

# ЛЕКЦИЯ 16

4 мая 2004г.

## ПЛАН ЛЕКЦИИ

- 1. Интерференция, получаемая делением волнового фронта:**
  - *метод Юнга;*
  - *бипризма Френеля.*
- 2. Интерференция, получаемая делением амплитуды:**
  - *интерференция при отражении от плоскопараллельной пластинки и клина;*
  - *кольца Ньютона.*
- 3. Практическое применение интерференции.**

## Сведения из лекции 15:

Для получения устойчивой интерференционной картины от обычных источников света необходимо исходную световую волну разделить на две части, которые дадут интерференционную картину при соблюдении двух условий:

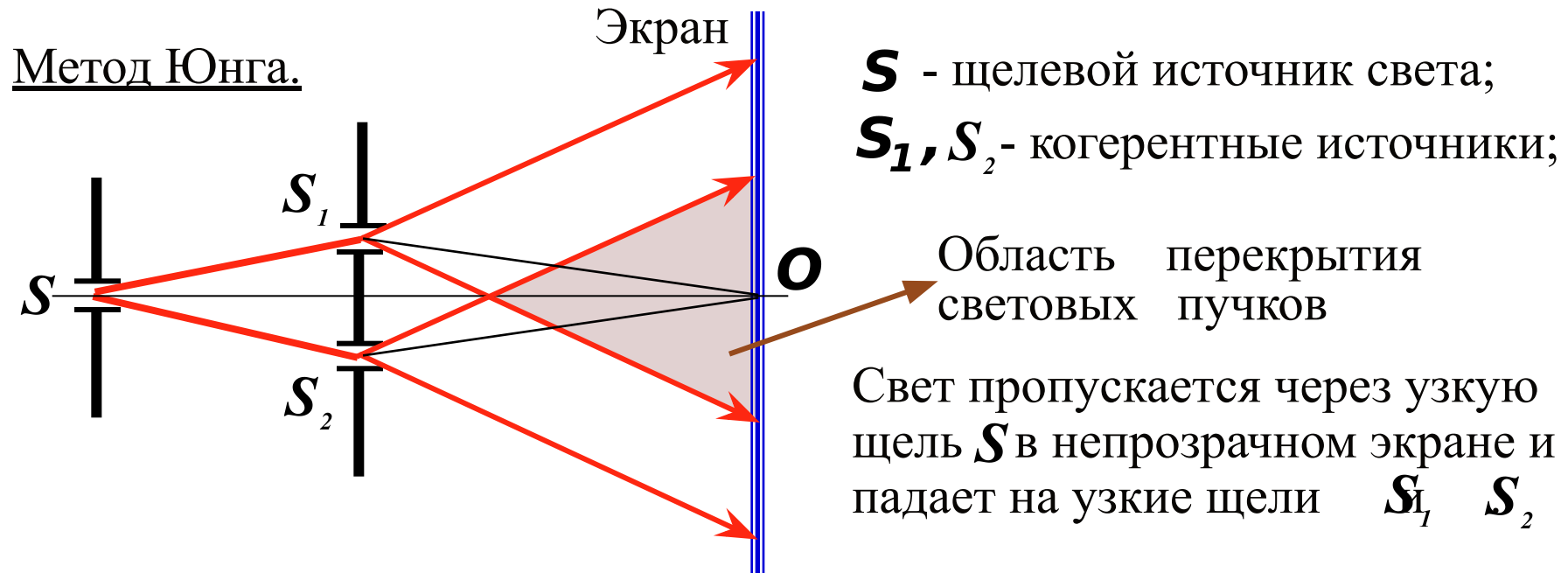
1. Разность хода световых волн должна быть меньше длины когерентности:  $\Delta < l_{\text{ког}}$ . Длина когерентности зависит от монохроматичности волн и времени когерентности, поэтому это условие называется временной когерентностью волн

2. Ширина когерентности  $h_{\text{ког}}$  должна превышать расстояние между некоторыми характерными световыми лучами в месте расщепления исходной волны (на рисунке интерференции это расстояние  $d$  между источниками излучения  $S_1$  и  $S_2$ ).

---

Условно можно выделить две схемы интерференции, отличающиеся методом создания когерентных пучков: интерференция, получаемая *делением волнового фронта* и интерференция, получаемая *делением амплитуды* волны.

## Интерференция, получаемая делением волнового фронта



Волны, исходящие из щелей **S<sub>1</sub>** и **S<sub>2</sub>**, получены делением одного волнового фронта, исходящего из щели **S**. Поэтому они когерентны и в области перекрытия световых пучков наблюдается интерференционная картина.

В зависимости от разности хода до экрана происходит усиление или ослабление волн и на экране наблюдается чередование светлых и темных полос.

# Интерференция световых волн

## *Интерференция, получаемая делением волнового фронта*

### Бипризма Френеля.

В этой схеме для разделения исходной световой волны используют двойную призму ***B*** (бипризму) с малым преломляющим углом  $\psi$  (пси).

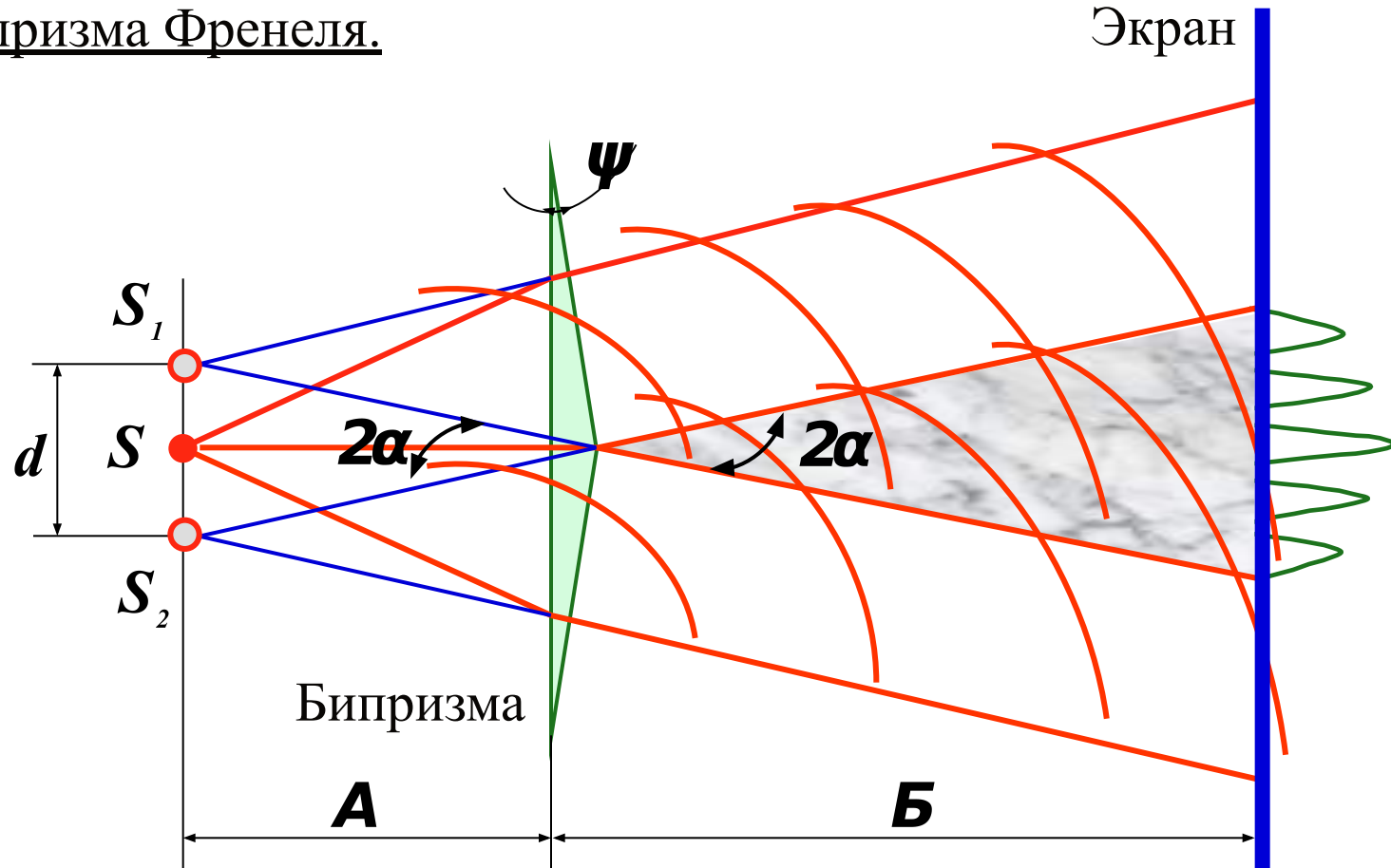
Источник света - ярко освещенная узкая щель ***S***, параллельная преломляющему ребру бипризмы.

Поскольку преломляющий угол бипризмы очень мал (порядка десятка угловых минут), то все лучи отклоняются бипризмой на практически одинаковый угол  $\alpha = (n - 1)\psi$ .

В результате образуются две когерентные волны, как бы исходящие из мнимых источников  $S_1$  и  $S_2$ , лежащих в одной плоскости со щелью ***S***.

## Интерференция световых волн

## Интерференция, получаемая делением волнового фронта

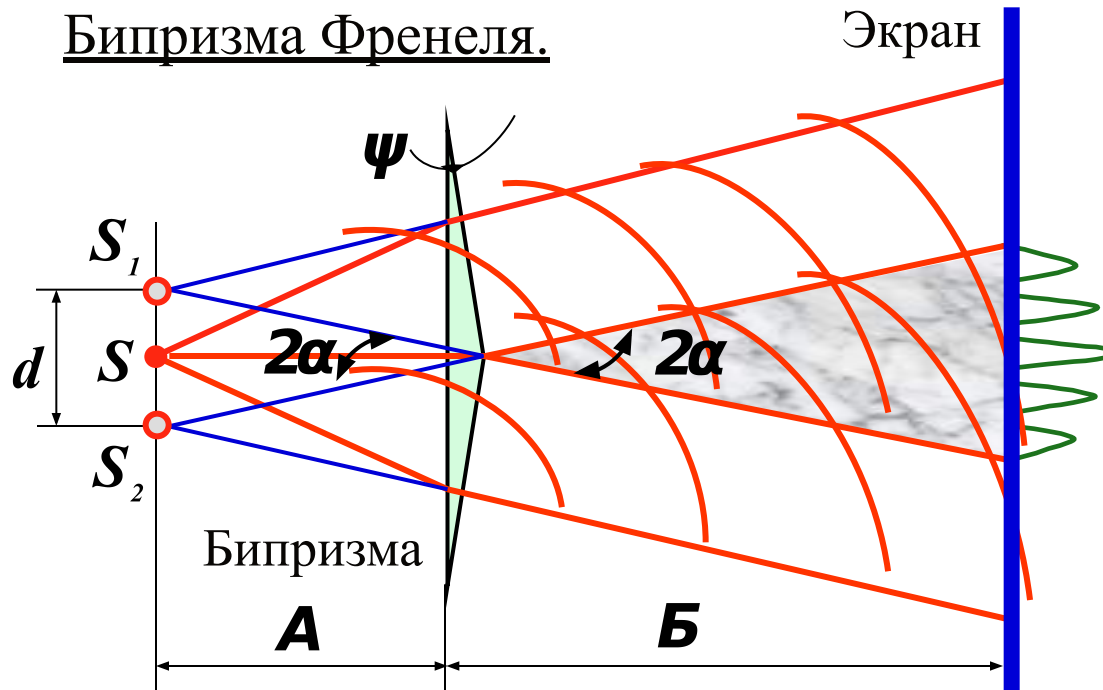
Бипризма Френеля.

$S$  - источник света;  $S_1, S_2$  - мнимые источники света;

# Интерференция световых волн

## Интерференция, получаемая делением волнового фронта

Бипризма Френеля.



Экран

Определим ширину интерференционной линии.

Из прошлой лекции:

$$\Delta x = \frac{l}{d} \lambda,$$

где  $l = A + B$  - расстояние от источников до экрана.

Учитывая, что

$$d = 2A \tan \alpha \approx 2A \alpha, \text{ а } \alpha = (n-1)\psi, \text{ получим:}$$

$$\Delta x = \frac{l}{d} \lambda = \frac{A+B}{2A(n-1)\psi} \lambda = \frac{\lambda}{2(n-1)\psi} \left( 1 + \frac{B}{A} \right)$$

Видно, что ширина полос тем больше, чем больше расстояние от призмы до экрана.

# Интерференция световых волн

## **Интерференция, получаемая делением амплитуды**

### Интерференция при отражении от тонких пластинок.

При падении световой волны на тонкую прозрачную пластинку или пленку происходит отражение от обеих поверхностей пластинки.

В результате возникают две световые волны, которые могут интерферировать.

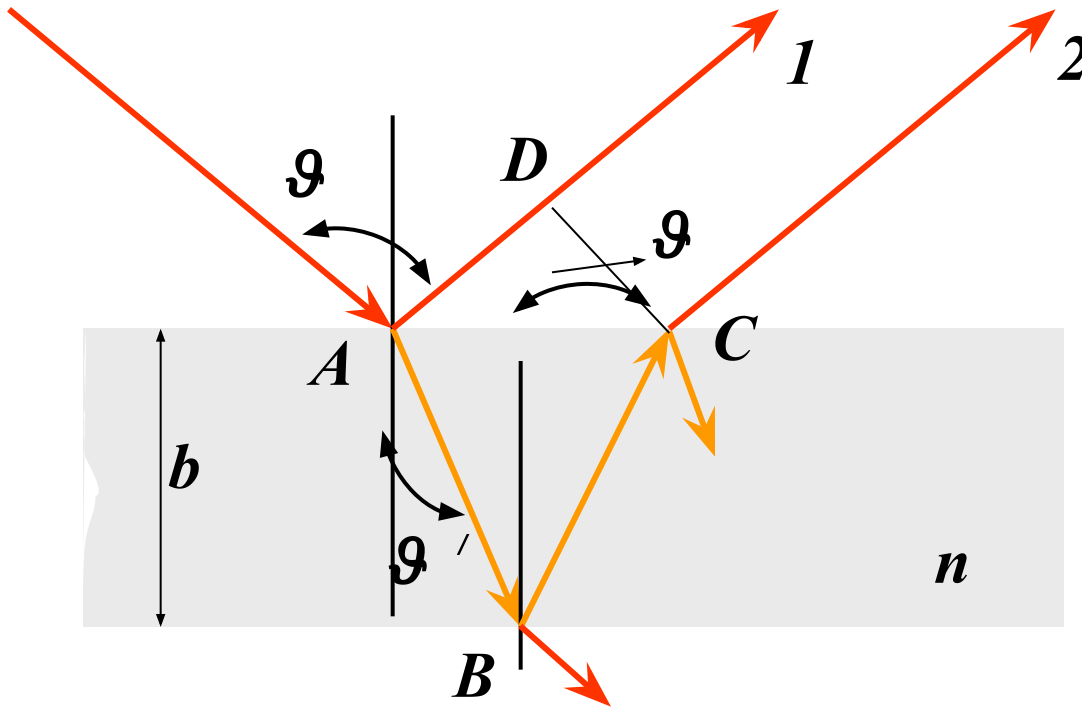
На пластинке происходит *деление амплитуды*, поскольку фронты волн на ней сохраняются, меняя лишь направление своего движения.

Пусть на прозрачную плоскопараллельную пластинку под углом  $\theta$  (рета) относительно нормали к пластинке падает плоская световая волна, которую можно рассматривать как параллельный пучок лучей.

Пластинка отражает вверх два параллельных пучка света, один из которых образовался за счет отражения от верхней поверхности пластинки, другой – от нижней поверхности.

# Интерференция световых волн

## Интерференция при отражении от тонких пластинок.



Амплитуды волн  $1$  и  $2$  мало отличаются друг от друга, что важно для получения контрастной картины интерференции.

Определим оптическую разность хода  $\Delta$  волн  $1$  и  $2$ .

$$\Delta = n(AB + BC) - AD$$

$n$  - показатель преломления среды.

Избавимся от  $AB$ ,  $BC$  и  $AD$

Из геометрических соображений можно записать:

$$AB = BC = b / \cos \theta', \quad AD = AC \sin \theta,$$

$$\frac{1}{2} AC = b \tan \theta', \quad \longrightarrow \quad AC = 2b \tan \theta', \quad \text{тогда} \quad AD = 2b \tan \theta' \sin \theta.$$



## Интерференция световых волн

### Интерференция при отражении от тонких пластинок.

$$\Delta = n(AB + BC) - AD \quad AD = 2btg\vartheta' \sin\vartheta$$

$$AB = BC = b / \cos\vartheta', \quad \text{В итоге получим:}$$

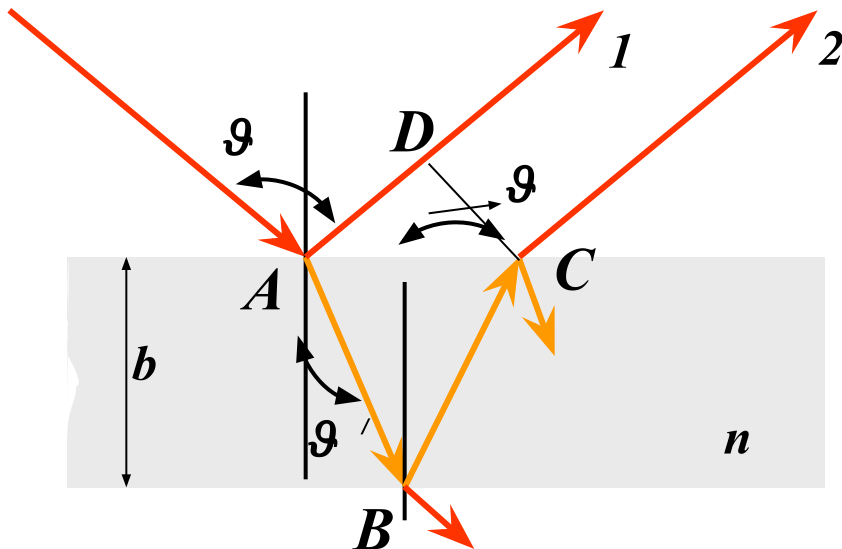
$$\Delta = n\left(b / \cos\vartheta' + b / \cos\vartheta'\right) - 2btg\vartheta' \sin\vartheta = \frac{n2b}{\cos\vartheta'} - \frac{2b\sin\vartheta' \sin\vartheta}{\cos\vartheta'}$$

Из закона преломления следует, что  $\sin\vartheta = n\sin\vartheta'$ .

Подставив это соотношение в предыдущую формулу, получим

$$\Delta = \frac{n2b}{\cos\vartheta'} - \frac{2bnsin^2\vartheta'}{\cos\vartheta'} =$$

$$= 2bn \left( \frac{1 - sin^2\vartheta'}{\cos\vartheta'} \right) = 2bn \cos\vartheta'$$



Учтем, что при отражении волны от оптически более плотной среды ее фаза изменяется скачком на  $\pi$ .

# Интерференция световых волн

## Интерференция при отражении от тонких пластинок.

Возникающую дополнительную разность фаз можно учесть, добавив к  $\Delta$  или вычтя из нее половину длины волны в вакууме:

$$\Delta = 2bn \cos \vartheta' \pm \frac{\lambda_0}{2}$$

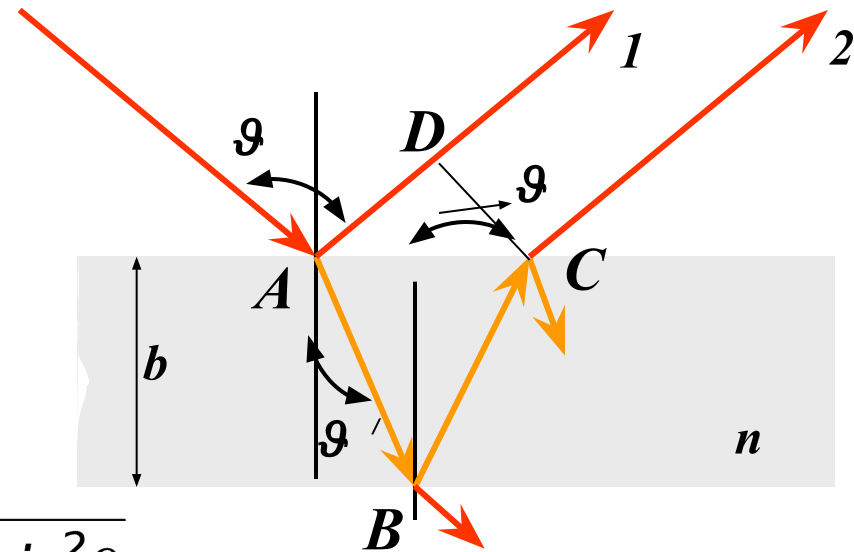
Избавимся от угла  $\vartheta'$ :

$$n \cos \vartheta' = \sqrt{n^2 - n^2 \sin^2 \vartheta'} = \sqrt{n^2 - \sin^2 \vartheta},$$

следовательно,

$$\Delta = 2b \sqrt{n^2 - \sin^2 \vartheta} \pm \frac{\lambda_0}{2}$$

формула для расчета разности хода отраженных волн.



Теперь важно определить условия, при которых волны окажутся когерентными и смогут интерферировать.

Волны смогут интерферировать, если наблюдается *временная* и *пространственная* когерентность.

# Интерференция световых волн

## Интерференция при отражении от тонких пластинок.

а). *Условие временной когерентности.*

Для обеспечения временной когерентности разность хода  $\Delta$  не должна превышать длину когерентности  $l_{\text{ког}}$

$$l_{\text{ког}} \approx \lambda^2 / \Delta\lambda \approx \lambda_0^2 / \Delta\lambda_0$$

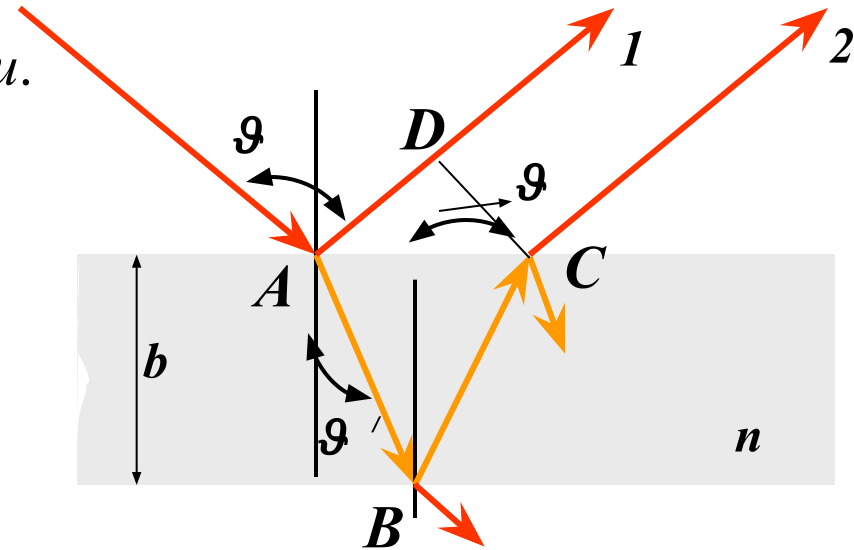
Запишем это условие:

$$2b\sqrt{n^2 - \sin^2\vartheta} - \frac{\lambda_0}{2} < \frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda_0}$$

Это означает, что для толщины пластинки должно выполняться условие:

$$b < \frac{\lambda_0(\lambda_0/\Delta\lambda + 1/2)}{2\sqrt{n^2 - \sin^2\vartheta}}.$$

Упростим выражение.



# Интерференция световых волн

## Интерференция при отражении от тонких пластинок.

а). Условие временной когерентности.

$$b < \frac{\lambda_0(\lambda_0/\Delta\lambda + 1/2)}{2\sqrt{n^2 - \sin^2\vartheta}}$$

Пренебрежем  $\frac{1}{2}$  по сравнению с  $\lambda_0/\Delta\lambda$

Учтем также, что  $\sqrt{n^2 - \sin^2\vartheta}$  имеет величину порядка единицы.

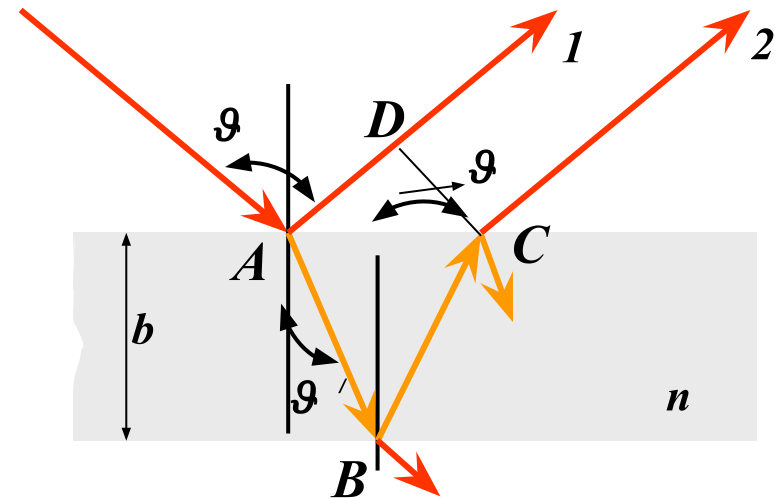
Тогда условие временной когерентности можно записать в виде:

$$b < \frac{\lambda_0^2}{2\Delta\lambda_0} \quad \text{или}$$

$2b < \frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda_0} < l_{\text{ког}}$  - удвоенная толщина пластинки должна быть меньше длины когерентности.

Пусть  $\lambda_0 = 0,5 \text{ мкм}$ ,  $\Delta\lambda_0 = 0,02 \text{ мкм}$ .

Предельное значение толщины пластинки при этом около  $0,06 \text{ мм}$ .



## Интерференция световых волн

### Интерференция при отражении от тонких пластинок.

б). *Условие пространственной когерентности.*

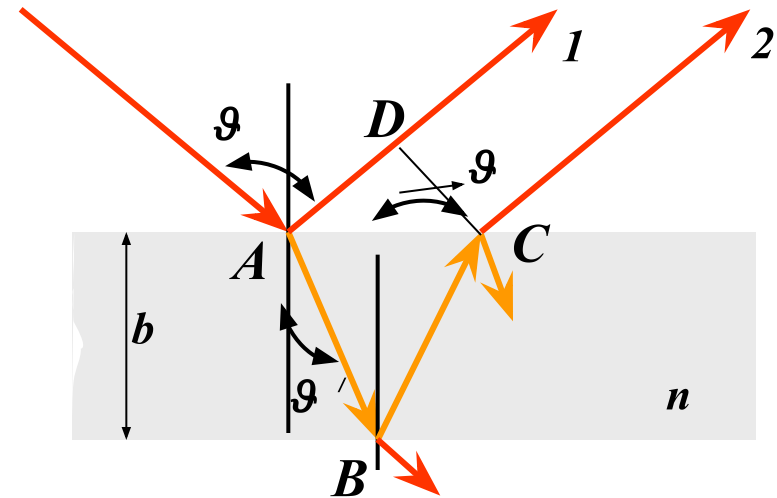
Вспомним, что пространственная когерентность световой волны характеризуется параметром, который называется *шириной когерентности*  $h_{\text{ког}}$

Это величина, пропорциональная отношению длины волны  $\lambda_0$  к угловому размеру  $\varphi$  источника светового излучения:  $h_{\text{ког}} \sim \lambda_0 / \varphi$ .

Отраженные от верхней и нижней поверхностей пластинки лучи будут интерферировать в том случае, если расстояние между лучами не превышает половины ширины когерентности:  $DC \leq h_{\text{ког}} / 2$

Запишем условие пространственной когерентности без вывода:

$$\frac{\sin 2\vartheta}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \vartheta}} \leq \frac{h_{\text{ког}}}{2}$$



## Интерференция световых волн

### Интерференция при отражении от тонких пластинок.

б). *Условие пространственной когерентности.*

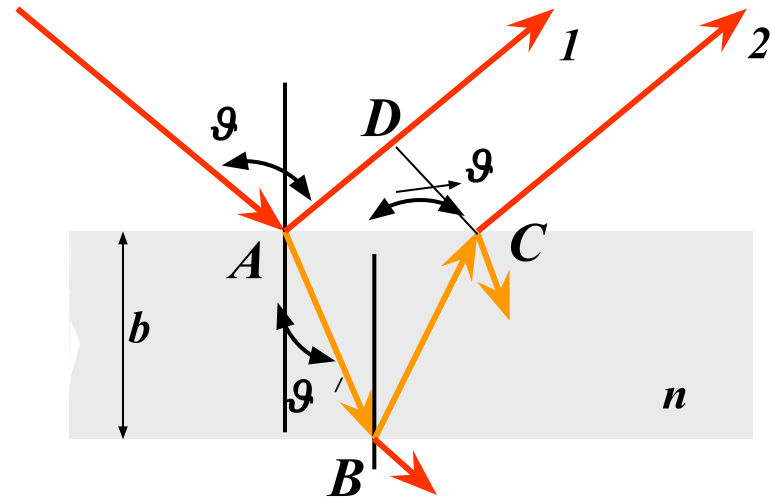
Выполнение этого условия будет зависеть от угла падения лучей  $\vartheta$ .

Чем меньше угол падения, тем меньше и менее существенным становится для получения интерференционной картины параметр источника светового излучения.

Таким образом, волны будут интерферировать, если выполняются условия временной и пространственной когерентности:

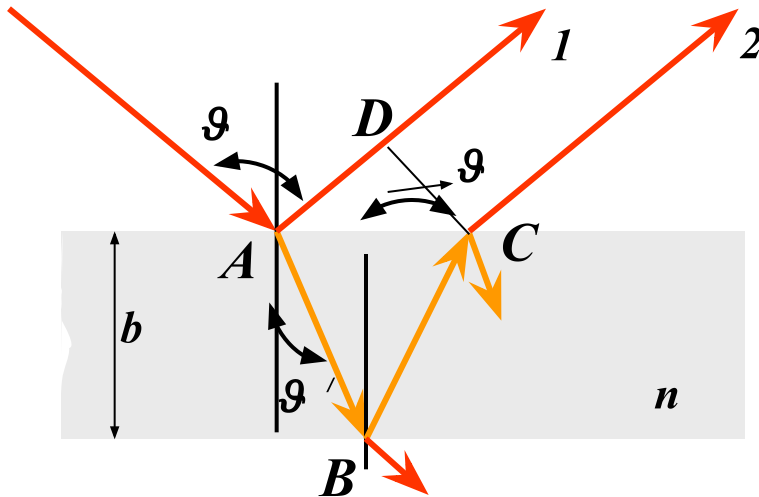
$$2b < \frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda_0} < l_{\text{ког1}}$$

$$\frac{\sin 2\vartheta}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \vartheta}} \leq \frac{h_{\text{ког2}}}{2}$$



## Интерференция световых волн

### Интерференция при отражении от тонких пластинок.



Интерференционная картина будет наблюдаться в виде системы полос.

$$\Delta = (2m + 1) \frac{\lambda}{2} - \text{условие минимумов}$$

$$\Delta = 2m \frac{\lambda}{2} - \text{условие максимумов}$$

Подставив в эти условия выражение для  $\Delta$ , получим, например, для максимумов выражение вида:

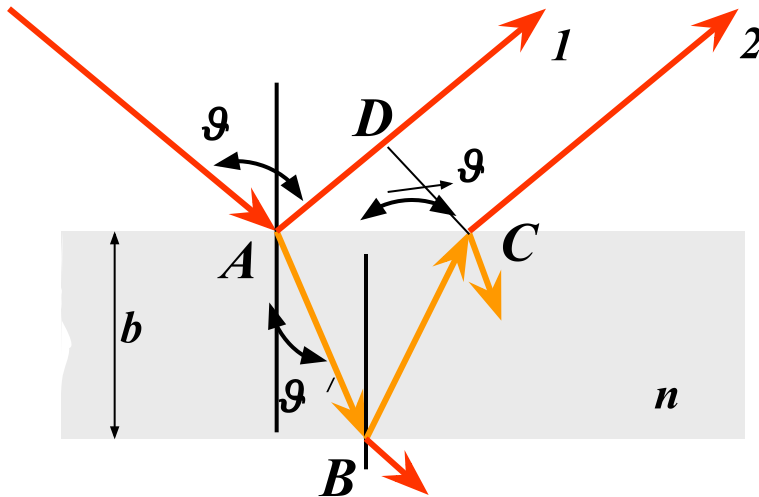
$$\Delta = 2b\sqrt{n^2 - \sin^2 \theta} - \frac{\lambda_0}{2} = 2m \frac{\lambda_0}{2} \Rightarrow 2b\sqrt{n^2 - \sin^2 \theta} = (2m + 1) \frac{\lambda_0}{2}$$

Интерференционную картину при отражении световых лучей от тонких пленок обычно наблюдают с помощью линзы, в фокальной плоскости которой располагается экран.

На экране наблюдаются чередующиеся светлые и темные круговые полосы. Каждая полоса будет образована лучами, падающими на пластинку под одинаковым углом  $\theta$

# Интерференция световых волн

## Интерференция при отражении от тонких пластинок.



В связи с этим интерференционные полосы называются *полосами равного наклона*.

Все рассуждения были проведены для отраженного света.

Интерференцию можно наблюдать и в проходящем свете.

Особенность – в проходящем свете потери полуволны не будет, оптическая разность хода волн для проходящего и отраженного света отличается на  $\lambda_0/2$ .

В связи с этим, например, максимуму интерференции в отраженном свете соответствует минимум в проходящем свете.



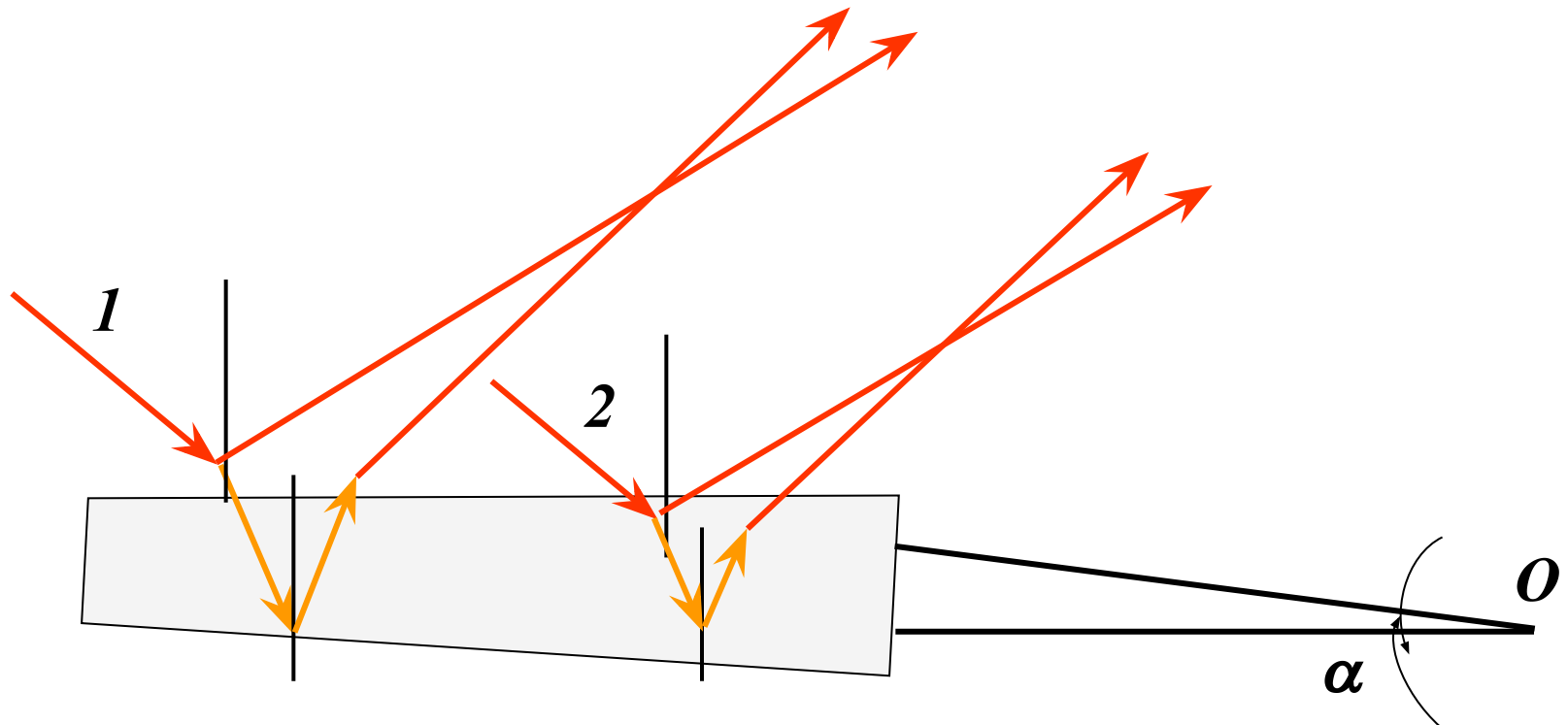
# Интерференция световых волн

## Интерференция от пластинки переменной толщины.

Пусть пластинка имеет форму клина с малым углом  $\alpha$  при вершине  $O$ .

Пусть на нее падает плоская волна, направление распространения которой совпадает с параллельными лучами  $1$  и  $2$ .

Отразившиеся от разных поверхностей пластинки лучи теперь не будут параллельными.

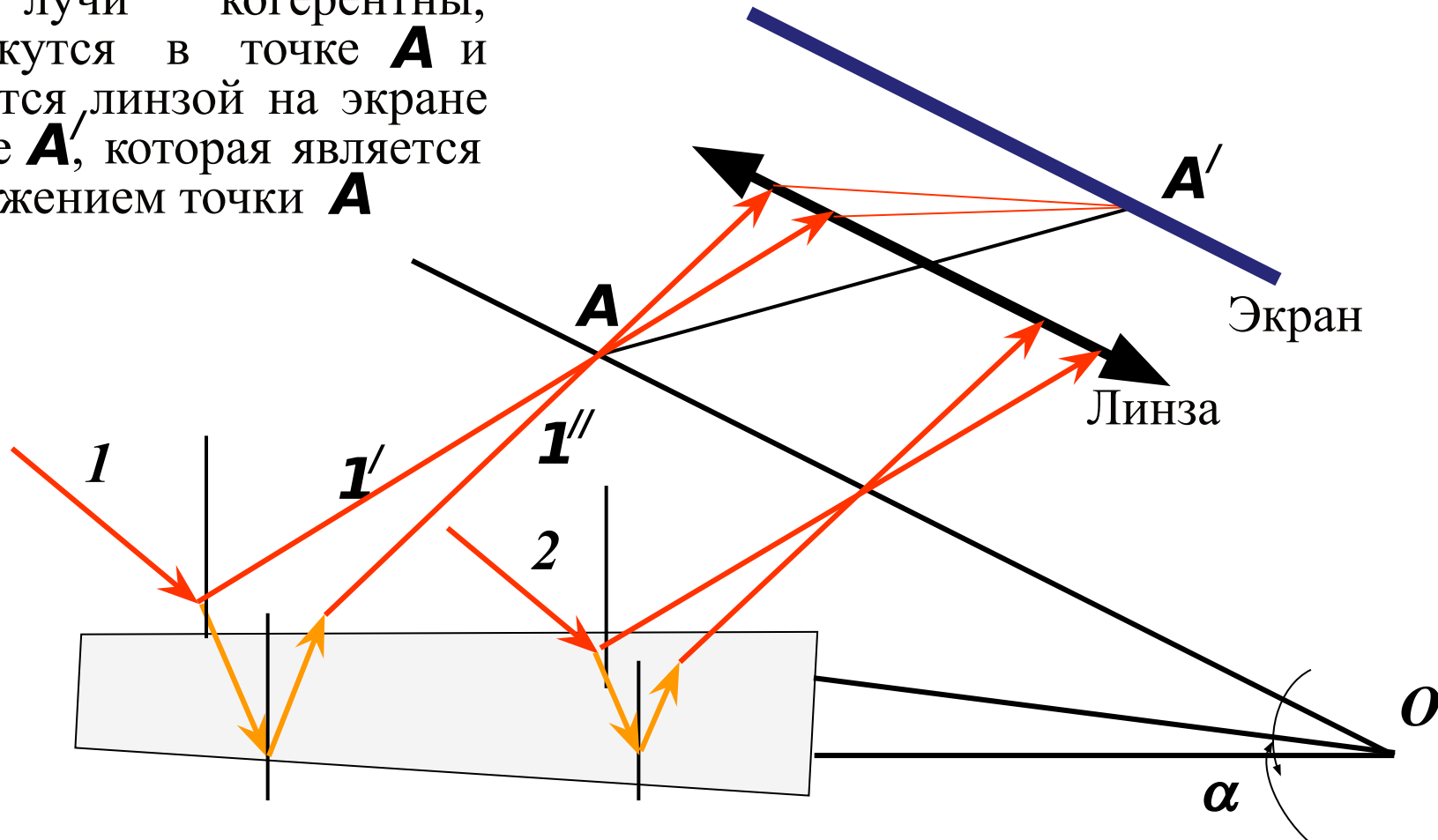


## Интерференция световых волн

### Интерференция от пластинки переменной толщины.

Из всех лучей, на которые разделился падающий луч  $1$ , рассмотрим только лучи  $1'$  и  $1''$ , отразившиеся от верхней и нижней поверхностей клина.

Эти лучи когерентны, пересекутся в точке  $A$  и соберутся линзой на экране в точке  $A'$ , которая является изображением точки  $A$ .



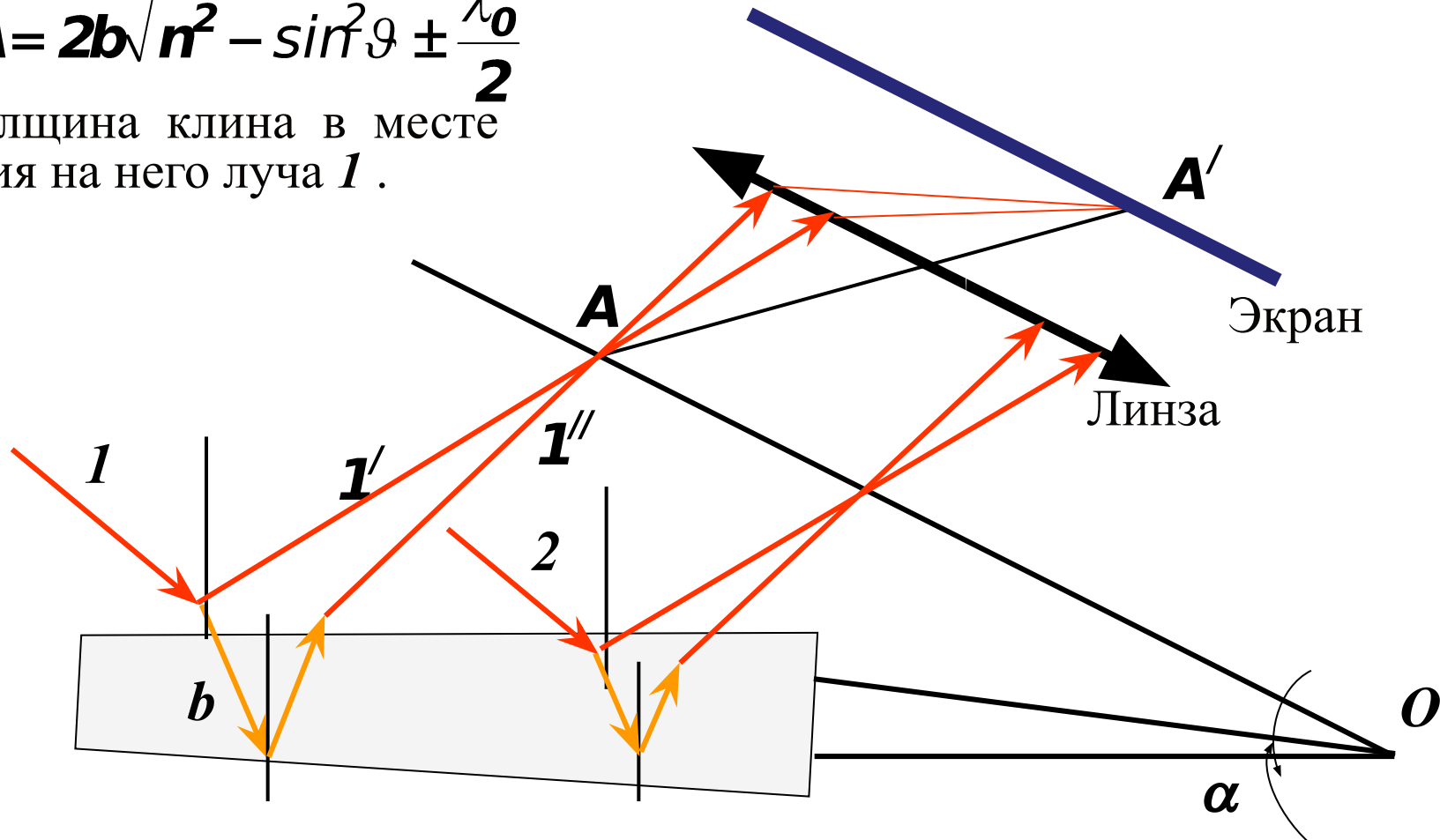
## Интерференция световых волн

### Интерференция от пластинки переменной толщины.

Если источник света расположен далеко от клина и угол  $\alpha$  очень мал, то оптическая разность хода между лучами  $1'$  и  $1''$  может быть вычислена по формуле для плоскопараллельной пластинки:

$$\Delta = 2b\sqrt{n^2 - \sin^2 \vartheta} \pm \frac{\lambda_0}{2}$$

$b$  - толщина клина в месте падения на него луча  $1$ .



## Интерференция световых волн

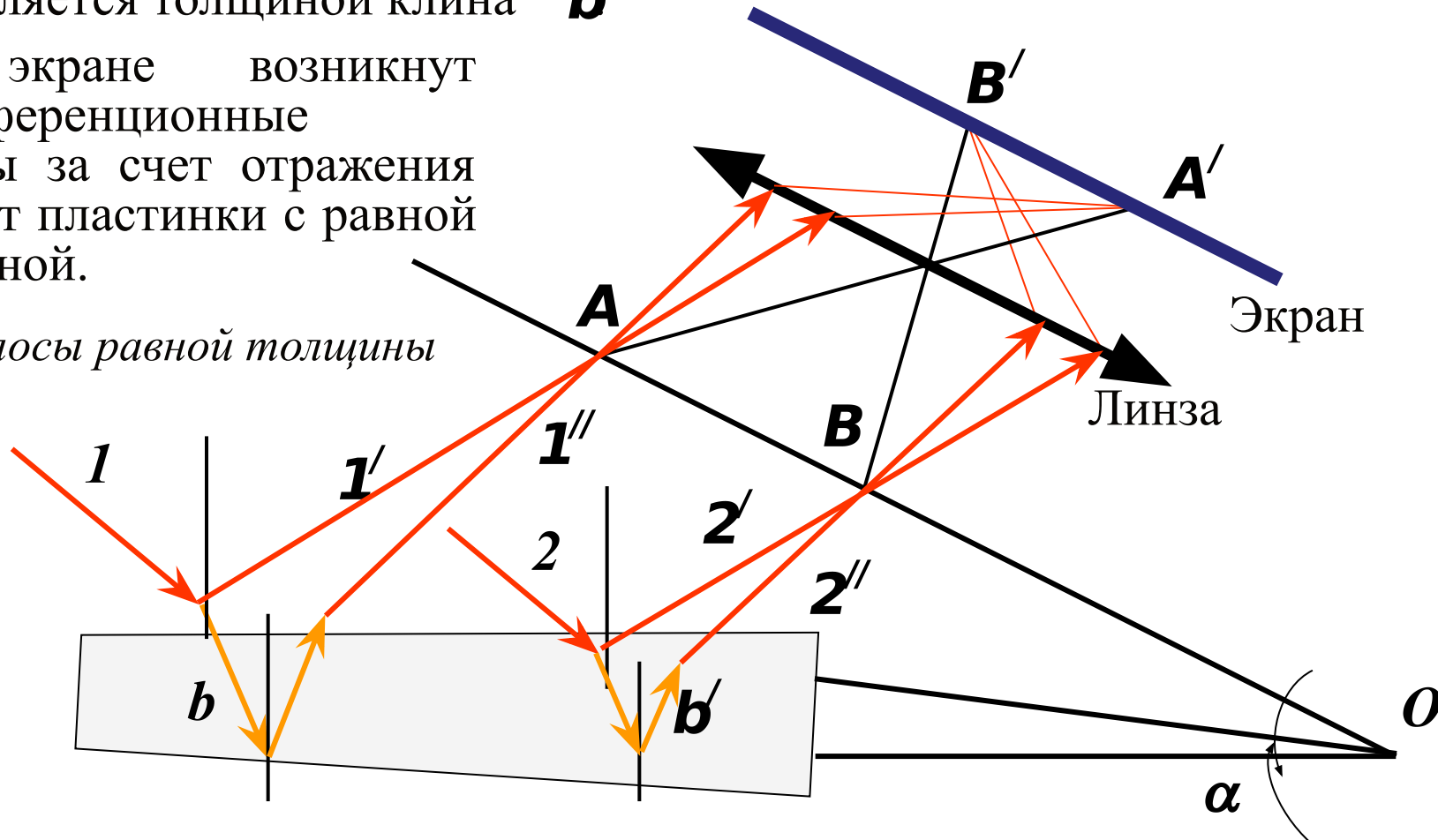
### Интерференция от пластинки переменной толщины.

Лучи  $2'$  и  $2''$ , образовавшиеся за счет деления луча  $2$ , падающего в другую точку клина, собираются линзой в точке  $B'$ .

Оптическая разность хода лучей  $2'$  и  $2''$  определяется толщиной клина  $b$ .

На экране возникнут интерференционные полосы за счет отражения от мест пластинки с равной толщиной.

Это *полосы равной толщины*



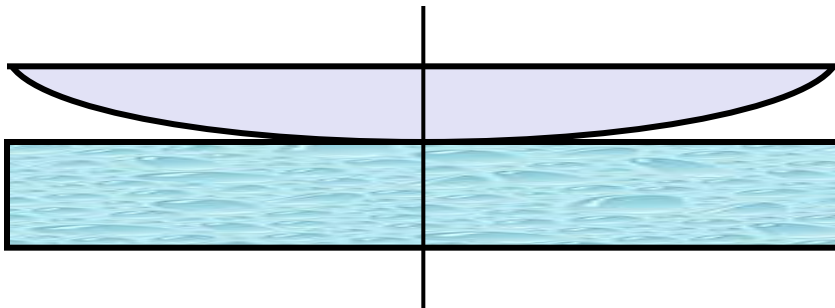
# Интерференция световых волн

## Кольца Ньютона

Кольца Ньютона - классический пример полос равной толщины.

Они наблюдаются при отражении света от соприкасающихся друг с другом плоскопараллельной толстой стеклянной пластинки и плоско-выпуклой линзы с большим радиусом кривизны.

Роль тонкой пленки играет воздушный зазор между пластиной и линзой.



При нормальном падении света в отраженном свете наблюдаются концентрические окружности с центром в точке соприкосновения линзы с пластинкой.

Найдем радиусы *темных* колец (минимумов)  $r_{mir}$ .

Запишем условие образования минимумов:

$$\Delta = (2m + 1) \frac{\lambda}{2},$$

$$\Delta = 2b \sqrt{n^2 - \sin^2 \vartheta} \pm \frac{\lambda_0}{2}$$

# Интерференция световых волн

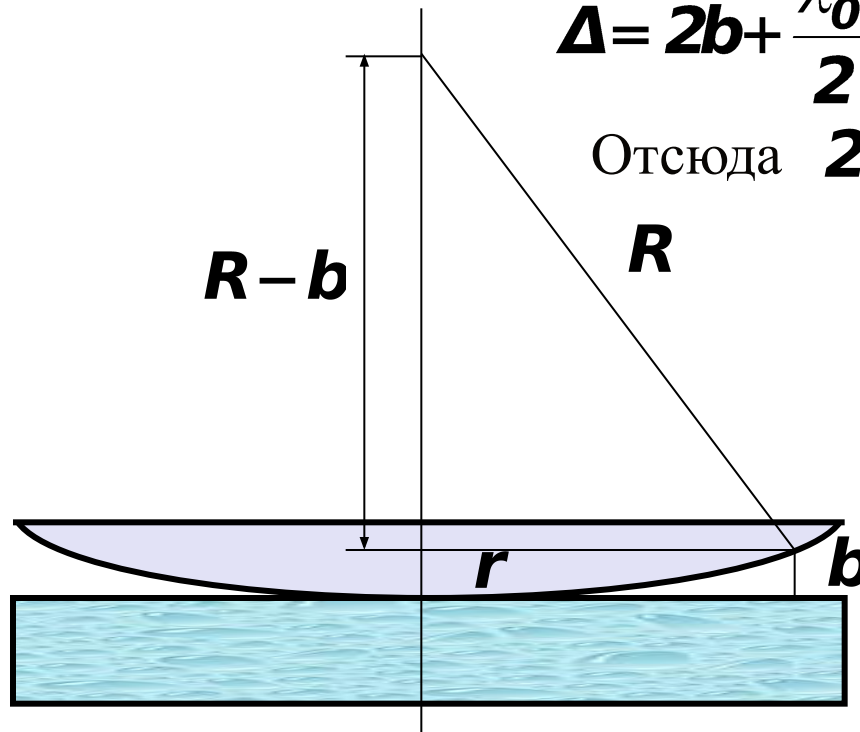
## Кольца Ньютона

При нормальном падении света угол  $\vartheta$  равен нулю,  $n=1$  (воздушный зазор).

Тогда  $\Delta = 2b + \lambda_0/2$  (полуволна «теряется» при отражении от пластинки) и условие минимумов запишется в виде:

$$\Delta = 2b + \frac{\lambda_0}{2} = (2m+1)\frac{\lambda_0}{2}$$

Отсюда  $2b = m\lambda_0$ . Выполним построения.



Из теоремы Пифагора следует:

$$\begin{aligned} r^2 &= R^2 - (R-b)^2 = \\ &= R^2 - R^2 + 2Rb - b^2 \end{aligned}$$

Поскольку  $b \ll R$ , пренебрежем  $b^2$ .

# Интерференция световых волн

## Кольца Ньютона

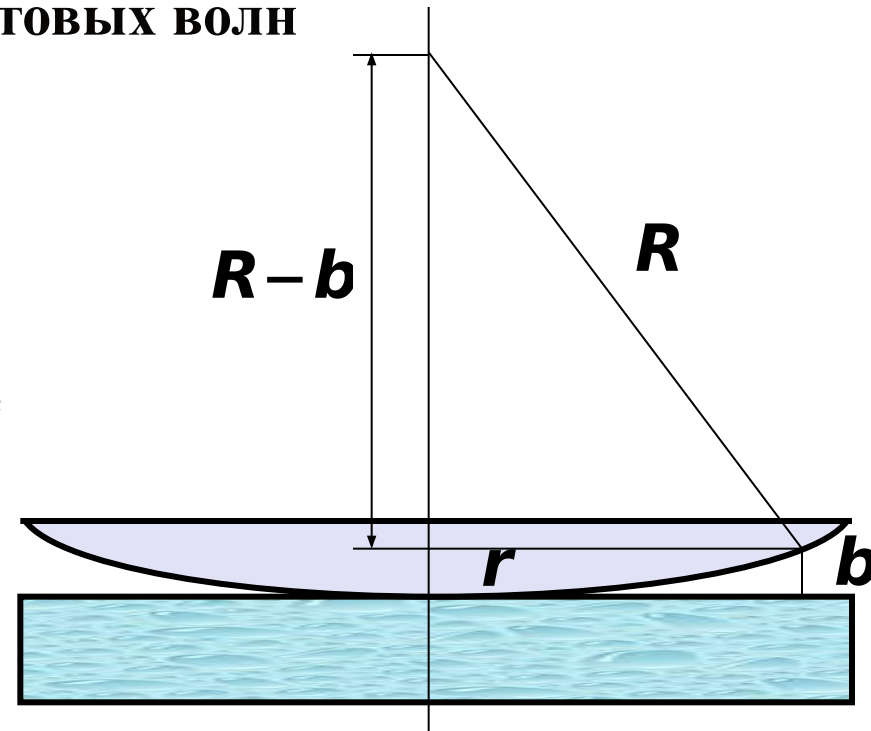
Получим  $b = r^2 / 2R$ .

Подставим это выражение в условие для минимумов  $2b = m\lambda_0$ :

$$\frac{2r^2}{2R} = m\lambda_0, \quad \text{отсюда}$$

$$r_{min} = \sqrt{mR\lambda_0} \quad \text{где } m = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Получили выражение для радиуса  $m$ -го темного кольца.



# Интерференция световых волн

## *Практическое применение интерференции*

Изучить самостоятельно следующие применения:

1. Просветление оптики.
2. Интерферометрия: интерферометр Майкельсона, интерферометр Фабри - Перо.