbf{F} = q[\mathbf{V}, \mathbf{B}].$$

Выражение для силы было получено Лоренцем путем обобщения опытных данных

$$\mathbf{F} = q[\mathbf{V}, \mathbf{B}].$$

Вектор \mathbf{B} является силовым вектором и не зависит от величины и движения заряда q , он характеризует только магнитное поле, в котором движется заряд q .

$$B = F_{\max} / (qV)$$

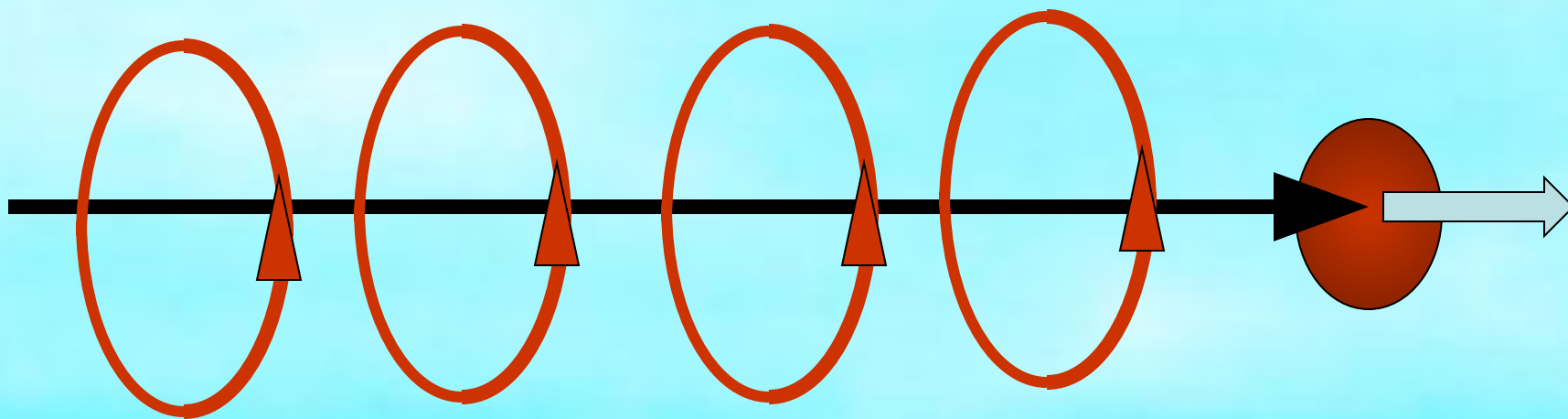
1.2. Закон Био–Савара–Лапласа

В 1820 г. французские физики Жан Батист **Био** и Феликс **Савар**, провели исследования магнитных полей токов различной формы. А французский математик **Пьер Лаплас** обобщил эти исследования.



Пьер-Симон Лаплас (23 марта 1749 — 5 марта 1827) — выдающийся французский математик, физик и астроном; известен работами в области небесной механики, дифференциальных уравнений, один из создателей теории вероятностей.

$$qV = \text{const}$$



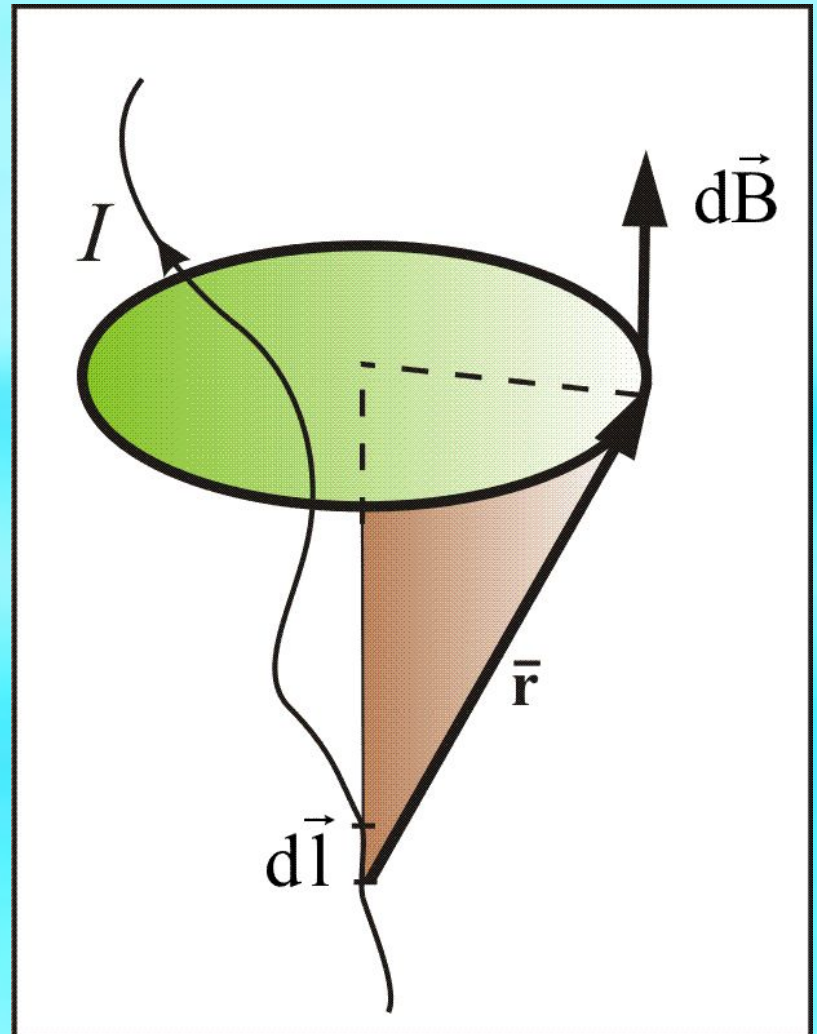
Появляется магнитное поле

Закон Био–Савара–Лапласа

Элемент тока длины $d\vec{l}$ создает поле с магнитной индукцией:

$$dB = k \frac{Idl}{r^2}$$

$$d\vec{B} = k \frac{I[d\vec{l}, \vec{r}]}{r^3}.$$



Здесь: I – ток;

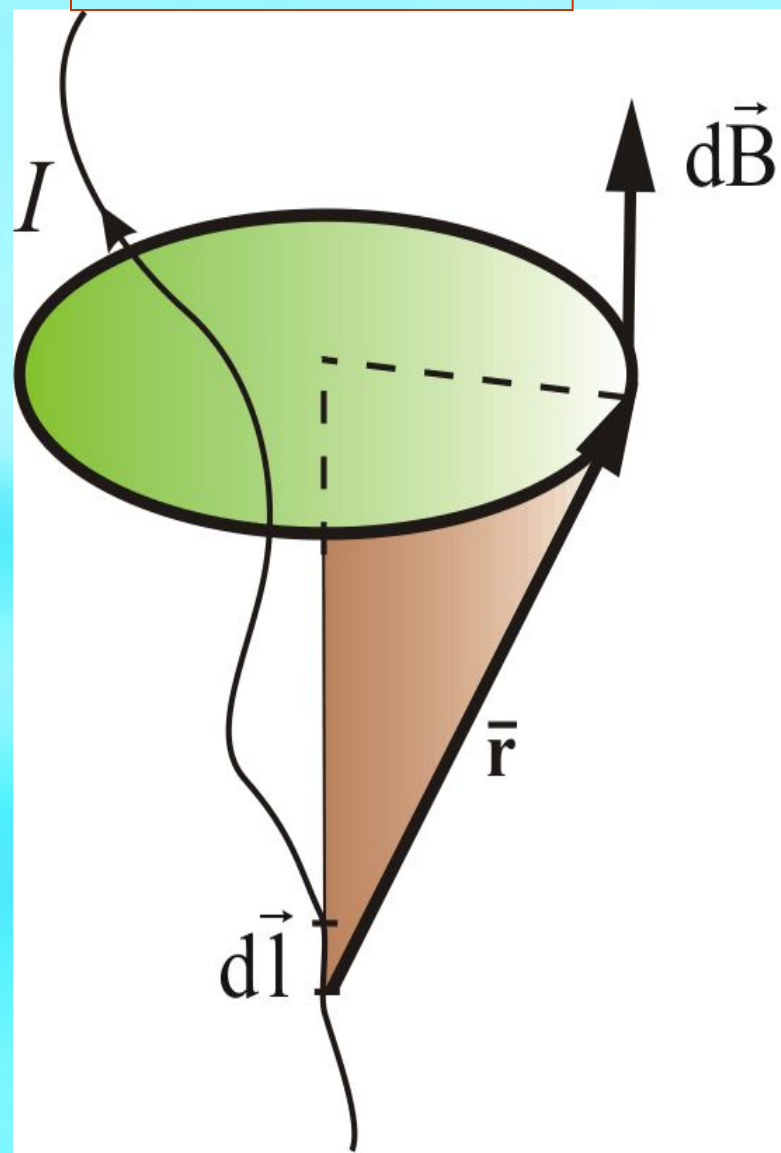
$d\vec{l}$ – вектор, совпадающий с элементарным участком тока и направленный в ту сторону, куда течет ток;

\vec{r} – радиус-вектор, проведенный от элемента тока в точку, в которой мы определяем $d\vec{B}$;

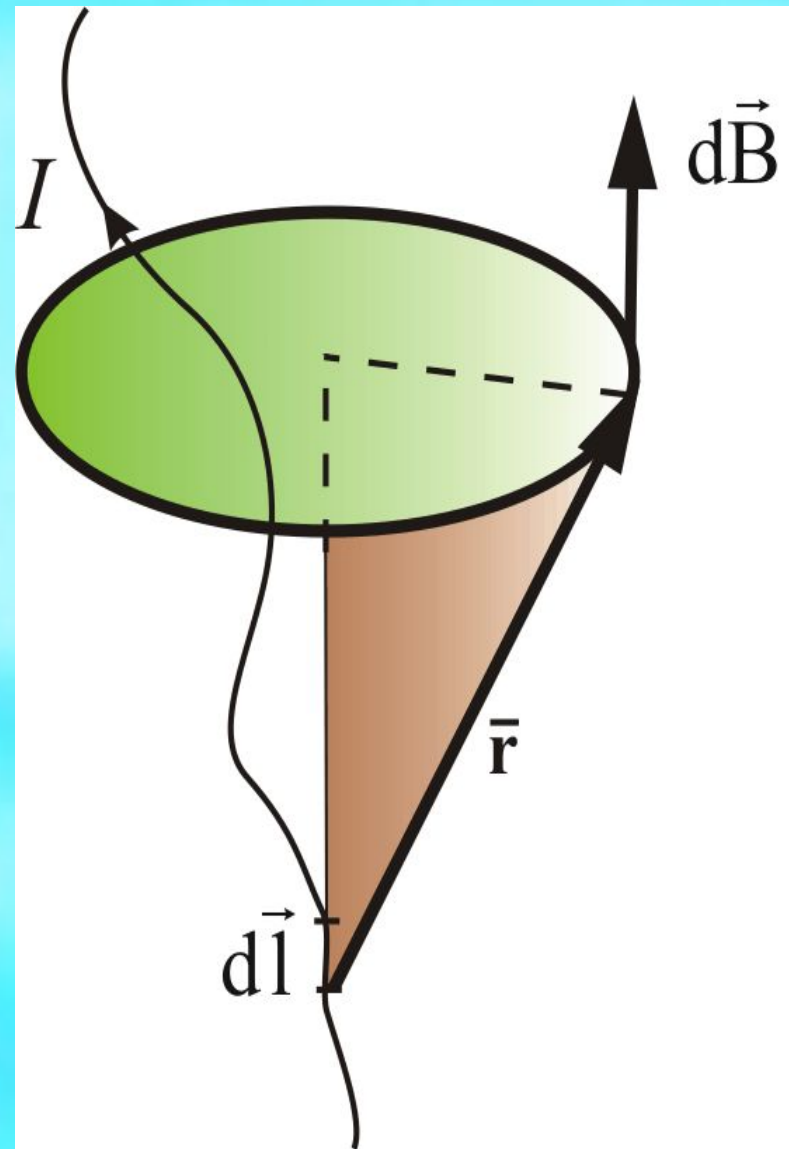
r – модуль радиус-вектора;

k – коэффициент пропорциональности, зависящий от системы единиц.

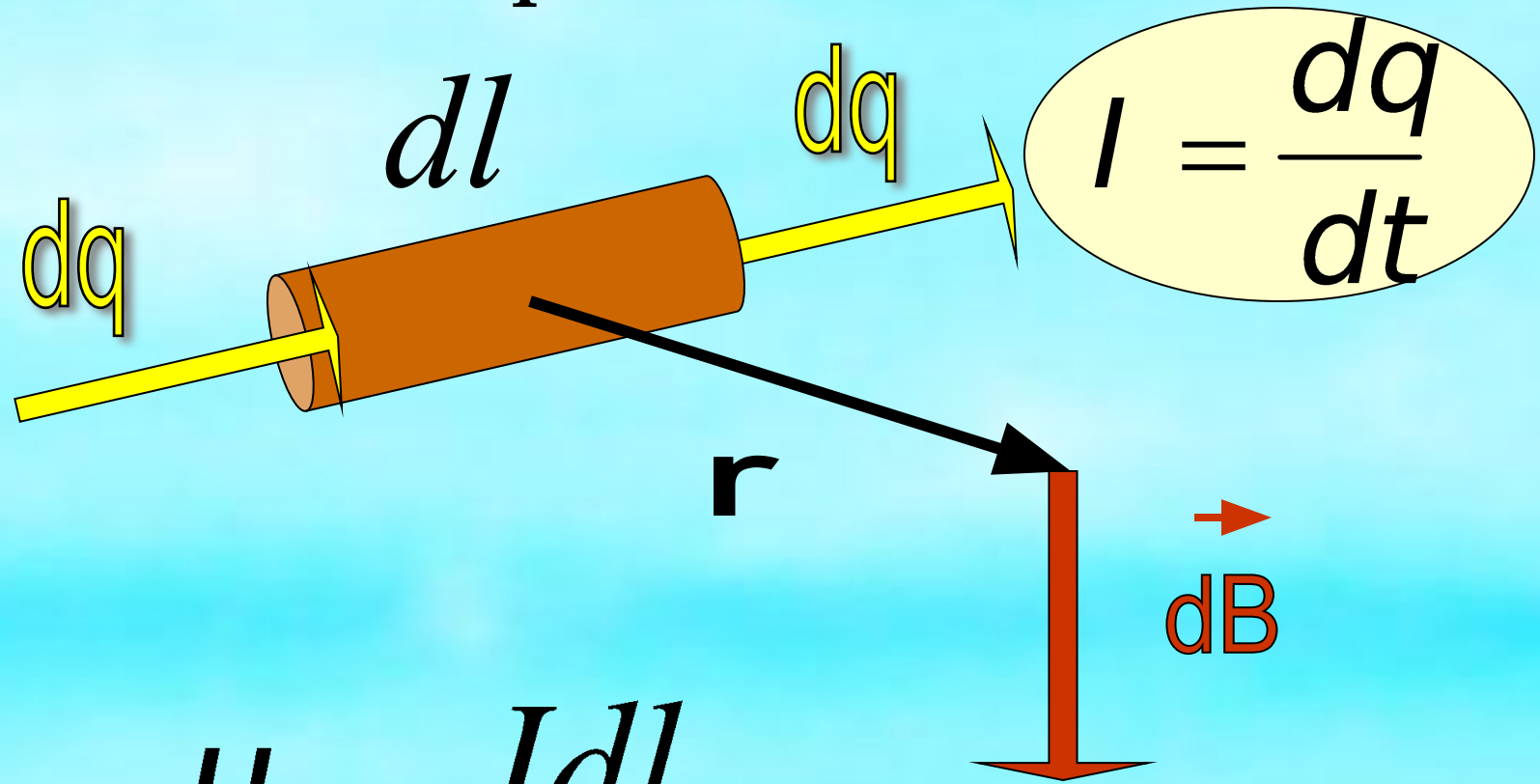
$$dB = k \frac{Idl}{r^2}$$



Вектор магнитной индукции $d\vec{B}$ направлен перпендикулярно плоскости, проходящей через $d\vec{l}$ и точку, в которой вычисляется поле.

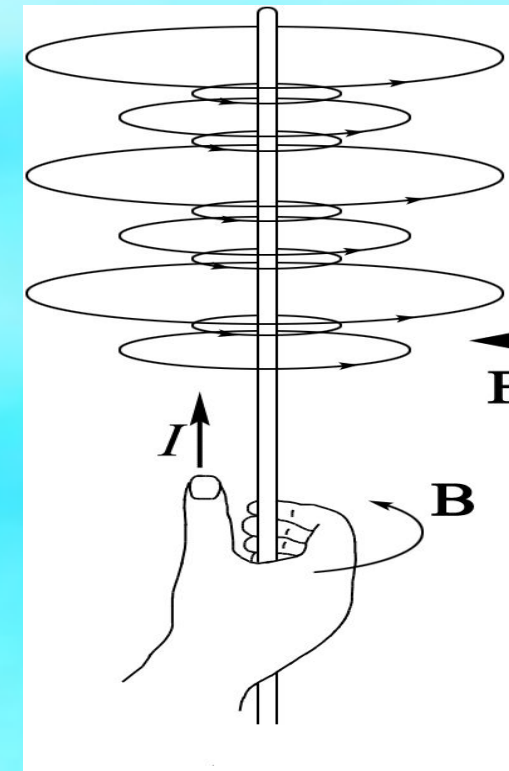
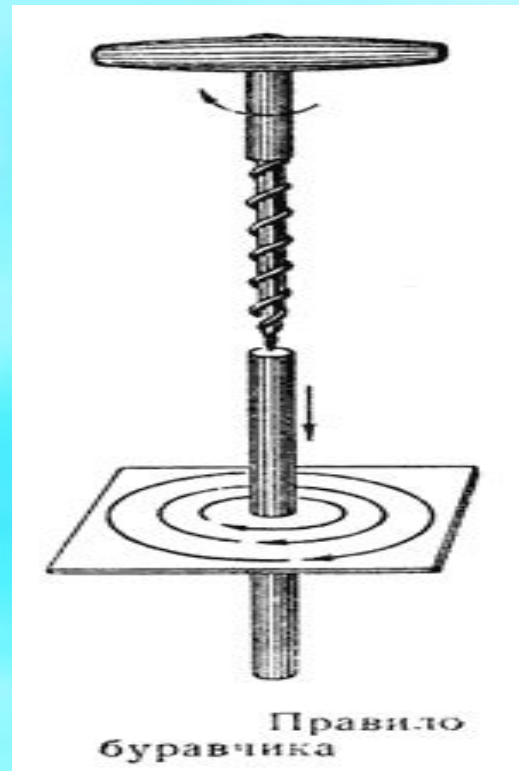
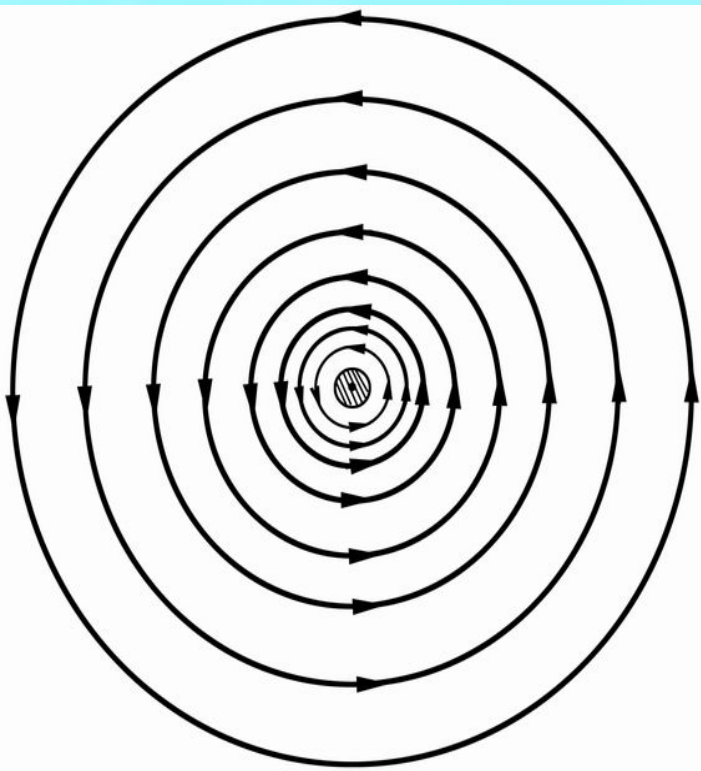


Поле элемента проводника с током



$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I dl}{r^2} \sin \alpha$$

Направление $d\mathbf{V}$ связано с направлением $d\mathbf{I}$
«правилом буравчика»: направление
вращения головки винта дает направление
, поступательное движение винта
соответствует направлению **тока** в
элементе.



*Закон Био–Савара–Лапласа
устанавливает величину и направление
вектора $d\vec{B}$ в произвольной точке
магнитного поля, созданного проводником
 dl током I .*

Модуль вектора определяется соотношением:

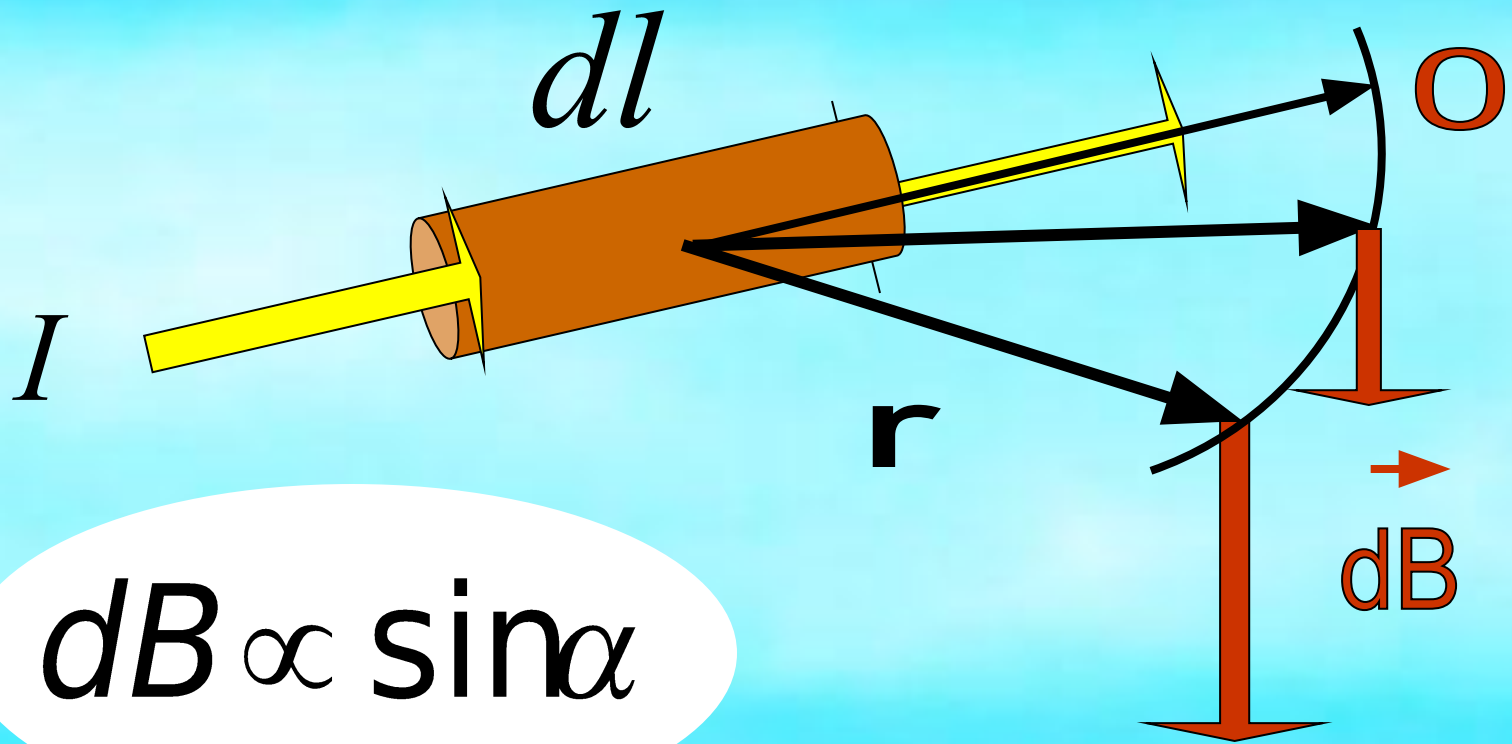
$$dB = k \frac{Idl \sin \alpha}{r^2},$$

где α - угол между $d\vec{l}$ и \vec{r} ; k – коэффициент пропорциональности.

Закон Био–Савара–Лапласа для
вакуума можно записать так:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl \sin \alpha}{r^2},$$

где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ **Магнитная**
постоянная.



$$dB \propto \sin \alpha$$

$$\sin 90^\circ = 1, \quad \sin 30^\circ = 0,5$$

$$\sin 0^\circ = 0$$

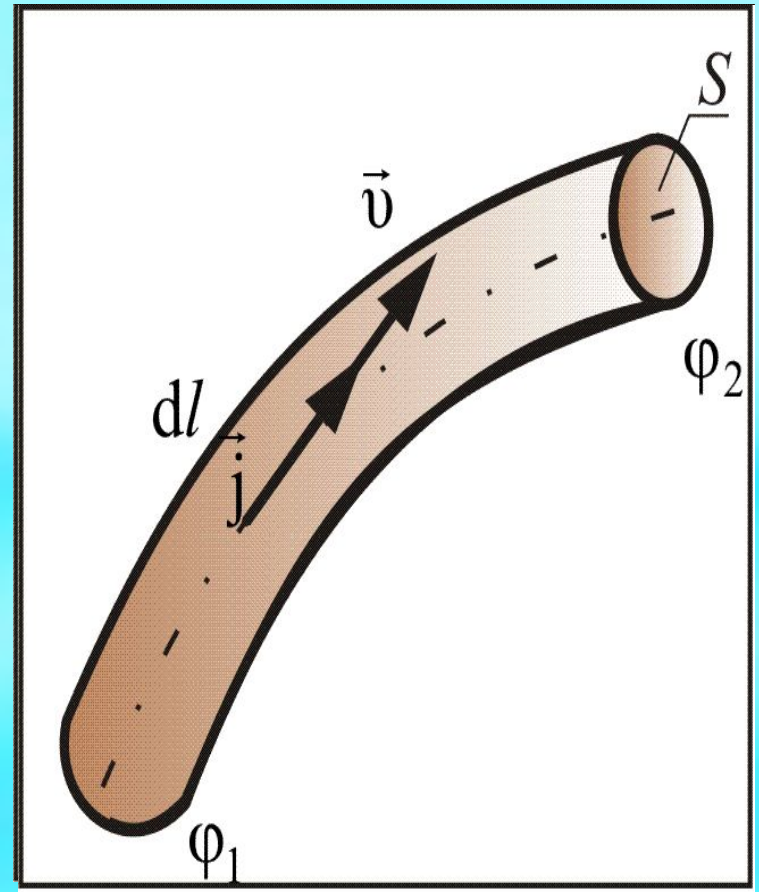
Магнитное поле любого тока может быть вычислено как векторная сумма (суперпозиция) полей, создаваемых отдельными элементарными участками тока:

$$\vec{B} = \sum \vec{B}_i.$$

1.3. Магнитное поле движущегося заряда

Электрический ток – упорядоченное движение зарядов, а, как мы доказали только что, **магнитное поле порождается движущимися зарядами.**

Найдем магнитное поле, создаваемое **одним движущимся зарядом** (рис. 1.5).



(рис. 1.5)

В уравнении $dB = k \frac{I dl}{r^3}$ заменим ток I

на jS , где j – плотность тока.

Векторы j и dl имеют одинаковое направление, значит:

$$I dl = S j dl.$$

Если все заряды одинаковы и имеют заряд q ,

то:

$$\mathbf{j} = qn\mathbf{v} \quad (1.3.1)$$

где n – число носителей заряда в единице объема;

\mathbf{v} – дрейфовая скорость зарядов.

Если заряды положительные, то \mathbf{j} и \mathbf{v} имеют одно направление (рис. 1.5).

Подставив (1.3.1) в (1.2.2), получим:

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{S d l n q [\mathbf{v}, \mathbf{r}]}{r^3}. \quad (1.3.2)$$

Обозначим $dN = Sdl n$ – число носителей заряда в отрезке dl . Разделив (1.3.2) на это число, получим **выражение для индукции магнитного поля, создаваемого одним зарядом, движущимся со скоростью v** :

$$B_1 = \frac{dB}{dN} = \frac{\mu_0 q [v, r]}{4\pi r^3}.$$

(1.3.3)

В скалярной форме **индукция магнитного поля одного заряда** в вакууме определяется по формуле:

$$B_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q v \sin(\vartheta, \mathbf{r})}{r^2}. \quad (1.3.4)$$

Эта формула справедлива при скоростях заряженных частиц $v \ll c$

1.4. Напряженность магнитного поля

Магнитное поле – это одна из форм проявления электромагнитного поля, особенностью которого является то, что *это поле действует только на движущиеся частицы и тела, обладающие электрическим зарядом, а также на намагниченные тела.*

Магнитное поле создается проводниками с током, движущимися электрическими заряженными частицами и телами, а также переменными электрическими полями.

Силовой характеристикой магнитного поля служит вектор магнитной индукции поля созданного одним зарядом в вакууме:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q[\vec{v}, \vec{r}]}{r^3}$$

ФИЗИЧЕСКИЙ СМЫСЛ МАГНИТНОЙ ИНДУКЦИИ

$$|B| = \frac{|F|}{qV \sin \alpha}$$

$$Tл = Н \cdot с / Кл \cdot м$$

Напряженностью магнитного поля называют векторную величину, характеризующую магнитное поле и определяемую следующим образом:

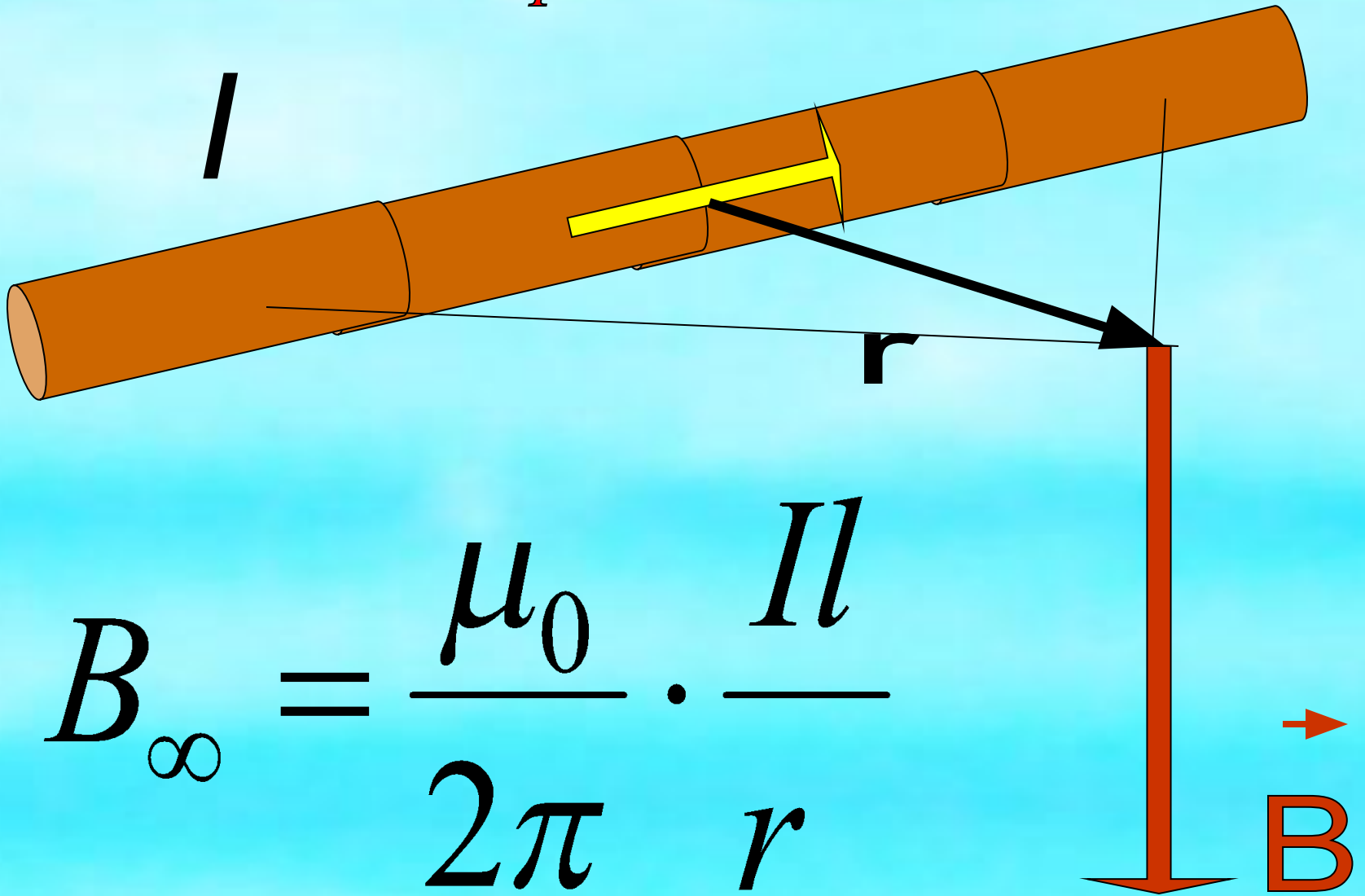
$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0}$$

Напряженность магнитного поля заряда q , движущегося в вакууме равна:

$$\vec{H} = \frac{1}{4\pi} \frac{q[\vec{v}, \vec{r}]}{r^3}$$

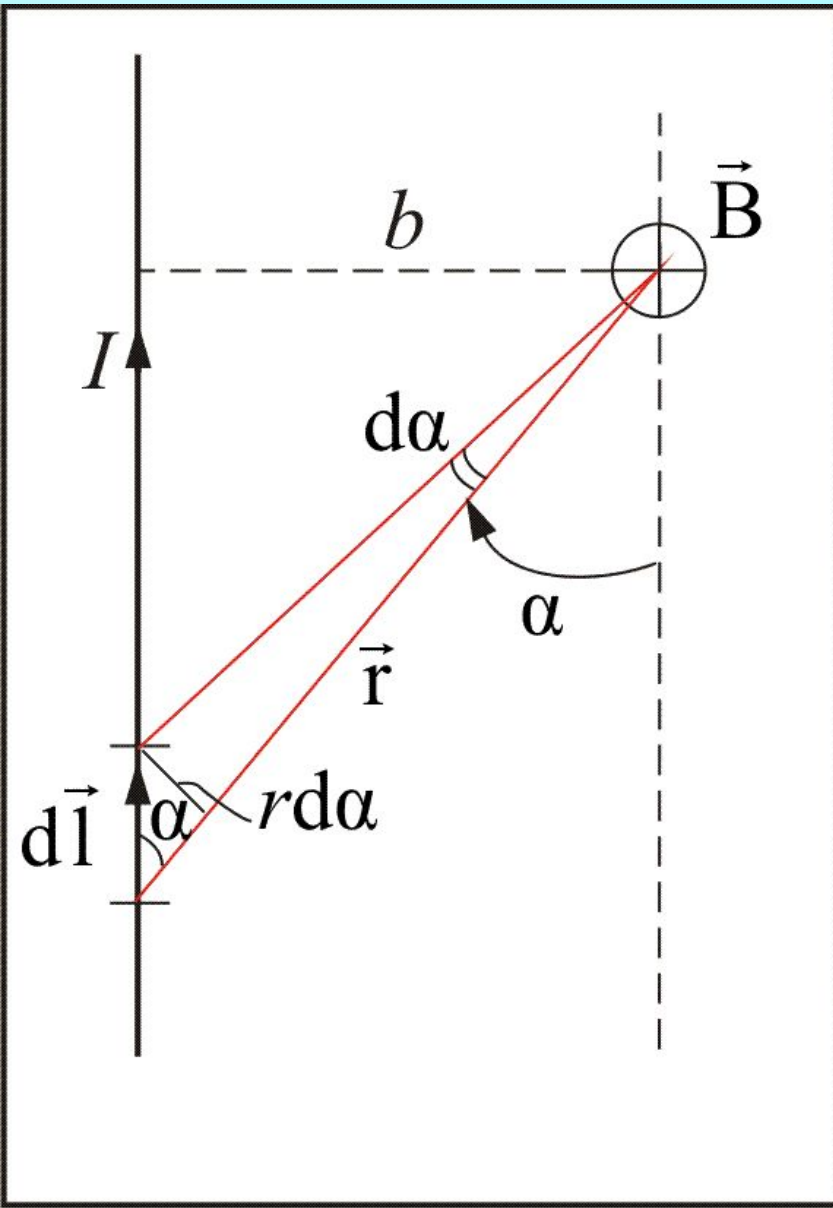
Закон Био-Савара-Лапласа для \vec{H}

Поле прямого тока



$$B_{\infty} = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{Il}{r}$$

1.5. Магнитное поле прямого тока



Рассмотрим
магнитное поле
прямого тока

Пусть точка, в которой определяется магнитное поле, находится на расстоянии b от провода. Из рис. 1.6 видно, что:

$$r = \frac{b}{\sin\alpha}; \quad dl = \frac{r d\alpha}{\sin\alpha} = \frac{b d\alpha}{\sin^2\alpha}.$$

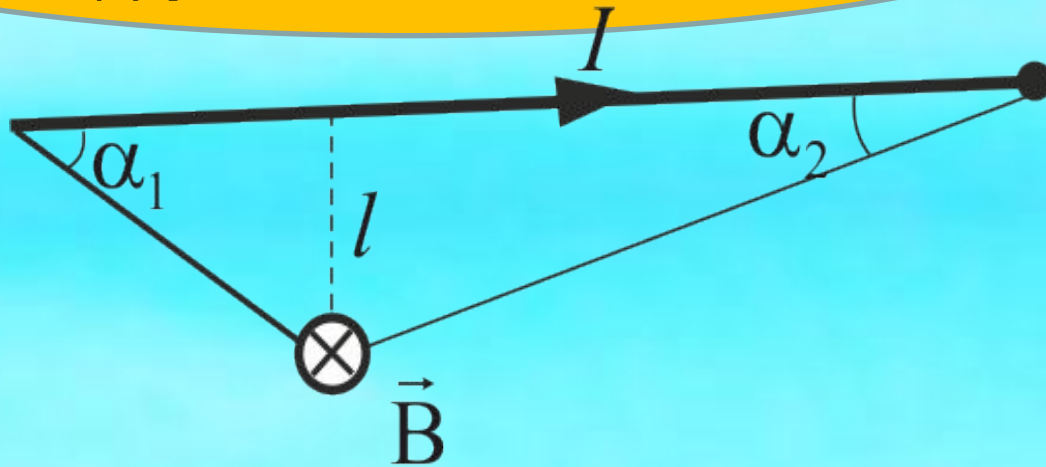
Подставив найденные значения r и dl в закон Био–Савара–Лапласа, получим:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I b d\alpha \sin\alpha \sin^2\alpha}{\sin^2\alpha \cdot b^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{b} \sin\alpha d\alpha.$$

Для **конечного проводника** угол α изменяется от α_1 , до α_2 .

$$\text{Тогда: } B = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{b} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin\alpha \, d\alpha = \frac{\mu_0 I}{4\pi b} (\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2).$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi b} (\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2)$$



Для **бесконечно длинного проводника**

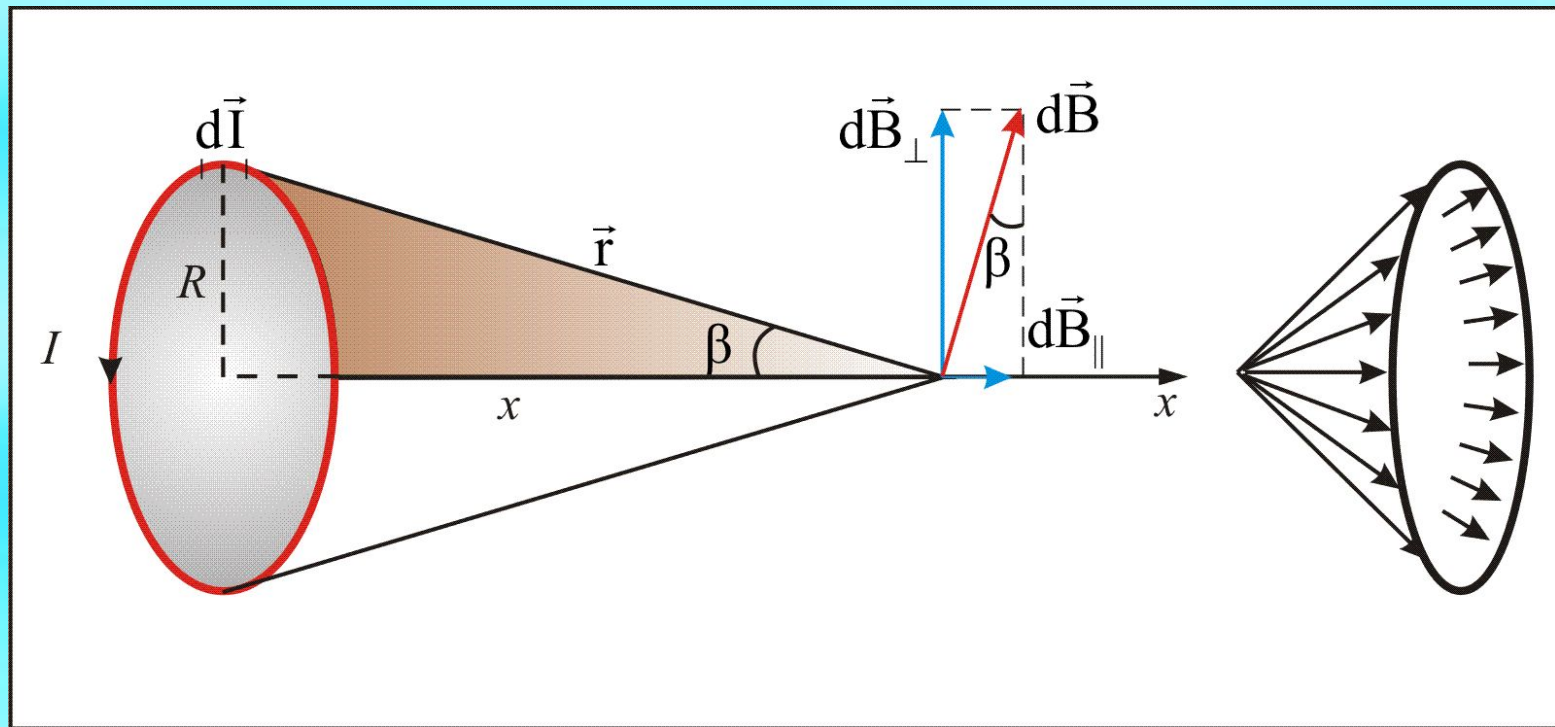
а $\alpha_1 = 0$, тогда: $\alpha_2 = \pi$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi b}$$

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I}{b}$$

1.6. Магнитное поле кругового тока

Рассмотрим поле, создаваемое током I , текущим по тонкому проводу, имеющему форму окружности радиуса R (рис. 1.7).



$$\sin\beta = \frac{R}{r}$$

$$dB_{||} = dB \sin\beta$$

т.к. угол между $d\vec{l}$ и \vec{r} α – прямой,
то $\sin\alpha = 1$, тогда получим:

$$dB_{||} = dB \frac{R}{r} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl}{r^2} \frac{R}{r}.$$

Подставив в (1.6.1) $r = \sqrt{R^2 + x^2}$
проинтегрировав по всему контуру $l = 2\pi R$
получим выражение для нахождения
**магнитной индукции кругового
тока:**

(1.6.2)

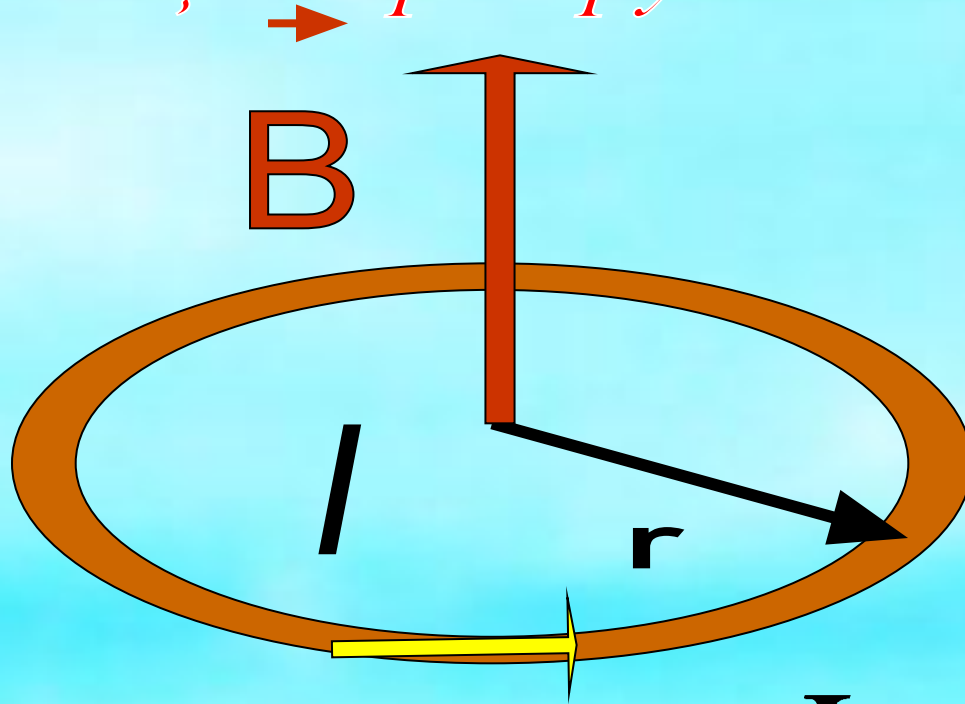
$$B = \int_0^{2\pi R} dB_{\parallel} = \frac{\mu_0 I R}{4\pi r^3} \int_0^{2\pi R} dl = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\pi R^2 I}{(R^2 + x^2)^{3/2}}.$$

При , $x = 0$ получим **магнитную
индукцию в центре кругового тока:**

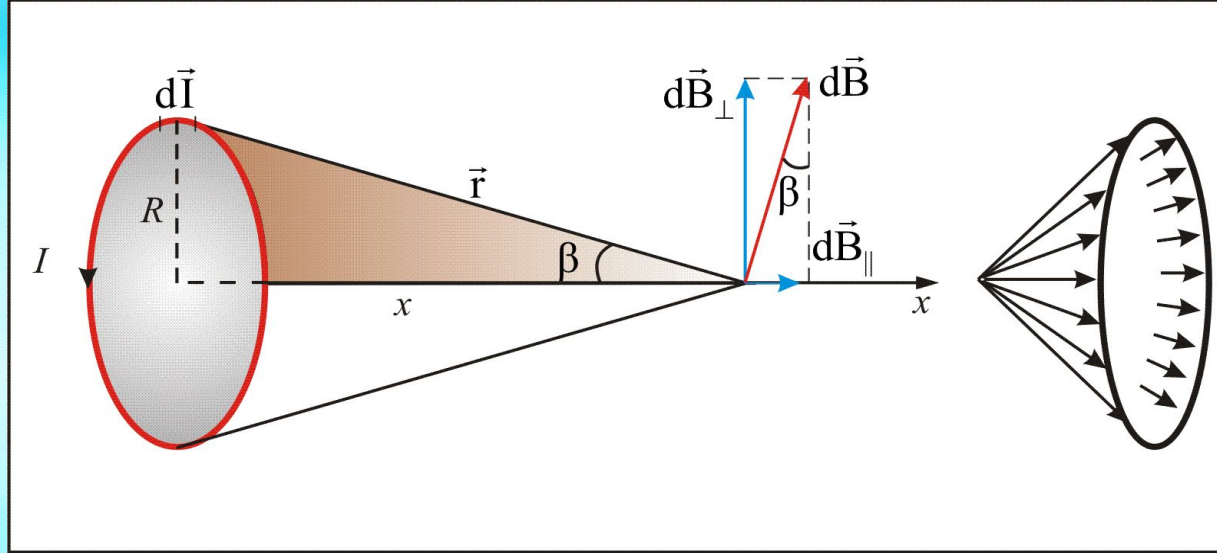
$$B = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

(1.6.3)

Поле в центре кругового тока



$$B_0 = \frac{\mu_0}{2} \cdot \frac{I}{r}$$



На расстоянии x от кольца получим магнитную индукцию

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\pi R^2 I}{(R^2 + x^2)^{3/2}}.$$

При $x \gg R$, т.е., на большом расстоянии от кольца получим

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\pi R^2 I}{x^3}.$$

Заметим, что в числителе (1.6.2)

$I\pi R^2 = IS = P_m$ — магнитный момент контура.

Тогда, на **большом расстоянии от контура**, при $x \gg R$, **магнитную** B $< x$

индукцию можно рассчитать через магнитный момент P_m по формуле:

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2P_m}{x^3}.$$

(1.6.4)

Силловые линии магнитного поля
кругового тока хорошо видны в опыте с
железными опилками (рис. 1.8).

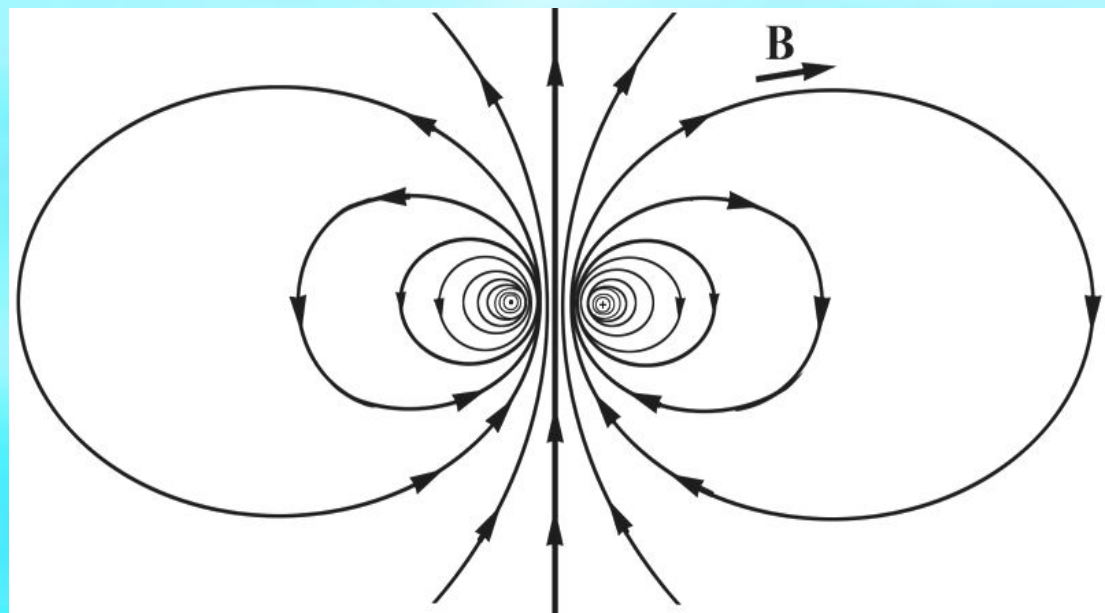
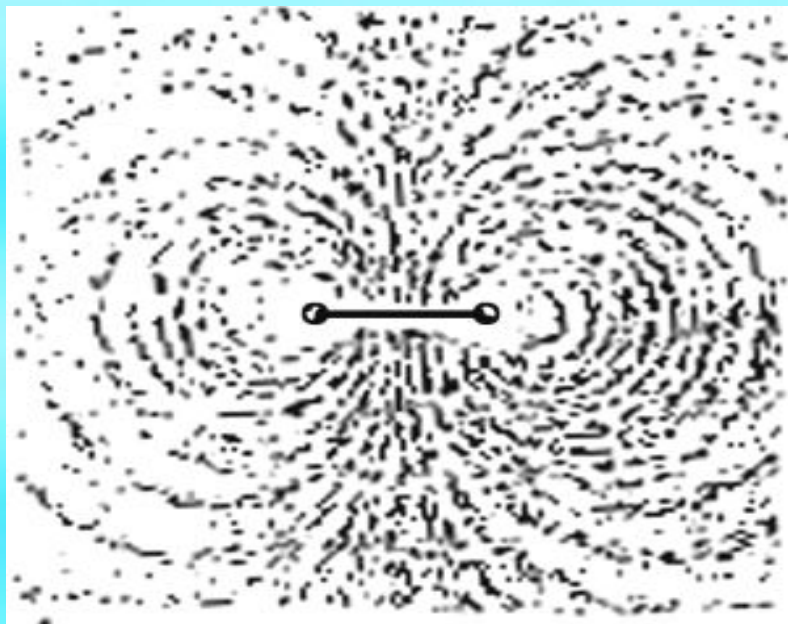
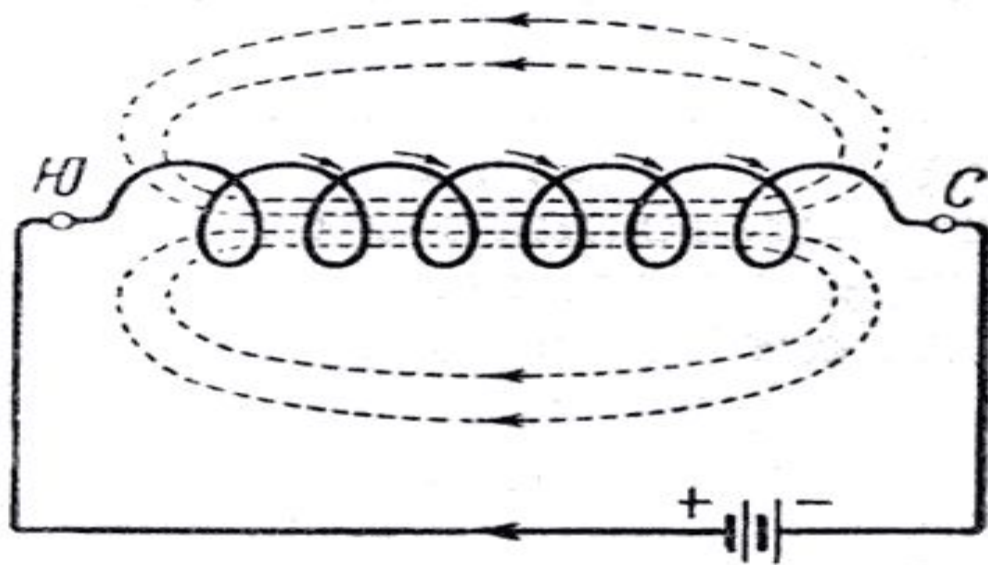
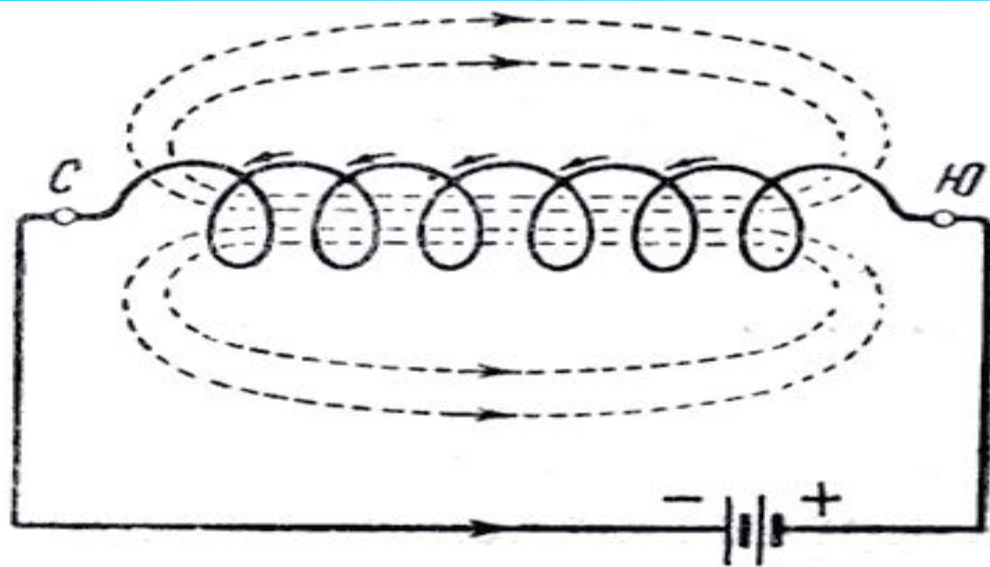
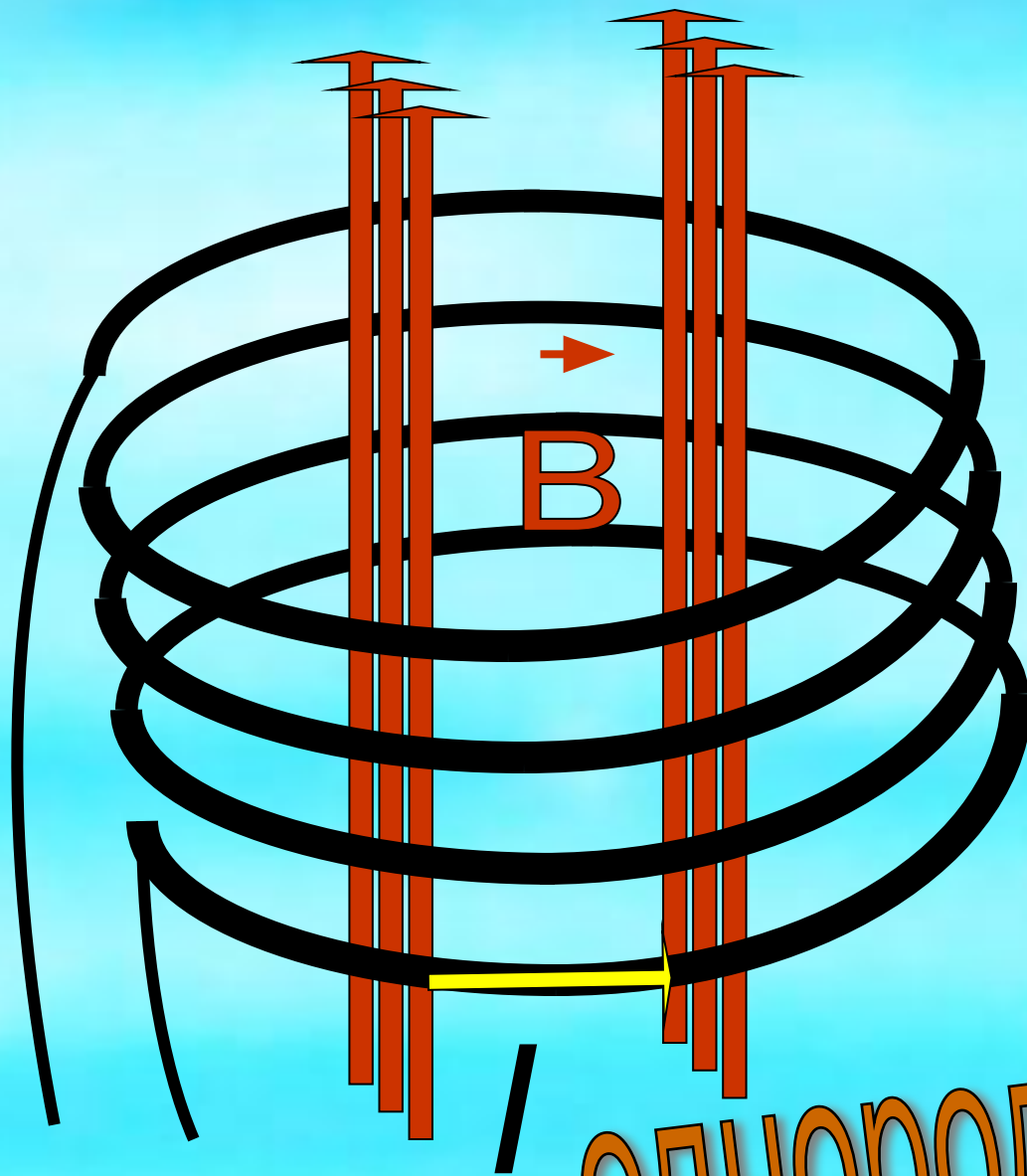


Рис. 1.8



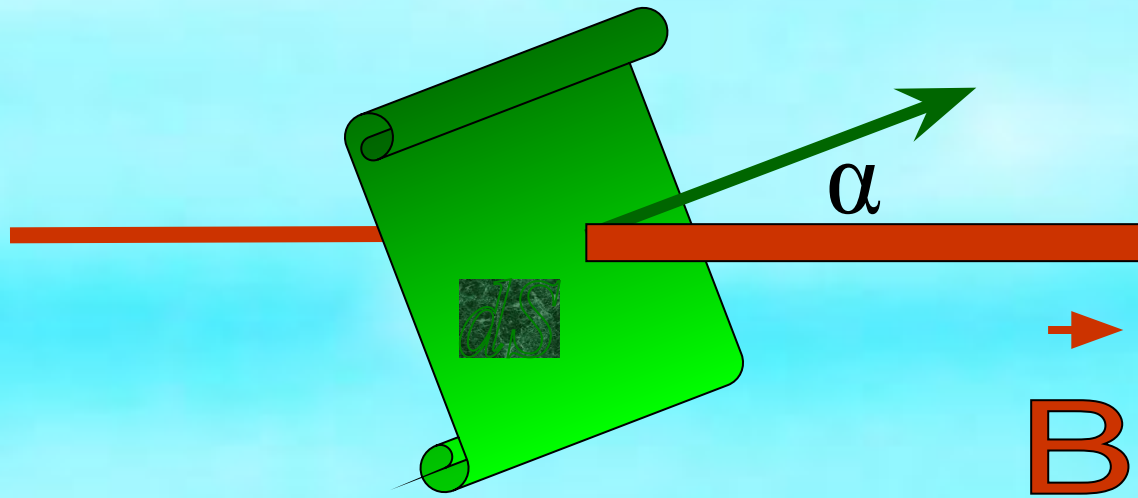
Магнитное поле
спирали



Поле соленоида

однородное поле

Определение потока вектора магнитной индукции



$$d\Phi = B dS \cos \alpha$$

1.7. Теорема Гаусса для вектора магнитной индукции

Поток вектора Φ_B через замкнутую поверхность должен быть равен нулю.

Таким образом:

$$\Phi_B = \oint_S \mathbf{B} d\mathbf{S} = 0$$

(1.7.1)

*Это теорема Гаусса для Φ_B (в интегральной форме): **поток вектора магнитной индукции через любую замкнутую поверхность равен нулю.***

В природе нет магнитных зарядов – источников магнитного поля, на которых начинались и заканчивались бы линии магнитной индукции.

Заменив поверхностный интеграл в (1.7.1) объемным, получим:

$$\int_V \nabla B dV = 0$$

(1.7.2)

где $\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \right)$ оператор Лапласа.

Магнитное поле обладает тем свойством, что его *дивергенция всюду равна нулю:*

$$\operatorname{div} \mathbf{B} \stackrel{\text{или}}{=} 0$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0.$$

(1.7.3)

Электростатического поля может быть выражено скалярным потенциалом φ , а ***магнитное поле – вихревое, или соленоидальное***

Основные уравнения магнитостатики

- Основные уравнения магнитостатики для магнитных полей, созданных постоянными потоками зарядов, записанные в дифференциальной форме, имеют вид

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0$$

Первое из этих уравнений говорит, что **дивергенция вектора \vec{B} равна нулю (силовые линии - замкнуты).**

$$\operatorname{rot} \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$$

А второе уравнение говорит, что **магнитные поля создаются токами, а магнитных зарядов нет.**

- Возникают магнитные поля в присутствии токов и являются вихревыми полями в области, где есть токи.
- Векторная функция векторного аргумента – **ротор**, **взятая от \mathbf{B} , пропорциональна плотности тока**

$$\operatorname{rot} \mathbf{B} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = \mu_0 \mathbf{j}$$

- Магнитные линии образуют петли вокруг токов.
- Не имея ни конца, ни начала, линии \mathbf{B} возвращаются в исходную точку, образуя замкнутые петли.
- В любых, самых сложных случаях линии \mathbf{B} не исходят из точек.
- Утверждение, что, $\operatorname{div} \mathbf{B} = 0$ справедливо всегда.

Сравним уравнения магнитостатики

$$\operatorname{rot} \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$$

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0$$

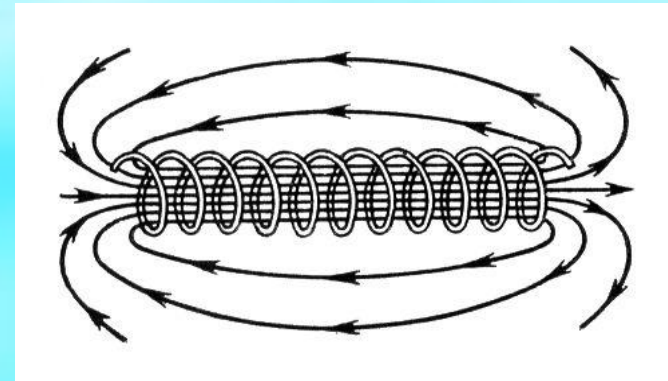
с уравнениями электростатики

$$\operatorname{rot} \vec{E} = 0$$

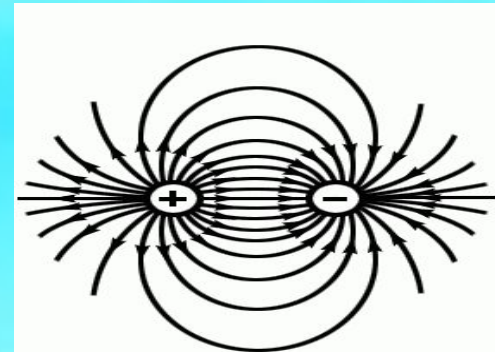
$$\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

можно заключить, что

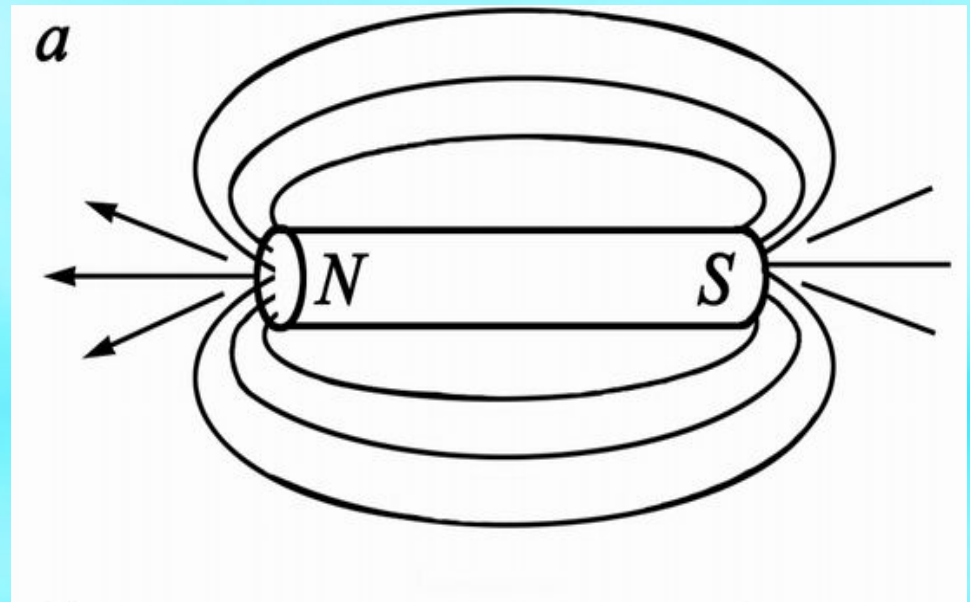
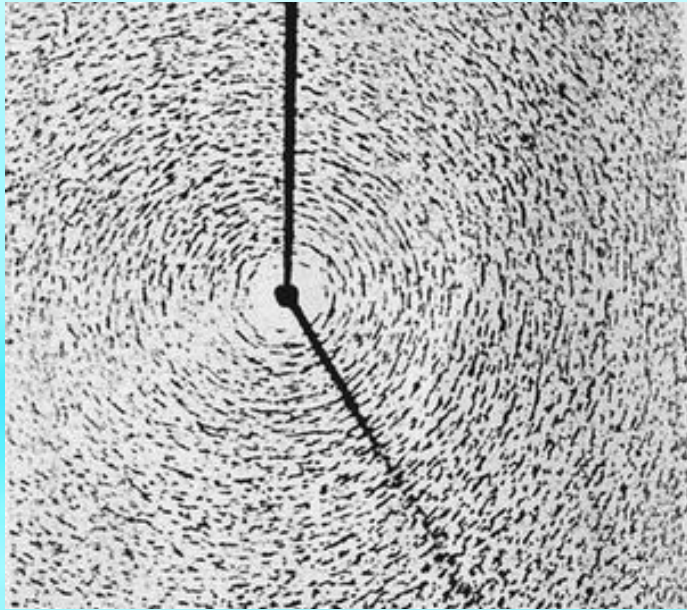
магнитное поле вихревое и создается токами а магнитных зарядов нет.



Электрическое поле всегда потенциально, а его источниками являются электрические заряды.



Магнитное поле в пространстве не потенциально, а является вихревым. Его силовые линии замкнуты. Его источником служат электрические токи.



Магнитного аналога электрического заряда не существует. Нет зарядов, из которых выходят линии вектора магнитной индукции B .

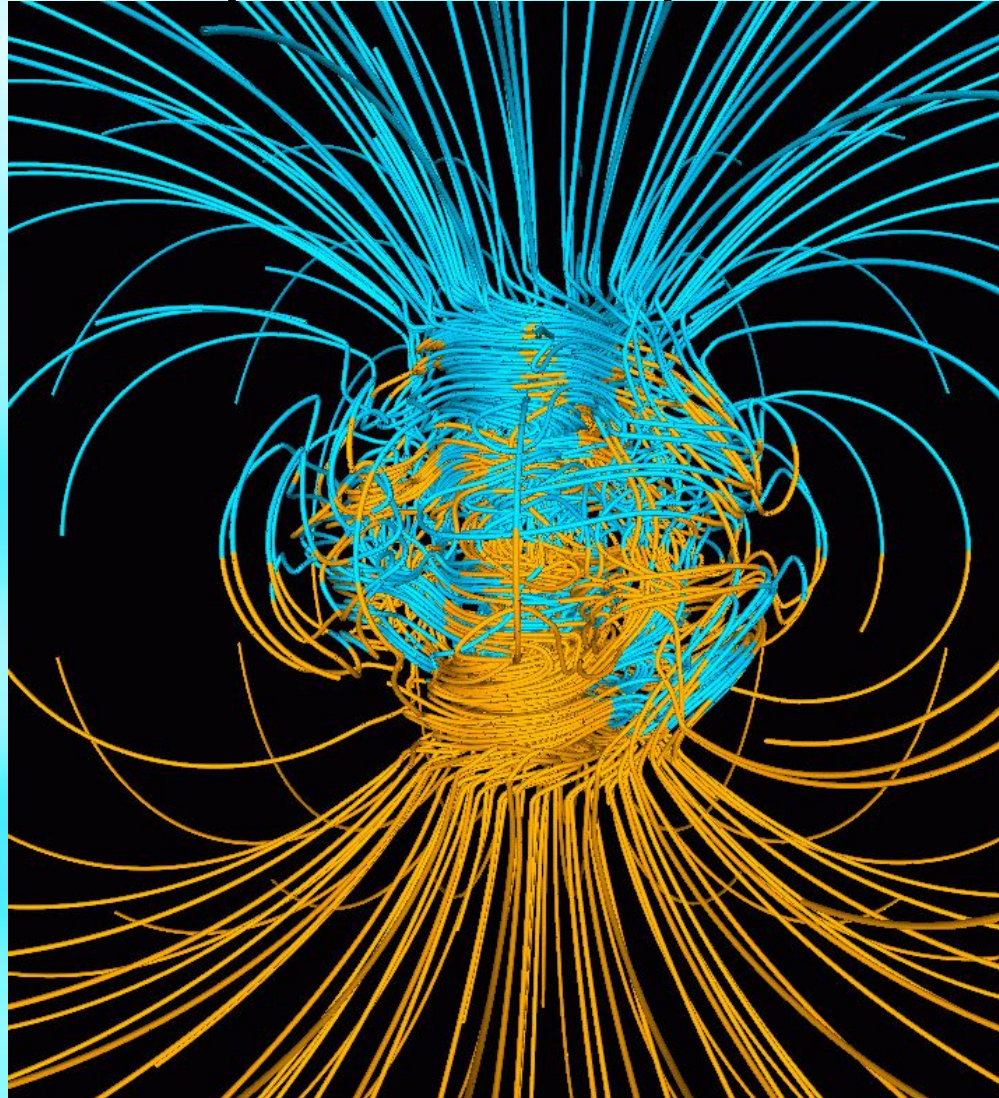
Не имея ни конца, ни начала, линии B возвращаются в исходную точку, образуя замкнутые петли.

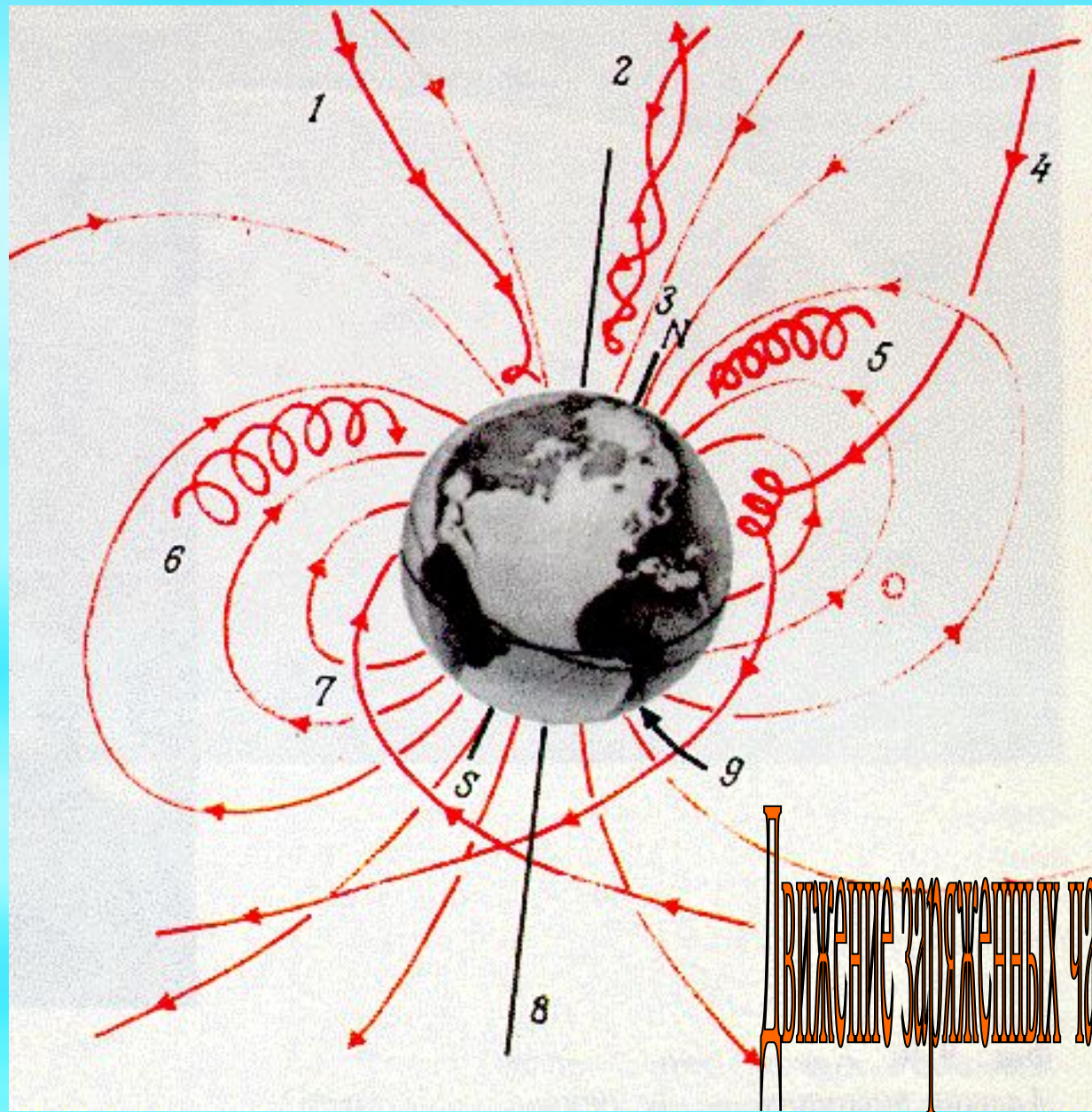
$$\operatorname{rot} \vec{B} = \mu_0 \vec{j} \quad \operatorname{div} \vec{B} = 0$$

$$\operatorname{rot} \vec{E} = 0 \quad \operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

Из сравнения этих уравнений вытекает, что источниками электрического поля могут быть электрические заряды, а магнитные поля могут возбуждаться электрическими токами. Эти уравнения не симметричны относительно электрического и магнитного полей. Это связано с тем, что в природе существуют электрические заряды, но отсутствуют магнитные

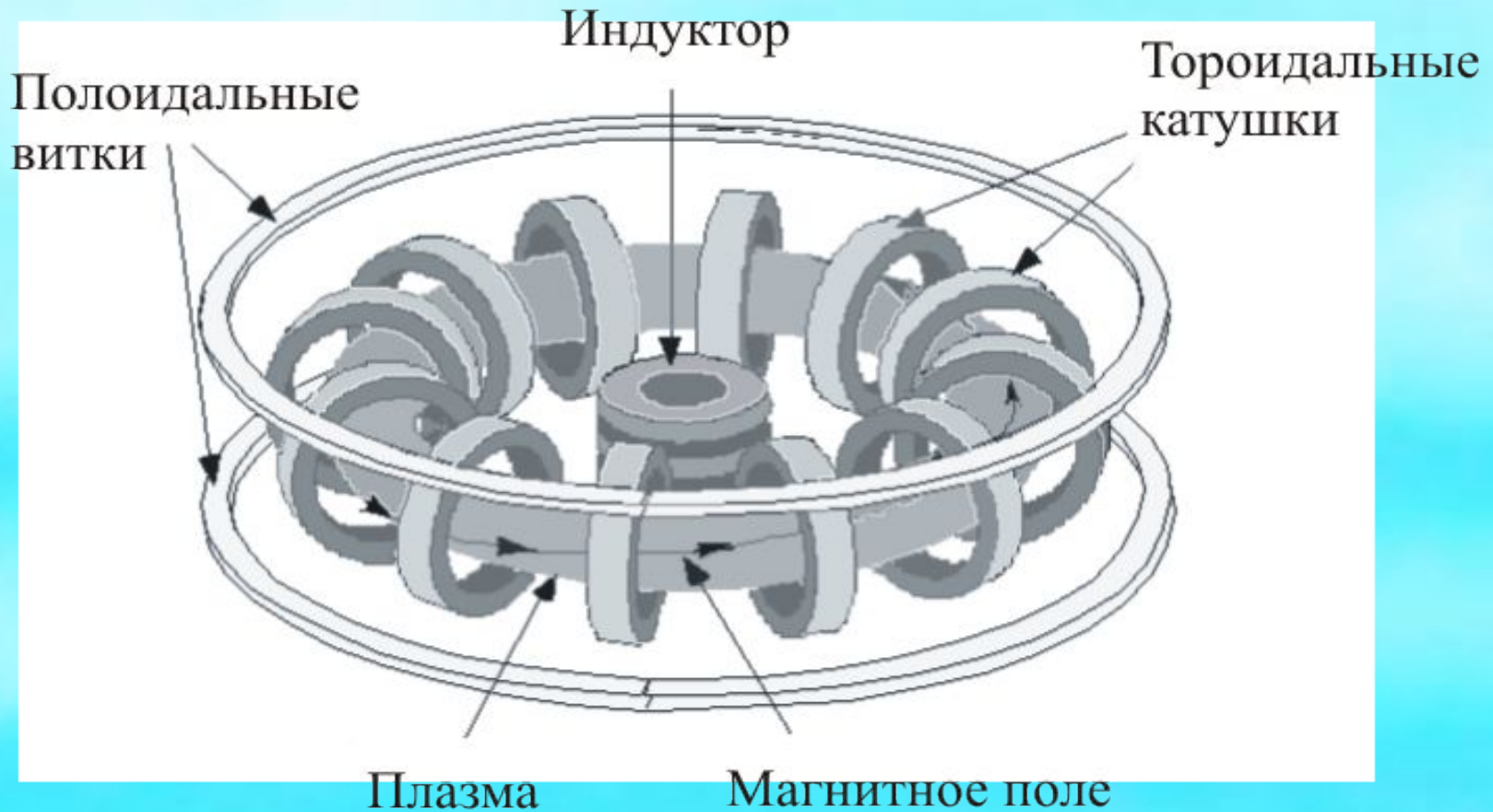
Компьютерная модель магнитного поля Земли, подтверждающая вихревой характер, изображена на рис.





BRUNNEN UNIVERSITÄT WÜRZBURG

Плазма в ТОКАМАКЕ

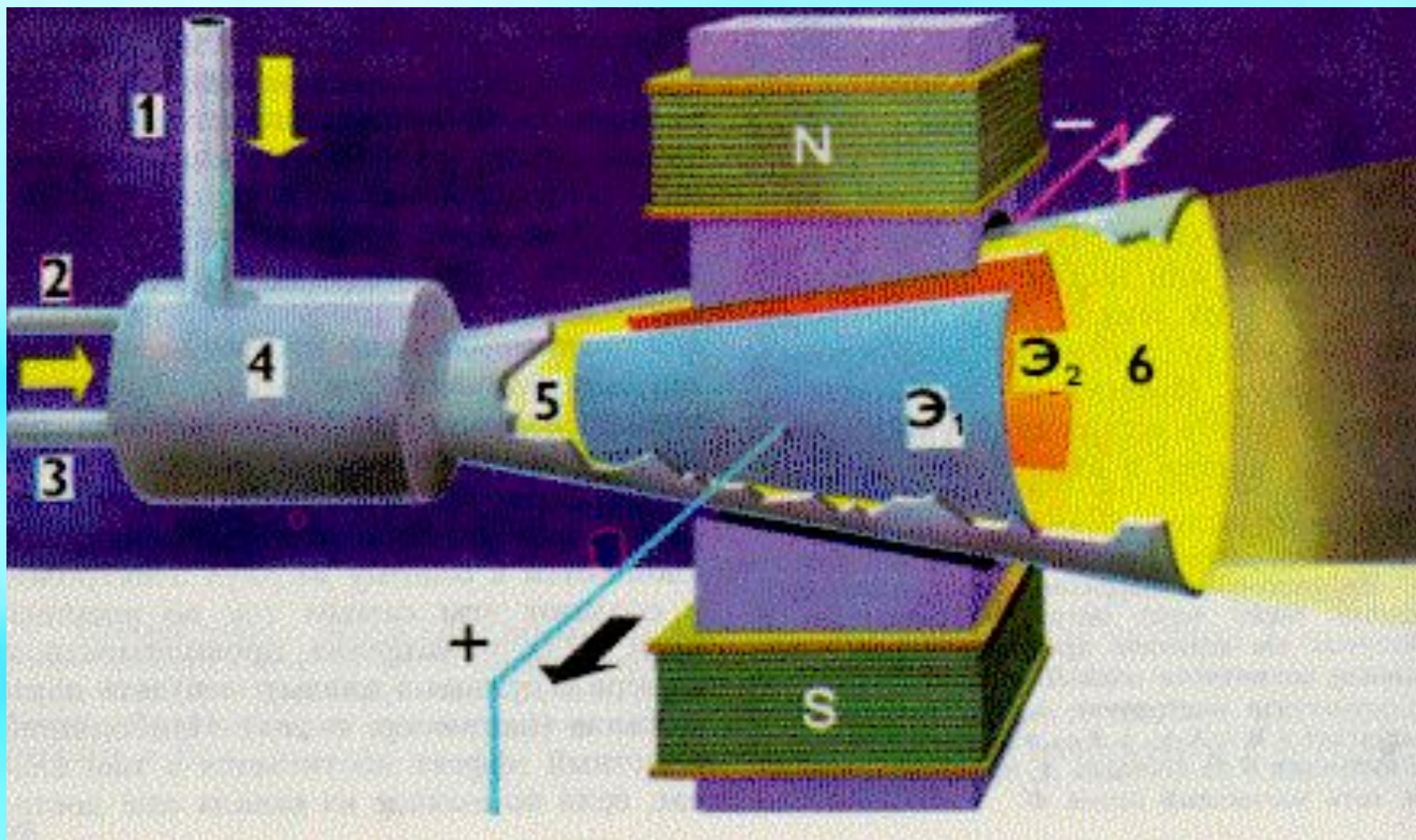


(магнитное удержание плазмы)



"Ураган"

Схема МГД - генератора



Лекция окончена!