

Колебательный контур  
диф. ур-я собственных колебаний в  
контуре  
затухающие электрические колебания  
вынужденные электрические колебания в  
последовательном контуре  
резонанс напряжений

Бигалиев Альберт

119 гр

# Колебательный контур

- осциллятор, представляющий собой электрическую цепь, содержащую соединённые катушку индуктивности и конденсатор. В такой цепи могут возбуждаться колебания тока (и напряжения).
- простейшая система, в которой могут происходить свободные электромагнитные колебания
- это своего рода «электрический маятник» — основа многих радиотехнических устройств

рис 1

Колебательный контур



# СОБСТВЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ

колебания, которые совершаются за счет энергии, сообщенной системе в начале колебательного движения (электрической системе - колебательном контуре - через создание начального заряда на обкладках конденсатора).

Пример собственные колебания - звучание колокола, гонга, струны рояля и т.п.

# Дифференциальное уравнение собственных колебаний в контуре

В идеальном колебательном контуре  $R = 0$ . Поэтому полная энергия  $W$  остается постоянной в течение всего времени колебаний:

$$W = W_e + W_M = \frac{q^2}{2C} + \frac{LI^2}{2} \quad (1)$$

где  $q$  и  $I$  — мгновенные значения заряда конденсатора и силы тока в контуре.

Производная по времени  $W = \text{const}$ ) Следовательно,

$$\omega'(t) = 0 \quad (\text{так как})$$

$$\left[ \frac{q^2}{2C} + \frac{LI^2}{2} \right]' = \frac{1}{2C} 2qq' + \frac{L}{2} 2II' = -\frac{1}{LC} qq' \quad (2)$$

Но  $I = q'$  значит  $I' = q''$ , Поэтому

$$qq' = -\frac{1}{LC} qq' \Rightarrow -\frac{1}{LC} q \quad (3)$$

Обозначим  $\frac{1}{LC} = \omega_0^2$  (4) тогда

$$q'' + \omega_0^2 q = 0 \quad (5)$$

уравнение свободных электромагнитных колебаний в идеальном колебательном контуре

Решение этого уравнения имеет вид

$$q = q_0 \cos \omega_0 t \quad (6)$$

где  $q$  — начальное (амплитудное) значение заряда, сообщенного конденсатору;  $\omega$  — собственная циклическая частота свободных электромагнитных колебаний в контуре



$T = 2\pi\sqrt{LC}$  (7) — формула Томсона  
(период свободных электромагнитных колебаний в  
контуре).

Продифференцировав по времени выражение для заряда, найдем, что

$$I = q' = -q_0 \omega_0 \cos \omega_0 t = I_0 \left[ \cos \omega_0 t + \frac{\pi}{2} \right] \quad (7)$$

где —  $I_0 = q_0 \omega_0$  амплитудное значение силы тока. Следовательно, сила тока  $I$  в колебательном контуре совершает также гармонические колебания с той же частотой  $\omega$ , но по фазе они смещены на  $\pi/2$  относительно колебаний заряда

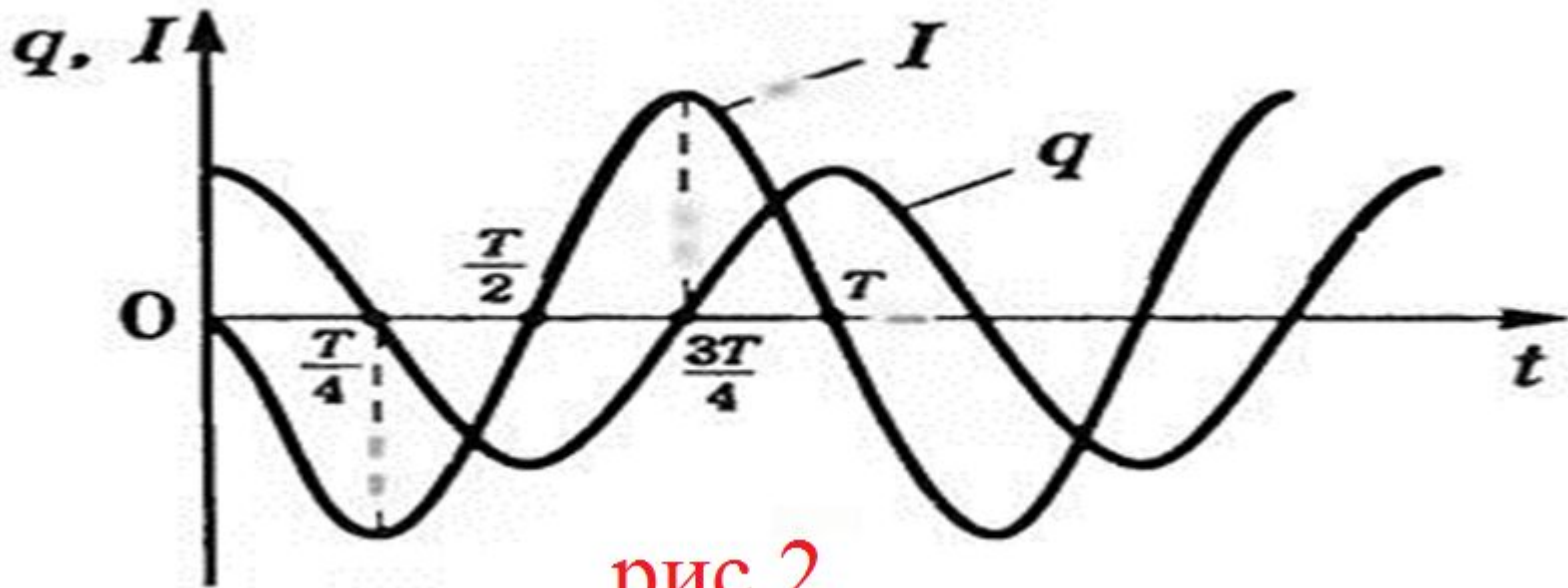
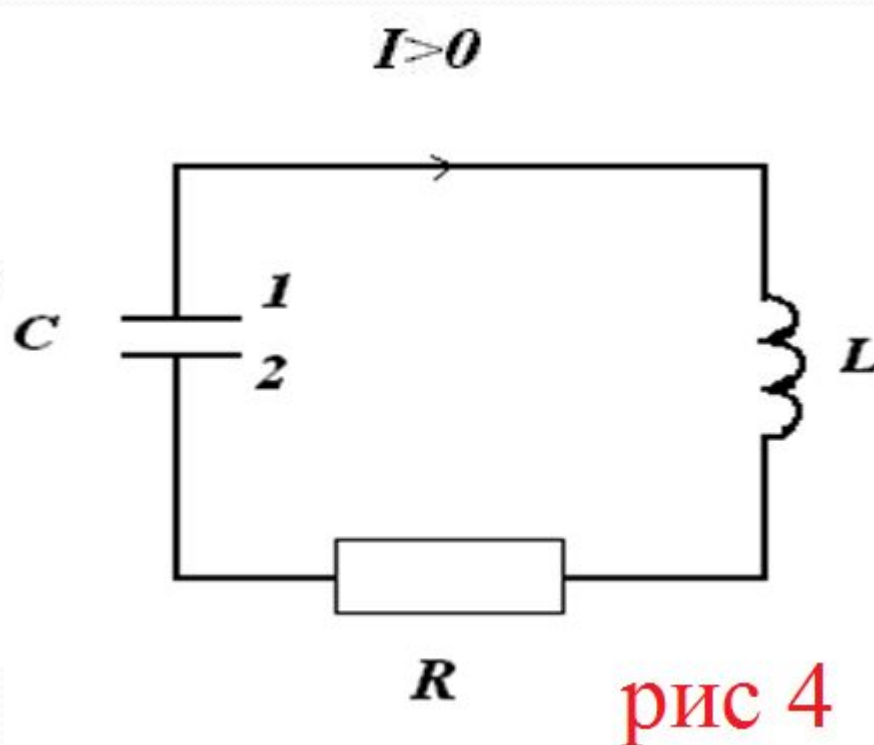


рис 2

# Затухающие электрические колебания

Рассмотрим, например, электрический колебательный контур с активным сопротивлением:



В отличие от ранее рассмотренного идеального контура **наличие сопротивления обеспечивает потери электромагнитной энергии в контуре**, что ведет к затуханию колебаний.

Дифференциальное уравнение свободных затухающих колебаний заряда в контуре (при  $R \neq 0$ ), как известно

$$\ddot{Q} + \frac{R}{L} \dot{Q} + \frac{1}{LC} Q = 0 \quad (8)$$

Учитывая формулу собственной частоты колебательного контура и принимая коэффициент затухания равным

$$\delta = \frac{R}{2L} \quad (9)$$

дифференциальное уравнение колебаний заряда  $Q$  (см. раздел "Свободные гармонические колебания в колебательном контуре") можно записать в аналогичном уравнению виде

$$\ddot{Q} + 2\delta\dot{Q} + \omega_0^2 Q = 0 \quad (10)$$

колебания заряда подчиняются закону

$$Q = Q_m e^{-\delta t} \cos(\omega t + \varphi) \quad (11)$$

частота равна

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} \quad (12)$$

меньшей собственной частоты контура  $\omega_0$ . При  $R=0$

Логарифмический декремент затухания)

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (13)$$



Отметим в заключение, что при увеличении коэффициента затухания  $\delta$  период затухающих колебаний увеличивается и при  $\delta = \omega_0$  равен бесконечности, т. е. движение перестает быть периодическим. В этом случае колеблющаяся величина асимптотически стремится к нулю, когда  $t \rightarrow \infty$ . Данный процесс не будет колебательным. Он называется **апериодическим**.

Значительный интерес для техники представляет возможность сохранять колебания незатухающими. Для этого необходимо восполнять каким-либо образом потери энергии реальной колебательной системы.

Особенно важны и широко используются так называемые **автоколебания** — незатухающие колебания, которые поддерживаются в диссипативной системе за счет постоянного внешнего источника энергии, причем свойства этих колебаний задаются самой системой.

Автоколебания принципиально отличаются от свободных незатухающих колебаний, которые происходят без действия сил, а также от вынужденных колебаний, которые происходят под действием периодической силы.

Автоколебательная система сама управляет внешними воздействиями, обеспечивая согласованность поступления энергии определенными порциями в нужный момент времени (в такт с ее колебаниями).

Примером автоколебательной системы являются качели



Автоколебательными системами являются также паровые турбины, двигатели внутреннего сгорания, ламповый генератор и т. д.

# Вынужденные колебания

Вынужденные колебания в отличие от свободных колебаний совершаются не самостоятельно, а под действием периодической внешней силы.

Например, электрические колебания в антенне приемника не являются свободными, так как они происходят под воздействием проходящих радиоволн.

Рассмотрим сначала вынужденные колебания маятника, обладающего определенной собственной частотой. Будем качать его рукой с другой частотой. Характер этого колебания зависит от движения руки и может быть, в частности, синусоидальным. К маятнику периодически подводится энергия извне; поэтому его колебания будут незатухающими и могут иметь любую частоту, которая определяется частотой внешней силы.

Такое же явление будет и в колебательном контуре, соединенном с генератором переменного тока. При любой частоте генератора через контур проходит переменный ток, т.е. в контуре происходят вынужденные электрические колебания с частотой генератора

**Вынужденные колебания имеют совершенно иные свойства по сравнению со свободными колебаниями:**

- 1). Они являются незатухающими (вернее они существуют в течение всего времени действия внешней ЭДС);
- 2). Они могут иметь различную форму в зависимости от характера ЭДС;
- 3). Частота их не зависит от  $L$  (индуктивность) и  $C$  (емкость) контура, а определяется частотой воздействующей ЭДС;
- 4). Амплитуда их зависит не только от величины воздействующей ЭДС, но и от соотношения между частотой этой ЭДС и собственной частотой самого контура.



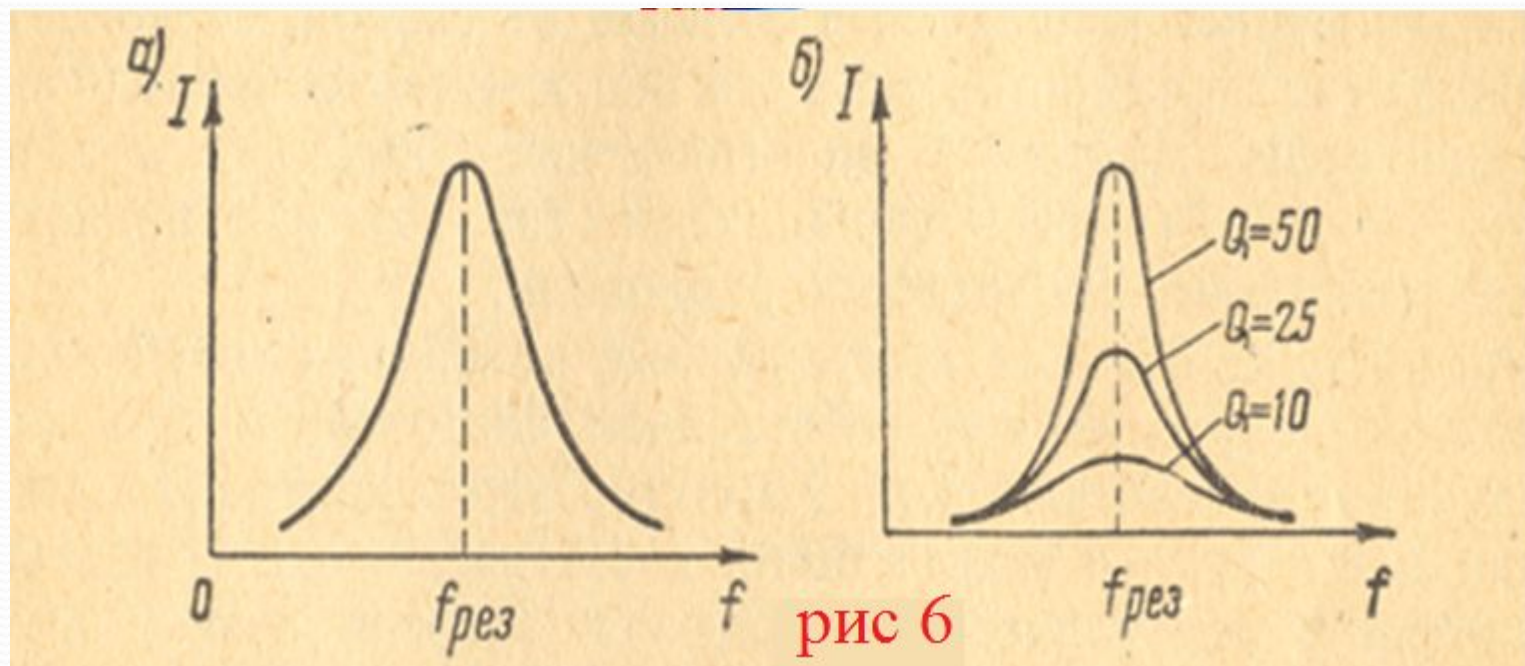
Последнее свойство вынужденных колебаний представляет особый интерес и должно быть рассмотрено подробно.

В каждом колебательном контуре, получившем запас энергии, совершаются свободные колебания с определенной собственной частотой. При малом затухании даже небольшой начальный запас энергии дает довольно продолжительные колебания. А для поддержания вынужденных колебаний на контур должна действовать периодическая внешняя эдс. Это воздействие должно быть тем сильнее, чем больше различаются между собой частота внешней эдс и частота контура.

Чем меньше разница между ними, тем больше амплитуда вынужденных колебаний и для их поддержания требуется меньше энергии. Если частота внешней эдс равна собственной частоте контура, то амплитуда колебаний становится максимальной и для поддержания колебаний достаточно незначительной энергии. Этот случай и называется резонансом.

# Резонанс напряжений

Явление резонанса состоит в том, что при совпадении частоты воздействующей эдс и собственной частоты контура амплитуда вынужденных колебаний достигает наибольшей величины.



На явление резонанса сильно влияет затухание контура. У контура с меньшим затуханием кривая резонанса острее и выше (рис.1 б). Это значит, что контур почти не отзывается на колебания с частотами, отличающимися от его собственной частоты, но зато при резонансе в нем возникают колебания большой амплитуды (острый резонанс). Наоборот, при большом затухании амплитуда колебаний при резонансе получается малой и контур отзывается на колебания с частотой, значительно отличающейся от резонансной (тупой резонанс).

Чем меньше затухание, тем острее резонанс и тем больше чувствительность контура к колебаниям резонансной частоты.

Для резонанса характерно получение мощных колебаний при небольшой затрате энергии внешнего источника, нужной только для компенсации потерь энергии при колебаниях.

# Описание явления

Пусть имеется колебательный контур с частотой собственных колебаний  $f$ , и пусть внутри него работает генератор переменного тока такой же частоты  $f$ .

1. В начальный момент конденсатор контура разряжен, генератор не работает. После включения напряжение на генераторе начинает возрастать, заряжая конденсатор. Катушка в первое мгновение не пропускает ток из-за ЭДС самоиндукции. Напряжение на генераторе достигает максимума, заряжая до такого же напряжения конденсатор

2. конденсатор начинает разряжаться на катушку. Напряжение на нем падает с такой же скоростью, с какой уменьшается напряжение на генераторе.

3. конденсатор разряжен до нуля, вся энергия электрического поля, имевшаяся в конденсаторе, перешла в энергию магнитного поля катушки. На клеммах генератора в этот момент напряжение нулевое

4. так как магнитное поле не может существовать стационарно, оно начинает уменьшаться, пересекая витки катушки в обратном направлении. На выводах катушки появляется ЭДС индукции, которое начинает перезаряжать конденсатор. В цепи колебательного контура течет ток, только уже противоположно току заряда, так как витки пересекаются полем в обратном направлении. Обкладки конденсатора перезаряжаются зарядами, противоположными первоначальным. Одновременно растет напряжение на генераторе противоположного знака, причем с той же скоростью, с какой катушка заряжает конденсатор.



5. катушка перезарядила конденсатор до максимального напряжения. Напряжение на генераторе к этому моменту тоже достигло максимального.

Возникла следующая ситуация. Конденсатор и генератор соединены последовательно и на обоих напряжение, равное напряжению генератора. При последовательном соединении источников питания их напряжения складываются.

Следовательно, в следующем полупериоде на катушку пойдет удвоенное напряжение (и от генератора, и от конденсатора), и колебания в контуре будут происходить при удвоенном напряжении на катушке.

В контурах с низкой добротностью напряжение на катушке будет ниже удвоенного, так как часть энергии будет рассеиваться (на излучение, на нагрев) и энергия конденсатора не перейдет полностью в энергию катушки). Соединены как бы последовательно генератор и часть конденсатора

# Литература

1. <http://dic.academic.ru>
2. <http://ru.wikipedia.org>
3. <http://revolution.allbest.ru>
4. <http://www.physbook.ru>
5. И.В. Савельев, Курс общей физики, том 2.  
Электричество, волны, оптика. М. Наука, 1982 г.
6. Белов Д. В. Электромагнетизм и волновая оптика  
Изд. МГУ 1994 г. 210 стр