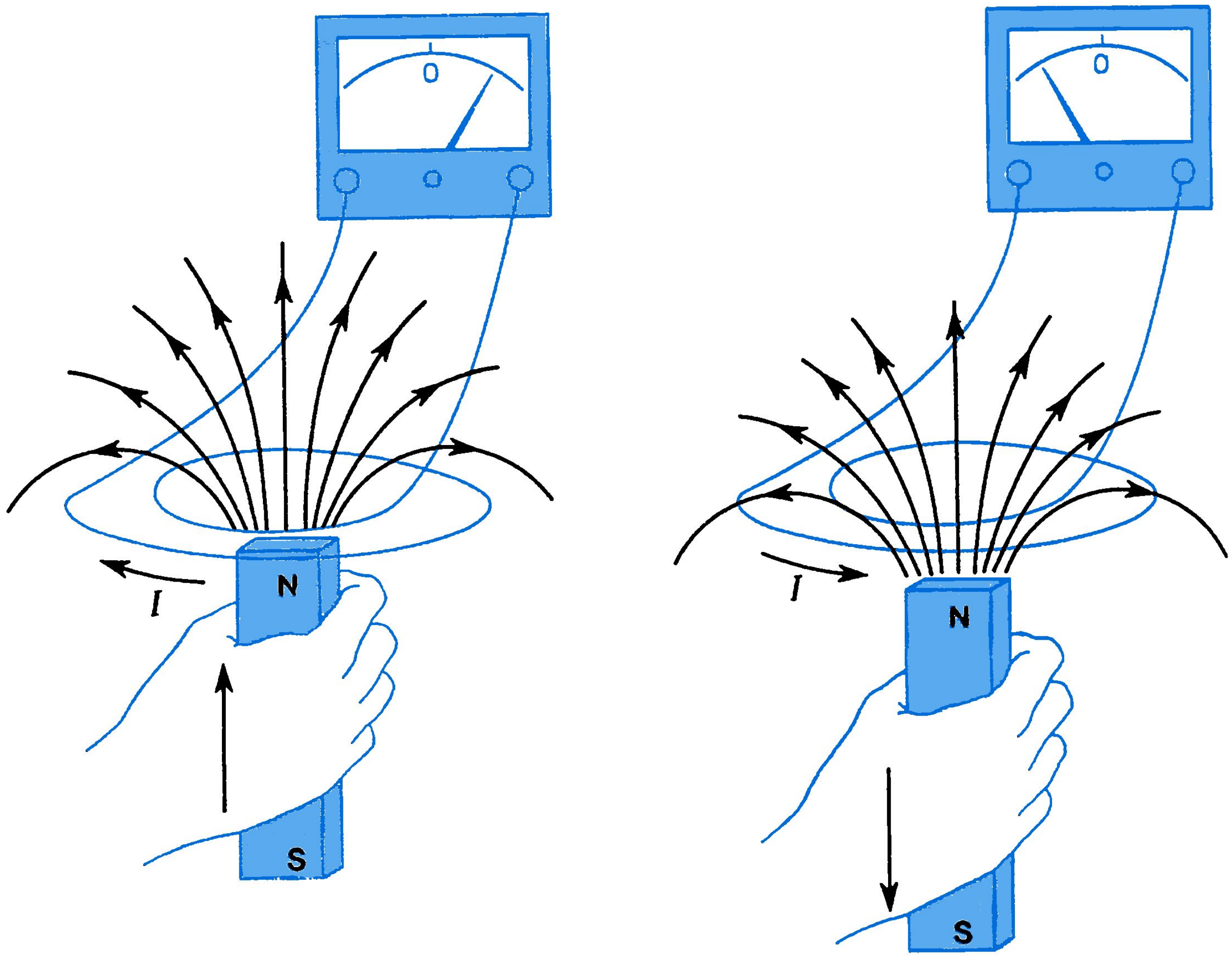
Электромагнитная индукция

В 1831 г. английский физик М. Фарадей, открыл **явление электромагнитной индукции**, которое заключается в том, что в замкнутом проводящем контуре при изменении потока магнитной индукции, охватываемого этим контуром, возникает электрический ток, получивший название индукционного.

Направление индукционного тока определяется **правилом Ленца: индукционный ток всегда направлен так, чтобы противодействовать причине, его вызывающей**



а *б*

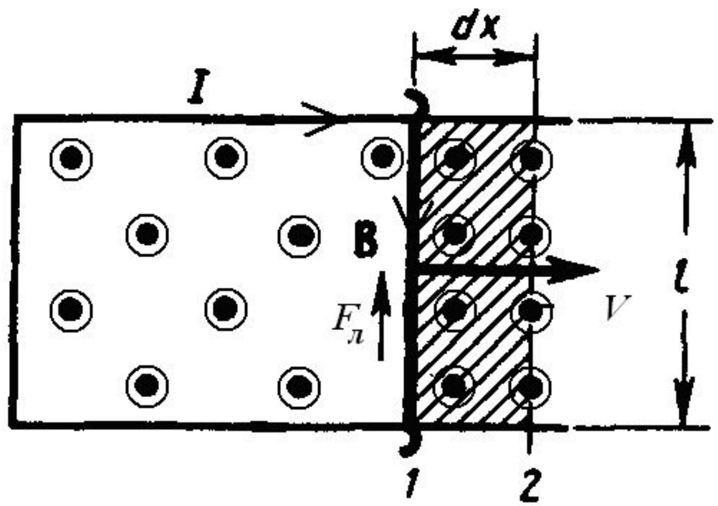
Закон электромагнитной индукции Фарадея: какова бы ни была причина изменения магнитного потока, охватываемого замкнутым проводящим контуром, возникающая в контуре э. д. с. индукции численно равна и противоположна по знаку скорости изменения магнитного потока сквозь поверхность, ограниченную этим контуром.

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt}$$

Знак минус отражает правило Ленца

Природа э.д.с. электромагнитной индукции.

1). Возникновение э. д. с. индукции при движения контура в постоянном магнитном поле объясняется действием *силы Лоренца*, возникающей при движении проводника.



2). Для объяснения э. д. с. индукции в *неподвижных* проводниках Максвелл предположил, что всякое *переменное магнитное поле* возбуждает в окружающем пространстве электрическое поле, которое и является причиной возникновения индукционного тока в проводнике.

Циркуляция вектора ***E*** этого поля по любому неподвижному контуру *L* проводника представляет собой э. д. с. электромагнитной индукции:

$$\varepsilon_i = \oint_L \vec{E} d\vec{l}$$

С другой стороны по закону Фарадея:

$$\varepsilon_i = -\frac{\partial \Phi}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial t}\int \vec{B} d\vec{S} = -\int \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}$$

Приравняв эти выражения получим: $$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = -\int \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}$$

Циркуляция электрического поля, создаваемого изменяющимся магнитным полем отлична от нуля, значит, это поле *не является потенциальным*, а является как и магнитное поле *вихревым*.

Индуктивность контура

Электрический ток, текущий в замкнутом контуре, создает вокруг себя магнитное поле, индукция которого, пропорциональна току:

$$B \sim I$$

Магнитный поток $\Phi \sim B$ Следовательно $\Phi \sim I$

Запишем в виде равенства

$$\Phi = LI$$

Коэффициент пропорциональности *L* называется **индуктивностью контура**. Индуктивность зависит от геометрических размеров и формы контура, а также от магнитных свойств окружающей среды.

Единицей индуктивности является **генри** (Гн). Индуктивностью 1Гн обладает контур, магнитный поток сквозь который при силе тока 1А равен 1Вб

$$[Гн] = [Вб/А] = [В \cdot c/А]$$

Вычисление индуктивности

1). Найти индукцию магнитного поля, как функцию тока: *B=B(I)*.

2). Вычислить полный магнитный поток:

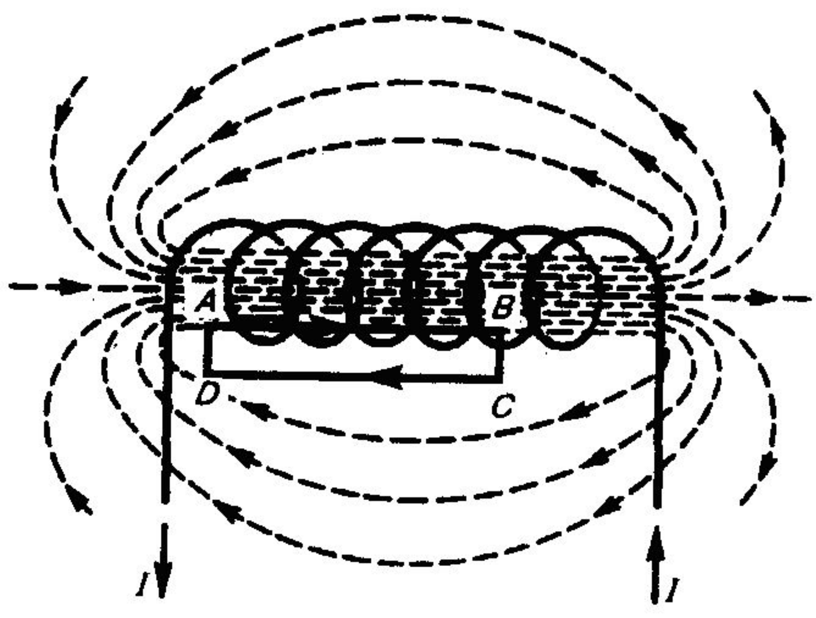
$$\Phi = \int \vec{B} d\vec{S}$$

3). Определить индуктивность, воспользовавшись связью магнитного потока и силы тока

$$L = \frac{\Phi}{I}$$

Пример. Вычисление индуктивности соленоида.

1). Рассмотрим соленоид длиной l, имеющий *N* витков, по которому течет ток *I* . Длину соленоида считаем во много раз больше, чем диаметр его витков



Индукцию магнитного поля внутри соленоида рассчитаем, применяя теорему о циркуляции.

$$\oint_L \vec{B}d\vec{l} = \oint_L B_l dl = \mu_0 \sum_{k=1}^{N} I_k$$

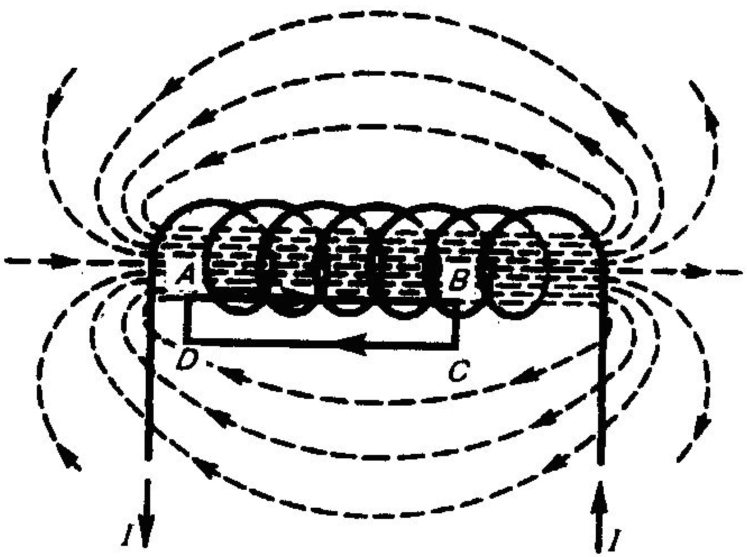
Выберем замкнутый прямоугольный контур *ABCDA,* как показано на рис.

Циркуляция вектора **B** по замкнутому контуру *ABCDA,* охватывающему все *N* витков, равна

$$\oint_L B_l dl = \oint_{ABCDA} B_l dl = \mu_0 NI$$

Интеграл по контуру ABCDA можно представить в виде четырех интегралов:

$$\oint_{ABCDA} B_l dl = \int_{AB} B_l dl + \int_{BC} B_l dl + \int_{CD} B_l dl + \int_{DA} B_l dl$$



На участках *BC* и *DA* контур перпендикулярен линиям магнитной индукции и $B_l=0$. На участке *CD* вне соленоида $B=0$.

Остается только один интеграл:

$$\int_{AB} B_l dl = \mu_0 NI$$

$$Bl = \mu_0 NI$$

Выражение для магнитной индукции поля внутри соленоида примет вид:

$$B = \frac{\mu_0 NI}{l} = \mu_0 nI$$

$n=N/l$ - число витков на единицу длины

Магнитное поле внутри соленоида *однородно.*

2). Магнитный поток сквозь один виток соленоида площадью *S* равен

$$\Phi_1 = \int BdS = B\int dS = BS$$

Полный магнитный поток, пронизывающий *N* витков, равен

$$\Phi = N\Phi_1 = NBS = \frac{\mu_0 N^2 IS}{l}$$

3). Вычислим индуктивность соленоида

$$L = \frac{\Phi}{I} = \frac{\mu_0 N^2 S}{l} = \frac{\mu_0 N^2 S \cdot l}{l \cdot l} = \mu_0 n^2 V$$

$V=Sl$ объем соленоида.

Для соленоида с сердечником:

$$L = \mu\mu_0 n^2 V$$

μ - магнитная проницаемость среды

Э.д.с. самоиндукции

Возникновение э.д.с. индукции в проводящем контуре при изменении в нем силы тока называется **самоиндукцией.**

Для получения выражения для э.д.с. самоиндукции применим закон Фарадея:

$$\varepsilon_s = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt}(LI) = -\left(\frac{dL}{dt}I + L\frac{dI}{dt}\right)$$

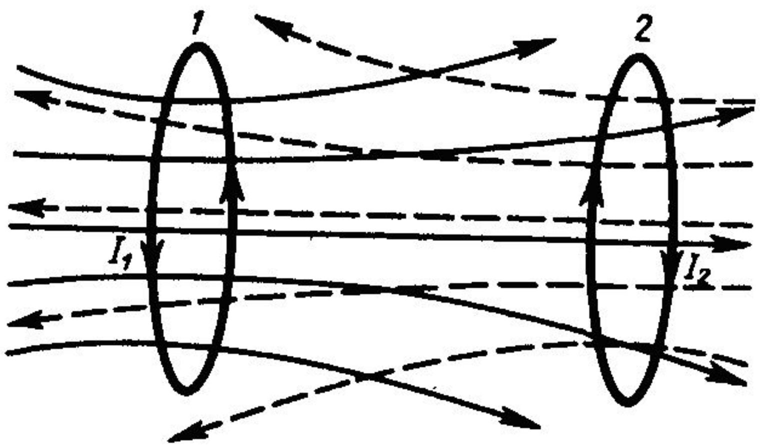
Если при изменении тока индуктивность *L* остается постоянной, то

$$\varepsilon_s = -L\frac{dI}{dt}$$

Знак минус показывает, что ε_s всегда направлена так, чтобы препятствовать изменению силы тока

Взаимная индукция.

Рассмотрим два неподвижных контура (*1* и *2*), расположенных достаточно близко друг от друга.



Если в контуре *1* течет ток, то магнитный поток, создаваемый этим током (поле, создающее этот поток, изображено сплошными линиями), пропорционален I_1.

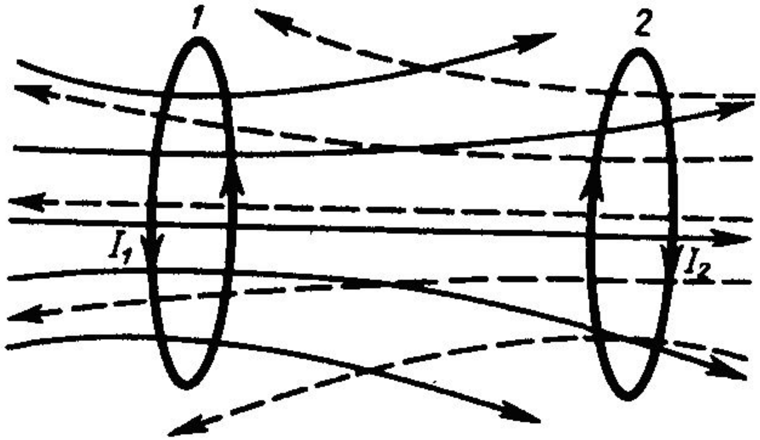
Часть магнитного потока, которая пронизывает контур *2*

$$\Phi_{21} = L_{21} I_1$$

где L_{21} — коэффициент пропорциональности.

Если ток I_1 изменяется, то в контуре *2* индуцируется э.д.с. $\boldsymbol{\varepsilon}_{i2}$, которая по закону Фарадея равна

$$\varepsilon_{i2} = -\frac{d\Phi_{21}}{dt} = -L_{21}\frac{dI_1}{dt}$$



При протекании в контуре *2* тока I_2 магнитный поток (его поле изображено штриховыми линиями) пронизывает первый контур.

Часть магнитного потока, которая пронизывает контур *1*

$$\Phi_{12} = L_{12} I_2$$

Если ток I_2 изменяется, то в контуре *1* индуцируется э.д.с. $\boldsymbol{\varepsilon}_{i1}$, которая по закону Фарадея равна

$$\varepsilon_{i1} = -\frac{d\Phi_{12}}{dt} = -L_{12}\frac{dI_2}{dt}$$

Явление возникновения э.д.с. в одном из контуров при изменении силы тока в другом называется **взаимной индукцией**.

Коэффициенты пропорциональности L_{12} *и* L_{21} называются **взаимной индуктивностью контуров**.

Коэффициенты L_{12} и L_{21} зависят от геометрической формы, размеров, взаимного расположения контуров и от магнитной проницаемости окружающей контуры среды.

Единица взаимной индуктивности — генри (*Гн*)

При отсутствии ферромагнетиков

$$L_{12} = L_{21}$$ (Теорема взаимности).

Энергия магнитного поля

Рассмотрим контур индуктивностью *L*, по которому течет ток *I*.

Магнитный поток, создаваемый полем этого тока

$$\Phi = LI$$

При изменении тока на *dI* магнитный поток изменяется на *dΦ*

$$d\Phi = LdI$$

Для изменения магнитного потока необходимо совершить работу

$$dA = Id\Phi = LIdI$$

Тогда работа по созданию магнитного потока *Φ* будет равна

$$A = \int_0^I LIdI = \frac{LI^2}{2}$$

Энергия магнитного поля, связанного с контуром, равна

$$W = A = \frac{LI^2}{2}$$

Выразим энергию магнитного поля непосредственно через индукцию магнитного поля *B* на примере соленоида.

Так как $L = \mu\mu_0 n^2 V$

$$W = \frac{LI^2}{2} = \frac{\mu\mu_0 n^2 V I^2}{2}$$

Индукция магнитного поля соленоида равна $B = \frac{\mu\mu_0 N I}{l} = \mu\mu_0 n I$

Выразим $nI = \frac{B}{\mu\mu_0}$

Подставим в выражение для энергии магнитного поля

$$W = \frac{\mu\mu_0 B^2}{2\mu^2\mu_0^2} V = \frac{B^2}{2\mu\mu_0} V$$

Введем понятие объемной плотности энергии:

$$w = \frac{W}{V} = \frac{B^2}{2\mu\mu_0}$$

Выражение для объемной плотности энергии магнитного поля получено для однородного поля, но оно справедливо и для неоднородных полей.

Для сравнения:

Объемная плотность энергии электрического поля

$$w = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2}$$

E – напряженность электрического поля, ε - диэлектрическая проницаемость среды

$\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ \text{Ф}/\text{м}$ - электрическая постоянная

Магнитное поле в веществе

Если во внешнее магнитное поле внести вещество, то поле изменяется, так как всякое вещество способно под действием магнитного поля приобретать магнитный момент.

Это можно объяснить тем, что каждый движущийся вокруг ядра атома электрон представляет собой элементарный круговой ток.

В отсутствие внешнего поля орбиты молекулярных токов, а, следовательно, и их магнитные моменты

$$\vec{p}_m = IS\vec{n}$$

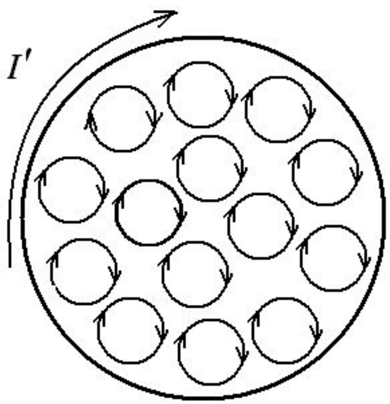
ориентированы хаотически в пространстве так, что вещество не проявляет никаких магнитных свойств.

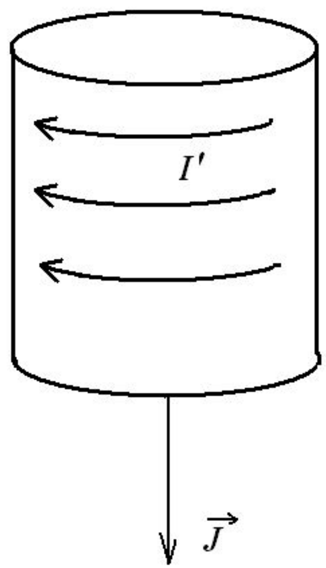
При наложении внешнего магнитного поля моменты ориентируются вдоль силовых линий этого поля - вещество **намагничивается**.

Суммарный магнитный момент единицы объема называется **намагниченностью** и определяется выражением:

$$\vec{J} = \frac{1}{\Delta V}\sum_i \vec{p}_m$$

Для вычисления индукции макроскопического поля, молекулярные токи можно заменить макроскопическими токами, получившими название **токами намагничивания** .





Рассмотрим намагниченный цилиндр из однородного материала.

Некомпенсированными остаются только те молекулярные токи, которые выходят на боковую поверхность цилиндра.

Эти токи образуют макроскопический поверхностный ток I', циркулирующий по боковой поверхности цилиндра, который создает такое же макроскопическое поле, что и все молекулярные токи вместе взятые.

Циркуляция вектора намагниченности *J*.

Циркуляция вектора намагниченности по произвольному замкнутому контуру равна алгебраической сумме токов намагничивания, охватываемых этим контуром:

$$\oint \vec{J}\,d\vec{l} = I'$$

Напряженность магнитного поля *H*.

Циркуляция вектора ***B***, определяется не только токами проводимости, но и токами намагничивания

$$\oint \vec{B}\,d\vec{l} = \mu_0\left(I + I'\right)$$

Выражая ток намагничивания через циркуляцию вектора намагниченности, получим

$$\oint \left(\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J}\right) d\vec{l} = I$$

Величину, стоящую в скобках, называют напряженностью магнитного поля:

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J}$$

$$\oint \vec{H} d\vec{l} = I$$

Циркуляция вектора напряженности магнитного поля по произвольному замкнутому контуру равна алгебраической сумме токов проводимости, охватываемых этим контуром.

Размерность напряженности магнитного поля $[H] = \left[\frac{A}{м}\right]$

Вектор намагниченности и напряженность магнитного поля связаны следующим соотношением:

$$\vec{J} = \chi \vec{H}$$

где χ - магнитная восприимчивость, зависящая от свойств магнетика.

$\chi<0$ для диамагнетиков $\chi>0$ для парамагнетиков

Связь между векторами **B** и **H**.

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \chi\vec{H} \qquad \vec{B} = \mu_0\left(1+\chi\right)\vec{H} = \mu\mu_0\vec{H}$$

где $\mu = 1+\chi$ - магнитная проницаемость среды.

Для диамагнетиков $\mu < 1$ Для парамагнетиков $\mu > 1$