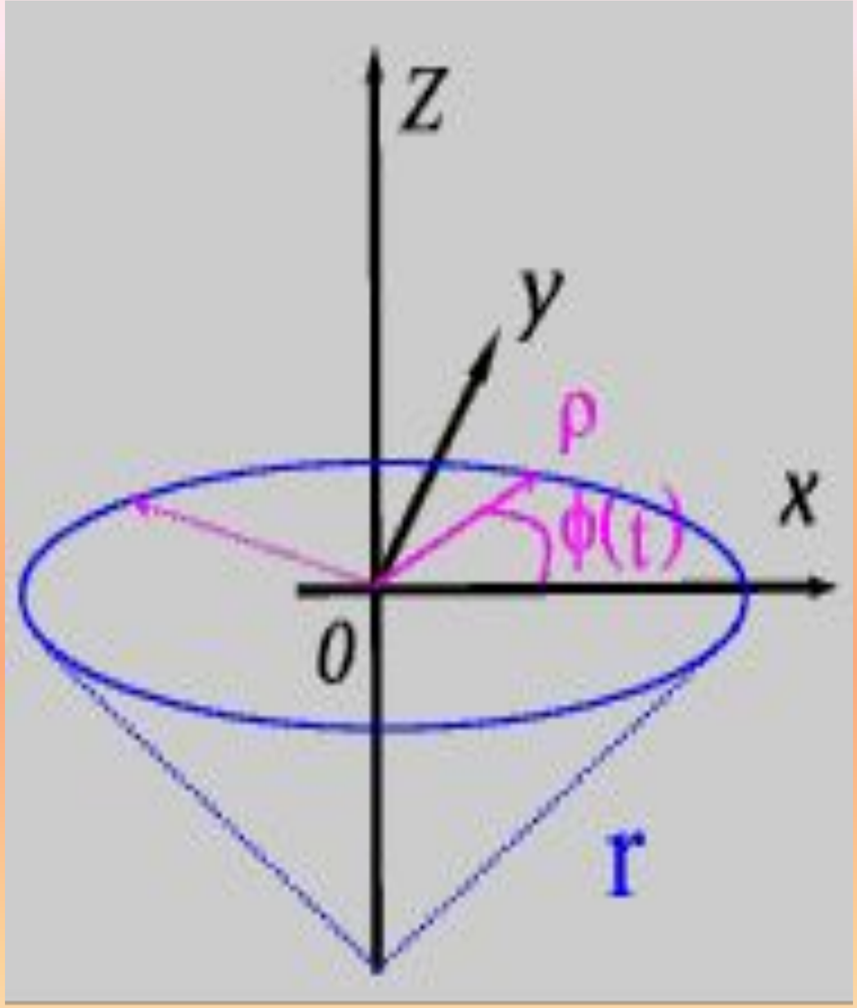
Лекция 3

1. Прямая задача кинематики криволинейного движения. Критерии: угол поворота, угловая скорость, угловое ускорение.
2. Обратная задача кинематики криволинейного движения – определение параметров движения.

Движение по окружности и его кинематические характеристики.

- *Описание движения по окружности.* Для начала рассмотрим один из простых случаев криволинейного движения частицы - движение, при котором меняется только направление ее радиус-вектора $\mathbf{r}(t)$. Уравнение, характеризующее изменение положения частицы со временем, будет иметь вид: $\mathbf{r}(t) = r \cdot \mathbf{e}_r(t)$, где $r = const$.
- В декартовой системе координат уравнения движения примут вид: $x(t) = \rho \cdot \cos \varphi(t)$; $y(t) = \rho \cdot \sin \varphi(t)$.
- В случае равномерного движения по окружности угол изменяется со временем по закону $\varphi(t) = \omega \cdot t + \varphi_0$

Движение частицы по окружности в декартовой системе координат.



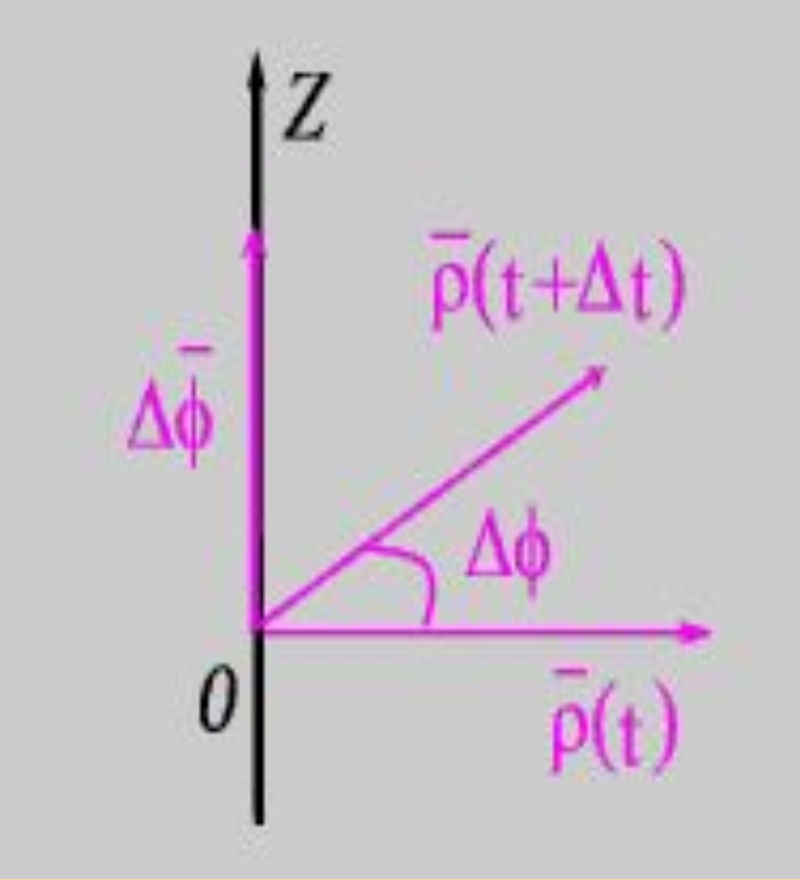
Угловые кинематические характеристики.

- Рассмотрим движение частицы в плоскости XY в полярных координатах:

  $\rho = \mathrm{const},\ \varphi = \varphi(t)$.

  При таком движении она обладает одной степенью свободы. Движение такой частицы удобно характеризовать величиной углового перемещения:

  $\Delta\varphi = \varphi(t + \Delta t) - \varphi(t)$.



Вектор угловой скорости и ускорения.

- То, что величина элементарного углового перемещения действительно является вектором, можно доказать, выразив ее как комбинацию других известных нам векторных величин. Докажем это на примере вектора угловой скорости $\boldsymbol{\omega}$, который параллелен $d\varphi$.
- Используя определение угловой скорости как производной от угла по времени:

$$\boldsymbol{\omega} = d\boldsymbol{\varphi}/dt$$

уравнение для нахождения угловой скорости, как комбинации известных нам векторов $\mathbf{v}$ и $\boldsymbol{\rho}$:

$$\boldsymbol{\omega} = [\boldsymbol{\rho}\cdot\mathbf{v}]/\rho^2.$$

- Вектор углового ускорения вводится по аналогии с поступательным движением, т.е. как производная от угловой скорости по времени:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = d\boldsymbol{\omega}/dt.$$

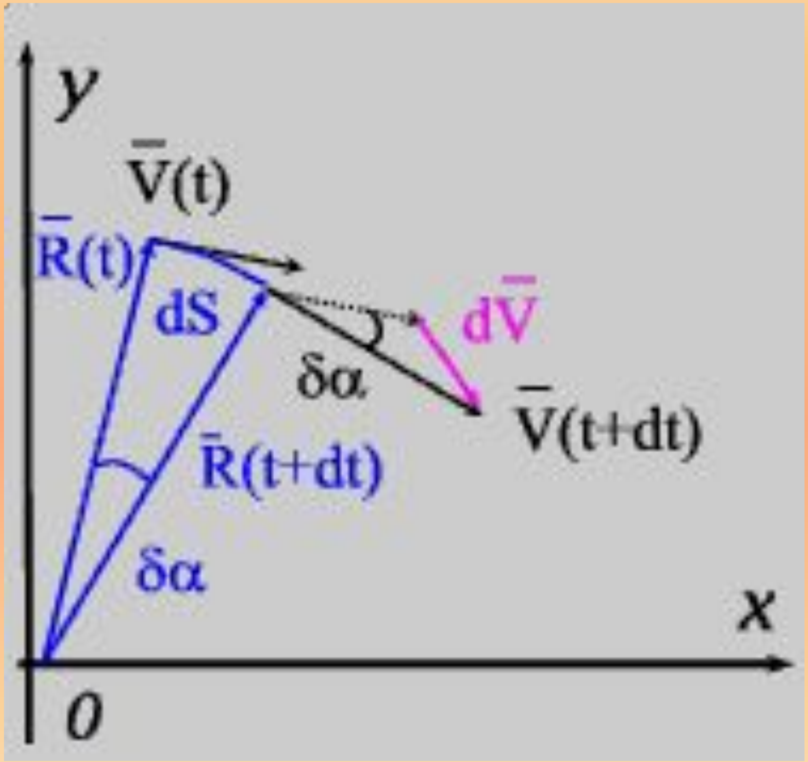
Вектор углового ускорения в случае движения частицы при неизменной ориентации ее оси вращения в пространстве сонаправлен этой оси (направлен по или против вектора $\boldsymbol{\omega}$).

В случае произвольного движения частицы вокруг неподвижного центра в трехмерном пространстве направление оси вращения, а, следовательно, и вектора $\boldsymbol{\omega}$ может изменяться. Вектор угловой скорости в любой момент времени при этом будет иметь три независимых компонента:

$$\boldsymbol{\omega} = \{\omega_x, \omega_y, \omega_z\}.$$

Криволинейное движение. Нормальное и тангенциальное ускорения.

- *Нормальное ускорение.* Поскольку вектор ускорения при криволинейном движении сориентирован по отношению к скорости под произвольным углом, то разложим его на нормальную и тангенциальную составляющие:
- $\mathbf{a} = \mathbf{a}_n + \mathbf{a}_\tau = a_n \cdot \mathbf{n} + a_\tau \cdot \boldsymbol{\tau}$.
- $a_n = d\upsilon/dt = \upsilon^2/R$ Нормальное ускорение характеризует изменение скорости по направлению. Вектор нормального ускорения равен $a_n = \upsilon^2/R \cdot n$.



Тангенциальное ускорение.

- Тангенциальное ускорение характеризует изменение скорости по величине. Вектор тангенциального ускорения равен:
  $\mathbf{a}_\tau = d\upsilon/dt \cdot \boldsymbol{\tau}$.
- Сам вектор полного ускорения состоит из суммы двух слагаемых:
- $\mathbf{a} = d(\boldsymbol{\upsilon} \cdot \boldsymbol{\tau})/dt = d\upsilon/dt \cdot \boldsymbol{\tau} + \upsilon \cdot d\boldsymbol{\tau}/dt$.

  Первое слагаемое представляет собой его тангенциальную составляющую, а второе - нормальную составляющую, причем
- $d\boldsymbol{\tau}/dt = \upsilon/R \cdot \mathbf{n}$.