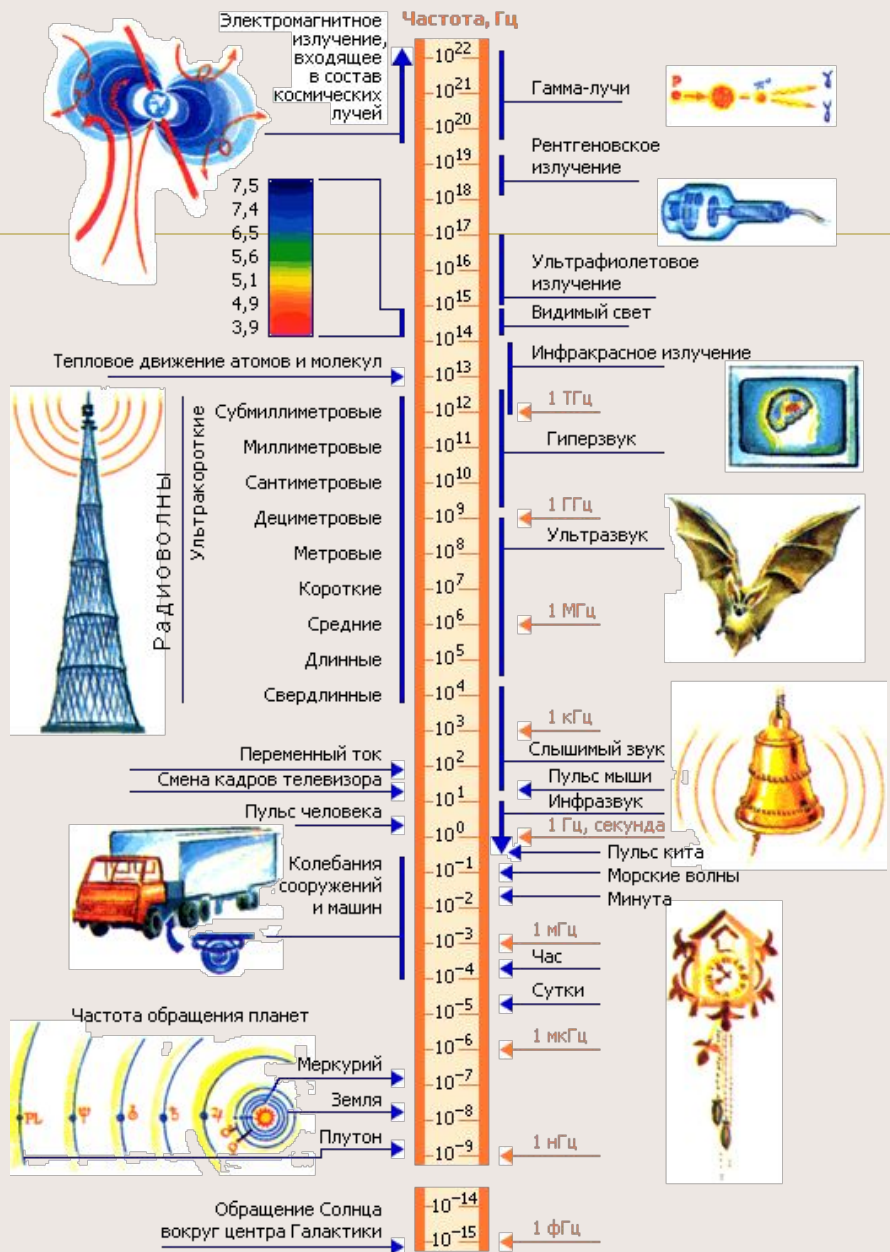


Колебательные движения

Колебательные движения.

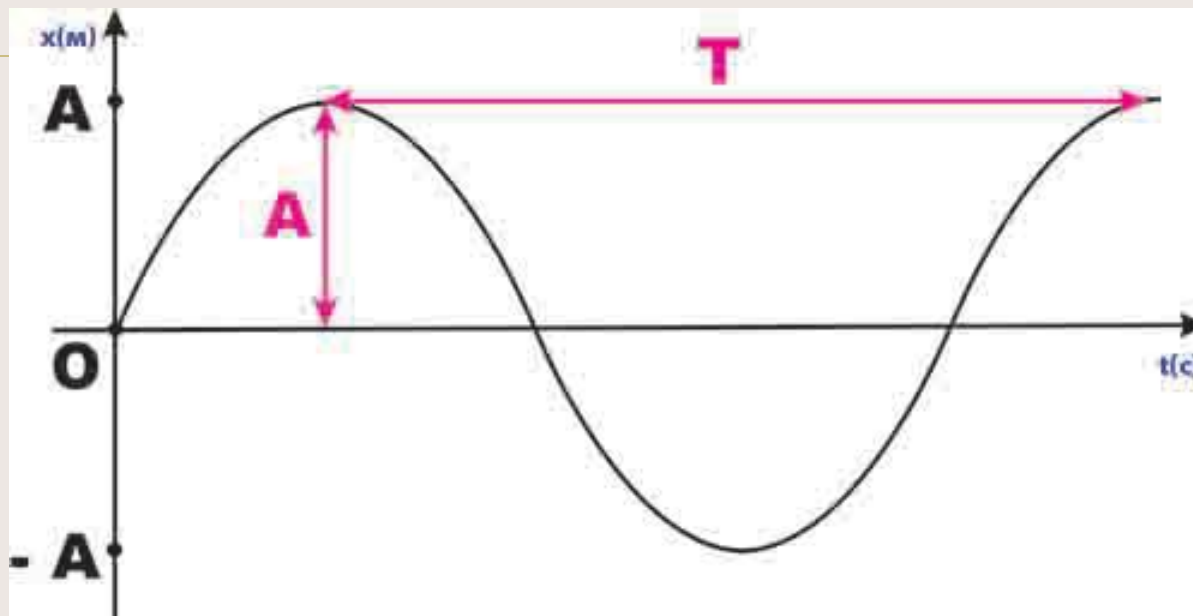


Колебания - один из самых распространенных процессов в природе и технике. Колеблются высотные здания и высоковольтные провода под действием ветра, маятник заведенных часов и автомобиль на рессорах во время движения, уровень реки в течение года и температура человеческого тела при болезни. Звук - это колебания плотности и давления воздуха, радиоволны - периодические изменения напряженностей электрического и магнитного полей, видимый свет - тоже электромагнитные колебания, только с несколько иными длиной волны и частотой. Землетрясения - колебания почвы, приливы и отливы - изменение уровня морей и океанов, вызываемое притяжением Луны и достигающее в некоторых местностях 18 метров, биение пульса - периодические сокращения сердечной мышцы человека и т.д. Смена бодрствования и сна, труда и отдыха, зимы и лета... Даже наше каждодневное хождение на работу и возвращение домой попадает под определение колебаний, которые трактуются как процессы, точно или приближенно повторяющиеся через равные промежутки времени (повторяющееся движение по одной и той же траектории).



Колебания бывают механические, электромагнитные, химические, термодинамические и различные другие. Несмотря на такое разнообразие, все они имеют между собой много общего.

Свободные колебания После того как по струне рояля ударит один из молоточков, струна продолжает "сама по себе" совершать колебания - свободные колебания.



Точное описание свободных колебаний затруднительно, однако легко видеть, что **они обладают** следующими **свойствами**:

1. Развитие движения во времени зависит от того, как оно началось.
2. Движение постепенно затухает.
3. При своем движении цепь не имеет какой-либо определенной формы; с течением времени форма цепи изменяется (однако в конце движения колебания часто характеризуются более или менее отчетливой формой).
4. Совершенно невозможно указать "частоту" колебаний (с течением времени, однако, движение может принять определенную частоту).

ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ

– колебания, происходящие под действием внешней переменной силы. Во многих случаях эта сила оказывается периодически изменяющейся.

Если внешняя сила, действующая на систему, изменяется с течением времени по закону косинуса или синуса, то возникающие в системе вынужденные колебания будут гармоническими. При этом частота вынужденных колебаний будет совпадать с частотой изменения внешней силы.

Амплитуда вынужденных колебаний определяется амплитудой внешней силы, а также соотношением между частотой изменения этой силы и собственной частотой колебательной системы. При равенстве этих частот наблюдается явление резонанса.

В отличие от свободных колебаний, когда система получает энергию лишь один раз (при выведении системы из состояния равновесия), в случае вынужденных колебаний система поглощает эту энергию от источника внешней периодической силы непрерывно. Эта энергия восполняет потери, расходуемые на преодоление трения, и вынужденные колебания оказываются незатухающими.

Затухающие колебания

Одна характерная особенность свободных колебаний: такие колебания затухают. Этот эффект объясняется наличием трения; иногда его называют демпфированием.

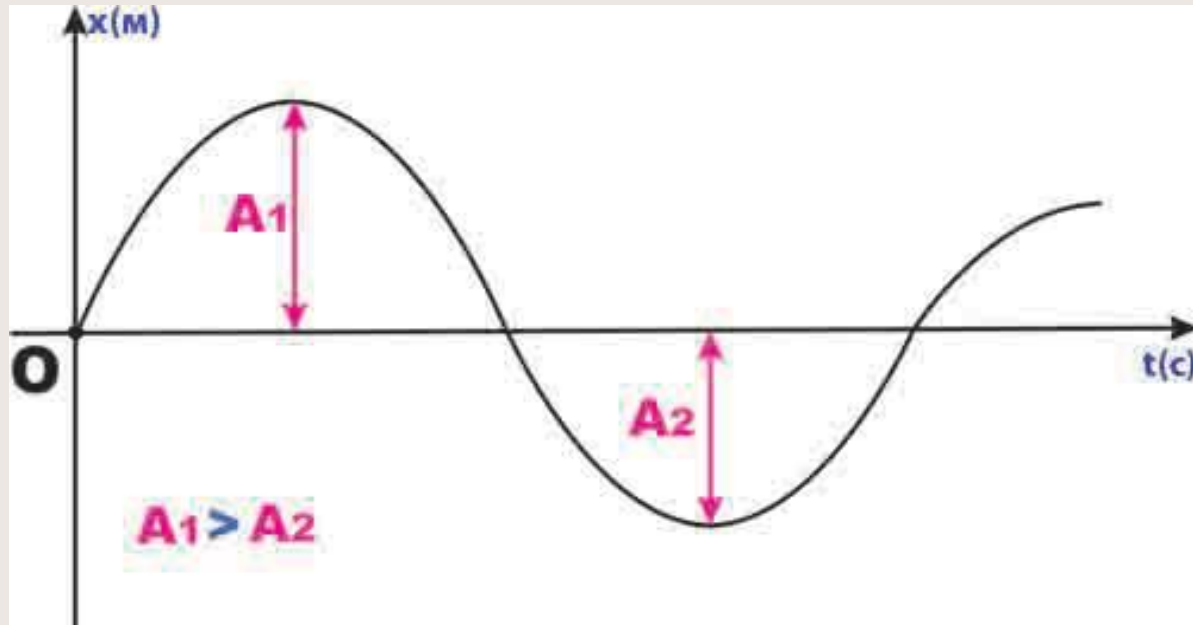
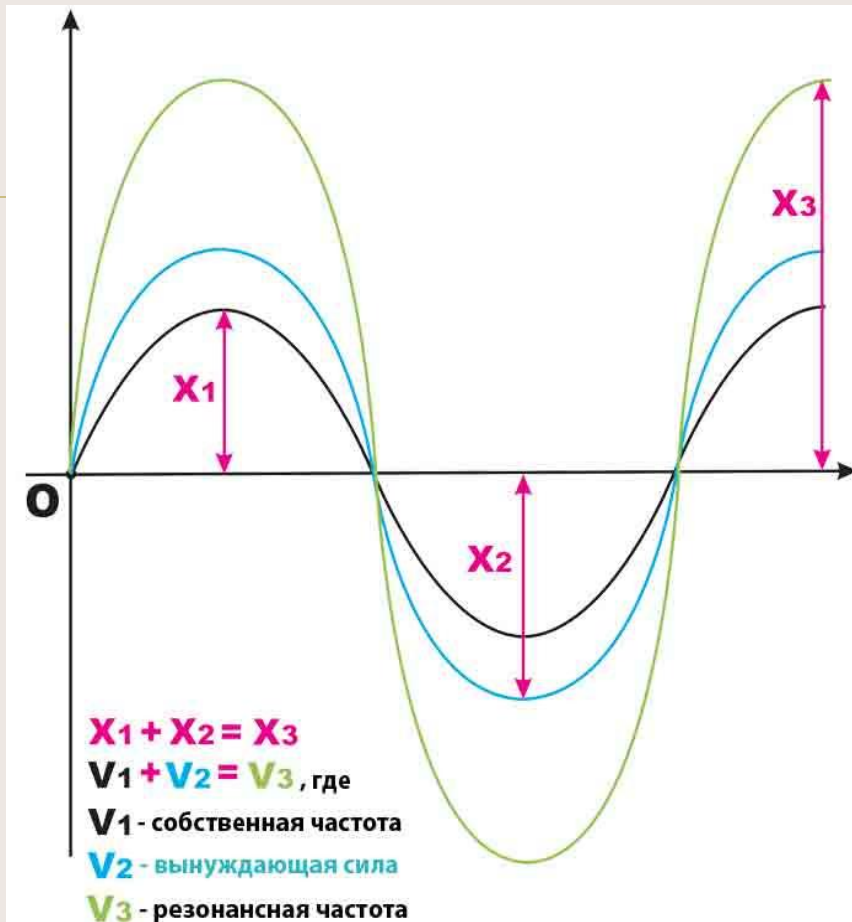
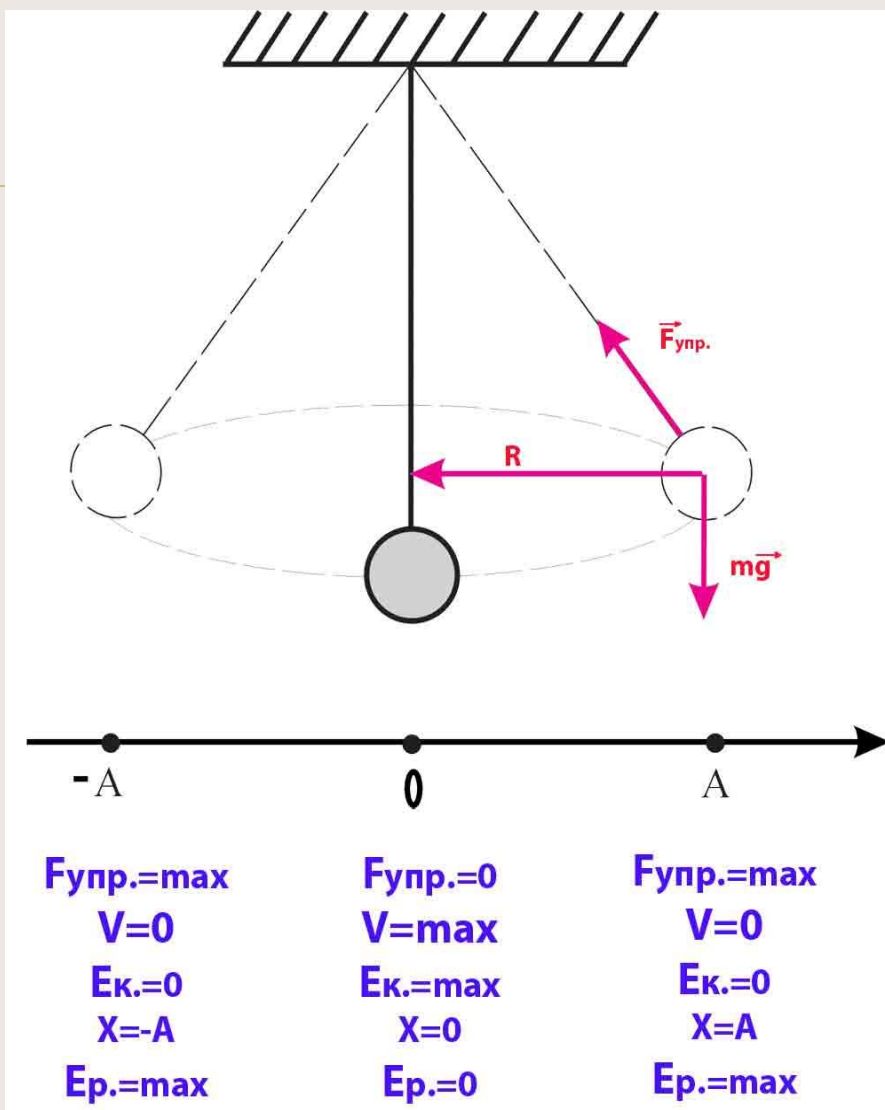


График затухающих колебаний



Резонанс

Существует при вынужденных колебаниях.
Резонанс - резкое возрастание амплитуды колебаний, в результате совпадения собственной частоты с частотой вынуждающей силы.



Математический маятник - подвешенный на тонкой невесомой нити груз, размерами которого можно пренебречь по сравнению с размерами нити.

$$F = Mg \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{A}{L}$$

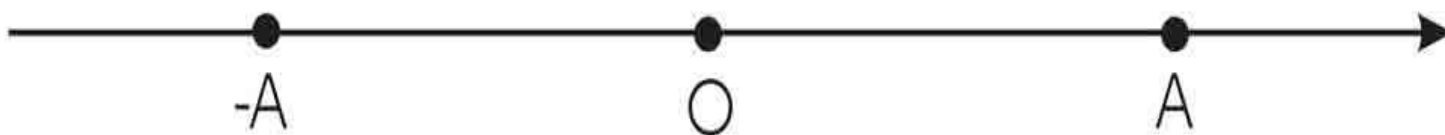
$$F = Mg \frac{A}{L}$$

Вывод формулы для расчёта силы упругости

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

Формула для расчёта периода математического маятника

Пружинный маятник



$$F_{\text{супр.}} = \max$$

$$V = 0$$

$$E_{\text{к.}} = 0$$

$$x = -A$$

$$E_{\text{р.}} = \max$$

$$F_{\text{супр.}} = 0$$

$$V = \max$$

$$E_{\text{к.}} = \max$$

$$x = 0$$

$$E_{\text{р.}} = 0$$

$$F_{\text{супр.}} = \max$$

$$V = 0$$

$$E_{\text{к.}} = 0$$

$$x = A$$

$$E_{\text{р.}} = \max$$

Пружинный маятник - невесомая пружина, к которой прикреплено тело массой m .

*Вывод формулы для расчета периода
пружинного маятника*

$$\frac{kA^2}{2} = \frac{MV^2}{2}$$

$$kA^2 = MV^2 \Rightarrow \frac{A}{V} = \sqrt{\frac{M}{k}}$$

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi A}{v} = \frac{2\pi \sqrt{M}}{\sqrt{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{M}{k}}$$

Примеры решения задач

Найти жёсткость пружины, если скреплённое с ней тело массой 30 г. совершает за 1 минуту 300 колебаний.

Дано:

$$m = 30 \text{ г} = 0.03 \text{ кг}$$

$$t = 1 \text{ мин} = 60 \text{ с}$$

$$n = 300$$

Найти:

$$k = ?$$

Решение:

$$T = \frac{t}{n}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$T^2 = 4\pi^2 \frac{m}{k}$$

$$\frac{m}{k} = \frac{T^2}{4\pi^2}$$

$$k = \frac{4\pi^2 m}{\left(\frac{t}{n}\right)^2}$$

$$k = \frac{4 \cdot 3.14^2 \cdot 0.03}{\left(\frac{60}{300}\right)^2} = 30 \text{ (Н/м)}$$

Ответ: $k = 30 \text{ (Н/м)}$

Тело, прикреплённое к пружине совершает колебания с периодом T . Если увеличить массу на 60 грамм, то период удваивается. Найти первоначальную массу тела.

Дано:

$$M_2 = M_1 + 60$$
$$T_2 = 2T_1$$

Найти:

$$M_1 = ?$$

Решение:

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{M_1}{K}} \Rightarrow T_1^2 = 4\pi^2 \frac{M_1}{K}$$

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{M_2}{K}} \Rightarrow T_2^2 = 4\pi^2 \frac{M_2}{K}$$

$$\frac{4\pi^2 \frac{M_1}{K}}{4\pi^2 \frac{M_2}{K}} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{M_1}{M_2} = \frac{1}{4}$$

$$\begin{cases} \frac{M_1}{M_2} = \frac{1}{4} \\ M_2 = M_1 + 60 \end{cases} \Rightarrow \frac{M_1}{M_1 + 60} = \frac{1}{4}$$

$$M_1 = 20 \text{ г}$$

Ответ: $M_1 = 20 \text{ г}$

Два маятника отклонены от положения равновесия и одновременно отпущены. Первый маятник, длина которого 4 метра, совершил 15 колебаний. Второй за тоже время совершил 10 колебаний. Какова длина второго маятника.

Дано:

$$\begin{aligned} L_1 &= 4 \\ N_1 &= 15 \\ N_2 &= 10 \\ t_1 &= t_2 \end{aligned}$$

Найти:

$$L_2 = ?$$

Решение:

$$\frac{t}{N_1} = 2\pi \sqrt{\frac{L_1}{g}} \Rightarrow \frac{t^2}{N_1^2} = 4\pi^2 \frac{L_1}{g}$$

$$\frac{t}{N_2} = 2\pi \sqrt{\frac{L_2}{g}} \Rightarrow \frac{t^2}{N_2^2} = 4\pi^2 \frac{L_2}{g}$$

$$t_1 = \frac{4\pi^2 L_1 N_1}{g} \qquad t_2 = \frac{4\pi^2 L_2 N_2}{g}$$

$$t_1 = t_2$$

$$\frac{4\pi^2 L_1 N_1}{g} = \frac{4\pi^2 L_2 N_2}{g}$$

$$L_1 N_1 = L_2 N_2$$

$$L_2 = \frac{L_1 N_1}{N_2}$$

$$L_2 = \frac{4 \cdot 15}{10} = 6 \text{ (м)}$$

Ответ: $L_2 = 6 \text{ м}$

Словарь

Амплитуда($A=X_{max}$) - максимальным смещением от положения равновесия.

Вынужденные колебания - колебания, происходящие под действием вынуждающей силы.

Гармонические колебания - колебания, происходящие по закону \sin или \cos .

Демпфирование - характерная особенность свободных колебаний (объясняется наличием трения).

Кинетическая энергия (E_k) - энергия, которая определяется скоростью тела.

Колебания - движение, при котором координата тела периодически повторяется.

Математический маятник - подвешенный на тонкой невесомой нити груз, размерами которого можно пренебречь по сравнению с размерами нити.

Словарь

Маятник - модель для изучения колебаний.

Период($T=t/N$) - время, в течении которого тело совершает 1 полное колебание.

Потенциальная энергия(E_p) - энергия, которая определяется взаимным расположением тел.

Пружинный маятник - невесомая пружина, к которой прикреплен груз массой m .

Резонанс - резкое возрастание амплитуды колебаний, в результате совпадения собственной частоты с частотой вынуждающей силы.

Свободные колебания - колебания, происходящие под действием собственных сил системы.

Теория колебаний - специальный раздел физики, занимающийся изучением закономерностей колебаний.

Частота ($V = N/t$) - количество колебаний в единицу времени.

ì äðáí è ÷ãñéèã éí ëääáí èÿ è äí éí ú

<p>Çàâèñèì í ñòü éí í ðäèí àòü í ò äðáí äí è í ðè äàðì í í è ÷ãñéèö éí ëääáí èÿö</p>	$x(t) = A \cos(\omega t + \varphi_0)$
<p>ï äðèí ä</p>	$T = 2\pi / \omega = 1 / \nu$
<p>×àñòí òà</p>	$\nu = \omega / (2\pi)$
<p>Ö è éèè ÷ãñéàÿ ÷àñòí òà</p>	$\omega = 2\pi \nu = 2\pi / T$
<p>Óàçà éí ëääáí èé</p>	$\varphi = \omega t + \varphi_0$
<p>ì äðéí ä éí ëääáí èé í ðóæèí í í äí ì àÿòí èèà</p>	$T = 2\pi(m/k)^{1/2}$
<p>Çàéí í ñí öðáí äí èÿ ÿí äðäèè äéÿí ðóæèí í í äí ì àÿòí èèà</p>	$E = mV^2 / 2 + kx^2 / 2$
<p>ï äðèí ä éí ëääáí èé ì àòáí àòè ÷ãñéí äí ì àÿòí èèà</p>	$T = 2\pi(l/g)^{1/2}$

Тип колебаний	Каковы условия возникновения колебаний	Чем определяется период колебаний	Чем определяется амплитуда колебаний
Свободные	Колебательная система (КС) при наличии первоначального запаса энергии	Собственными параметрами КС. $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}};$ $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}};$ $T = 2\pi\sqrt{LC}$	Начальными условиями
Вынужденные	Любая система при наличии внешнего, периодически изменяющегося воздействия	Частотой внешнего, периодически изменяющегося воздействия	Амплитудой внешнего воздействия, соотношением частот $\nu_{\text{внешн}} = \nu_{\text{собств}}$, диссипативными потерями энергии в КС
Автоколебания	Автоколебательная система (АКС) при наличии внешнего источника энергии	Собственными параметрами КС	Параметрами АКС (ее нелинейностью)
Параметрические	Колебательная система (КС) при периодически изменяющихся параметрах КС	Собственными параметрами КС	Соотношением частоты изменения параметров КС с ее собственной частотой