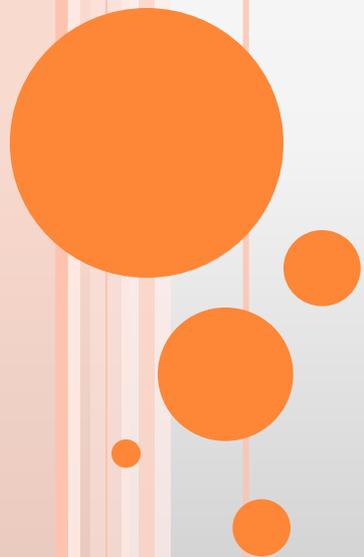
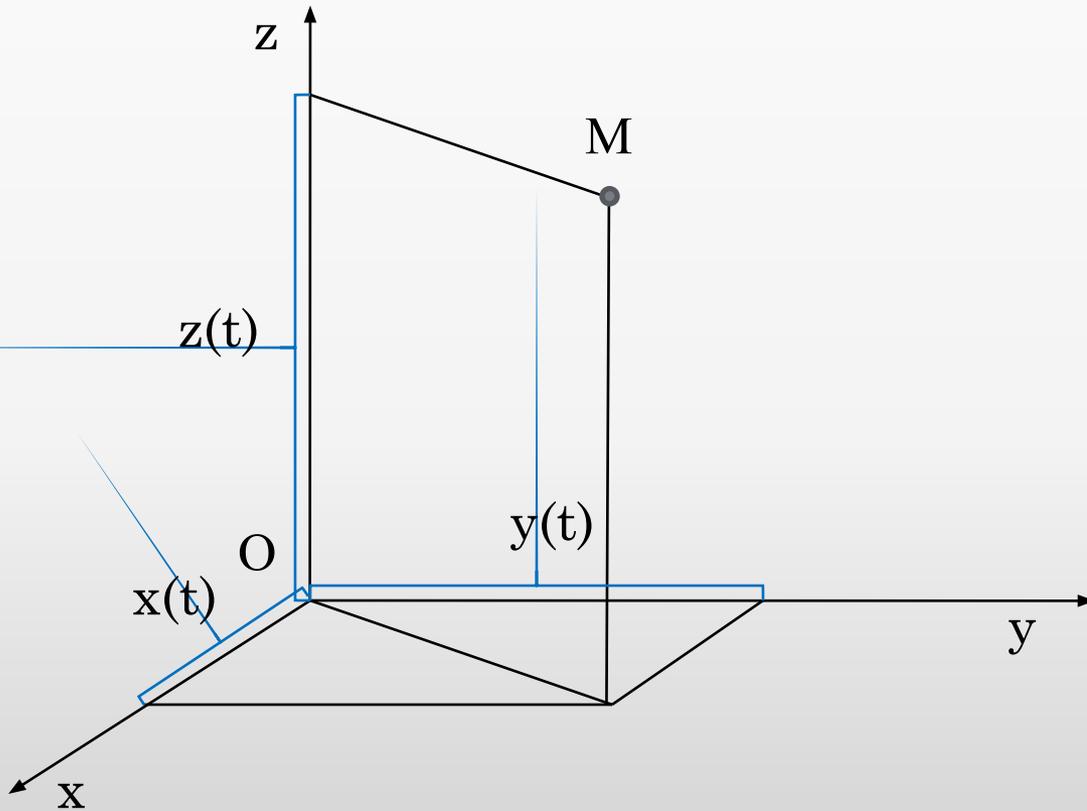


КИНЕМАТИКА ТОЧКИ

Координатный способ задания движения



Координатный способ задания движения точки состоит в том, что в некоторой системе отсчета $Oxyz$ задаются координаты движущейся точки M как функции времени:



$$x = x(t)$$

$$y = y(t)$$

$$z = z(t)$$



Эти уравнения, заданием которых полностью определяется движение точки, называются *уравнениями движения точки в координатной форме*.

Уравнения являются *параметрическими*, в которых роль параметра играет время t .

По ним легко определить *уравнение траектории точки* в декартовых координатах.

Чтобы записать уравнение траектории в явном форме, надо исключить из них время.



Как известно из математики, радиус–вектор выражается формулой:

$$\vec{r} = x(t) \vec{i} + y(t) \vec{j} + z(t) \vec{k} \quad (1)$$

где

$x(t)$, $y(t)$, $z(t)$ – проекции радиус–вектора на оси декартовой системы координат;

$\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ – единичные векторы координатных осей.

Формула (1) выражает связь между *координатным* и *векторным* способами задания движения.



Определение скорости точки

По определению

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

Так как

$$\vec{r} = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$$

Следовательно,

$$\vec{v} = \frac{d}{dt} (x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k})$$



Продифференцировав выражение, получаем:

$$\vec{v} = \frac{dx}{dt} \vec{i} + \frac{dy}{dt} \vec{j} + \frac{dz}{dt} \vec{k}$$

С другой стороны $\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k}$

Следовательно,

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \dot{x};$$

$$v_y = \frac{dy}{dt} = \dot{y};$$

$$v_z = \frac{dz}{dt} = \dot{z}$$

Проекции скорости точки на оси неподвижных декартовых координат равны первым производным от соответствующих координат точки по времени.



Модуль и *направление* скорости определяются выражениями:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

$$\cos(\widehat{\vec{v}, \vec{i}}) = \frac{v_x}{v}$$

$$\cos(\widehat{\vec{v}, \vec{j}}) = \frac{v_y}{v}$$

$$\cos(\widehat{\vec{v}, \vec{k}}) = \frac{v_z}{v}$$



Определение ускорения точки

Из определения ускорения:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

Так как

$$\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k}$$

Следовательно,

$$\vec{a} = \frac{d}{dt} (v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k})$$



Продифференцировав выражение, получаем:

$$\vec{a} = \frac{dv_x}{dt} \vec{i} + \frac{dv_y}{dt} \vec{j} + \frac{dv_z}{dt} \vec{k}$$

С другой стороны

$$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}$$

Следовательно,

$$a_x = \dot{v}_x = \ddot{x}; \quad a_y = \dot{v}_y = \ddot{y}; \quad a_z = \dot{v}_z = \ddot{z}$$

Проекции ускорения точки на оси неподвижных декартовых координат равны вторым производным от соответствующих координат точки по времени.



Модуль и *направление* ускорения определяются выражениями:

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

$$\cos(\widehat{\vec{a}, \vec{i}}) = \frac{a_x}{a}$$

$$\cos(\widehat{\vec{a}, \vec{j}}) = \frac{a_y}{a}$$

$$\cos(\widehat{\vec{a}, \vec{k}}) = \frac{a_z}{a}$$

