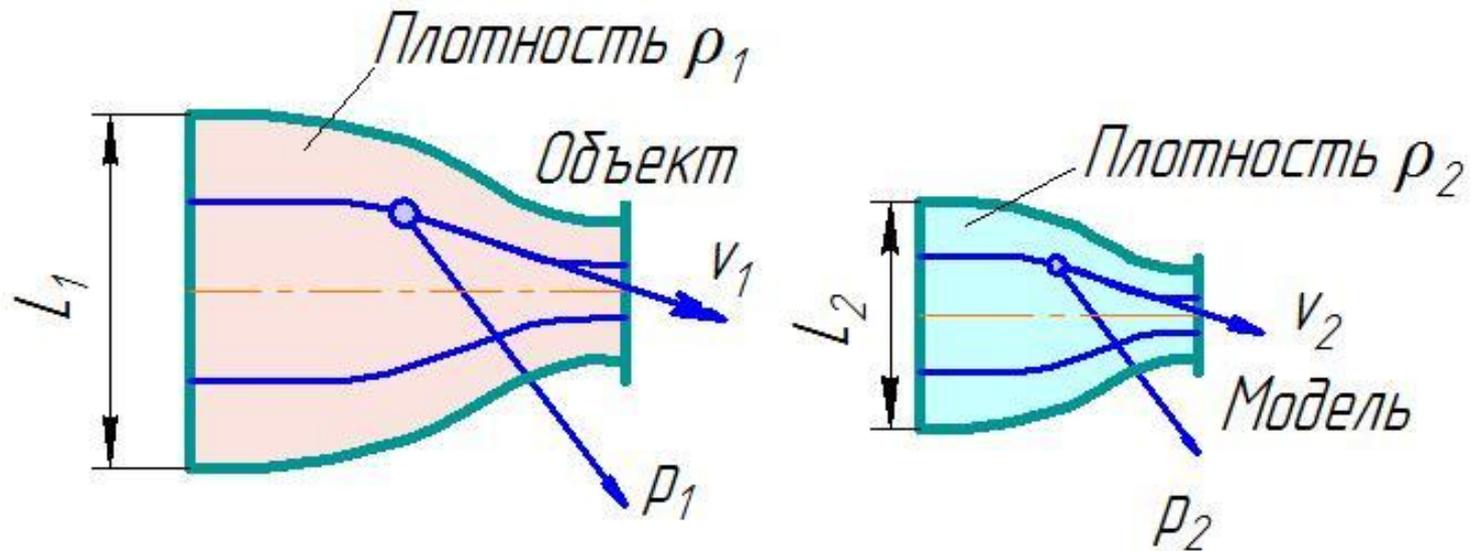
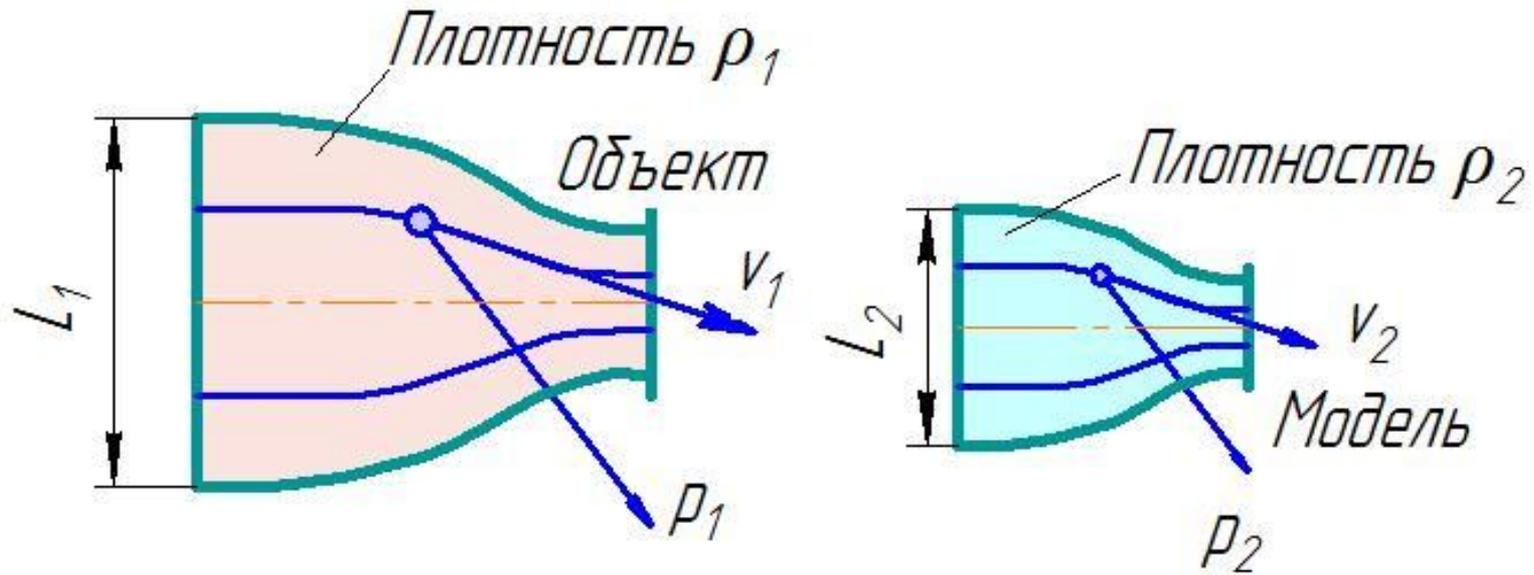


Критерии гидродинамического подобия



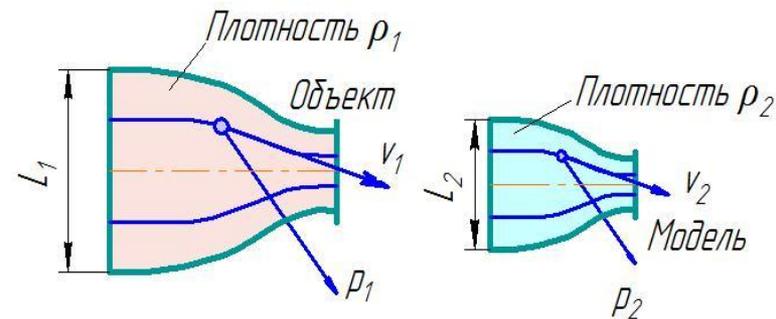
- Но если потоки механически подобны, то сами уравнения представленные в безразмерном виде, должны быть одинаковыми. Имея это в виду, можно записать уравнения движения (Навье-Стокса) и привести их к безразмерному виду. Для всех динамически подобных потоков они должны быть одинаковыми, а следовательно, необходимо, чтобы коэффициенты каждого из членов для этой группы потоков были также одинаковыми.



- Подобными называют такие потоки жидкости, у которых каждая характеризующая их физическая величина находится для любых сходственных точек в одинаковом отношении.

Понятие гидродинамического подобия включает

- подобие поверхностей, ограничивающих потоки (геометрическое подобие);
- пропорциональность скоростей в сходственных точках и подобие траекторий движения сходственных частиц жидкости (кинематическое подобие);
- пропорциональность сил, действующих на сходственные частицы жидкости, и пропорциональность масс этих частиц (динамическое подобие).



Геометрическое подобие

- Два потока будут геометрически подобными, если любой линейный размер одного из них можно получить из линейного размера другого путем умножения на постоянный множитель.

$$k_l = \frac{l_1}{l_2}.$$

- Таким образом получаем связь между геометрическими параметрами природы l_1 и модели l_2 .

Кинематическое подобие

- Допустим теперь, что потоки 1 и 2 геометрически подобны. Обозначим через v_1 и v_2 скорости в их сходственных точках. Если отношение

$$\frac{v_1}{v_2} = k_u.$$

одинаково

для любой пары сходственных точек, то потоки 1 и 2 будем считать кинематически подобными.

Динамическое подобие

- Рассмотрим далее какую-либо пару сходственных точек и обозначим силы действующие в этих точках F_1 и F_2 . Если

$$\frac{F_1}{F_2} = k_F.$$

есть величина постоянная для любой пары сходственных точек, то потоки 1 и 2 называются динамически подобными.

Основные коэффициенты подобия

- Соответственно принятыми в Международной системе единиц основным физическим величинам (длина L время T и масса M) выделяют три основных коэффициента подобия:
- линейный масштаб $k_L = L_1 / L_2$;
- масштаб времени $k_T = T_1 / T_2$;
- и масштаб масс $k_M = M_1 / M_2$.

Производные коэффициенты

- Так, масштаб скоростей $k_V = k_L / k_T$; сил одинаковой физической природы $k_F = k_L k_M / k_T^2$, плотностей $k_\rho = k_M / k_L^3$ и т.д.
- Используя выражения масштабов k_V и k_ρ можно получить для масштаба сил $k_F = k_\rho k_V^2 k_L^2$, которая дает *общий закон динамического подобия Ньютона*: $\frac{F_1}{\rho_1 v_1^2 L_1^2} = \frac{F_2}{\rho_2 v_2^2 L_2^2}$.
Его можно представить в форме

$$Ne = \frac{F}{\rho v^2 L^2} = idem.$$

Критерий Рейнольдса

- Условием пропорциональности сил инерции и сил вязкостного трения является одинаковое значение числа Re для потоков в натуре и модели:

$$Re = \frac{\rho v L}{\mu} = \frac{v L}{\nu} = idem,$$

- где v - характерная (обычно средняя в сечении) скорость;
- L - характерный размер (обычно диаметр сечения D);
- μ - динамическая вязкость.

Данное условие приводит к соотношению для коэффициентов подобия: $\frac{k_V k_L}{k_\nu} = 1$,

и для скоростей в натуре и модели $\frac{v_1}{v_2} = \frac{L_2 \nu_1}{L_1 \nu_2}$,

Критерий Фруда

- Условием пропорциональности сил инерции и сил тяжести является одинаковое значение числа Fr :

$$Fr = \frac{\rho v^2}{\rho g L} = \frac{v^2}{gL} = idem,$$

- Так как ускорение свободного падения g в натуре и модели практически всегда одинаково (масштаб ускорений $k_g = 1$), то данное условие приводит к соотношению для коэффициентов подобия

$$\frac{k_V}{k_L} = 1,$$

- и для скоростей в натуре и модели $\frac{V_1}{V_2} = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}}$.

Соотношения вязкостей

- Подобие потоков в натуре и модели требует одновременного выполнения условий для чисел **Re** и **Fr** или условий для коэффициентов подобия. Последнее возможно только тогда, когда масштабы линейных размеров и вязкостей находятся в соотношении

$$\frac{k_L^{3/2}}{k_V} = 1,$$

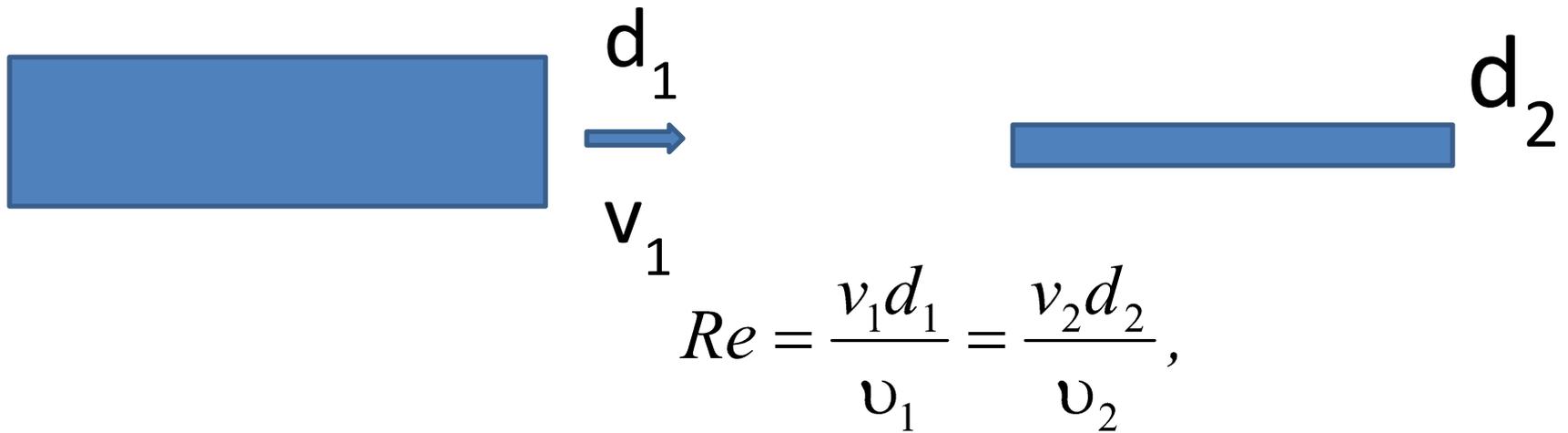
- из которого следует, что в модели меньших по сравнению с натурой размеров должна применяться менее вязкая жидкость:

$$\left(\frac{L_1}{L_2}\right)^{3/2} = \frac{\nu_1}{\nu_2}.$$

- При выполнении условий подобия все безразмерные характеристики потока, т. е. безразмерные комбинации различных физических величин (например, коэффициенты сопротивления ξ , скорости φ , расхода μ и т.д.), имеют в натуре и модели одинаковое численное значение.

Задача

- В лаборатории исследуется вопрос о гидравлических сопротивлениях, которые будут иметь место в проектируемом водопроводе диаметром $d_1 = 1 \text{ м}$. *Исследование ведется на воде. Диаметр лабораторного трубопровода принят равным $d_2 = 0,1 \text{ м}$. Определить, какой расход Q необходимо пропускать по этому трубопроводу для выполнения условий динамического подобия.*



При этом, так как в натуре и на модели — одинаковая жидкость (вода), $\nu_1 = \nu_2$ и, следовательно,

$$v_1 d_1 = v_2 d_2,$$

Отсюда находим:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{d_2}{d_1},$$

т. е. скорость на модели должна быть во столько же раз больше скорости в натуре, во сколько раз диаметр лабораторного трубопровода меньше диаметра проектируемого трубопровода.

- Теперь легко находится искомый расход жидкости. Для этого подставим в обычное уравнение расхода вместо v_2 и d_2 их значения, выраженные через d_1 и v_1 .

$$Q_2 = 0,1 \frac{\pi d_1^2}{4} v_1,$$

- Таким образом, для подобию наблюдаемых явлений необходимо, чтобы расход на модели Q_2 был в десять раз меньше, чем в проектируемом трубопроводе.

Задача

- Изучается движение воды при переливе через водосливную плотину.

Лабораторная модель плотины

выполнена в масштабе $k_L = L_1/L_2 = 10$, где

L_1 — геометрические размеры плотины, а

L_2 — соответственные размеры её

модели. Определить, какую скорость

движения жидкости необходимо

осуществить на модели.

- Так как в натуре и на модели движется одна и та же жидкость (вода), то $\nu_1 = \nu_2$, а $g_1 = g_2$. При этом закон подобия Рейнольдса получит выражение

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{L_2}{L_1},$$

- в то время как закон подобия Фруда будет

$$\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}}.$$

- Это значит, что при моделировании по Рейнольдсу уменьшение модели по сравнению с натурой в 10 раз требует увеличения скорости движения жидкости на модели во столько же раз. По второму условию (закон Фруда) то же самое уменьшение модели потребует уменьшения скорости в $\sqrt{10}$ раз.