

28.10.2016 **Электромагнетизм**

Кузнецов Сергей Иванович
доцент кафедры ОФ ЕНМФ ТПУ

pptcloud.ru

Сегодня:

Тема 1. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ

1.1. Магнитные взаимодействия

1.2. Закон Био-Савара-Лапласа

1.3. Магнитное поле движущегося заряда

1.4. Напряженность магнитного поля

1.5. Магнитное поле прямого тока

1.6. Магнитное поле кругового тока

1.7. Теорема Гаусса для вектора магнитной индукции

- К ПОЛЯМ

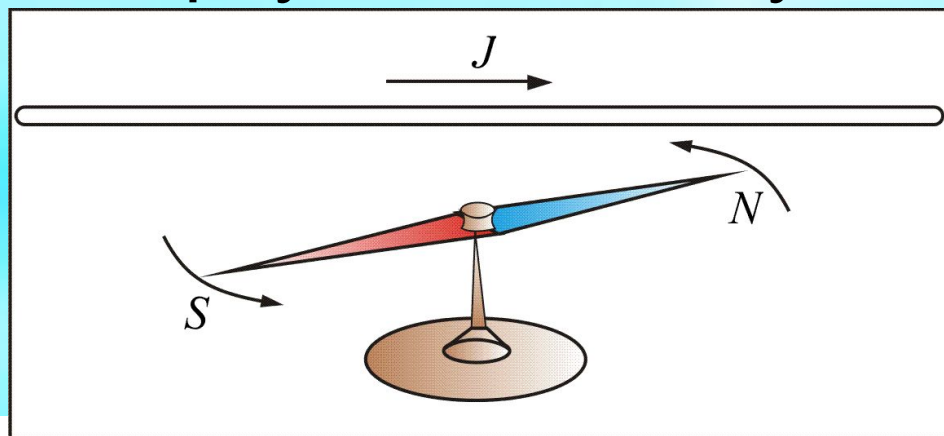
ДИНАМИЧЕСКИМ!

1.1. Магнитные взаимодействия

- В пространстве, окружающем намагниченные тела, возникает **магнитное поле**.
- Помещенная в это поле маленькая **магнитная стрелка** устанавливается в каждой его точке вполне определенным образом, указывая тем самым направление поля.
- Тот конец стрелки, который в магнитном поле Земли указывает **на север**, называется **северным**, а противоположный – **южным**.

При отклонении магнитной стрелки от направления магнитного поля, на стрелку действует

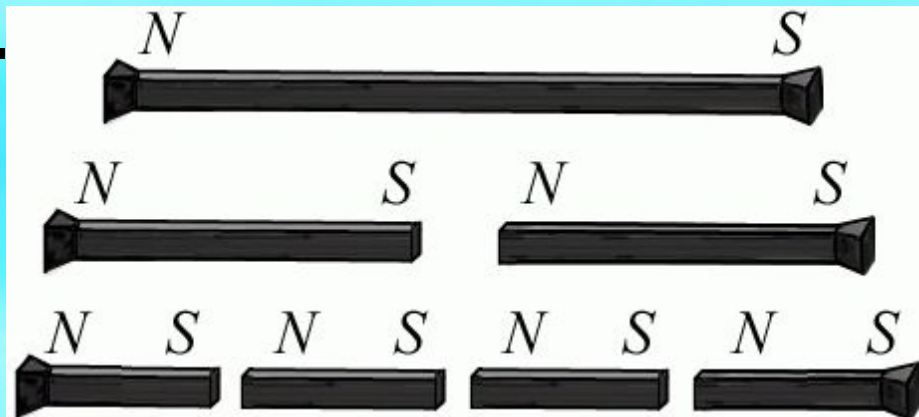
механический крутящий момент $M_{кр}$, пропорциональный синусу угла отклонения α и стремящийся повернуть ее вдоль указанного направления.



При взаимодействии постоянных магнитов они испытывают **результатирующий момент сил, но не силу**.

Подобно электрическому диполю, постоянный магнит в однородном поле стремится повернуться по полю, но не перемещаться в нем.

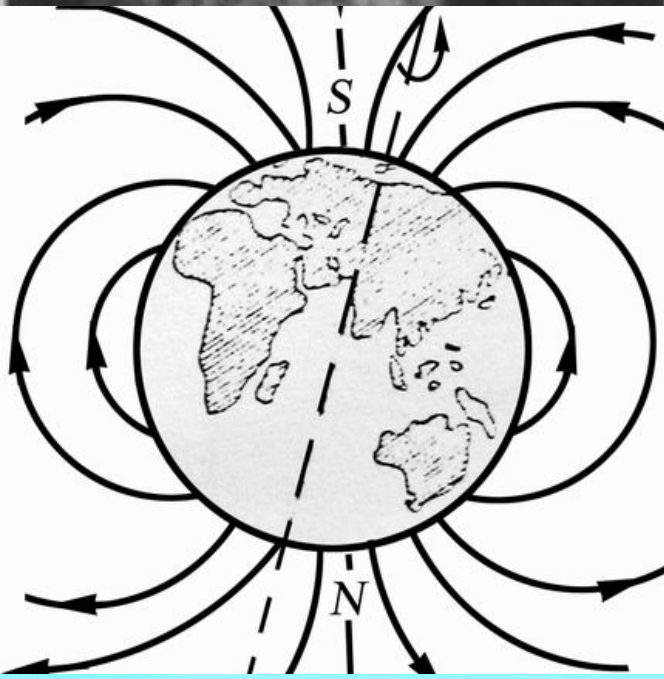
- Отличие постоянных магнитов от Электрических диполей заключается в следующем:
- Электрический диполь всегда состоит из зарядов, равных по величине и противоположных по знаку.
- Постоянный же магнит, будучи разрезан пополам, превращается в два меньших магнита, каждый из которых имеет и северный и южный полюса.

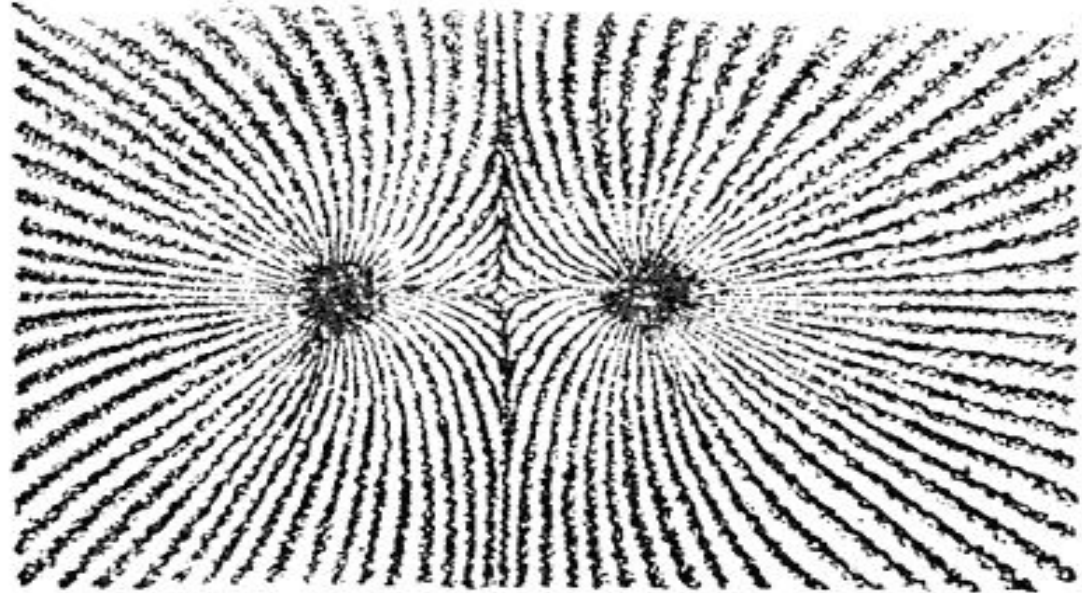




- Подводя итоги сведениям о магнетизме, накопленным к **1600 г.**, **английский ученый-физик Уильям Гильберт** написал труд

«О магните, магнитных телах и большом магните – Земле»





Магнитное поле одноименных полюсов.

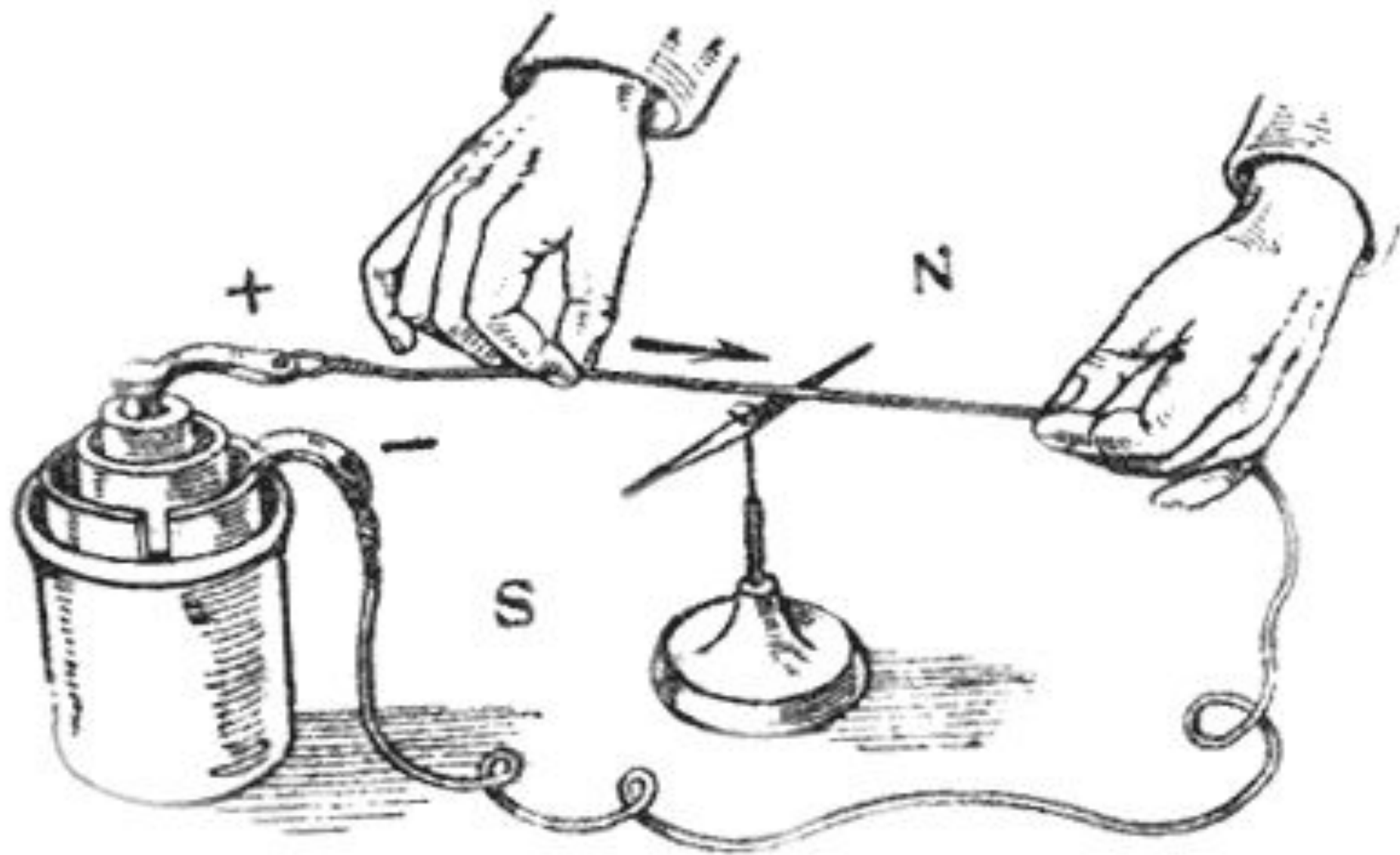


Магнитное поле разноименных полюсов.

- В своих трудах У. Гильберт высказал мнение, что, несмотря на некоторое внешнее сходство, ***природа электрических и магнитных явлений различна.***
- Все же, к середине XVIII века, окрепло убеждение о ***наличии тесной связи между электрическими и магнитными явлениями.***



- В 1820 г. Х. Эрстед открыл магнитное поле электрического тока.
- А. Ампер установил законы магнитного взаимодействия токов.
- Ампер объяснил магнетизм веществ существованием молекулярных токов.



Опыт Эрстеда.

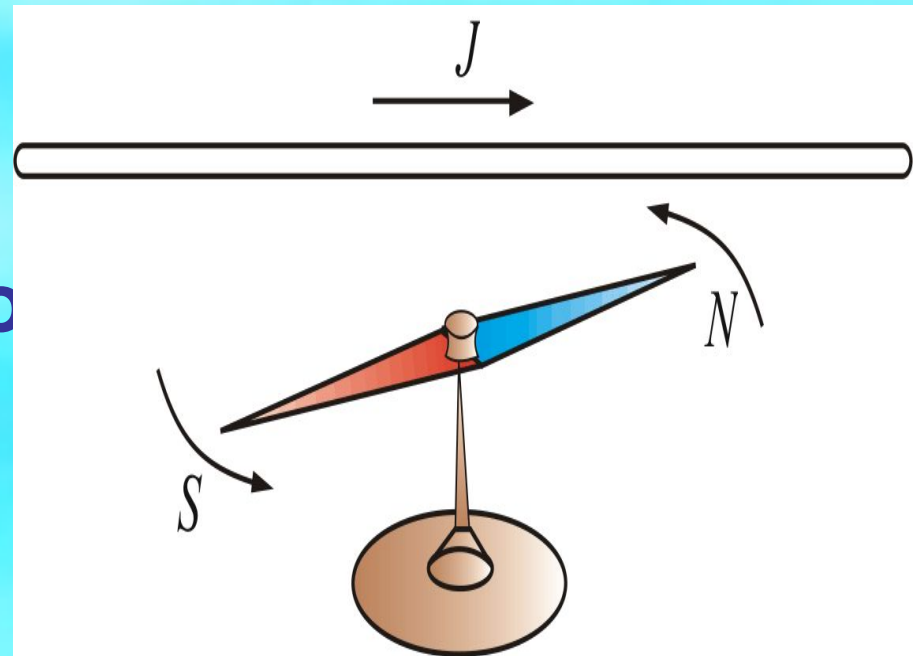


Открытие Эрстеда.

При помещении магнитной стрелки посредственной близости от проводника с током он обнаружил, что при протекании по проводнику тока, стрелка отклоняется; после выключения тока стрелка возвращается в исходное положение (рис. 1.1).

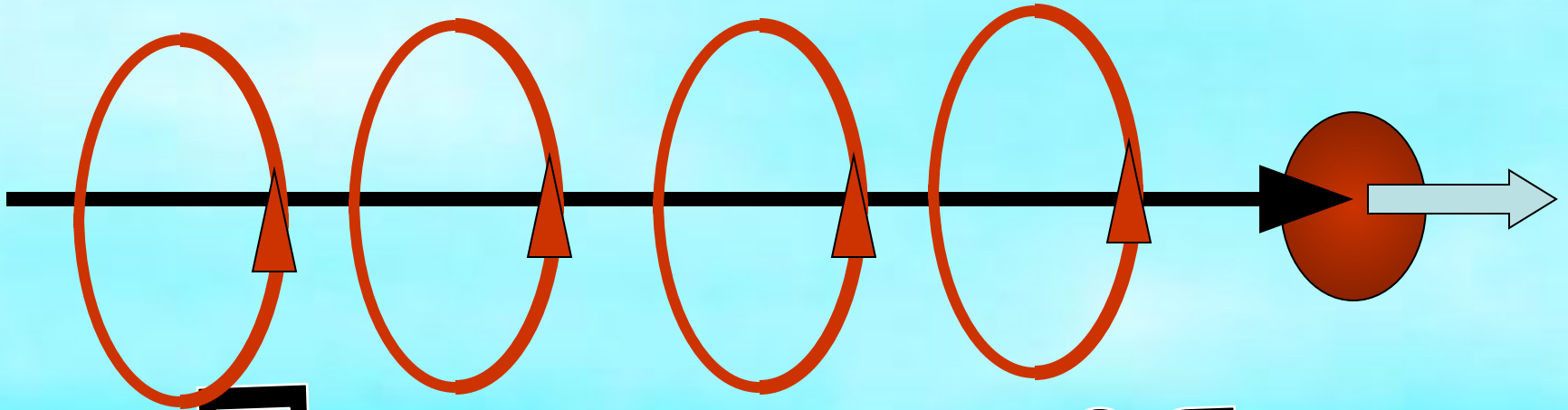
Из описанного опыта

Эрстед делает вывод:
вокруг прямолинейного
проводника с током
есть магнитное поле.



- **Общий вывод:** вокруг всякого проводника с током есть магнитное поле.
- Но ведь **ток – это направленное движение зарядов.**
- *Опыты подтверждают: магнитное поле появляется вокруг электронных пучков и вокруг перемещающихся в пространстве заряженных тел.*
- **Вокруг всякого движущегося заряда помимо электрического поля существует еще и магнитное.**

$$qV = \text{const}$$



Появляется

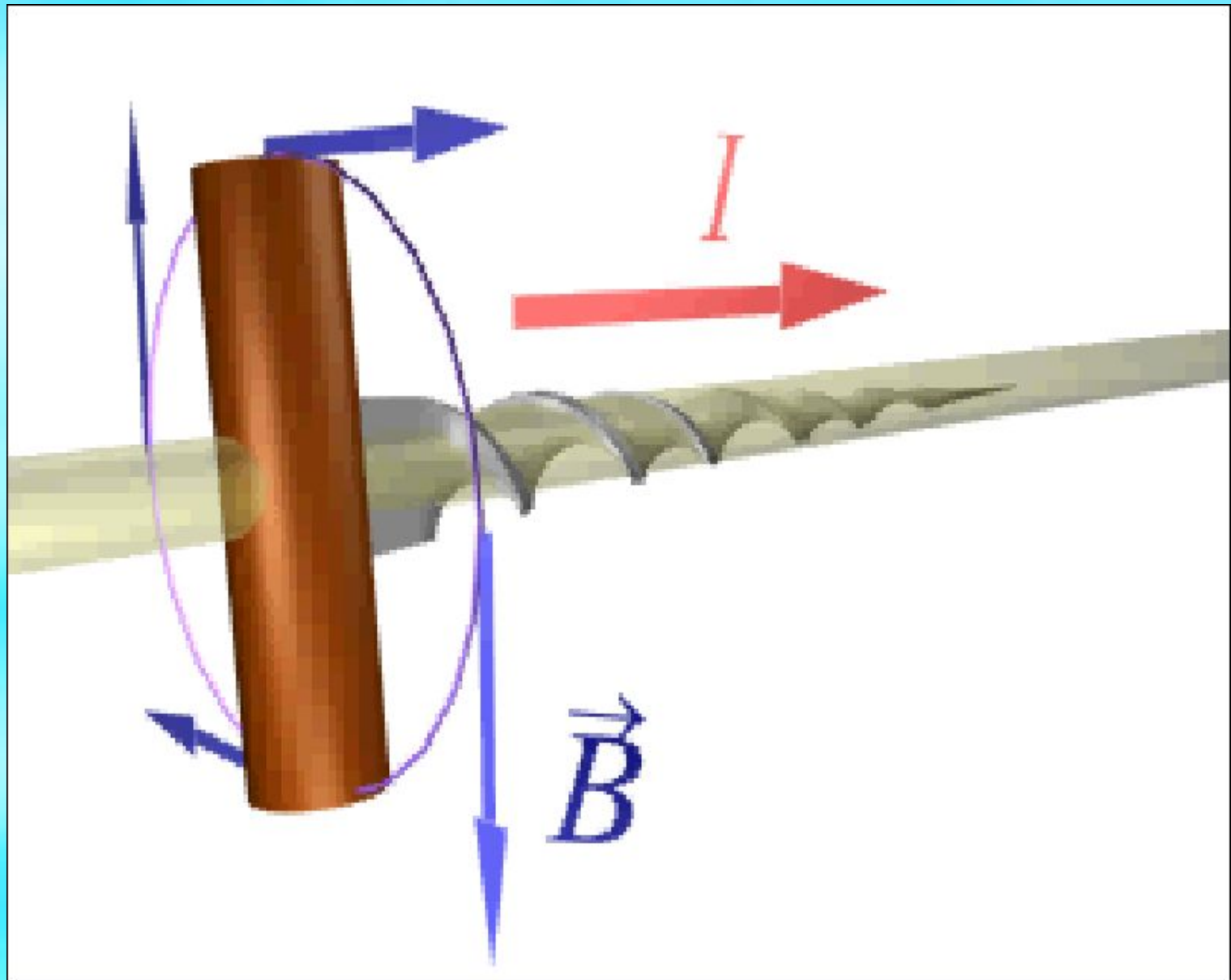
магнитное поле

Вокруг всякого движущегося заряда



Появляется

магнитное поле



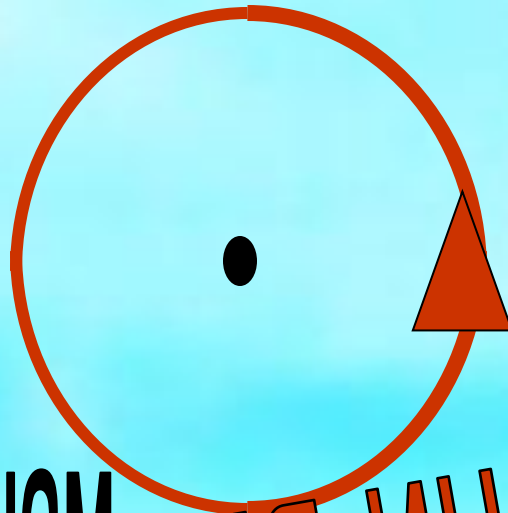
BURAV.AVI

Правило буравчика



Правило буравчика

ТОК

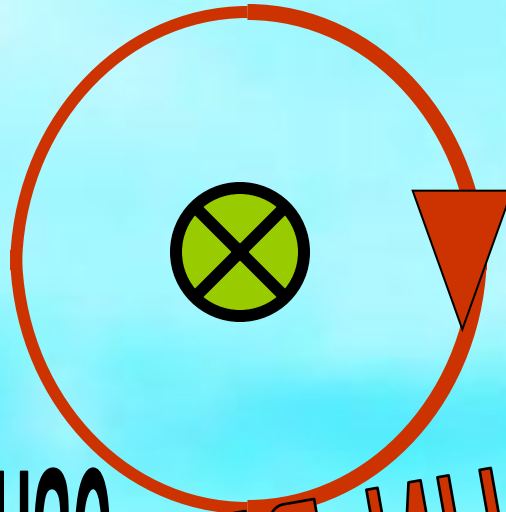


направлен к нам

ЛІНІЯ ІНДУКЦІЇ

Правило буравчика

ТОК



направлен от нас

ЛІНІЯ ІНДУКЦІЇ

Магнитное поле материально. Подобно электрическому полю, оно обладает энергией и, следовательно, массой.

Определение магнитного поля:

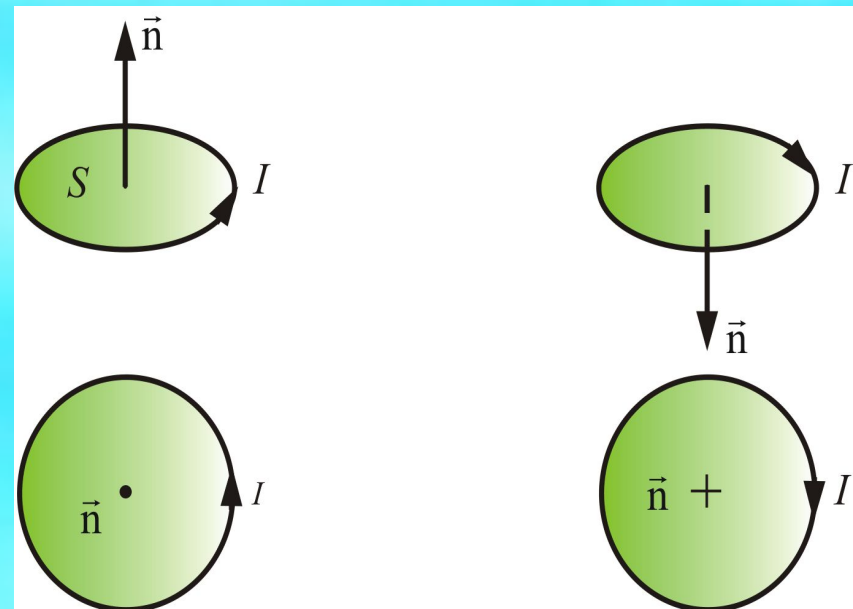
Магнитное поле – это материя, связанная с движущимися зарядами и обнаруживающая себя по действию на магнитные стрелки и движущиеся заряды, помещенные в это поле.

Возьмем такой **контур с током I** и поместим его в магнитное поле.

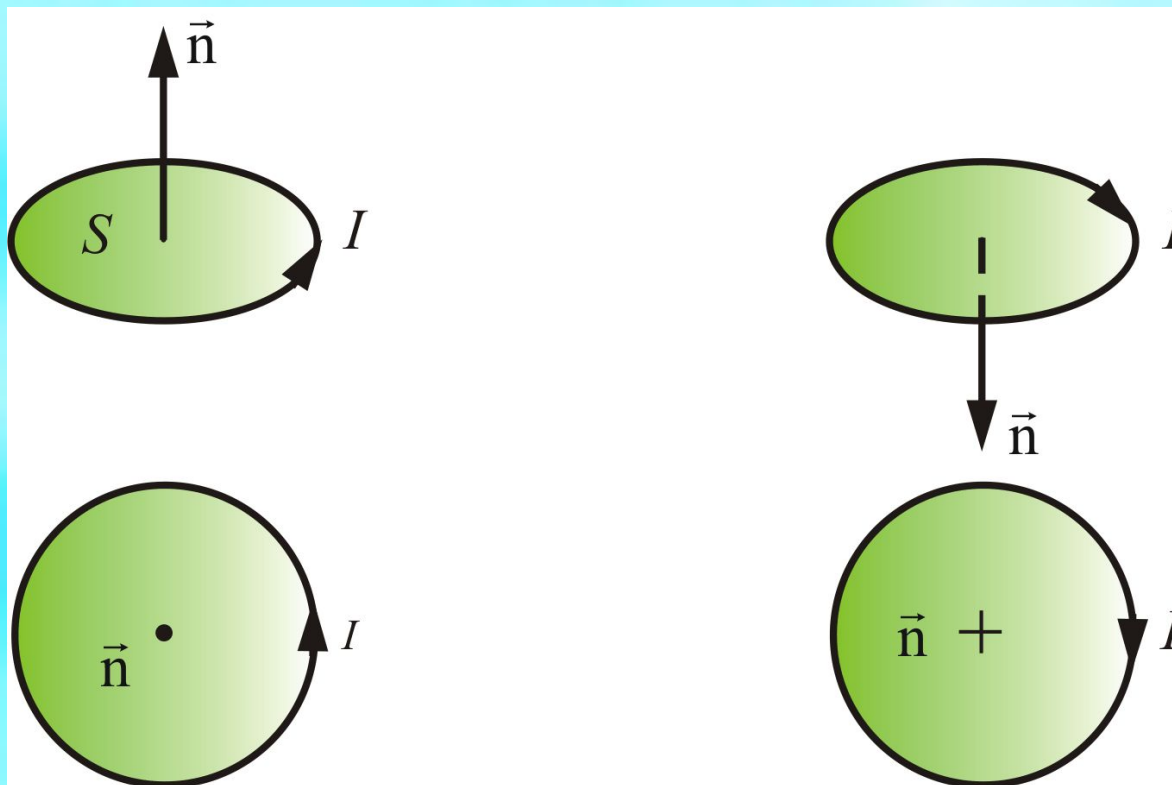
Основное свойство магнитного поля – способность действовать на движущиеся электрические заряды с определенной силой.

В магнитном поле контур с током будет ориентироваться определенным образом.

Ориентацию контура в пространстве будем характеризовать направлением нормали, связанной с движением тока *правилом правого винта* или *«правилом буравчика»*



- **Контур ориентируется в данной точке поля только одним способом.**
- **Примем положительное направление нормали за направление магнитного поля в данной точке.**

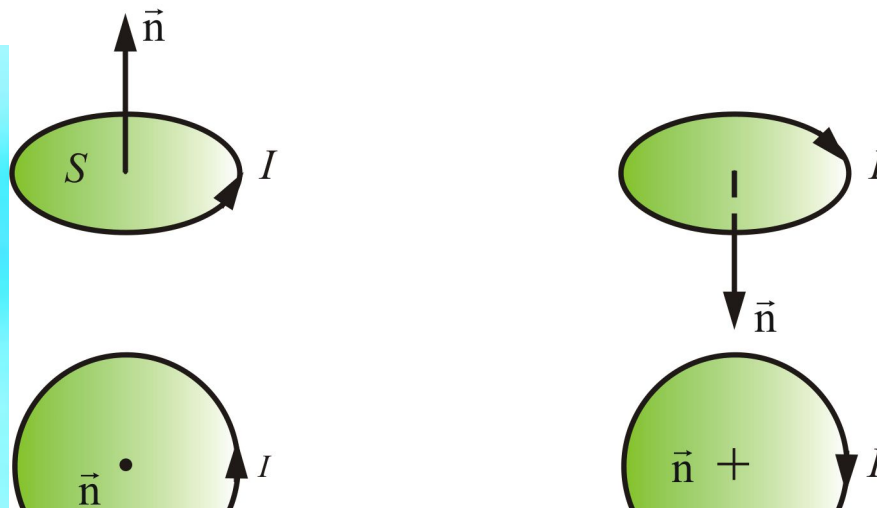


Вращающий момент прямо пропорционален величине тока I , площади контура S и синусу угла между направлением магнитного поля и нормали

$$M \sim IS \sin(\vec{n}, \vec{B}),$$

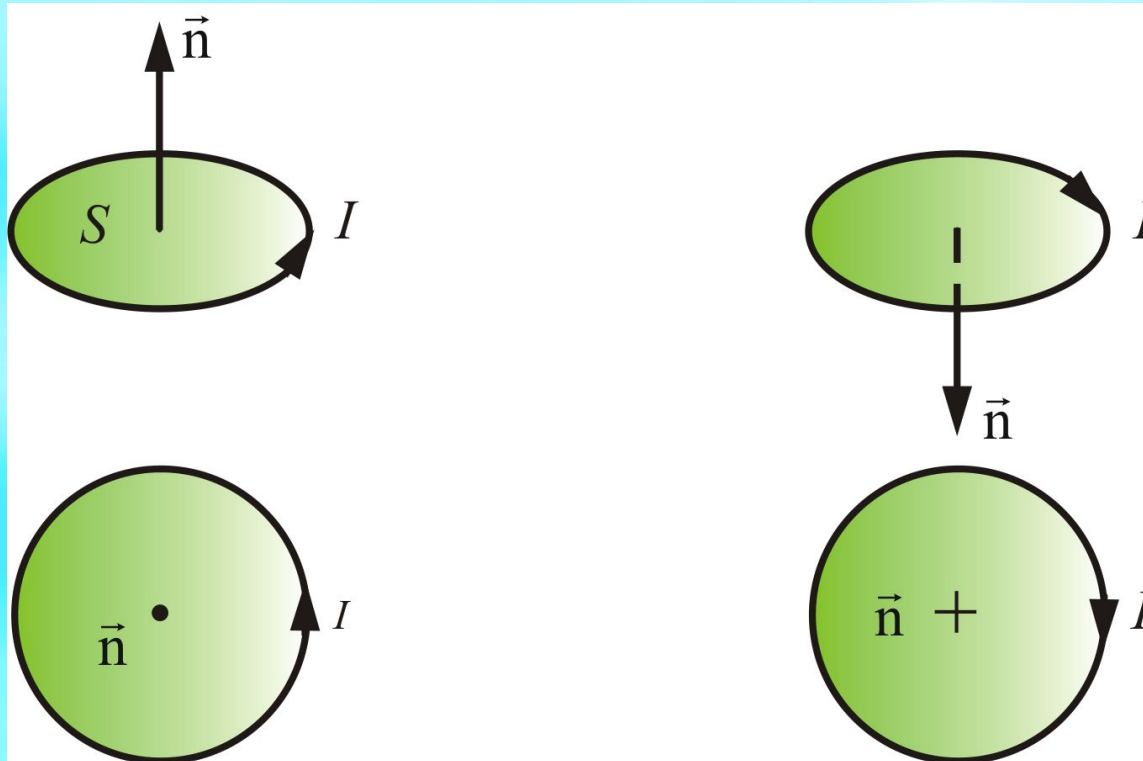
здесь M – **вращающий момент**, или **момент силы**,

$IS = P_m$ – **магнитный момент** контура
 (аналогично $ql = \mathbf{P}$ – электрический момент диполя).



Направление вектора магнитного момента совпадает с положительным направлением нормали:

$$\vec{P}_m = P_m \vec{n}.$$



Отношение момента силы к магнитному моменту $\frac{M}{P_m}$

для данной точки магнитного поля будет одним и тем же и может служить характеристикой магнитного поля, названной **магнитной индукцией**:

$$B = \frac{M}{P_m \sin(\vec{n}, \vec{B})}$$

$$B = \frac{M_{\max}}{P_m},$$

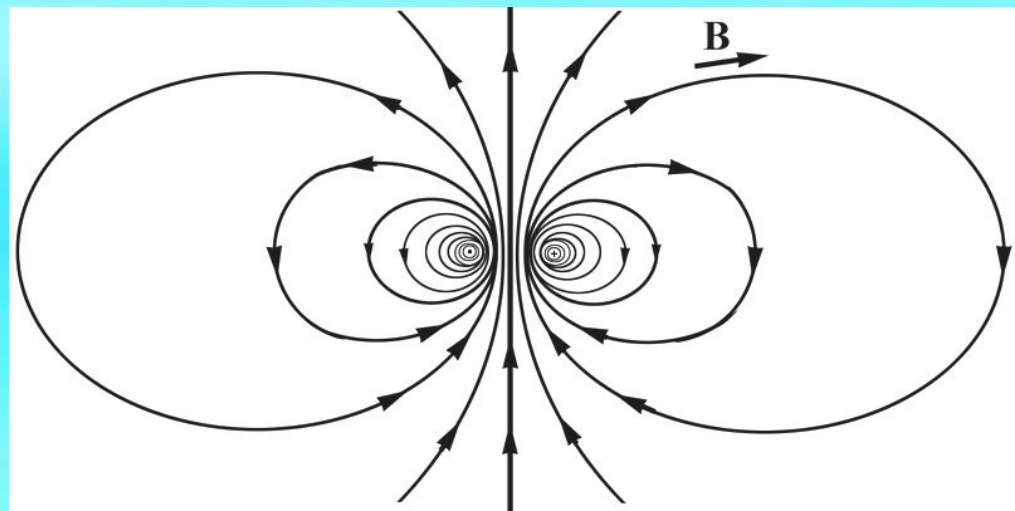
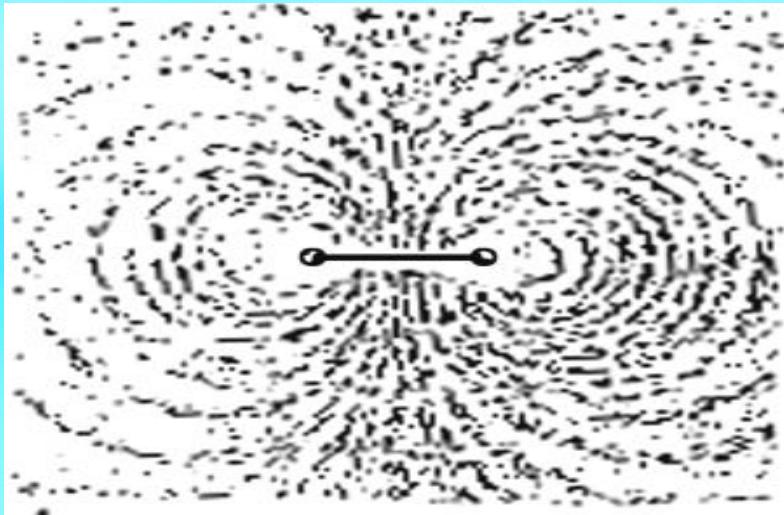
\vec{B} – вектор магнитной индукции, совпадающий с нормалью \vec{n}

По аналогии с электрическим полем $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$.

Магнитная индукция \vec{B} характеризует силовое действие магнитного поля на ток (аналогично, \vec{E} характеризует силовое действие электрического поля на заряд).

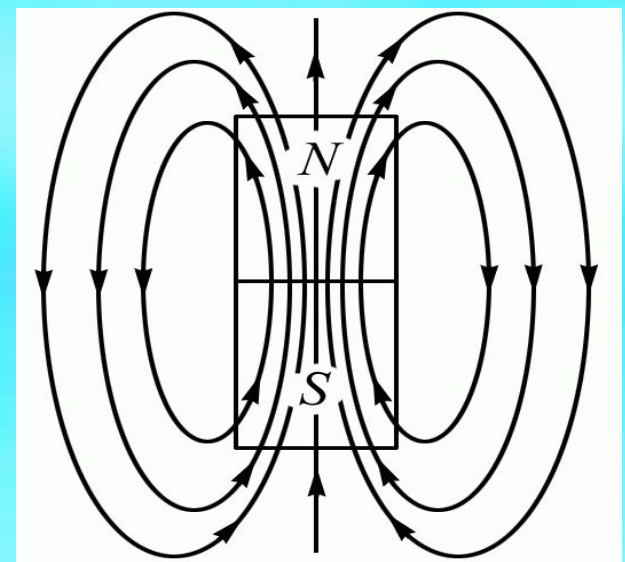
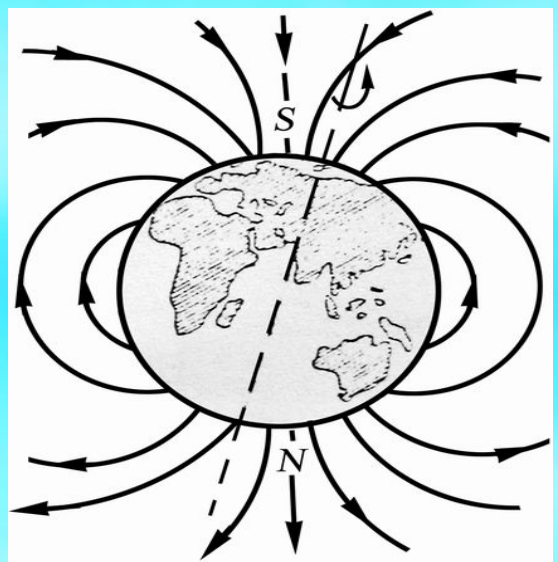
\vec{B} – силовая характеристика магнитного поля, ее можно изобразить с помощью **магнитных силовых линий**.

Поскольку M – момент силы и P_m – магнитный момент являются характеристиками вращательного движения, то можно предположить, что **магнитное поле – вихревое**.

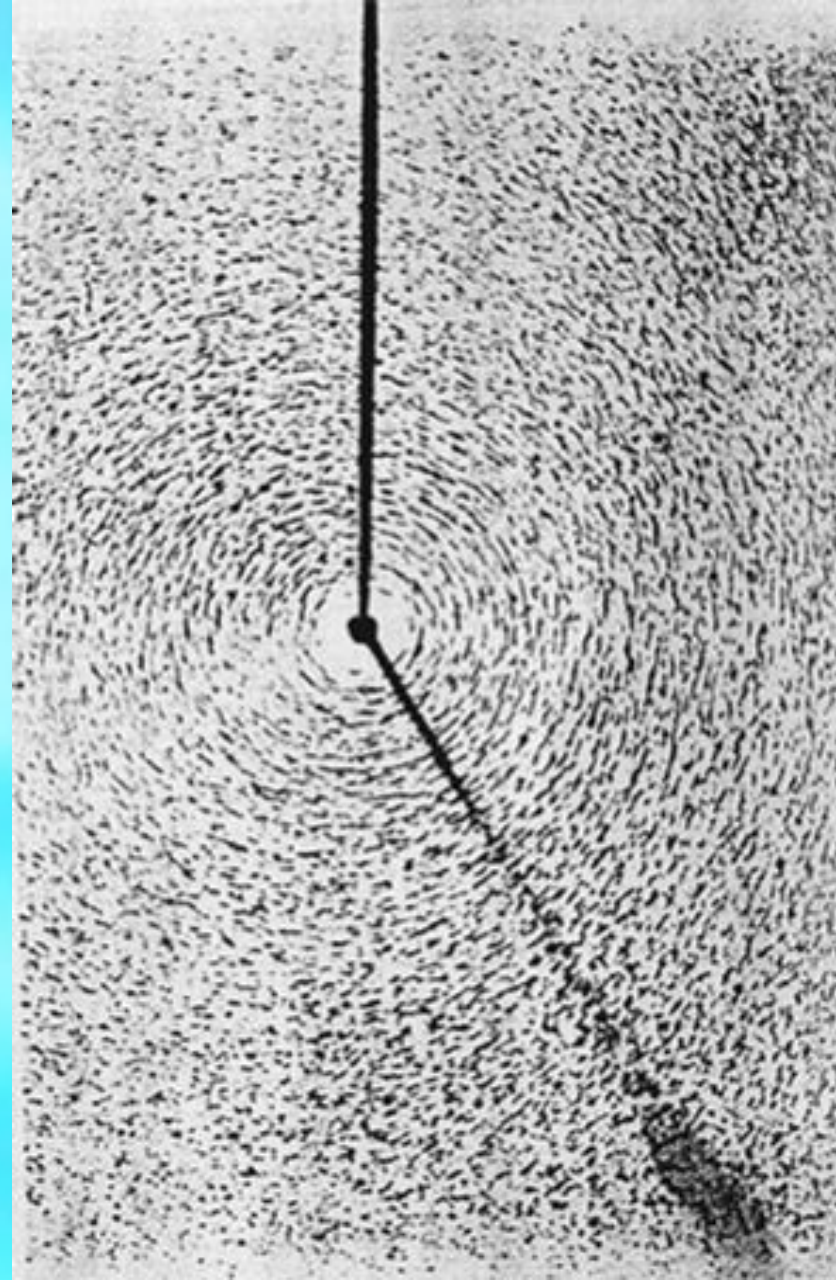


- Условились, за направление \vec{B} принимать направление северного конца магнитной стрелки.
- **Силовые линии выходят из северного полюса, а входят, соответственно, в южный полюс магнита.**
- Для графического изображения полей удобно пользоваться силовыми линиями (линиями магнитной индукции).

Линиями магнитной индукции называются кривые, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением вектора \vec{B} в этой точке.



Конфигурацию силовых линий легко установить с помощью мелких железных опилок которые намагничиваются в исследуемом магнитном поле и ведут себя подобно маленьким магнитным стрелкам (*поворачиваются вдоль силовых линий*).

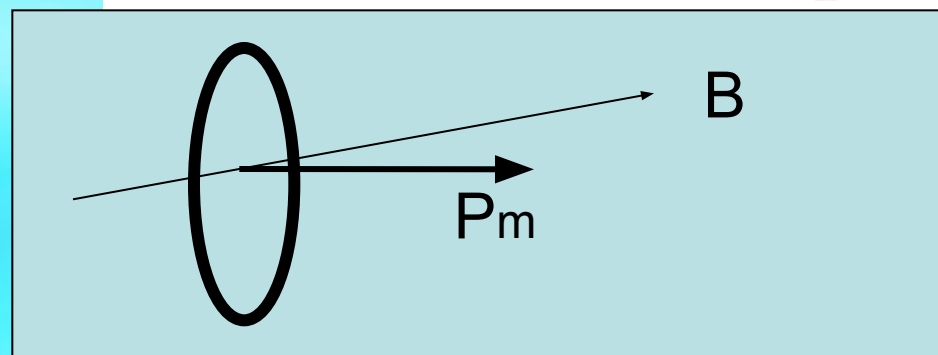


(рис. 1.3)

*Три способа задать вектор магнитной
индукции B*

Возьмем **контур с током I** и поместим его в магнитное поле. В магнитном поле контур с током будет ориентироваться, так чтобы вектор магнитного момента контура P_m и нормали совпадал с вектором B внешнего поля.

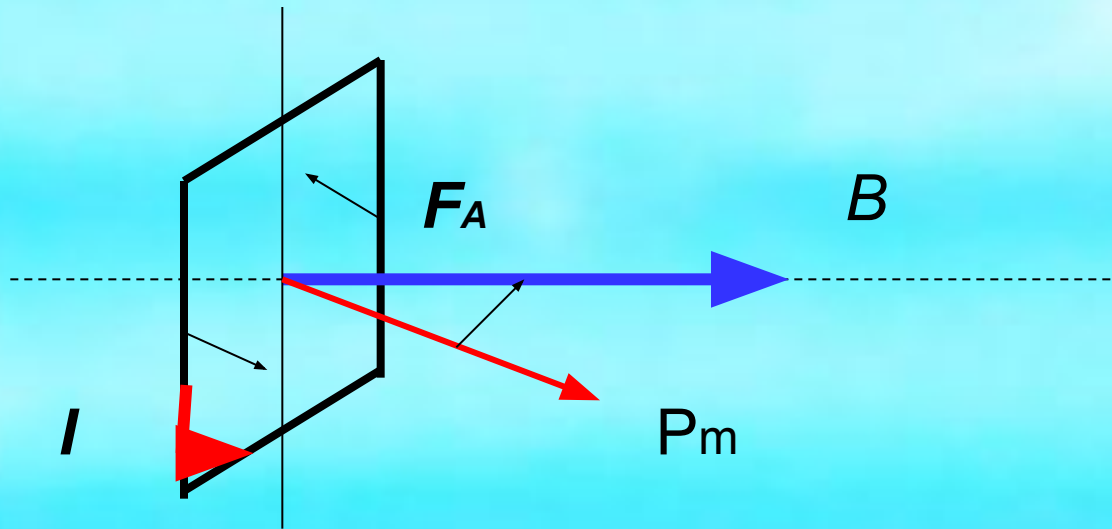
Направление нормали и вектора магнитного момента P_m связано с движением тока по контуру «правилом буравчика»



Поворот контура означает, что на него действует механический момент M

Вращающий момент M прямо пропорционален величине тока I , площади контура S , вектору B и синусу угла между направлением магнитного поля и нормали n .

$$M = ISB \sin(\angle n, B) = [P_m, B]$$



$$IS = P_m \quad - \text{ магнитный момент контура}$$

Отношение момента силы к магнитному моменту $\frac{M}{P_m}$

для данной точки магнитного поля будет одним и тем же и может служить характеристикой магнитного поля, названной **магнитной индукцией B** :

$$B = \frac{M}{P_m \sin(\vec{n}, \vec{B})}$$

$$B = \frac{M_{\max}}{P_m},$$

\vec{B} - **вектор магнитной индукции, совпадающий с нормалью \vec{n}**

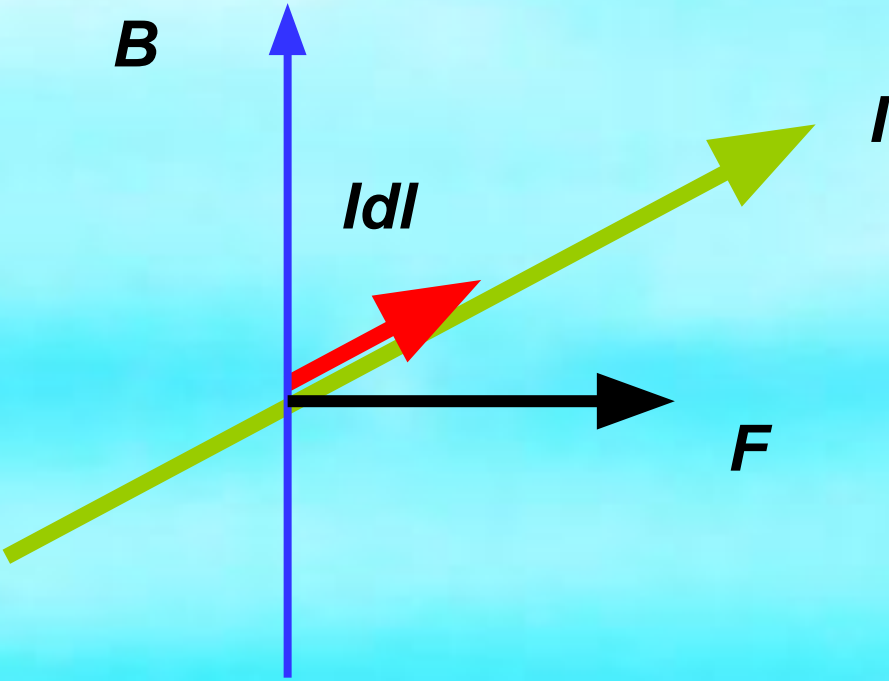
По аналогии с электрическим полем $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$.

Второй способ по силе Ампера.

Сила Ампера действует на проводник dl с током I , помещенный в магнитное поле B , направлена перпендикулярно векторам dl и B и определяется по правилу произведения векторов: наблюдаемое со стороны конца вектора dF вращение векторов dl и B на наименьший угол, происходит против часовой стрелки.

$$dF = [I dl, B] \text{ или } F = [JI, B]$$

$$B = F_{\max} / JI$$



Третий способ: по силе Лоренца

Сила, действующая на электрический заряд q во внешнем магнитном поле, зависит от скорости его движения V и величины индукции магнитного поля $B(x, y, z)$.

$$\mathbf{F} = q[\mathbf{V}, \mathbf{B}].$$

Выражение для силы было получено Лоренцем путем обобщения опытных данных

$$\mathbf{F} = q[\mathbf{V}, \mathbf{B}].$$

Вектор \mathbf{B} является силовым вектором и не зависит от величины и движения заряда q , он характеризует только магнитное поле, в котором движется заряд q .

$$B = F_{\max} / (qV)$$

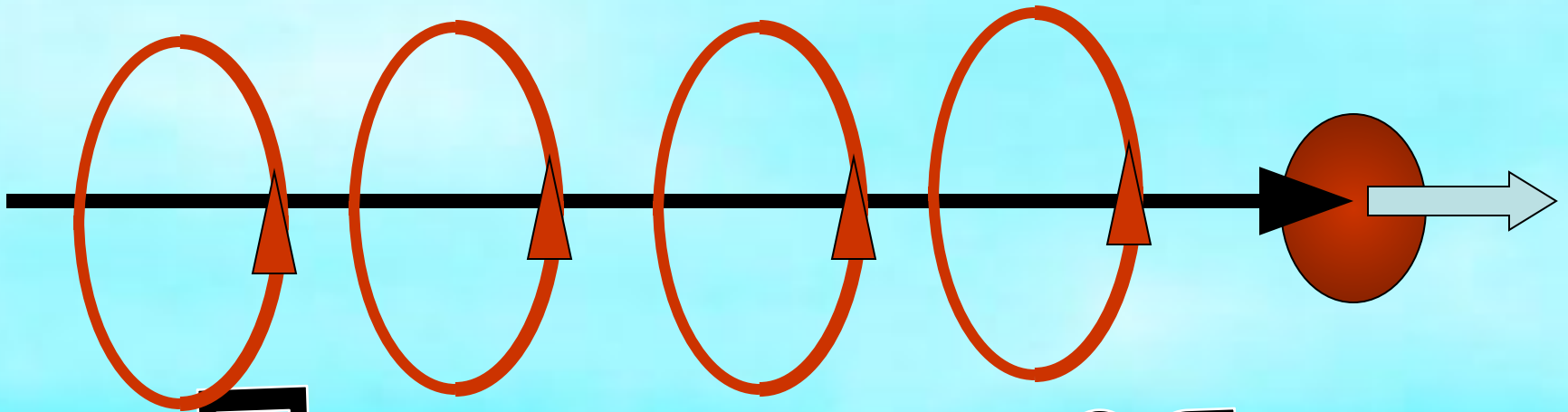
1.2. Закон Био–Савара–Лапласа

В 1820 г. французские физики Жан Батист **Био** и Феликс **Савар**, провели исследования магнитных полей токов различной формы. А французский математик **Пьер Лаплас** обобщил эти исследования.



Пьер-Симон Лаплас (23 марта 1749 — 5 марта 1827) — выдающийся французский математик, физик и астроном; известен работами в области небесной механики, дифференциальных уравнений, один из создателей теории вероятностей.

$$qV = \text{const}$$



Появляется

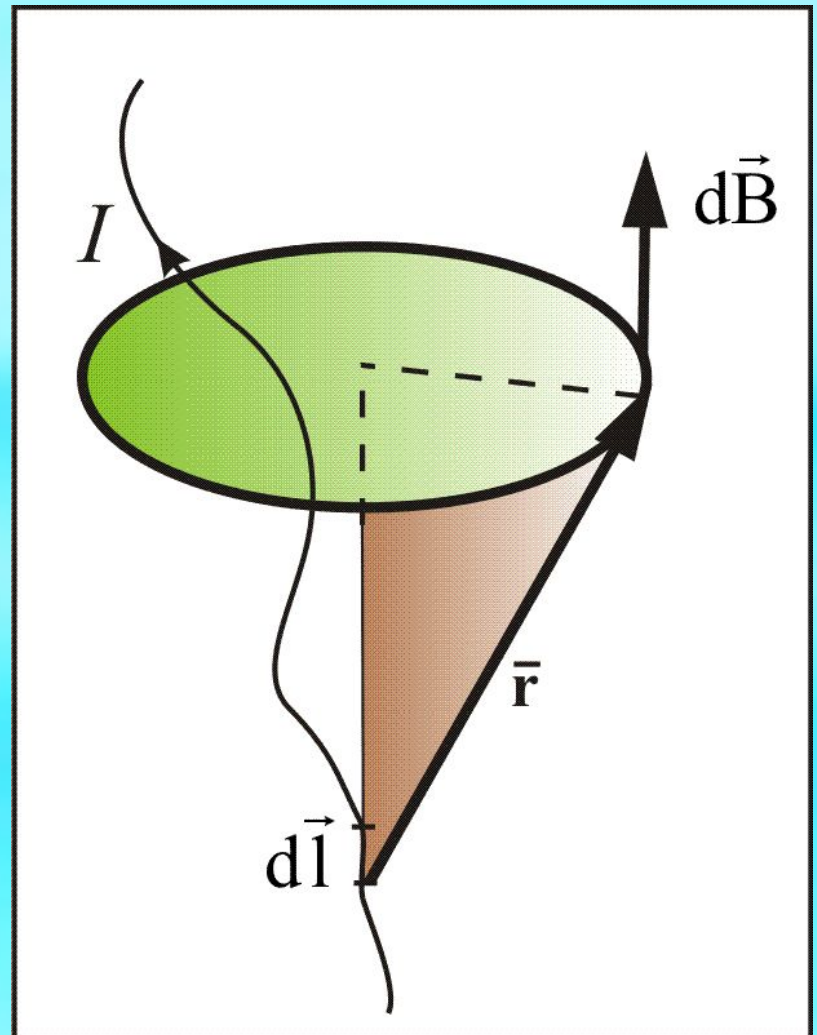
магнитное поле

Закон Био–Савара–Лапласа

Элемент тока длины $d\vec{l}$ создает поле с магнитной индукцией:

$$dB = k \frac{Idl}{r^2}$$

$$d\vec{B} = k \frac{I[d\vec{l}, \vec{r}]}{r^3}.$$



Здесь: I – ток;

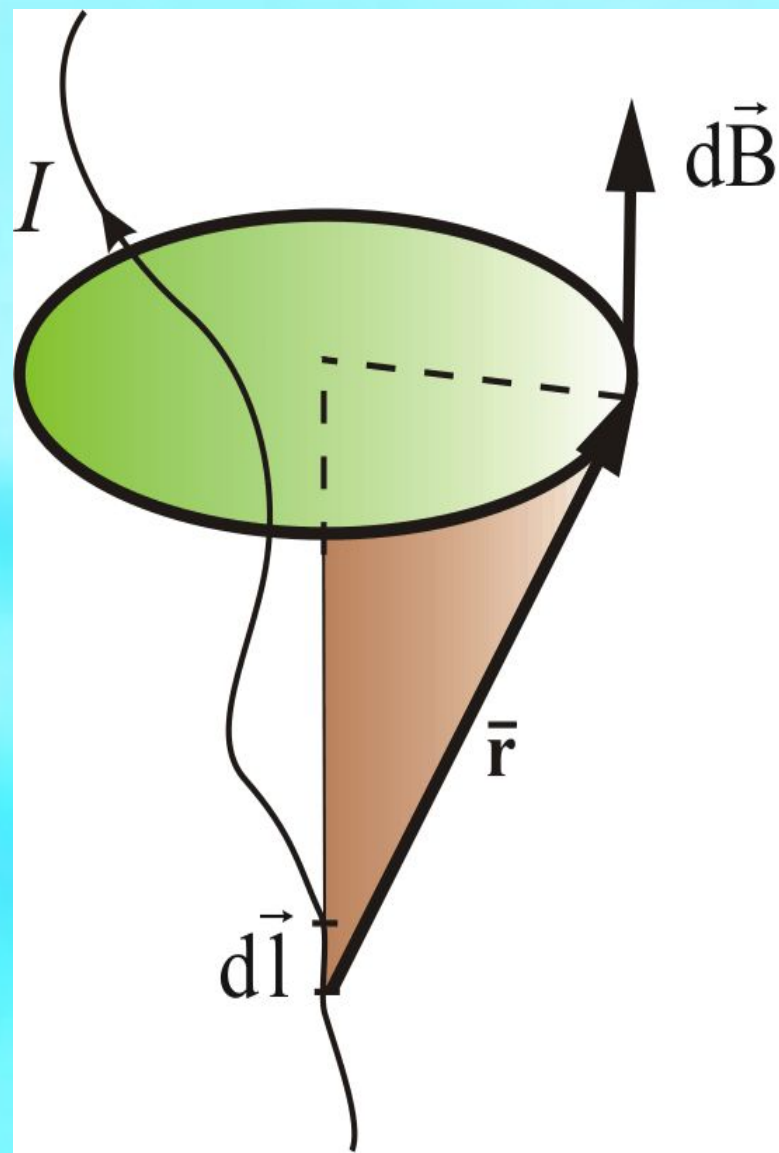
$d\vec{l}$ – вектор, совпадающий с элементарным участком тока и направленный в ту сторону, куда течет ток;

\vec{r} – радиус-вектор, проведенный от элемента тока в точку, в которой мы определяем $d\vec{B}$;

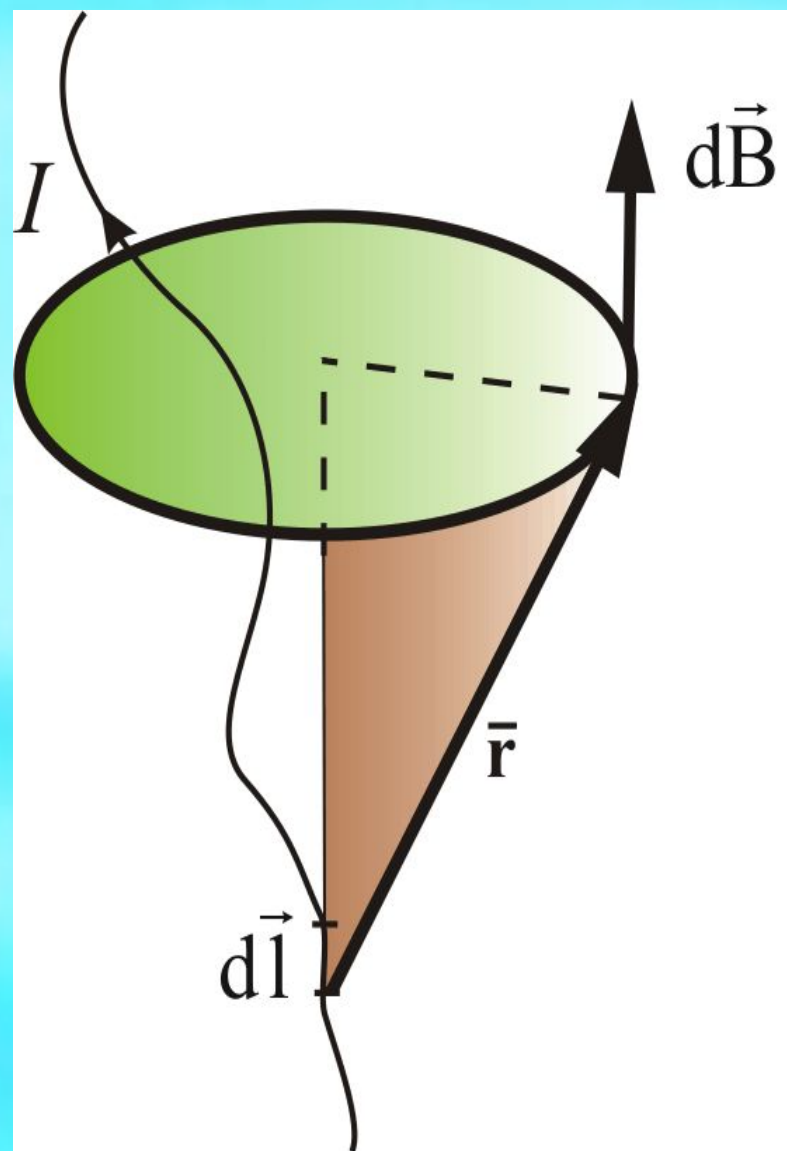
r – модуль радиус-вектора;

k – коэффициент пропорциональности, зависящий от системы единиц.

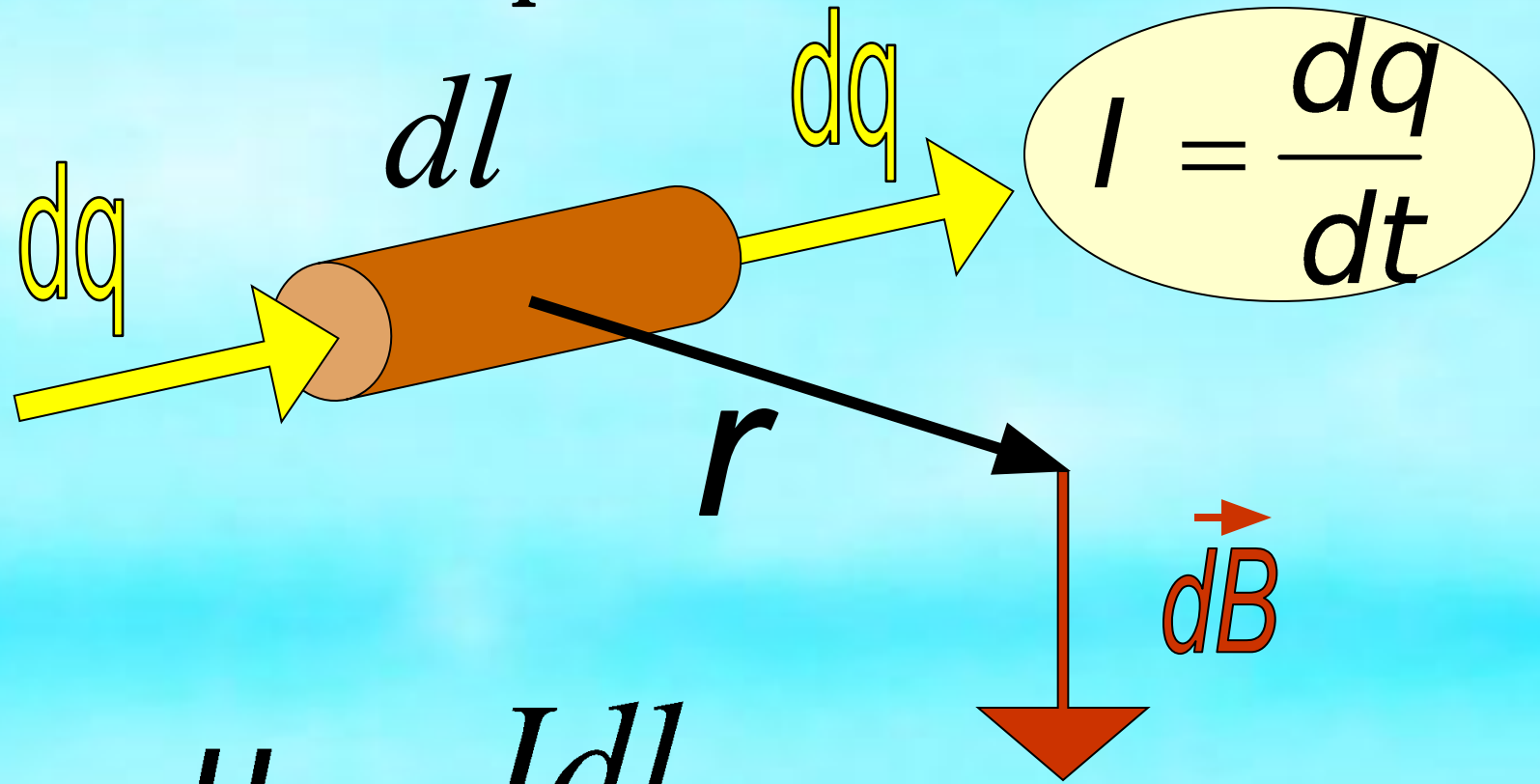
$$dB = k \frac{Idl}{r^2}$$



Вектор
магнитной
индукции $d\vec{B}$
направлен
перпендикулярно
плоскости,
проходящей через $d\vec{l}$
и точку, в
которой
вычисляется
поле.

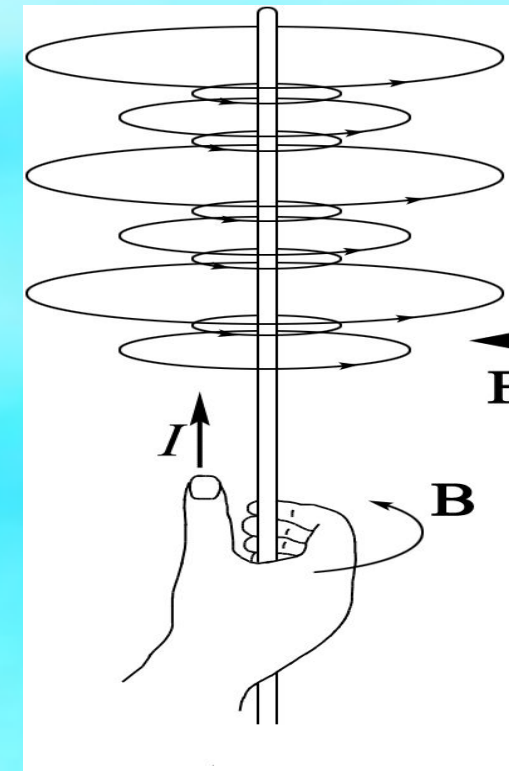
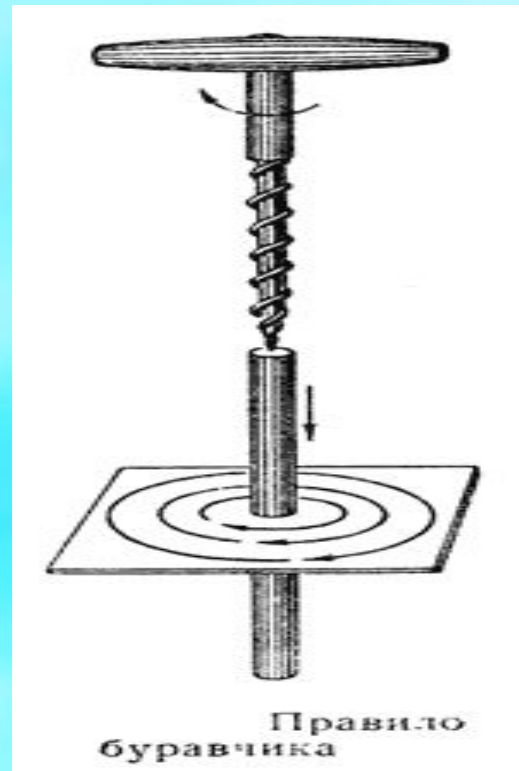
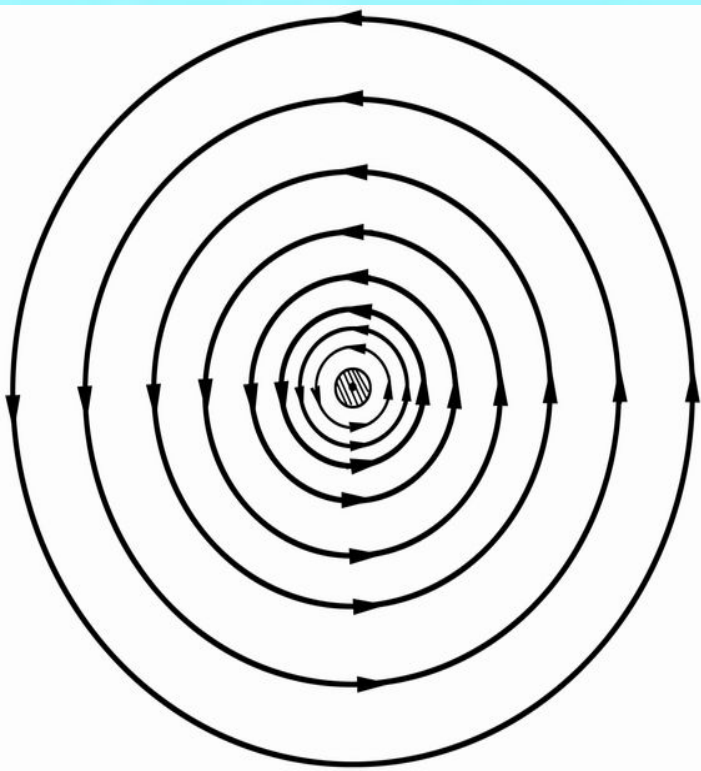


Поле элемента проводника с током



$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I dl}{r^2} \sin \alpha$$

Направление $d\mathbf{V}$ связано с направлением $d\mathbf{I}$
«правилом буравчика»: направление
вращения головки винта дает направление
, поступательное движение винта
соответствует направлению **тока** в
элементе.



*Закон Био–Савара–Лапласа
устанавливает величину и направление
вектора $d\vec{B}$ в произвольной точке
магнитного поля, созданного проводником
с током I .*

Модуль вектора определяется соотношением:

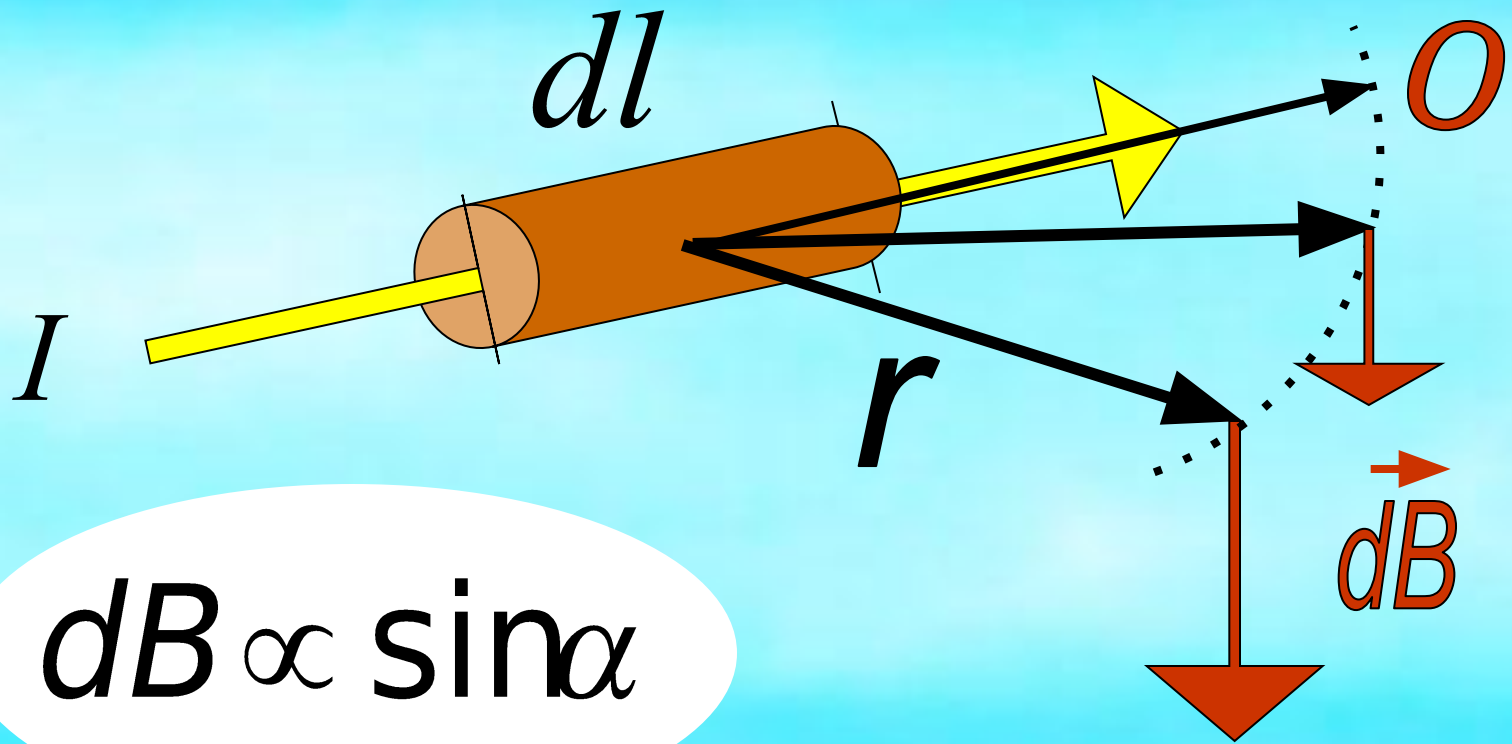
$$dB = k \frac{Id \sin \alpha}{r^2},$$

где α - угол между $d\vec{l}$ и \vec{r} ; k – коэффициент пропорциональности.

Закон Био–Савара–Лапласа для
вакуума можно записать так:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl \sin \alpha}{r^2},$$

где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Магнитная
постоянная.



$$dB \propto \sin\alpha$$

$$\sin 90^\circ = 1, \quad \sin 30^\circ = 0,5$$

$$\sin 0^\circ = 0$$

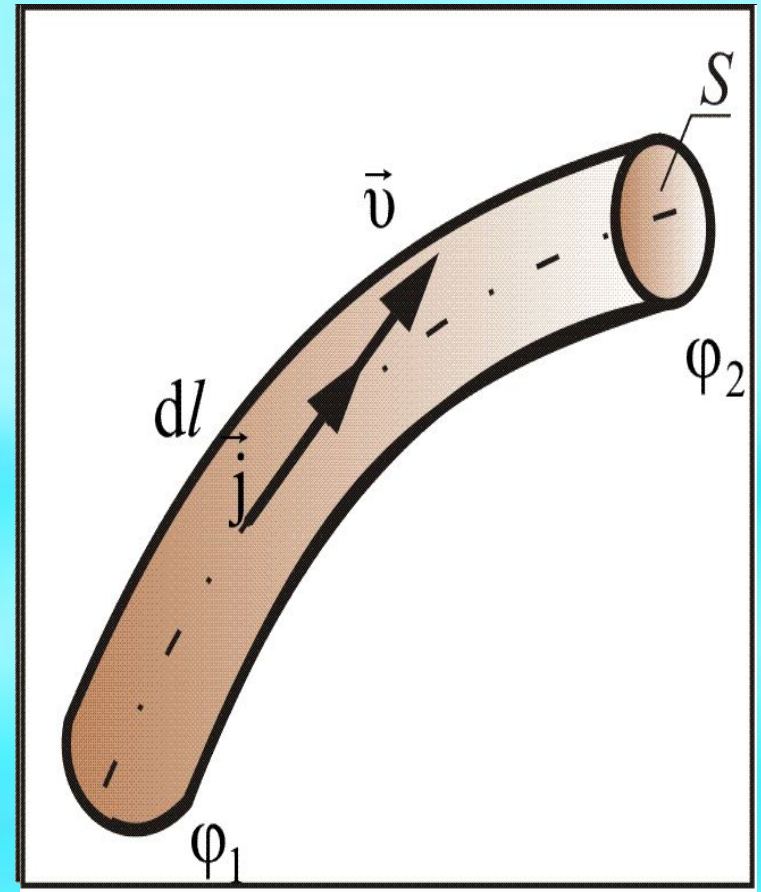
Магнитное поле любого тока может быть вычислено как векторная сумма (суперпозиция) полей, создаваемых отдельными элементарными участками тока:

$$\underline{B} = \sum \underline{B}_i.$$

1.3. Магнитное поле движущегося заряда

Электрический ток – упорядоченное движение зарядов, а, как мы доказали только что, **магнитное поле порождается движущимися зарядами.**

Найдем магнитное поле, создаваемое **одним движущимся зарядом** (рис. 1.5).



(рис. 1.5)

В уравнении
$$dB = k \frac{I dl}{r^3}$$
 заменим ток I

на jS , где j – плотность тока.

Векторы j и dl имеют одинаковое направление, значит:

$$I dl = S j dl.$$

Если все заряды одинаковы и имеют заряд q ,

то:

$$\mathbf{j} = qn\mathbf{v} \quad (1.3.1)$$

где n – число носителей заряда в единице объема;

\mathbf{v} – дрейфовая скорость зарядов.

Если заряды положительные, то \mathbf{j} и \mathbf{v} имеют одно направление (рис. 1.5).

Подставив (1.3.1) в (1.2.2), получим:

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{S d l n q [\mathbf{v}, \mathbf{r}]}{r^3}. \quad (1.3.2)$$

Обозначим $dN = Sdl n$ – число носителей заряда в отрезке dl . Разделив (1.3.2) на это число, получим **выражение для индукции магнитного поля, создаваемого одним зарядом, движущимся со скоростью v** :

$$B_1 = \frac{dB}{dN} = \frac{\mu_0 q [v, r]}{4\pi r^3}.$$

(1.3.3)

В скалярной форме **индукция магнитного поля одного заряда** в вакууме определяется по формуле:

$$B_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q v \sin(\angle \mathbf{v}, \mathbf{r})}{r^2}. \quad (1.3.4)$$

Эта формула справедлива при скоростях заряженных частиц $v \ll c$

1.4. Напряженность магнитного поля

Магнитное поле – это одна из форм проявления электромагнитного поля, особенностью которого является то, что *это поле действует только на движущиеся частицы и тела, обладающие электрическим зарядом, а также на намагниченные тела.*

Магнитное поле создается проводниками с током, движущимися электрическими заряженными частицами и телами, а также переменными электрическими полями.

Силовой характеристикой магнитного поля служит вектор магнитной индукции поля созданного одним зарядом в вакууме:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q[\vec{v}, \vec{r}]}{r^3}$$

ФИЗИЧЕСКИЙ СМЫСЛ МАГНИТНОЙ ИНДУКЦИИ

$$|B| = \frac{|F|}{qV \sin \alpha}$$

$$Tл = Н \cdot с / Кл \cdot м$$

Напряженностью магнитного поля называют векторную величину, характеризующую магнитное поле и определяемую следующим образом:

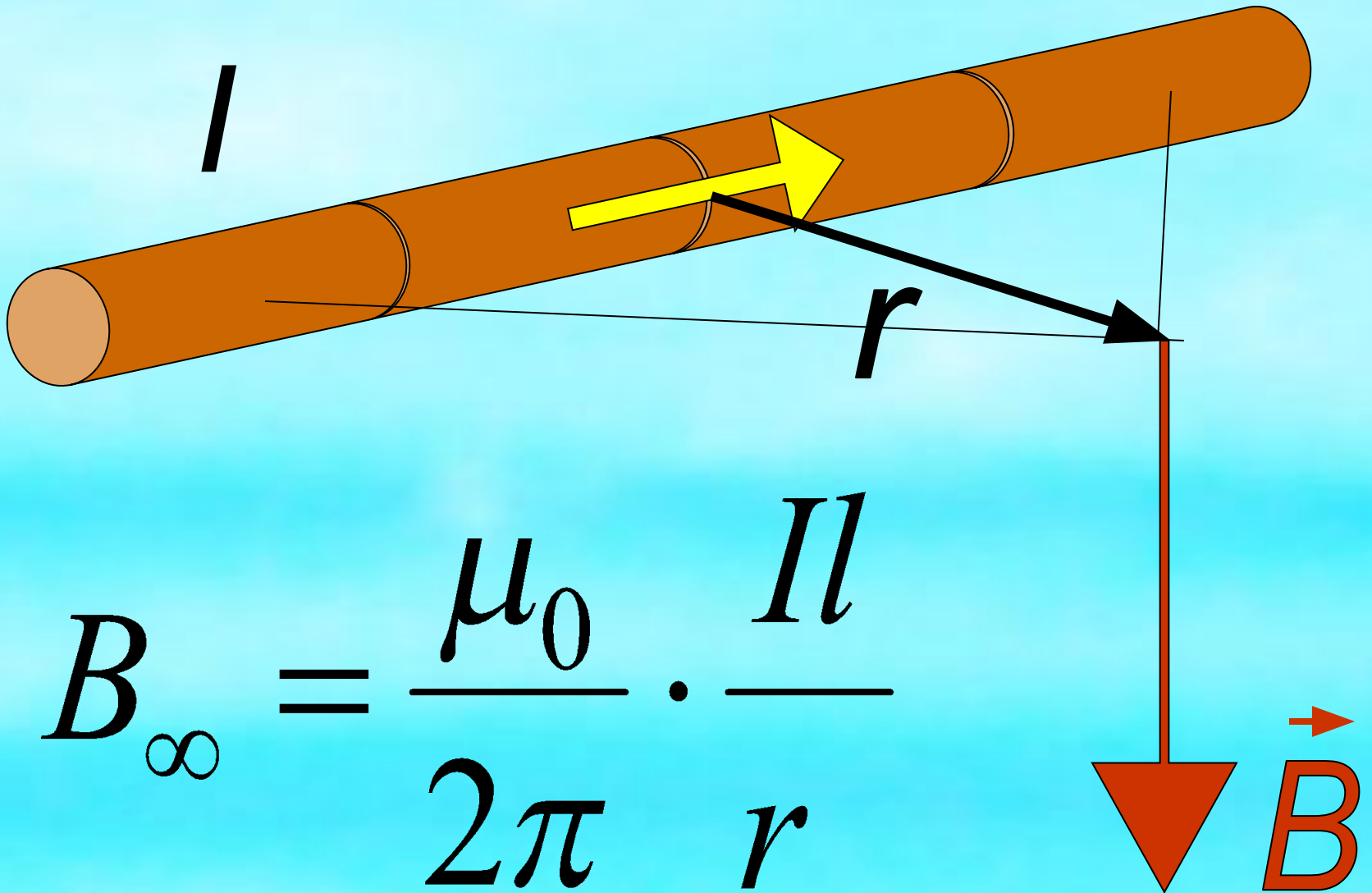
$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0}$$

Напряженность магнитного поля заряда q , движущегося в вакууме равна:

$$\vec{H} = \frac{1}{4\pi} \frac{q[\vec{v}, \vec{r}]}{r^3}$$

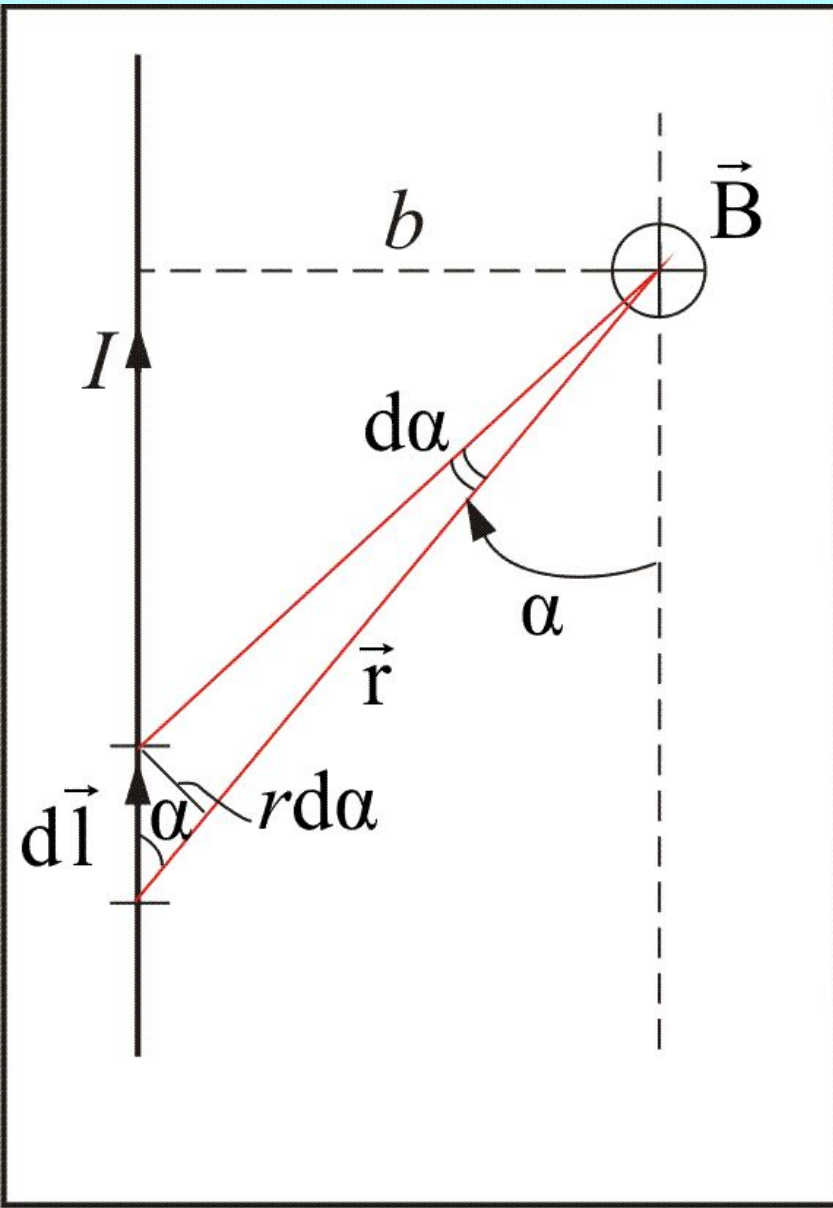
Закон Био-Савара-Лапласа для \vec{H}

Поле прямого тока



$$B_{\infty} = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{Il}{r}$$

1.5. Магнитное поле прямого тока



Рассмотрим
магнитное поле
прямого тока

Пусть точка, в которой определяется магнитное поле, находится на расстоянии b от провода. Из рис. 1.6 видно, что:

$$r = \frac{b}{\sin\alpha}; \quad dl = \frac{r d\alpha}{\sin\alpha} = \frac{b d\alpha}{\sin^2\alpha}.$$

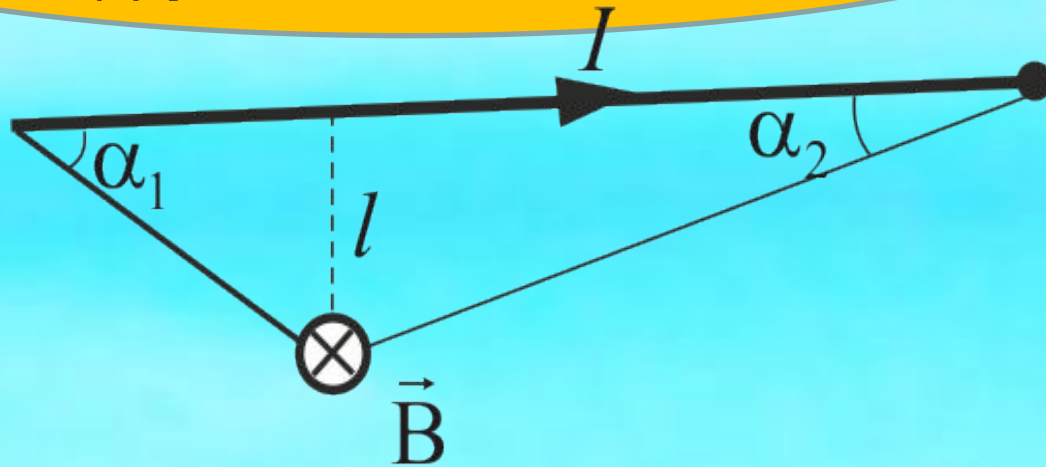
Подставив найденные значения r и dl в закон Био–Савара–Лапласа, получим:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I b d\alpha \sin\alpha \sin^2\alpha}{\sin^2\alpha \cdot b^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{b} \sin\alpha d\alpha.$$

Для **конечного проводника** угол α изменяется от α_1 , до α_2 .

$$\text{Тогда: } B = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi b} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin\alpha d\alpha = \frac{\mu_0 I}{4\pi b} (\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2).$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi b} (\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2)$$



Для **бесконечно длинного проводника**

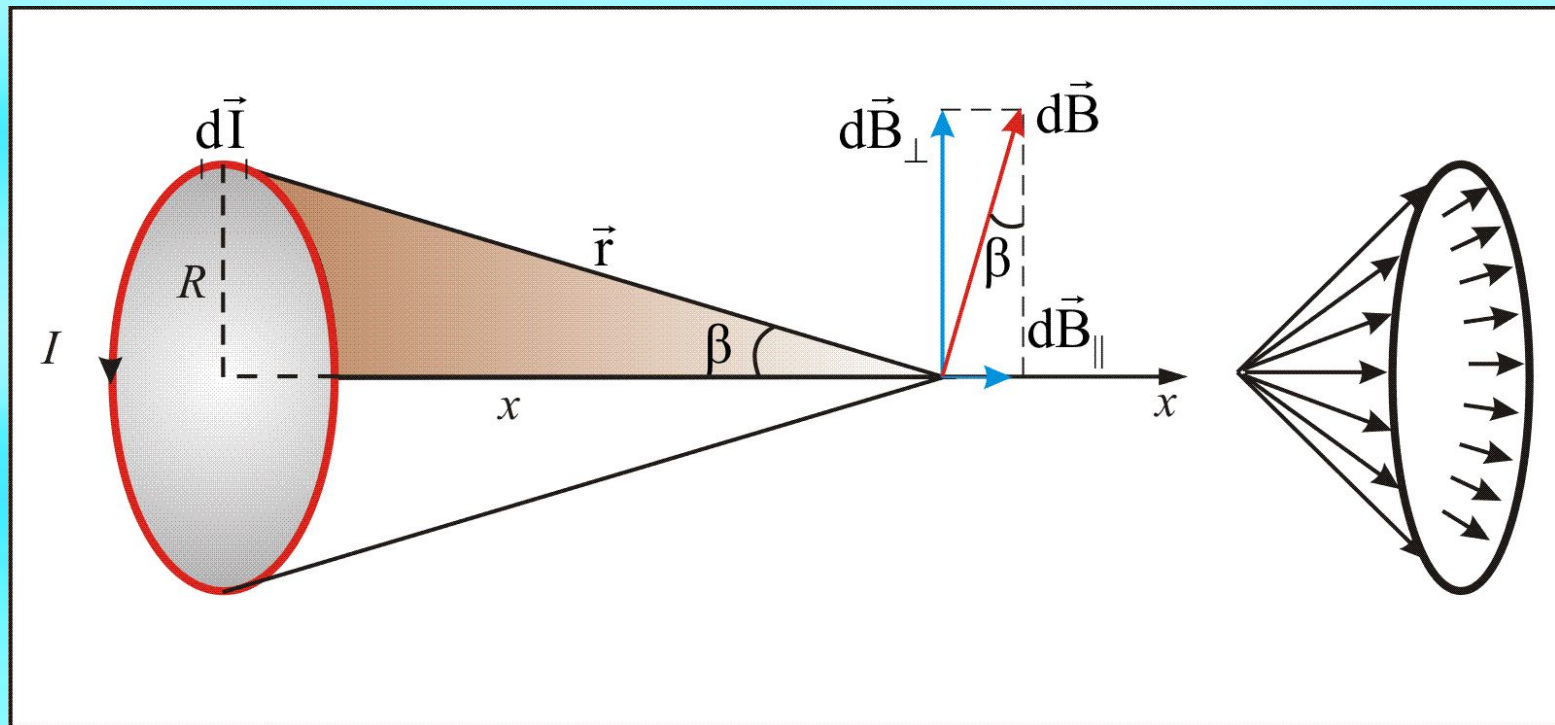
а $\alpha_1 = 0$, тогда: $\alpha_2 = \pi$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi b}$$

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I}{b}.$$

1.6. Магнитное поле кругового тока

Рассмотрим поле, создаваемое током I , текущим по тонкому проводу, имеющему форму окружности радиуса R (рис. 1.7).



$$\sin\beta = \frac{R}{r} \qquad dB_{\parallel} = dB\sin\beta$$

т.к. угол между $d\vec{l}$ и \vec{r} α – прямой,
то $\sin\alpha = 1$, тогда получим:

$$dB_{\parallel} = dB \frac{R}{r} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl}{r^2} \frac{R}{r}.$$

Подставив в (1.6.1) $r = \sqrt{R^2 + x^2}$
проинтегрировав по всему контуру $l = 2\pi R$
получим выражение для нахождения
**магнитной индукции кругового
тока:**

(1.6.2)

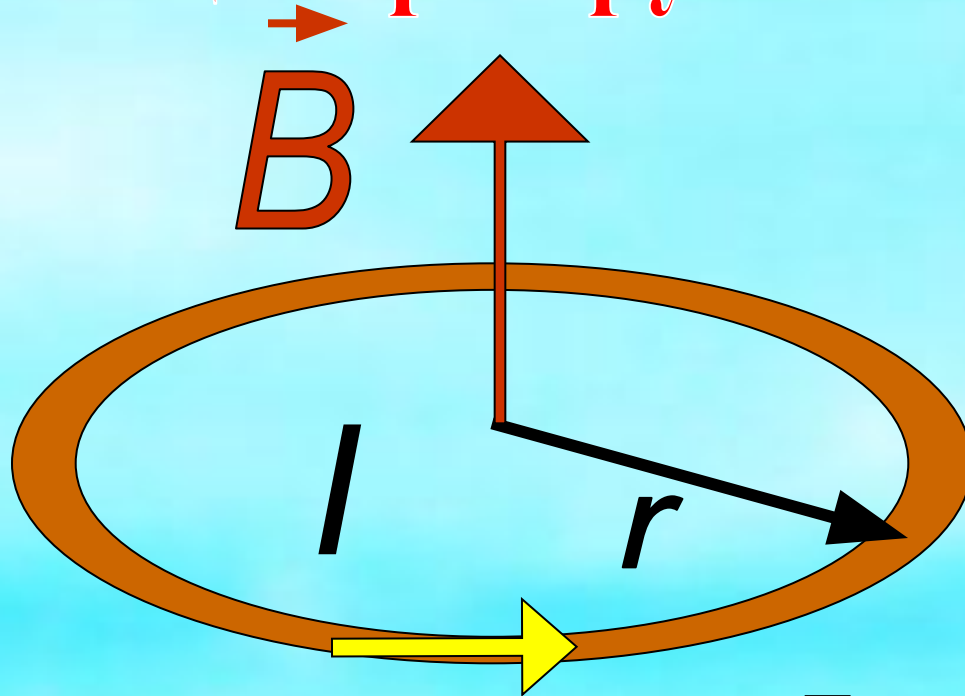
$$B = \int_0^{2\pi R} dB_{\parallel} = \frac{\mu_0 IR}{4\pi r^3} \int_0^{2\pi R} dl = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\pi R^2 I}{(R^2 + x^2)^{3/2}}.$$

При , $x = 0$ получим **магнитную
индукцию в центре кругового тока:**

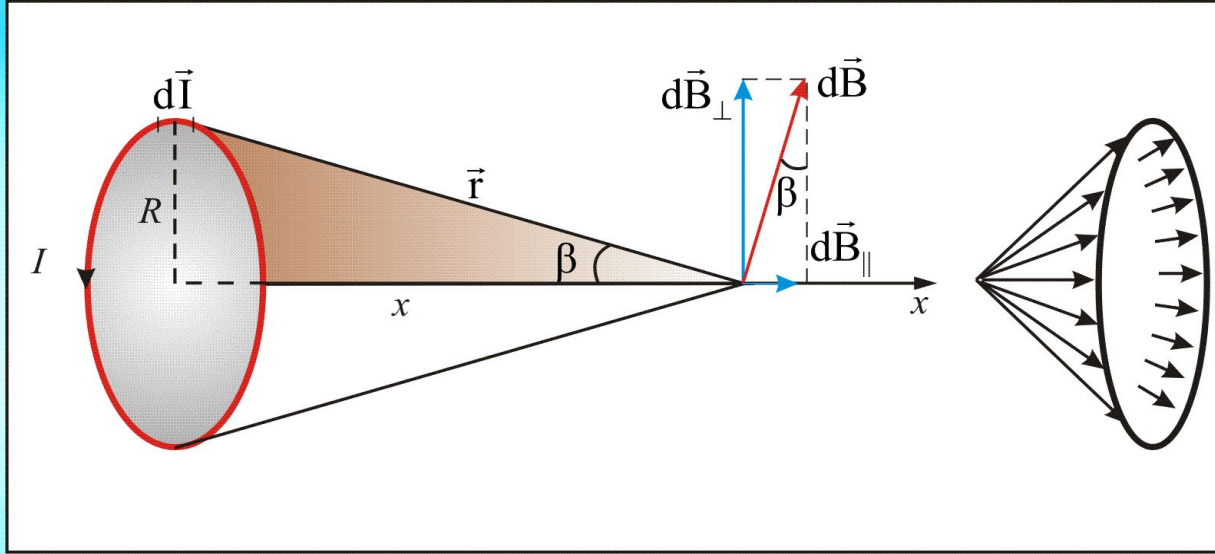
$$B = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

(1.6.3)

Поле в центре кругового тока



$$B_0 = \frac{\mu_0}{2} \cdot \frac{I}{r}$$



На расстоянии x от
кольца получим
магнитную индукцию

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\pi R^2 I}{(R^2 + x^2)^{3/2}}$$

При $x \gg R$, т.е., на
большом расстоянии от
кольца получим

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\pi R^2 I}{x^3}$$

Заметим, что в числителе (1.6.2)

$I\pi R^2 = IS = P_m$ — магнитный момент контура.

Тогда, на **большом расстоянии от**

контура, при $R \ll x$, **магнитную**

индукцию можно рассчитать через

магнитный момент P_m по формуле:

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2P_m}{x^3}.$$

(1.6.4)

Силловые линии магнитного поля
кругового тока хорошо видны в опыте с
железными опилками (рис. 1.8).

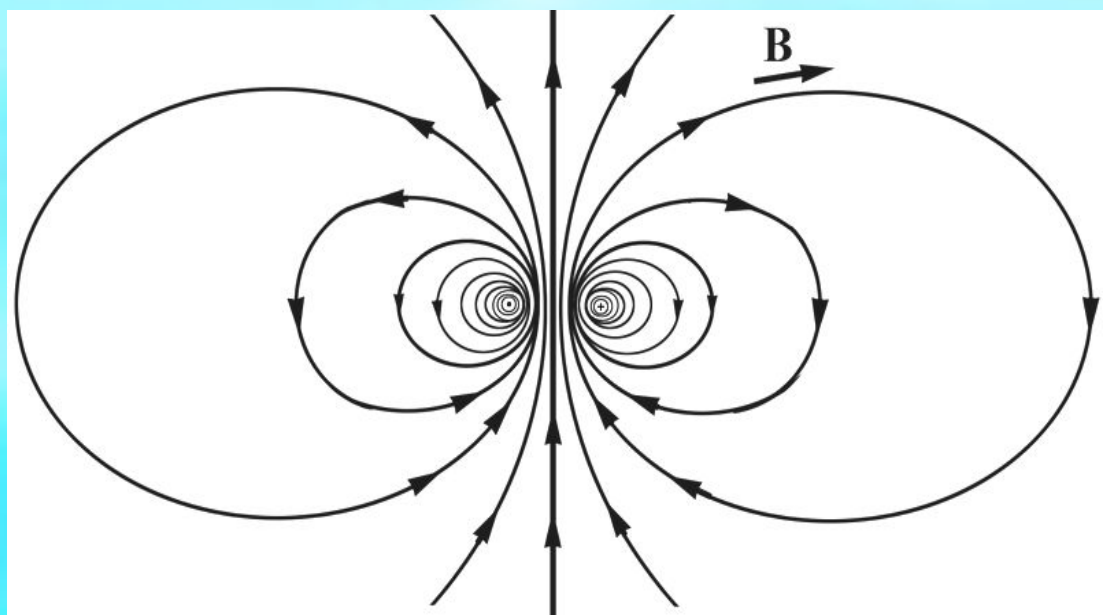
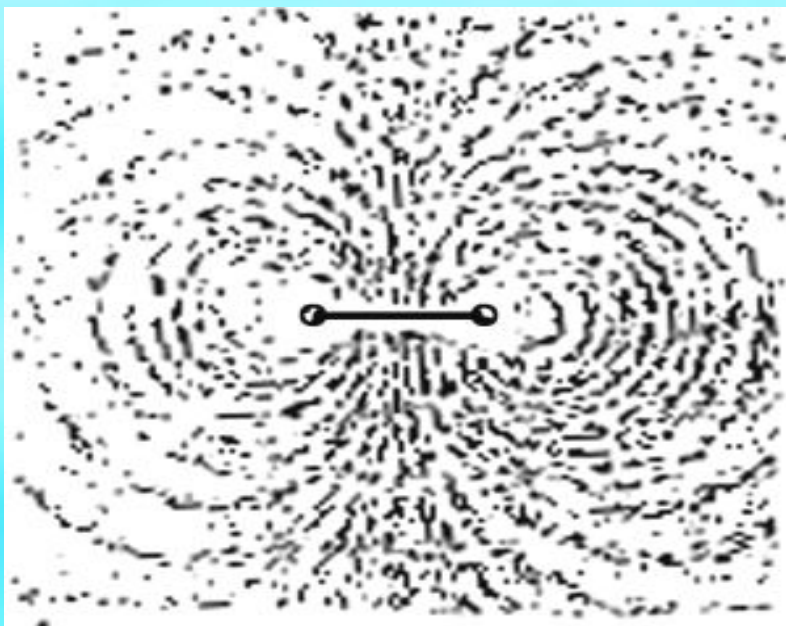
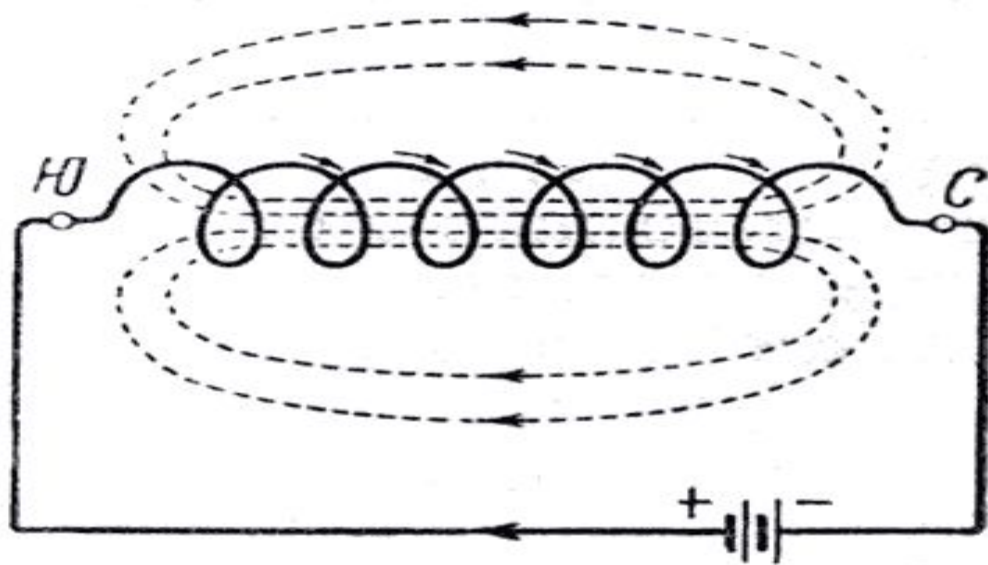
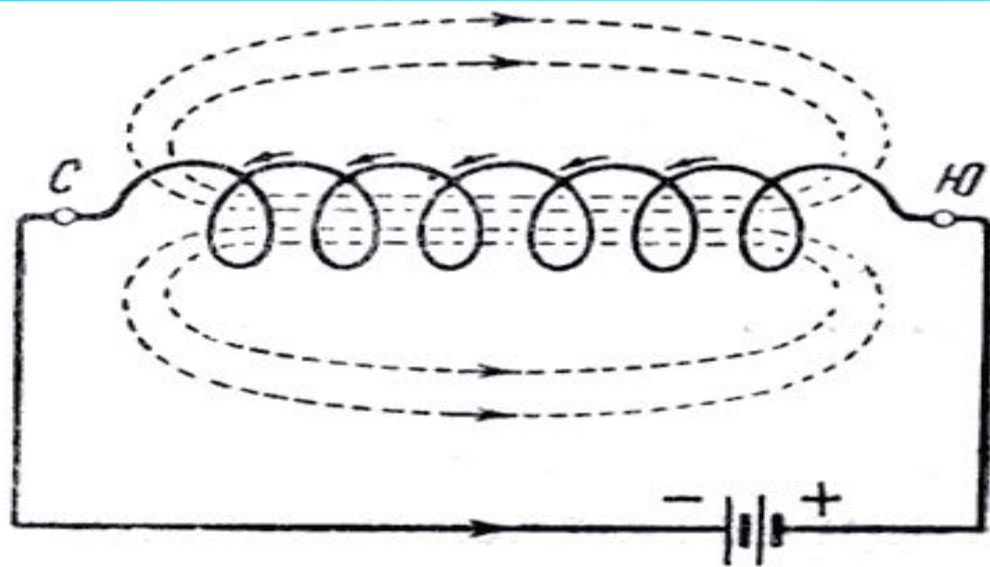
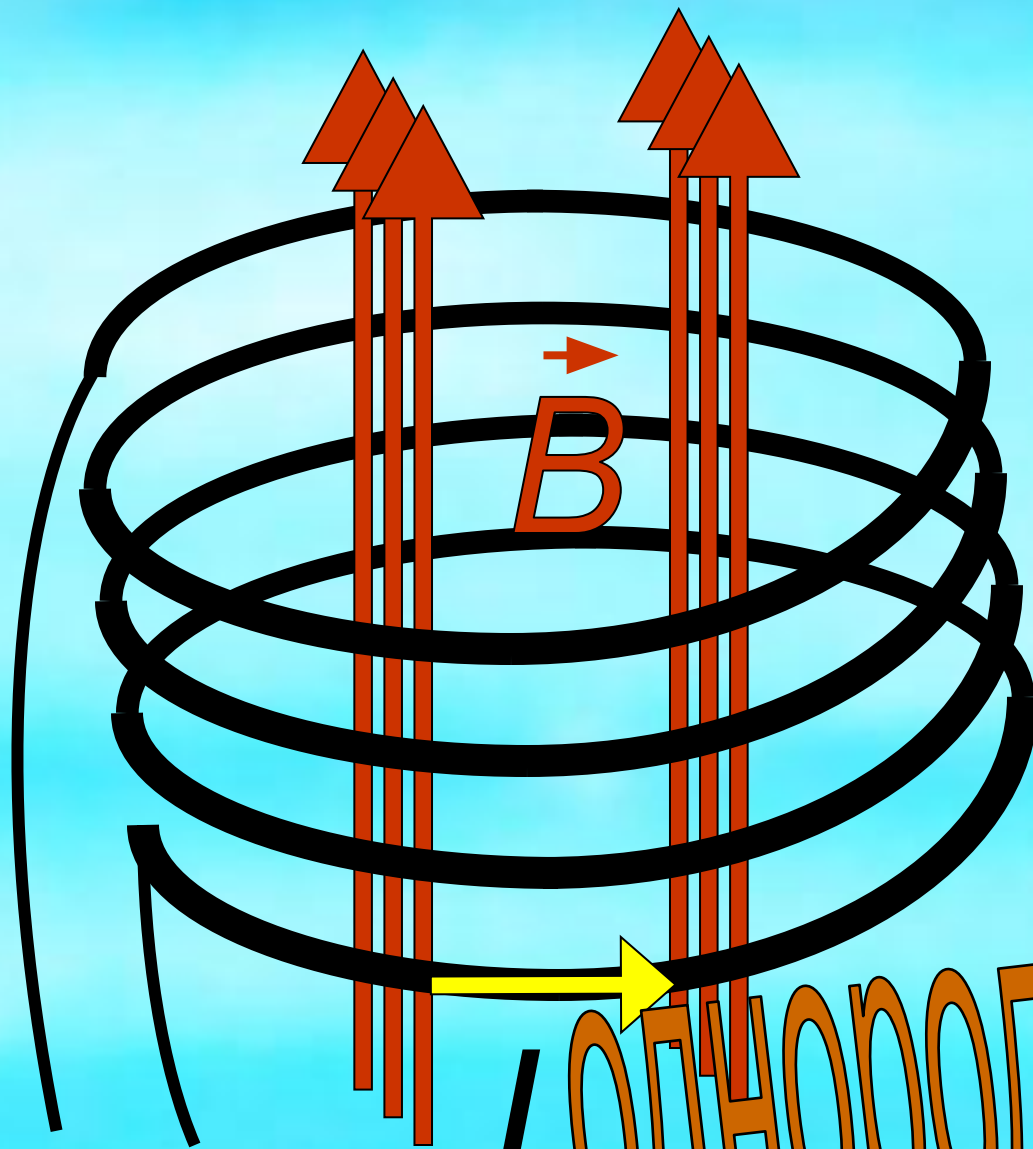


Рис. 1.8



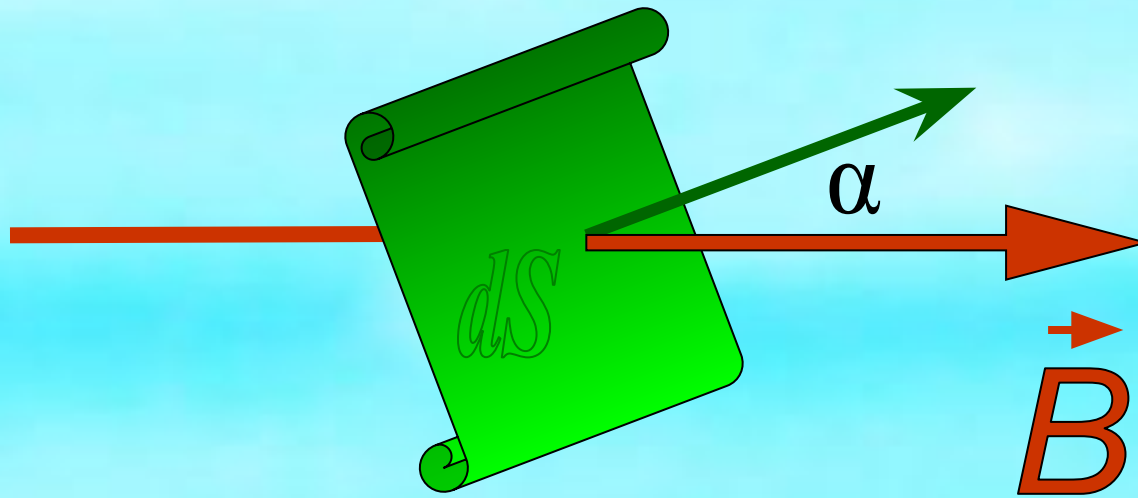
Магнитное поле
спирали

Поле соленоида



однородное поле

Определение потока вектора магнитной индукции



$$d\Phi = B dS \cos \alpha$$

1.7. Теорема Гаусса для вектора магнитной индукции

Поток вектора Φ_B через замкнутую поверхность должен быть равен нулю.

Таким образом:

$$\Phi_B = \oint_S \mathbf{B} d\mathbf{S} = 0 \quad (1.7.1)$$

*Это теорема Гаусса для Φ_B (в интегральной форме): **поток вектора магнитной индукции через любую замкнутую поверхность равен нулю.***

В природе нет магнитных зарядов – источников магнитного поля, на которых начинались и заканчивались бы линии магнитной индукции.

Заменив поверхностный интеграл в (1.7.1) объемным, получим:

$$\int_V \nabla B dV = 0$$

(1.7.2)

где $\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \right)$ оператор Лапласа.

Магнитное поле обладает тем свойством, что его *дивергенция всюду равна нулю*:

$$\operatorname{div} \vec{B} \stackrel{\text{или}}{=} 0 \qquad \nabla \cdot \vec{B} = 0.$$

(1.7.3)

Электростатического поля может быть выражено скалярным потенциалом φ , а ***магнитное поле – вихревое, или соленоидальное***

Основные уравнения магнитостатики

- Основные уравнения магнитостатики для магнитных полей, созданных постоянными потоками зарядов, записанные в дифференциальной форме, имеют вид

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0$$

Первое из этих уравнений говорит, что **дивергенция вектора \mathbf{B} равна нулю (силовые линии - замкнуты).**

$$\operatorname{rot} \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j}$$

А второе уравнение говорит, что **магнитные поля создаются токами, а магнитных зарядов нет.**

- Возникают магнитные поля в присутствии токов и являются вихревыми полями в области, где есть токи.
- Векторная функция векторного аргумента – **ротор**, **взятая от \mathbf{B} , пропорциональна плотности тока**

$$\operatorname{rot} \mathbf{B} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = \mu_0 \mathbf{j}$$

- Магнитные линии образуют петли вокруг токов.
- Не имея ни конца, ни начала, линии \mathbf{B} возвращаются в исходную точку, образуя замкнутые петли.
- В любых, самых сложных случаях линии \mathbf{B} не исходят из точек.
- Утверждение, что, $\operatorname{div} \mathbf{B} = 0$ справедливо всегда.

Сравним уравнения магнитостатики

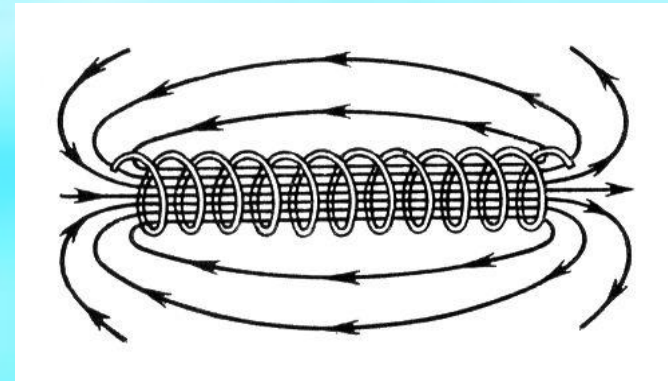
$$\operatorname{rot} \vec{B} = \mu_0 \vec{j} \qquad \operatorname{div} \vec{B} = 0$$

с уравнениями электростатики

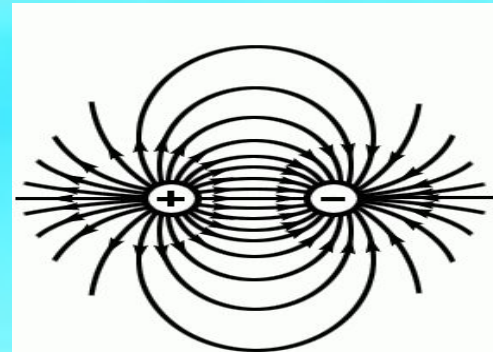
$$\operatorname{rot} \vec{E} = 0 \qquad \operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

можно заключить, что

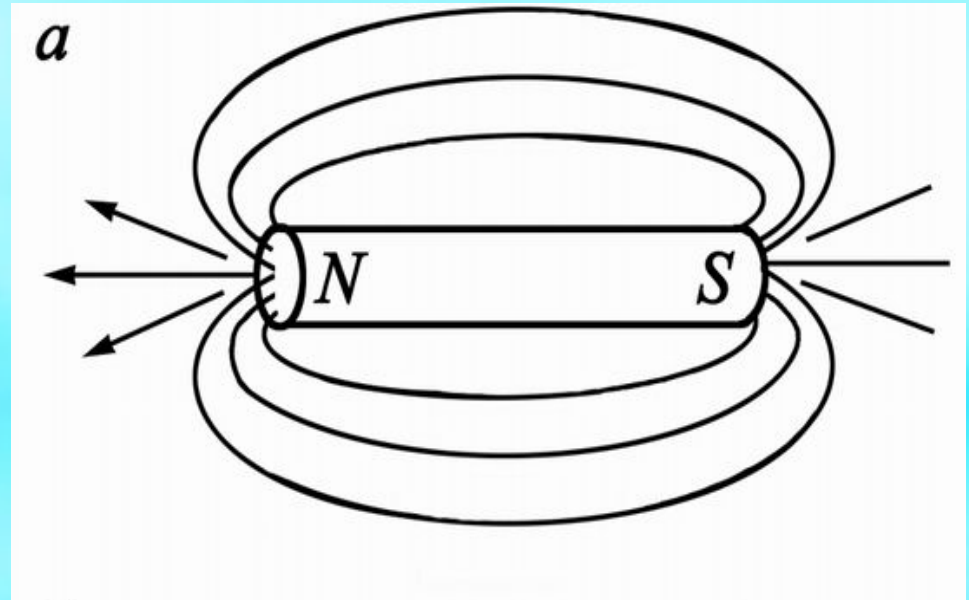
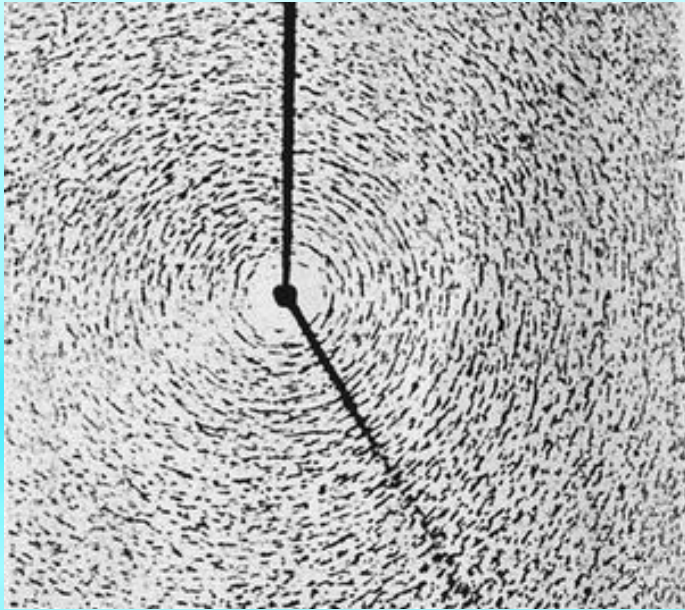
магнитное поле вихревое и создается токами а магнитных зарядов нет.



Электрическое поле всегда потенциально, а его источниками являются электрические заряды.



Магнитное поле в пространстве не потенциально, а является вихревым. Его силовые линии замкнуты. Его источником служат электрические токи.



Магнитного аналога электрического заряда не существует. Нет зарядов, из которых выходят линии вектора магнитной индукции B .

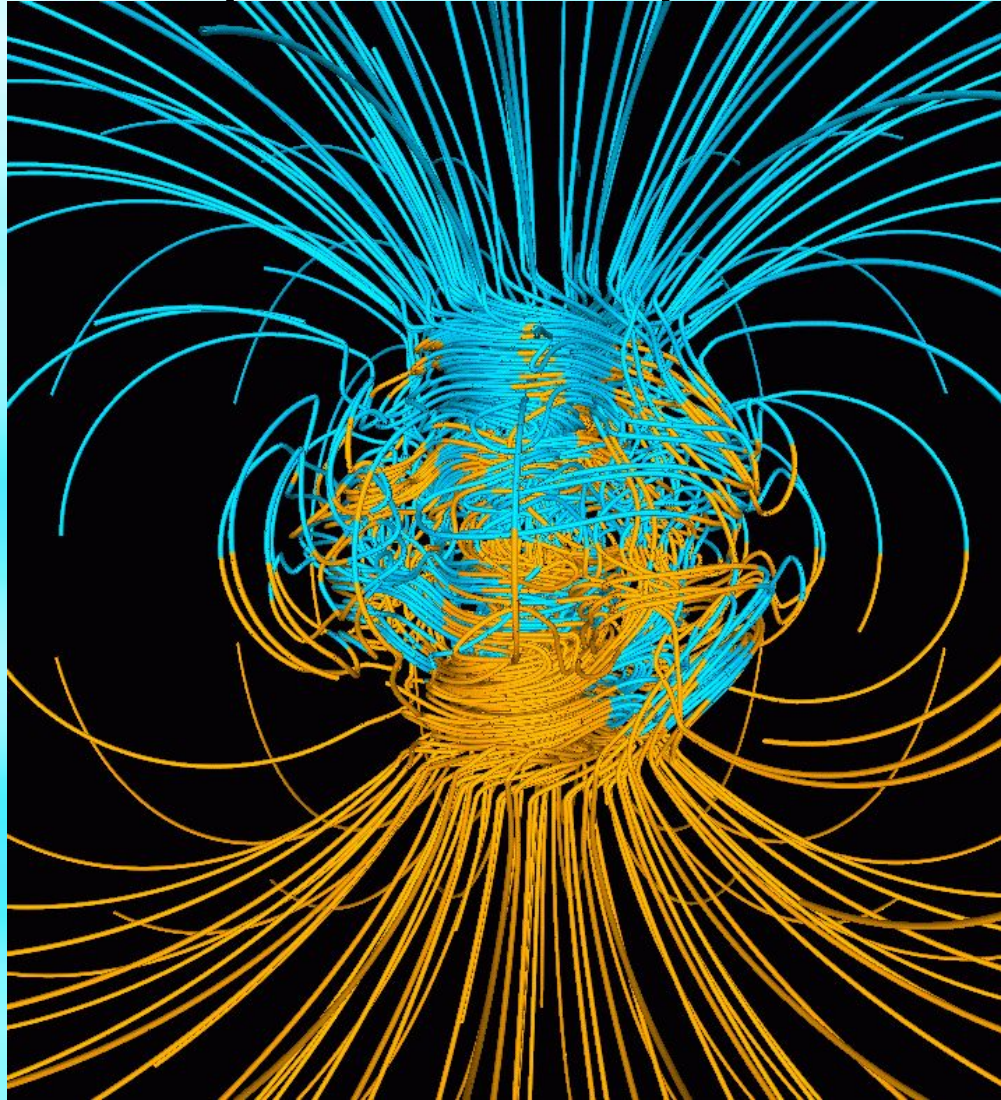
Не имея ни конца, ни начала, линии B возвращаются в исходную точку, образуя замкнутые петли.

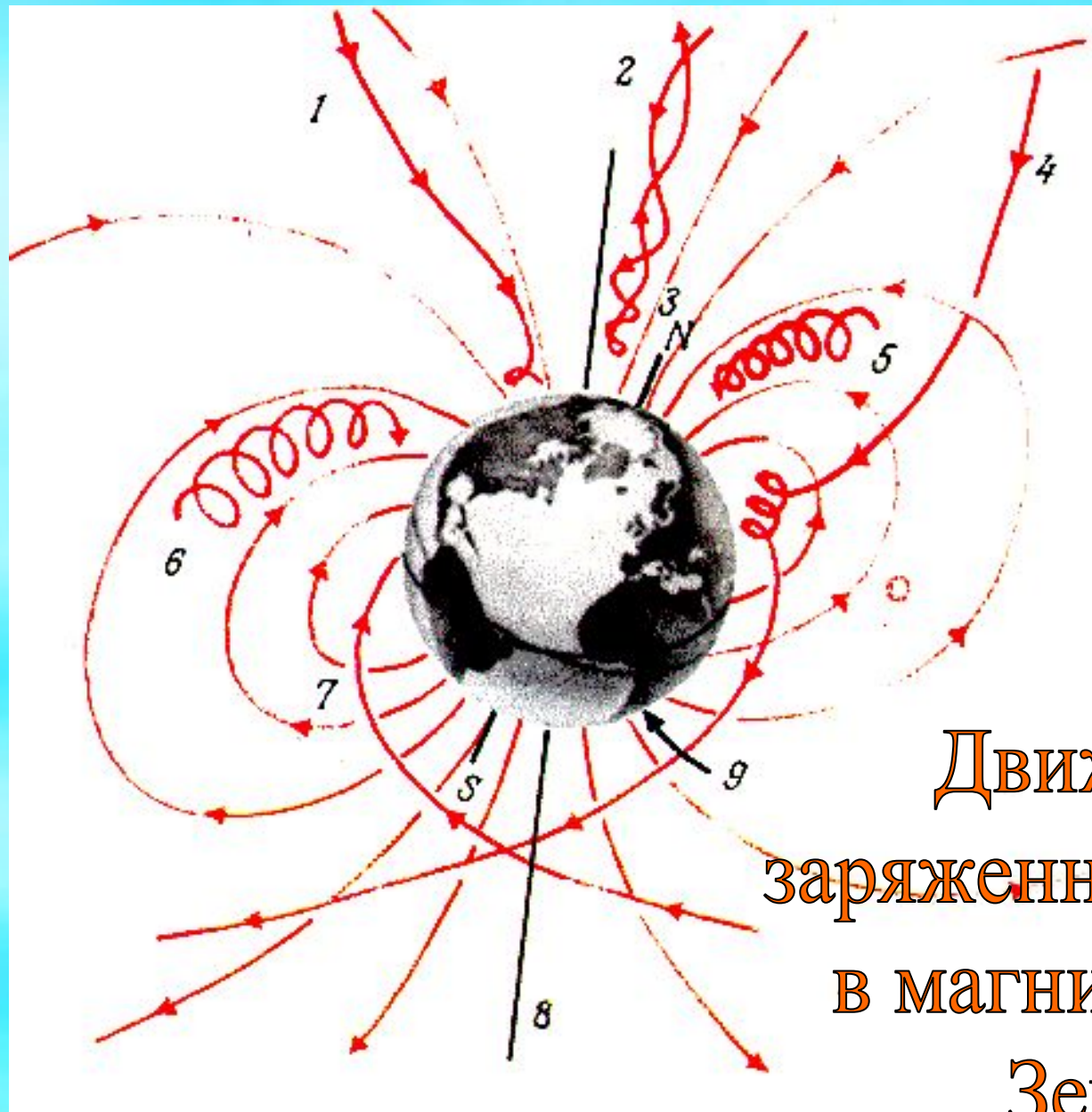
$$\operatorname{rot} \vec{B} = \mu_0 \vec{j} \quad \operatorname{div} \vec{B} = 0$$

$$\operatorname{rot} \vec{E} = 0 \quad \operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

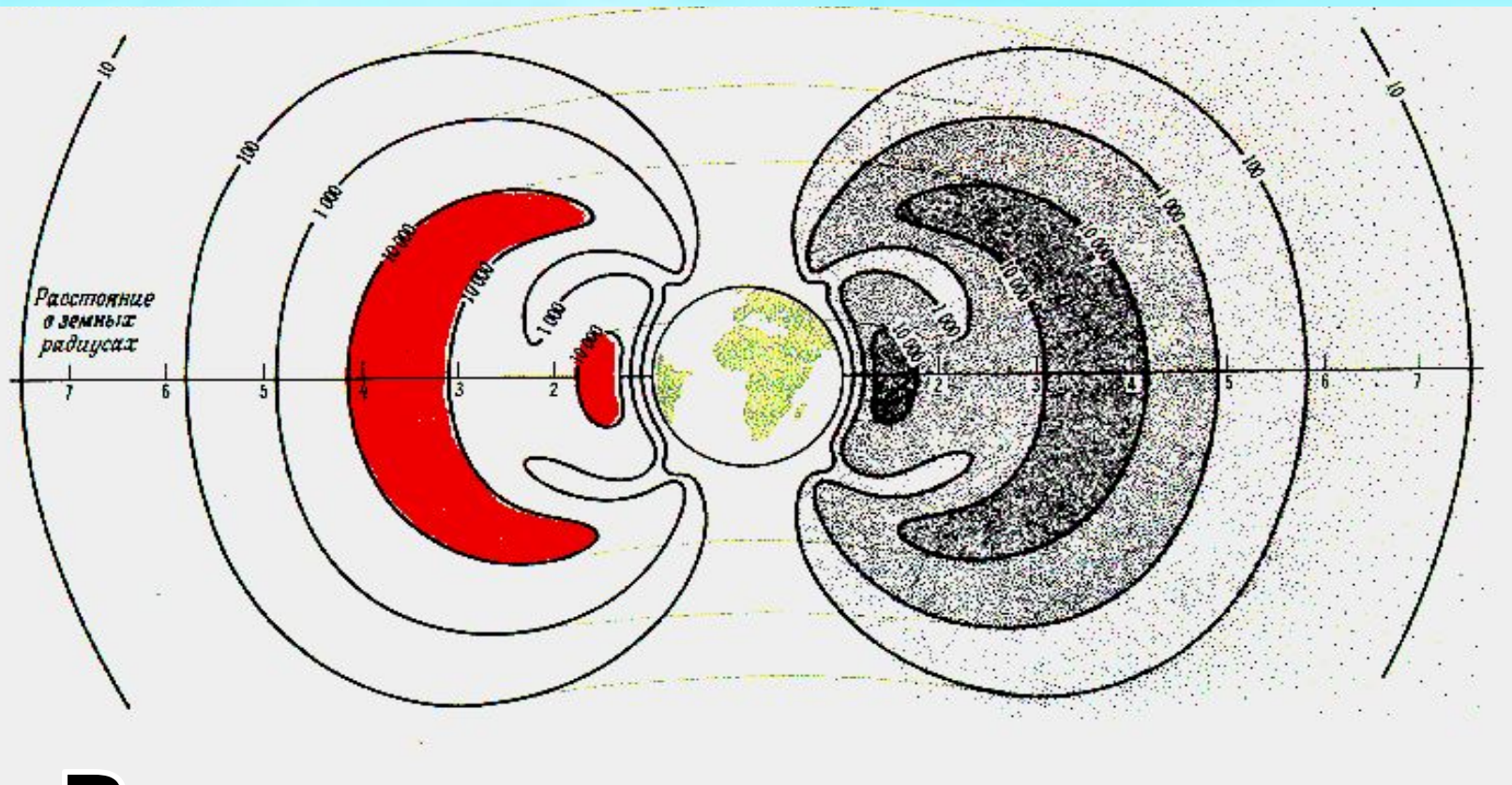
Из сравнения этих уравнений вытекает, что источниками электрического поля могут быть электрические заряды, а магнитные поля могут возбуждаться электрическими токами. Эти уравнения не симметричны относительно электрического и магнитного полей. Это связано с тем, что в природе существуют электрические заряды, но отсутствуют магнитные

Компьютерная модель магнитного поля Земли, подтверждающая вихревой характер, изображена на рис.



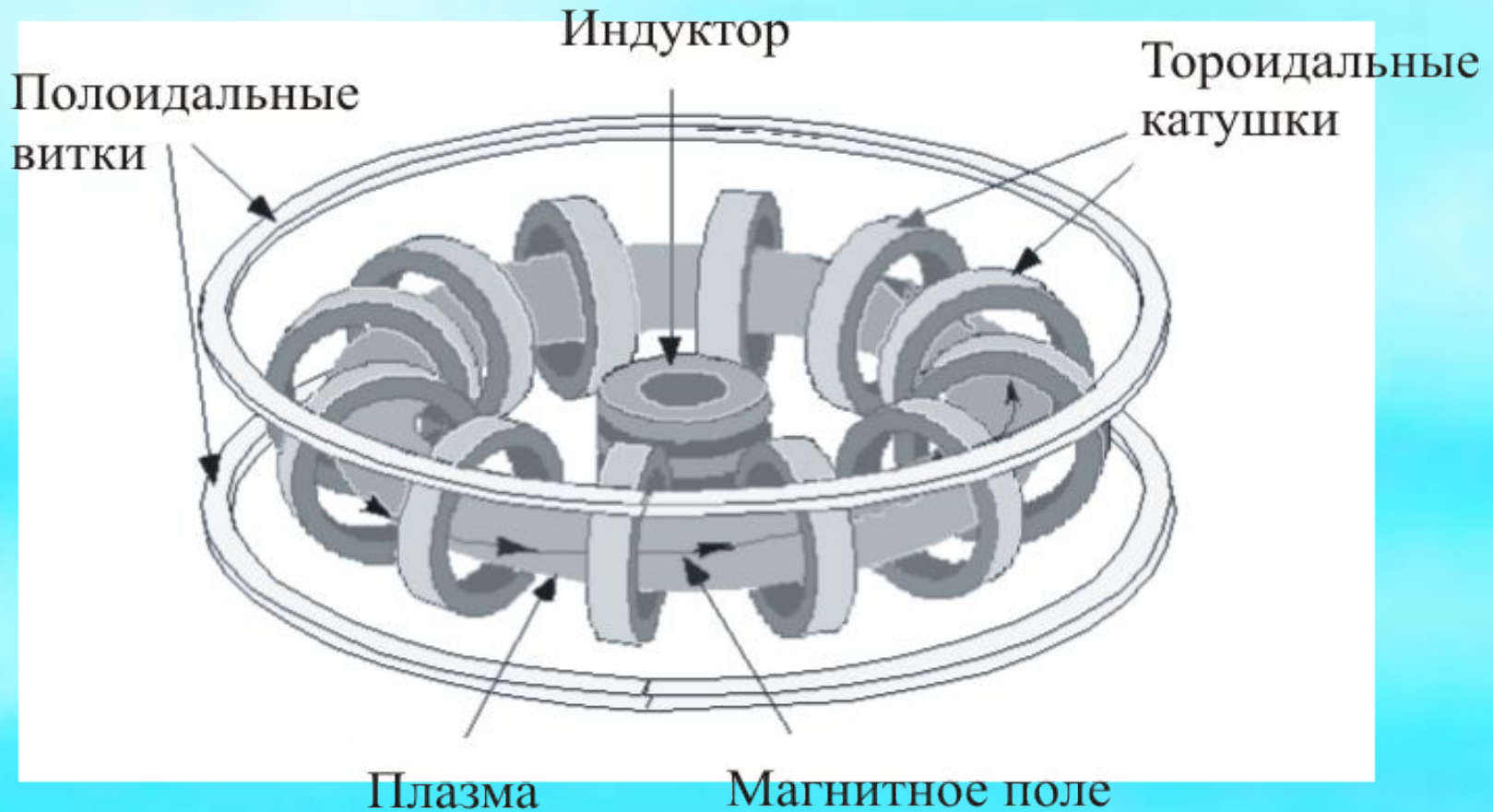


Движение
заряженных частиц
в магнитосфере
Земли



Радиационные пояса Земли

Плазма в ТОКАМАКЕ

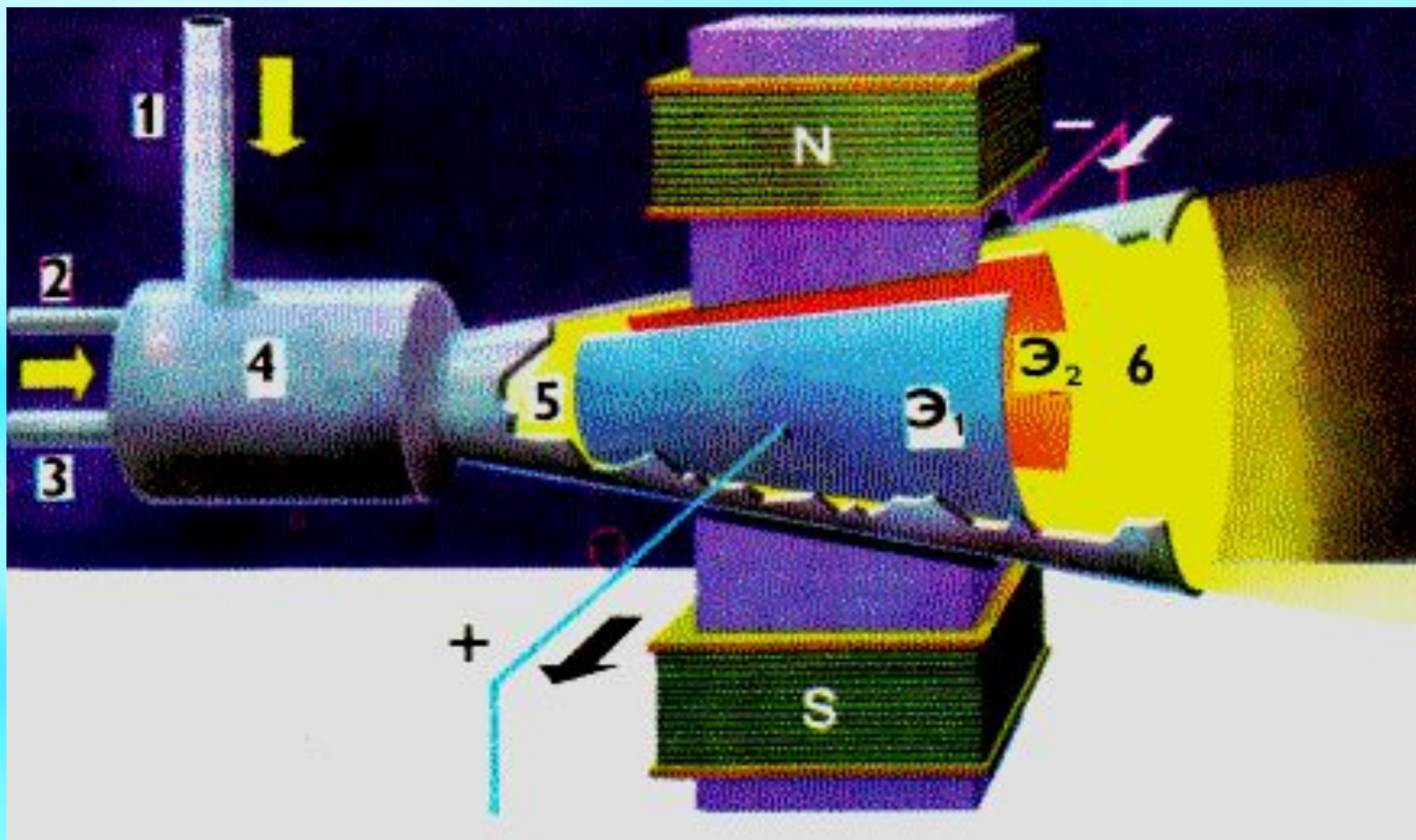


(магнитное удержание плазмы)



"Ураган"

Схема МГД - генератора



Лекция окончена!