

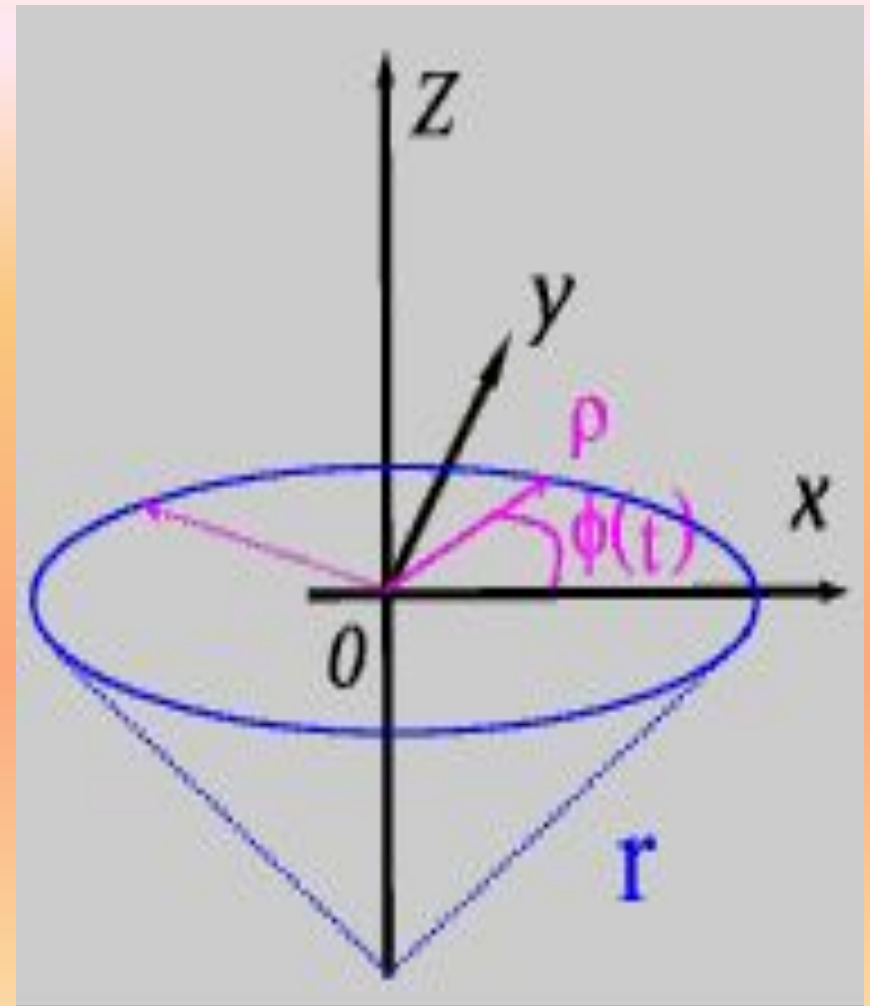
# Лекция 3

1. Прямая задача кинематики криволинейного движения. Критерии: угол поворота, угловая скорость, угловое ускорение.
2. Обратная задача кинематики криволинейного движения – определение параметров движения.

# Движение по окружности и его кинематические характеристики.

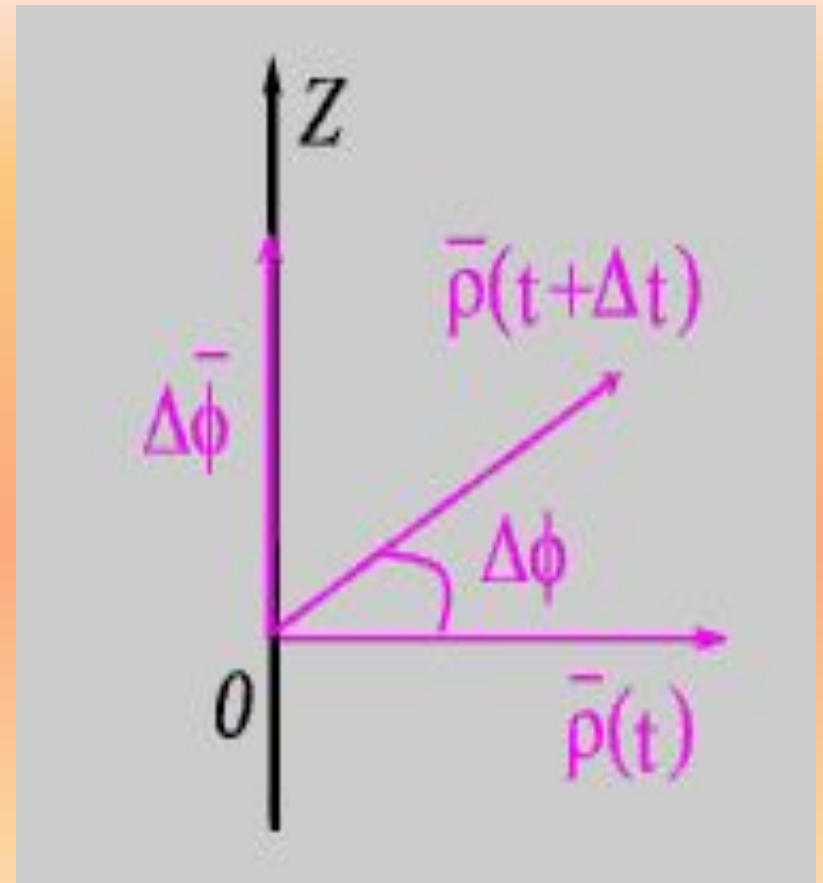
- *Описание движения по окружности.* Для начала рассмотрим один из простых случаев криволинейного движения частицы - движение, при котором меняется только направление ее радиус-вектора  $\mathbf{r}(t)$ . Уравнение, характеризующее изменение положения частицы со временем, будет иметь вид:  $\mathbf{r}(t) = r \cdot \mathbf{e}_r(t)$ , где  $r = \text{const}$ .
- В декартовой системе координат уравнения движения примут вид:  $x(t) = \rho \cdot \cos \varphi(t)$ ;  $y(t) = \rho \cdot \sin \varphi(t)$ .
- В случае равномерного движения по окружности угол изменяется со временем по закону  $\varphi(t) = \omega \cdot t + \varphi_0$

Движение частицы по окружности в декартовой системе координат.



## Угловые кинематические характеристики.

- Рассмотрим движение частицы в плоскости  $XU$  в полярных координатах:  
 $\rho = \text{const}, \varphi = \varphi(t)$ .  
При таком движении она обладает одной степенью свободы. Движение такой частицы удобно характеризовать величиной углового перемещения:  
 $\Delta\varphi = \varphi(t + \Delta t) - \varphi(t)$ .



## *Вектор угловой скорости и ускорения.*

- То, что величина элементарного углового перемещения действительно является вектором, можно доказать, выразив ее как комбинацию других известных нам векторных величин. Докажем это на примере вектора угловой скорости  $\boldsymbol{\omega}$ , который параллелен  $d\boldsymbol{\phi}$ .
- Используя определение угловой скорости как производной от угла по времени:

$$\boldsymbol{\omega} = d\boldsymbol{\phi}/dt$$

уравнение для нахождения угловой скорости, как комбинации известных нам векторов  $\mathbf{v}$  и  $\boldsymbol{\rho}$ :

$$\boldsymbol{\omega} = [\boldsymbol{\rho} \cdot \mathbf{v}]/\rho^2.$$

- Вектор углового ускорения вводится по аналогии с поступательным движением, т.е. как производная от угловой скорости по времени:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = d\boldsymbol{\omega}/dt.$$

Вектор углового ускорения в случае движения частицы при неизменной ориентации ее оси вращения в пространстве сонаправлен этой оси (направлен по или против вектора  $\boldsymbol{\omega}$ ).

В случае произвольного движения частицы вокруг неподвижного центра в трехмерном пространстве направление оси вращения, а, следовательно, и вектора  $\boldsymbol{\omega}$  может изменяться. Вектор угловой скорости в любой момент времени при этом будет иметь три независимых компонента:

$$\boldsymbol{\omega} = \{\omega_x, \omega_y, \omega_z\}.$$

# Криволинейное движение. Нормальное и тангенциальное ускорения.

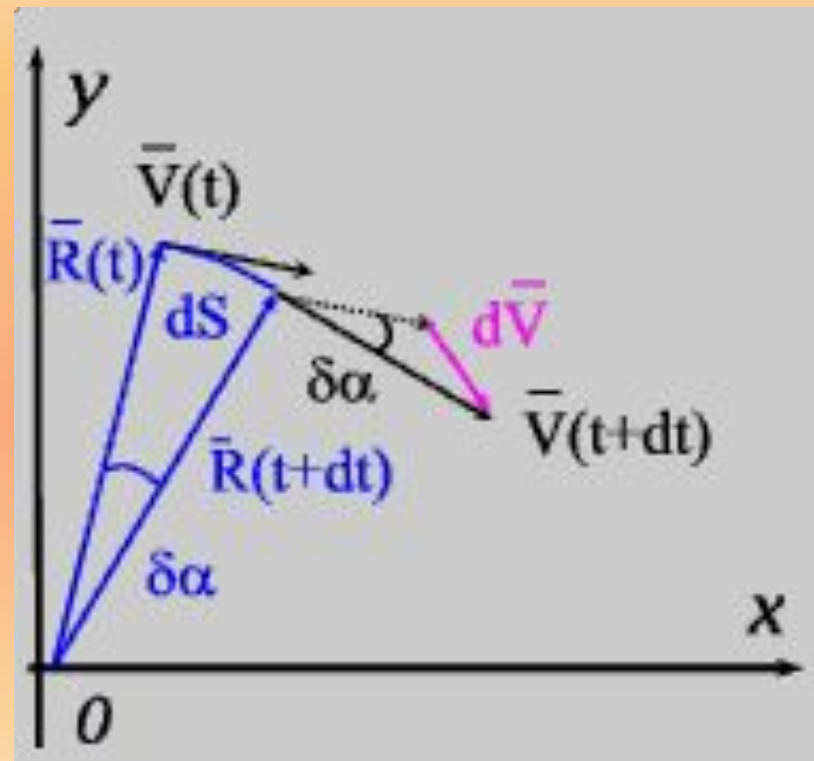
- *Нормальное ускорение.*

Поскольку вектор ускорения при криволинейном движении ориентирован по отношению к скорости под произвольным углом, то разложим его на нормальную и тангенциальную составляющие:

- $\mathbf{a} = \mathbf{a}_n + \mathbf{a}_\tau = a_n \cdot \mathbf{n} + a_\tau \cdot \boldsymbol{\tau}.$

- $a_n = dv/dt = v^2/R$

Нормальное ускорение характеризует изменение скорости по направлению. Вектор нормального ускорения равен  $\mathbf{a}_n = v^2/R \cdot \mathbf{n}.$





## *Тангенциальное ускорение.*

- Тангенциальное ускорение характеризует изменение скорости по величине. Вектор тангенциального ускорения равен:

$$\mathbf{a}_\tau = dv/dt \cdot \boldsymbol{\tau}.$$

- Сам вектор полного ускорения состоит из суммы двух слагаемых:

- $\mathbf{a} = d(\mathbf{v} \cdot \boldsymbol{\tau})/dt = dv/dt \cdot \boldsymbol{\tau} + v \cdot d\boldsymbol{\tau}/dt.$

Первое слагаемое представляет собой его тангенциальную составляющую, а второе - нормальную составляющую, причем

- $d\boldsymbol{\tau}/dt = v/R \cdot \mathbf{n}.$