



# КОИНТЕГРАЦИЯ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ

## ПЛАН ИЗУЧЕНИЯ ТЕМЫ

- Понятие коинтеграции.
- Формальное определение.
- Изучение тестов определения наличия коинтеграции (тест Энгла-Грэнджера, подход Йохансена, критерии Дика-Фулера).
- Изучение основных моделей для коинтегрированных временных рядов (напр., модель коррекции ошибки)



## КООИНТЕГРАЦИЯ - ЭТО...

- свойство нескольких нестационарных временных рядов, заключающееся в существовании их стационарной линейной комбинации.
- впервые предложено Грэнджером в 1981 году.



## ФОРМАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ

Дано:

- $y_t = (y_{1t}, y_{2t}, \dots, y_{kt})^T$  – совокупность временных рядов,
- $y_{it} \sim I(1)$ .

Являются коинтегрированными, если:

- существует вектор  $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k)^T$  такой, что

- $\varepsilon_t = \alpha^T y_t = \sum_{i=1}^k \alpha_i y_{it}$ ,  $\varepsilon_t \sim I(0)$ .



## ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

- Вектор  $\alpha$  называется коинтеграционным вектором.

Параметризуем:

$$\alpha = (1, -\alpha_2, -\alpha_3, \dots, \alpha_k)^T$$

- Коинтеграционное уравнение:

$$y_{1t} = \sum_{i=2}^k \alpha_i y_{it} + \varepsilon_t,$$

- Ранг коинтеграции - максимальное количество линейно-независимых коинтеграционных векторов (уравнений).
- Нулевой ранг коинтеграции - отсутствие коинтеграции.



# ТЕСТЫ НА НАЛИЧИЕ КОИНТЕГРАЦИИ

- тест Энгла-Грэнджера,
- подход Йохансена,
- критерии Дика-Фулера.



## ТЕСТ ЭНГЛА-ГРЭНДЖЕРА

□  $y_t = a + bx_t + e_t$ , где  $e_t = y_t - a - bx_t$

Алгоритм:

- Но: отсутствие коинтеграции между  $y_t$  и  $x_t$ .
- Рассчитывают параметры уравнения регрессии

$$\Delta \varepsilon_t = a + b \cdot \varepsilon_{t-1}.$$

- Определение t-критерия для коэффициента  $a$ .
- Сравнение с критическим значением  $\tau$ .



## ОСНОВНЫЕ МОДЕЛИ

- Модель коррекции ошибки (ЕСМ)

$$\Delta Y_t = \beta_0 \Delta X_t - (1 - \alpha_1) \left[ Y_{t-1} - \frac{\theta}{1 - \alpha_1} - \frac{\beta_0 + \beta_1}{1 - \alpha_1} X_{t-1} \right] + \varepsilon_t.$$

- Обычные регрессионные методы, если процессы коинтегрированы.





## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Кантарович Г.Г. Анализ временных рядов // Экономический журнал ВШЭ. - 2003. - № 1;
- Магнус Я.Р., Катышев П.К., Пересецкий А.А.. Эконометрика. Начальный курс: Учеб. — 6-е изд., перераб. и доп. - М.: Дело, 2004. - 576 с.;
- Носко В.П. Эконометрика. Введение в регрессионный анализ временных рядов. М.: НФПК, 2002 - 273 с.;
- Тихомиров Н.П., Дорохина Е.Ю. Эконометрика: Учебник/ Н.П.Тихомиров, Е.Ю. Дорохина – М.: Изд-во Экзамен, 2003. – 512 с.

