



# ЭЛЕМЕНТЫ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ

1. Гипотеза де Бройля.
2. Дифракция электронов
3. Корпускулярно-волновой дуализм микрочастиц вещества
4. Соотношение неопределенности Гейзенберга

# 1. Гипотеза де Бройля

Недостатки теории Бора указывали на необходимость пересмотра основ квантовой теории и представлений о природе микрочастиц.

**Электрон представляется в виде малой механической частицы, характеризующейся определенными координатами и определенной скоростью.**

**В оптических явлениях наблюдается своеобразный дуализм.**

Дифракция, интерференция – волновая природа света  
Фотоэффект, эффект Комптона - корпускулярная природа света

В 1924 г. Луи де Бройль выдвинул смелую гипотезу, что дуализм не является особенностью только оптических явлений, а имеет универсальный характер:

**частицы вещества также обладают волновыми свойствами.**

Допуская, что **частицы вещества наряду с корпускулярными свойствами имеют также и волновые**, де Бройль перенес на случай частиц вещества те же правила перехода от одной картины к другой, какие справедливы в случае света.

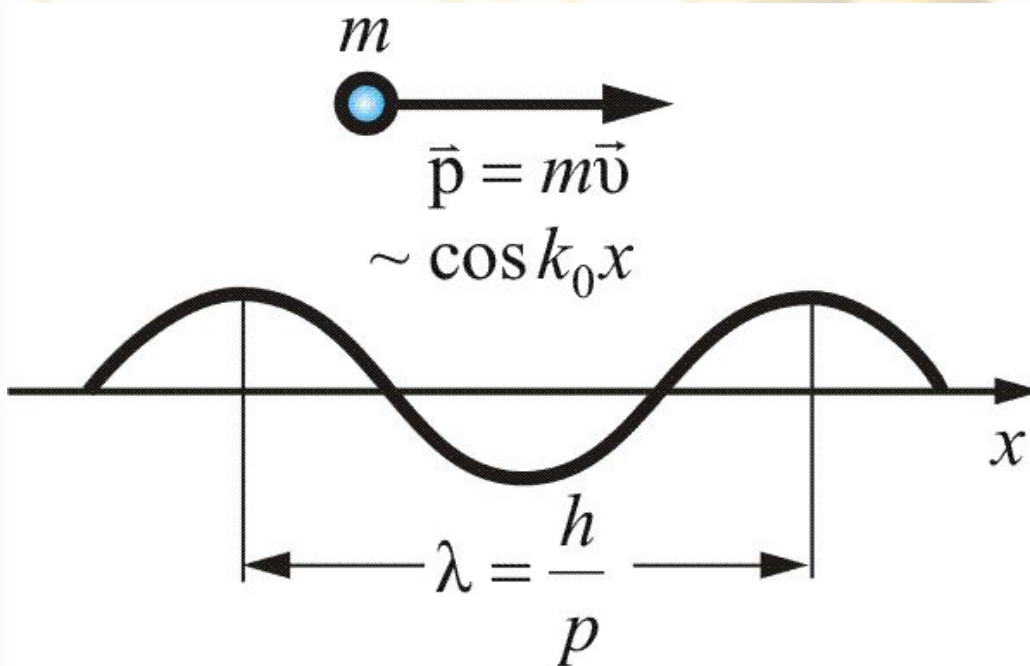


**Луи де Бройль** (1892 – 1987), французский физик, удостоенный Нобелевской премии 1929 г. по физике за открытие волновой природы электрона.

Предположил, что поток материальных частиц должен обладать и волновыми свойствами, связанными с их массой и энергией (волны де Бройля).

Экспериментальное подтверждение этой идеи было получено в 1927 в опытах по дифракции электронов в кристаллах.

Если фотон обладает энергией  $E=h\nu$  и импульсом  $p=h/\lambda$ , то и частица (например, электрон), движущаяся с некоторой скоростью, обладает волновыми свойствами, т. е. **движение частицы можно рассматривать как движение волны.**



$$p = h/\lambda$$

Таким образом, **волновой вектор** монохроматической волны, связанной со свободно движущейся микрочастицей, **пропорционален её импульсу или обратно пропорционален длине волны:**

$$\vec{k} = \frac{2\pi}{h} \vec{p}$$

Поскольку кинетическая энергия сравнительно медленно движущейся частицы  $K = mv^2/2$ , то **длину волны можно выразить и через энергию:**

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mK}}$$

При взаимодействии **частицы** с некоторым объектом (кристаллом, молекулой) её энергия меняется: к ней добавляется потенциальная энергия этого взаимодействия. Соответственно, меняется характер распространения связанной с частицей волны.

Поэтому, **основные геометрические закономерности дифракции частиц, ничем не отличаются от закономерностей дифракции любых волн.**

**Общим условием дифракции волн любой природы является соизмеримость длины падающей волны  $\lambda$  с расстоянием  $d$  между рассеивающими центрами:  $\lambda \leq d$**

# Физический смысл волн де Бройля

Идея де Бройля о наличии у частиц вещества **волновых свойств** получила экспериментальное подтверждение.

**Обнаружить волновые свойства у макроскопических тел не представляется возможным из-за присущей им малой длины волны.**

Волны, связанные с движущимися частицами, не имеют никакого отношения к распространению какого-либо электромагнитного поля, к электромагнитным волнам.



Если ускорять электроны электрическим полем с напряжением  $U$ , то они приобретут кинетическую энергию  $K = eU$ , ( $e$  – заряд электрона), что после подстановки в равенство

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mK}}$$

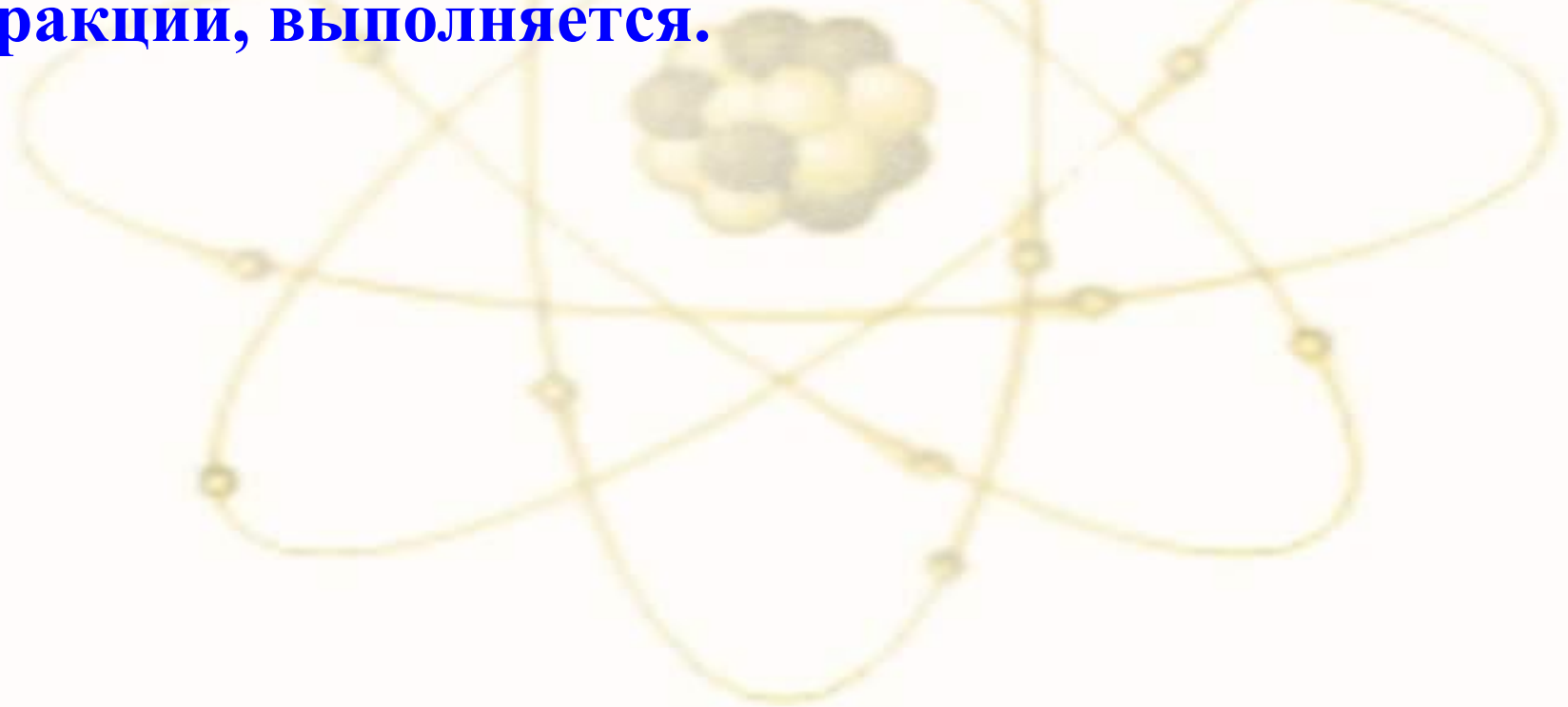
числовых значений даёт

$$\lambda = \frac{12,26}{\sqrt{U}}$$

Здесь  $U$  выражено в В, а  $\lambda$  – в  $\text{Å}$  ( $1 \text{ Å} = 10^{-10} \text{ м}$ ).

При напряжениях  $U$  порядка 100 В, получаются так называемые «медленные» электроны с  $\lambda$  порядка 1 Å.

Эта величина близка к межатомным расстояниям  $d$  в кристаллах, которые составляют несколько Å и менее, и соотношение  $\lambda \leq d$ , необходимое для возникновения дифракции, выполняется.



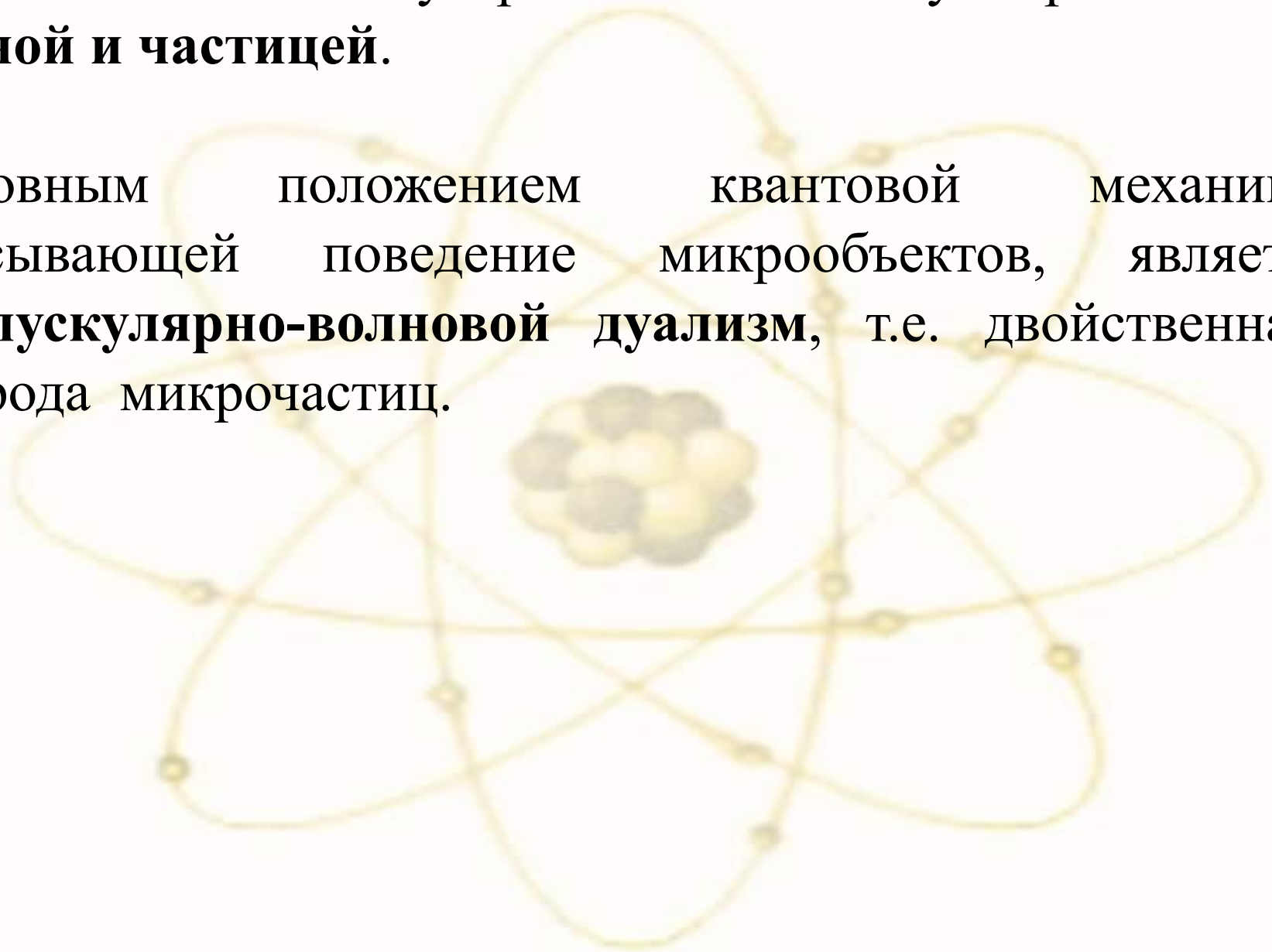
## 2. Дифракция частиц

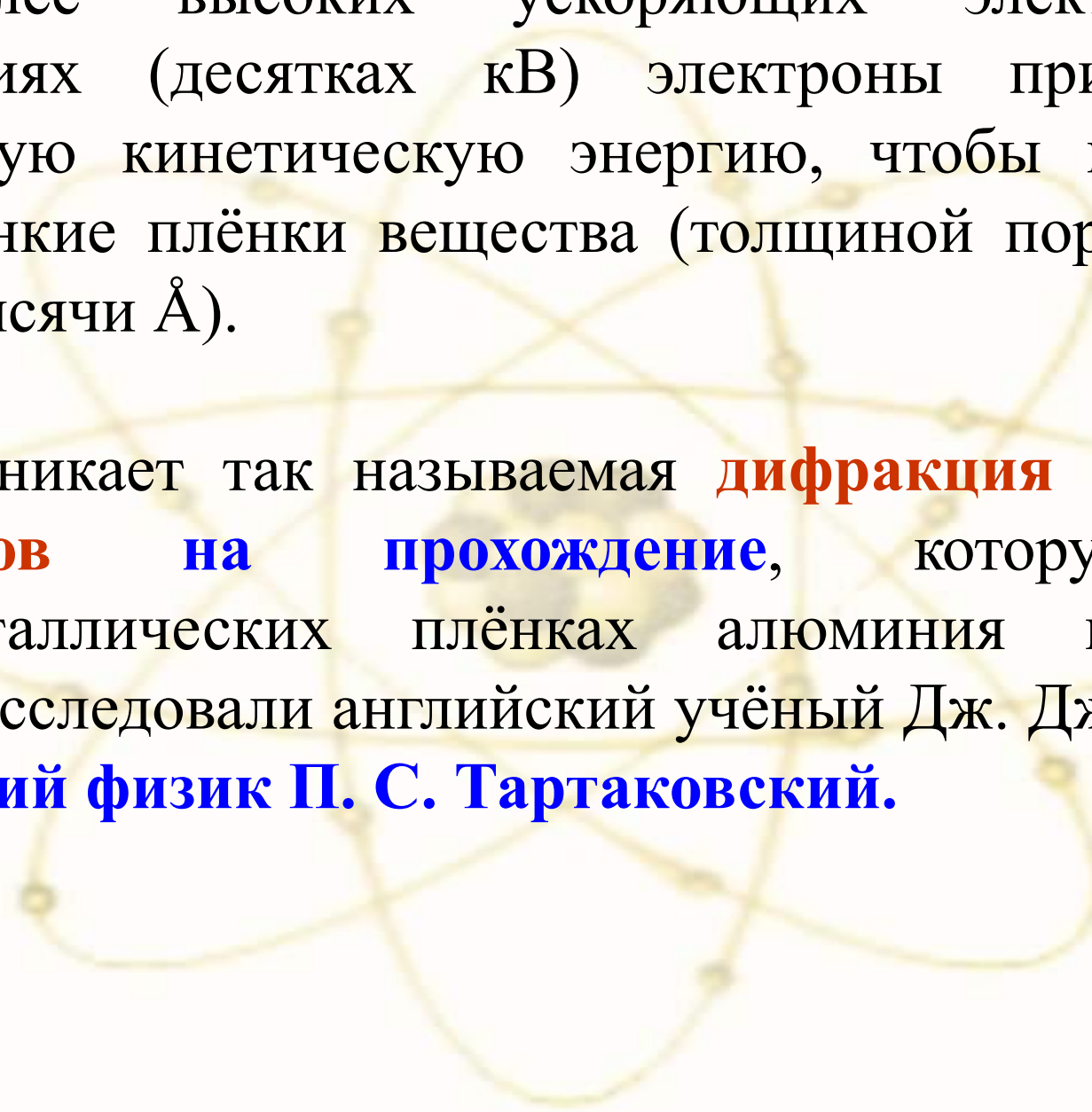
**Дифракция частиц, рассеяние микрочастиц (электронов, нейтронов, атомов и т.п.) кристаллами или молекулами жидкостей и газов, при котором из начального пучка частиц данного типа возникают дополнительно отклонённые пучки этих частиц.**

Направление и интенсивность таких отклонённых пучков зависят от строения рассеивающего объекта.

Квантовая механика устранила абсолютную грань между **волной и частицей**.

Основным положением квантовой механики, описывающей поведение микрообъектов, является **корпускулярно-волновой дуализм**, т.е. двойственная природа микрочастиц.

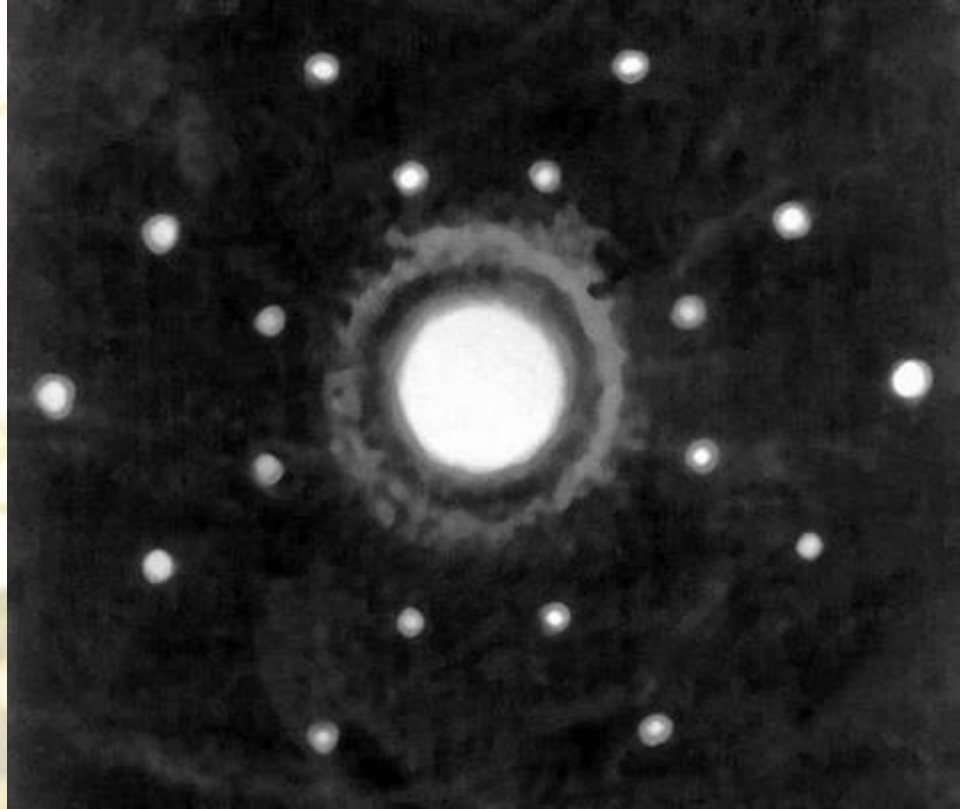




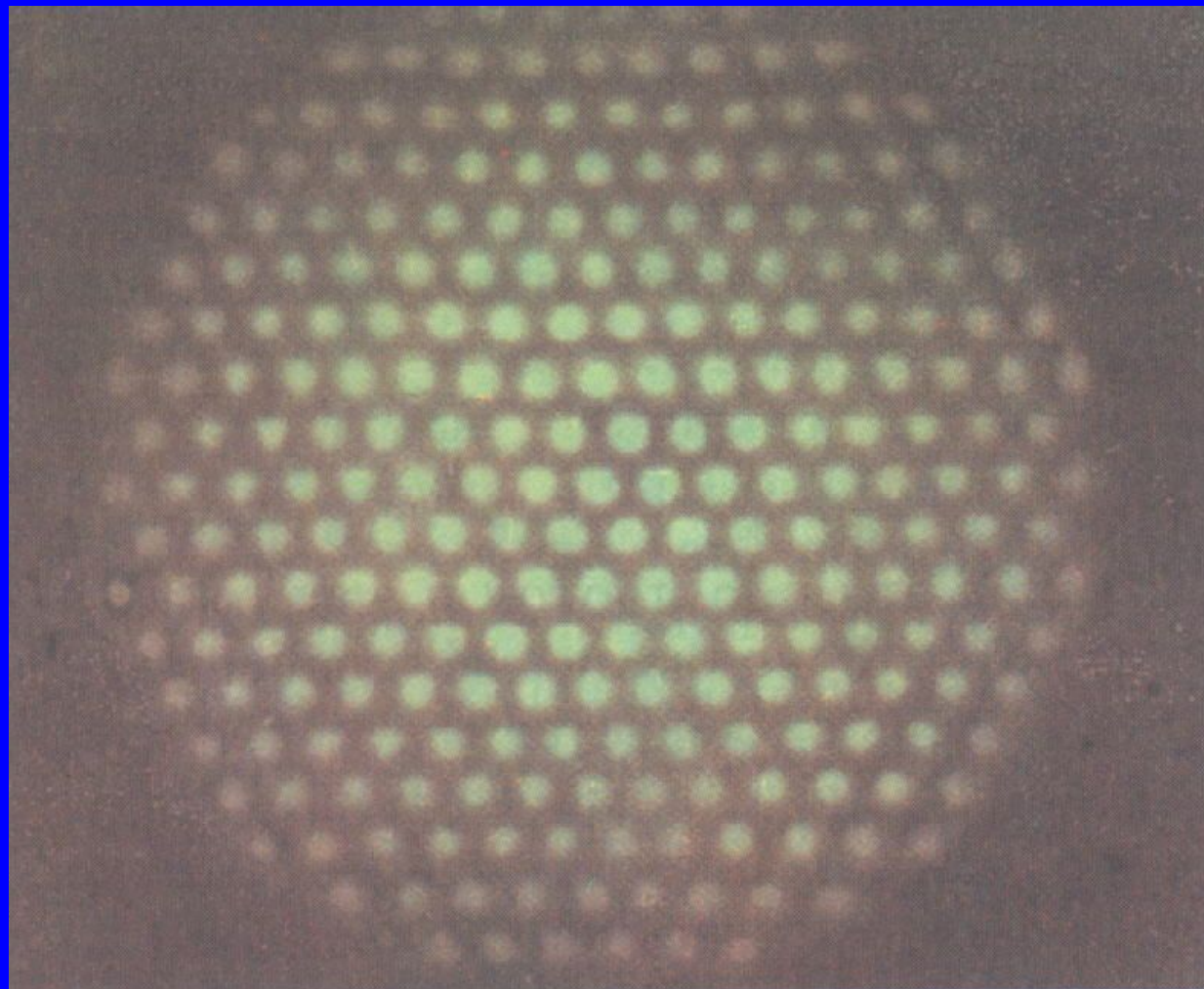
При более высоких ускоряющих электрических напряжениях (десятках кВ) электроны приобретают достаточную кинетическую энергию, чтобы проникать сквозь тонкие плёнки вещества (толщиной порядка  $10^{-5}$  см, т. е. тысячи Å).

Тогда возникает так называемая **дифракция быстрых электронов на прохождение**, которую на поликристаллических плёнках алюминия и золота впервые исследовали английский учёный Дж. Дж. **Томсон** и советский физик **П. С. Тартаковский**.

Позже наблюдалась **дифракция протонов, а также дифракция нейтронов**, получившая широкое распространение как один из методов исследования структуры вещества.



Так было доказано экспериментально, что **волновые свойства присущи всем без исключения микрочастицам.**



**Картина дифракции  
электронов на слюде**

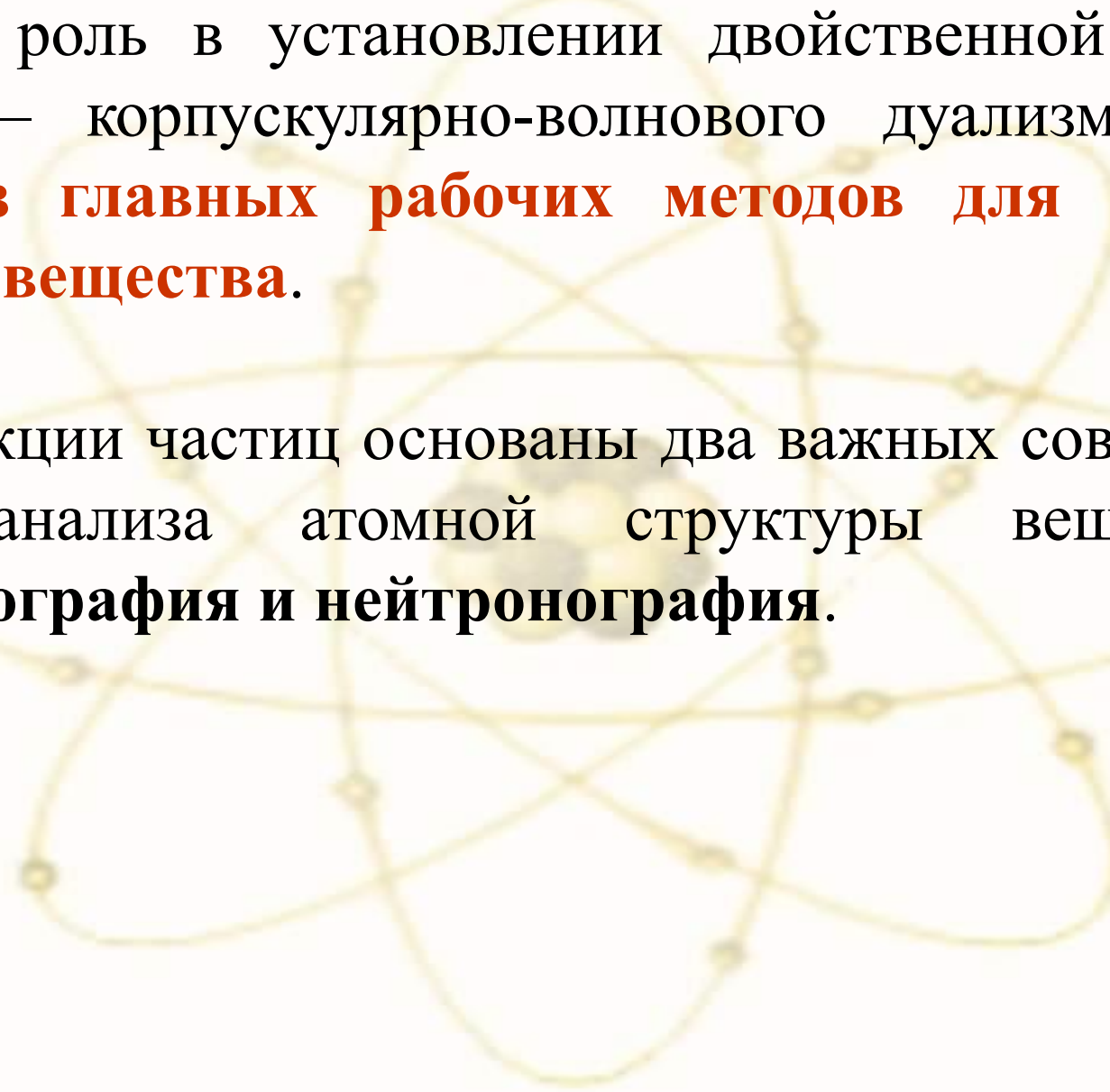


**Картина дифракции  
нейтронов на кварце**



В 1927 г. **Дж.П. Томпсон** и независимо от него **П.С. Тартаковский** получили дифракционную картину при прохождении электронного пучка через металлическую фольгу.

В 1949 г. советские ученые **Л.М. Биберман, Н.Г. Сушкин, В.А. Фабрикант** поставили такой же опыт, но интенсивность электронного пучка была настолько слабой, что электроны проходили через прибор практически поодиночке. Однако картина после длительной экспозиции была точно такой же. Т.е. было доказано, что волновыми свойствами обладает **каждый\_отдельный электрон**.



**Дифракция частиц**, сыгравшая в своё время столь большую роль в установлении двойственной природы материи – корпускулярно-волнового дуализма **стала одним из главных рабочих методов для изучения строения вещества.**

На дифракции частиц основаны два важных современных метода анализа атомной структуры вещества – **электронография и нейтронография.**

### 3. Корпускулярно- волновой дуализм микрочастиц вещества

Микрочастицы обладают необычайными свойствами.

Микрочастицы – это элементарные частицы (электроны, протоны, нейтроны и т.д.), а также сложные частицы, образованные из небольшого числа элементарных (пока *неделимых*) частиц (атомы, молекулы, ядра атомов).

Называя эти микрочастицы частицами, мы подчеркиваем только одну сторону, правильнее было бы назвать **«частица – волна»**.

**Волны де Бройля не являются электромагнитными, это волны особой природы.**

Вычислим дебройлевскую длину волны мячика массой 0,20 кг, движущегося со скоростью 15 м/с.

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6,67 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}}{0,2 \cdot 15} = 2,2 \cdot 10^{-34} \text{ м}$$

При скорости  $10^{-4}$  м/с, дебройлевская длина волны составляла бы примерно  $10^{-9}$  м.

Дебройлевская длина волны обычного тела слишком мала, чтобы ее можно было обнаружить и измерить.

Волновые свойства – интерференция и дифракция – проявляются только тогда, когда **размеры предметов или щелей сравнимы по своей величине с длиной волны.**

Поэтому **волновые свойства обычных тел обнаружить не удастся.**



Определим дебройлевскую длину волны электрона, ускоренного разностью потенциалов 100 В.

$$\lambda = \frac{h}{mv}$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = eU \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2eU}{m}} = 5,9 \cdot 10^6 \text{ м / с}$$

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6,6 \cdot 10^{-34}}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 5,9 \cdot 10^6} = 1,2 \cdot 10^{-10} \text{ м}$$



Соотношение неопределенностей Гейзенберга

$$\Delta P \Delta X \geq \frac{h}{2\pi}$$

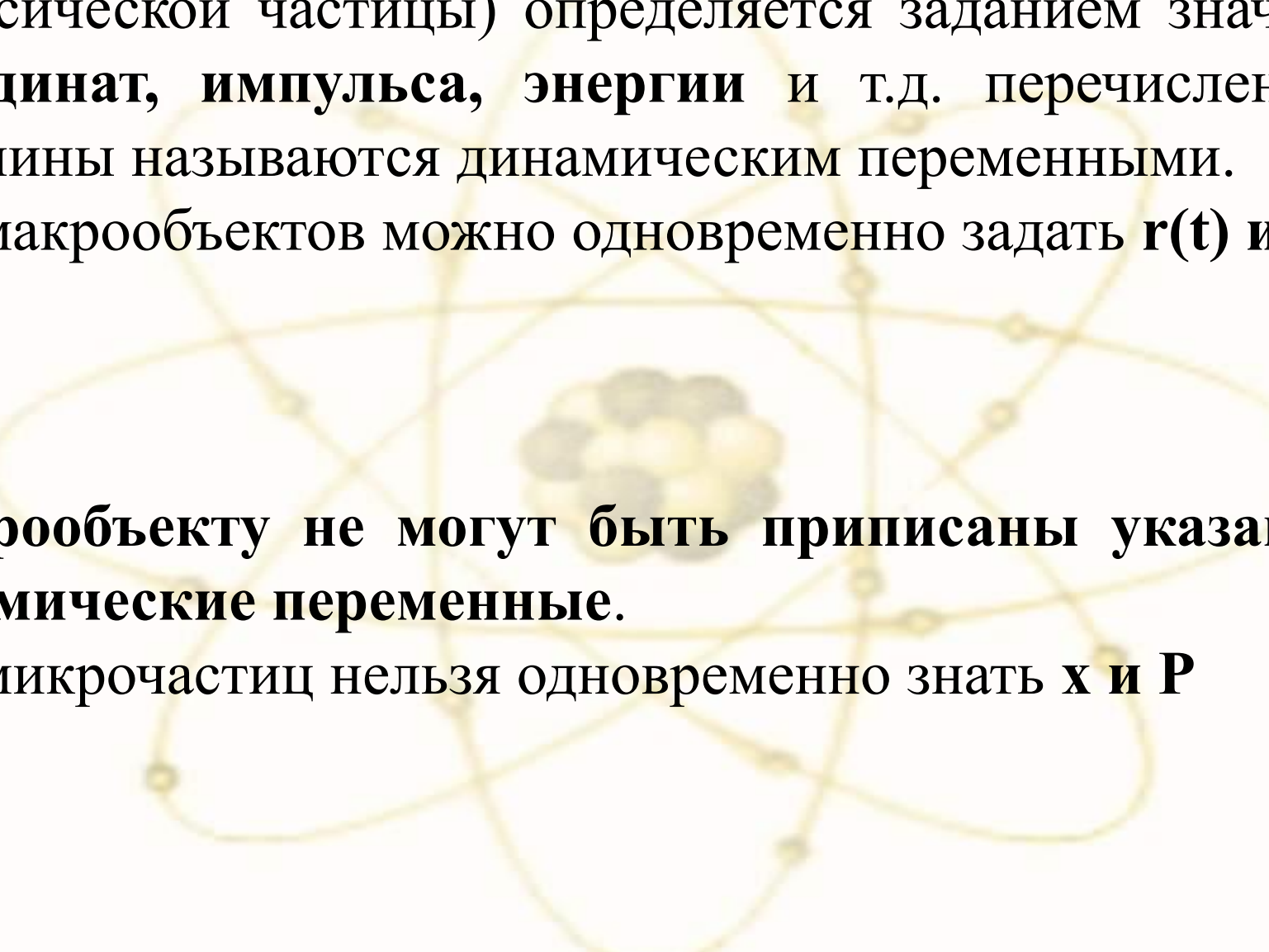
## 4. Соотношение неопределенностей Гейзенберга

Согласно двойственной корпускулярно-волновой природе частиц вещества, для описания микрочастиц используются то **волновые**, то **корпускулярные** представления.

Необходимо внести некоторые ограничения в применении к объектам микромира понятий классической механики.



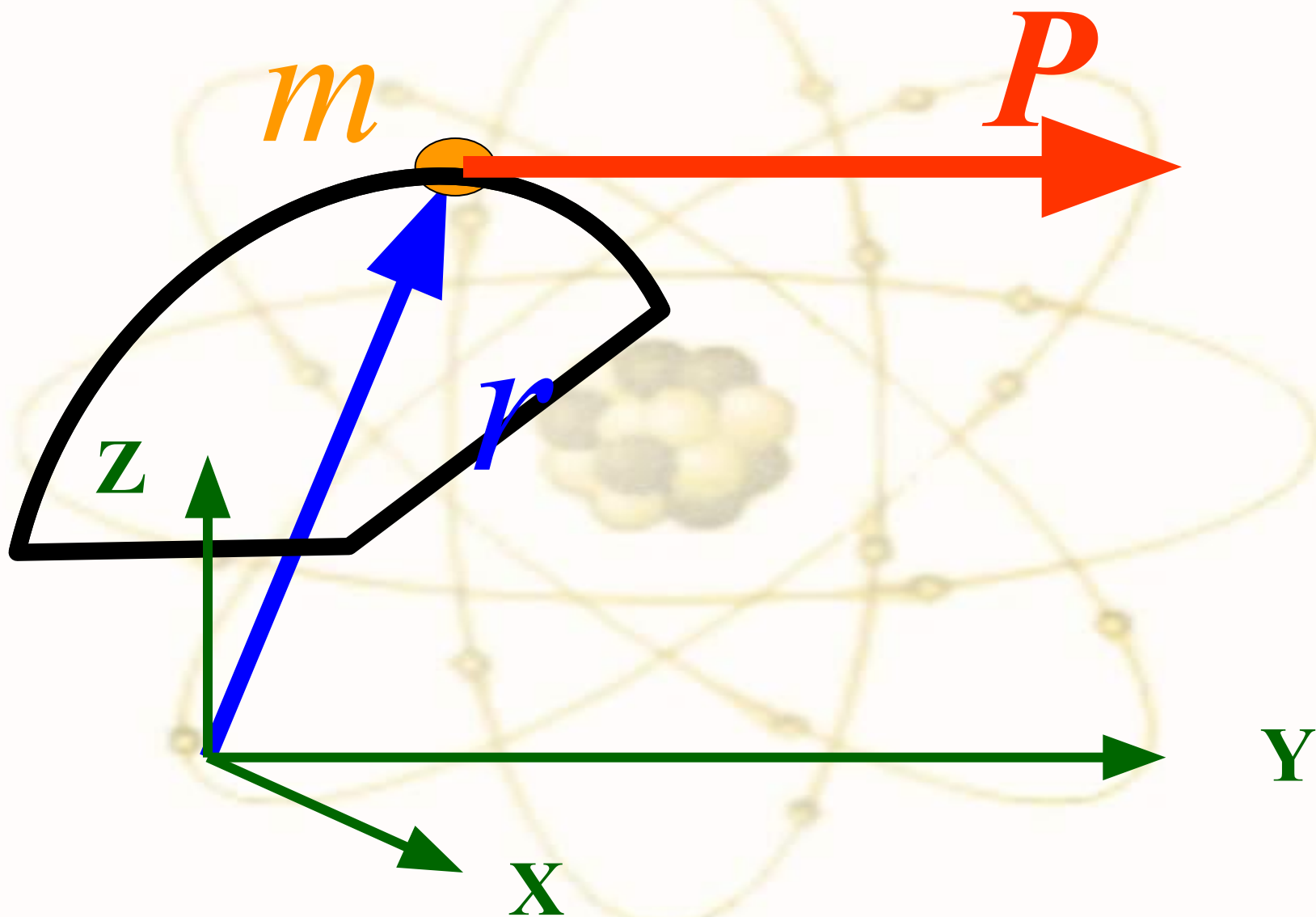




В классической механике **состояние** материальной точки (классической частицы) определяется заданием значений **координат, импульса, энергии** и т.д. перечисленные величины называются динамическими переменными. Для макрообъектов можно одновременно задать  **$\mathbf{r}(t)$  и  $\mathbf{P}(t)$**

**Микрообъекту не могут быть приписаны указанные динамические переменные.**

Для микрочастиц нельзя одновременно знать  **$x$  и  $P$**



Корпускулярно-волновая двойственность свойств частиц, изучаемых в квантовой механике, приводит к тому, что оказывается **невозможным** **одновременно** характеризовать частицу ее положением в пространстве (координатами) и скоростью (или импульсом).

Так, например, электрон (и любая другая микрочастица) **не может иметь одновременно точных значений координаты  $x$  и импульса  $p_x$ .**

**Неопределенности значений  $x$  и  $p_x$  удовлетворяют соотношению**

$$\Delta x \Delta p_x \geq h$$

где  $h$  – постоянная Планка.

Из формулы следует, что чем **меньше** неопределенность одной величины ( $x$  или  $p_x$ ), тем **больше** неопределенность другой. Если  $\Delta x=0$ , то  $\Delta p \rightarrow \infty$ .

**Для микрочастицы не существует состояний, в которых ее координаты и импульс имели бы одновременно точные значения.**

Отсюда вытекает и фактическая **невозможность** одновременного с любой наперед заданной точностью изменить координату и импульс микрообъекта.

Соотношение, аналогичное

$$\Delta x \Delta p_x \geq h$$

имеет место для  $y$  и  $p_y$ , для  $z$  и  $p_z$ , а также для других пар величин.

**В классической механике такие пары называются канонически сопряженными.** Обозначив канонически сопряженные величины буквами  $A$  и  $B$ , можно написать

$$\Delta A \Delta B \geq h$$

Это соотношение неопределенности Гейзенберга для величин  $A$  и  $B$ .

Это соотношение открыл **в 1927 году Вернер Гейзенберг.**

Чем **больше** масса частицы, тем **меньше** **неопределенность** ее координаты и скорости, следовательно, с тем **большей точностью** можно применять к этой частице понятие траектории.

Для пылинки массой  $10^{-12}$  кг и линейными размерами  $10^{-6}$  м, координата которой определена с точностью до 0,01 ее размеров ( $\Delta x = 10^{-8}$  м), неопределенность скорости

$$\Delta v_x = \frac{6,62 \cdot 10^{-34}}{10^{-8} \cdot 10^{-12}} \text{ м/с} = 6,62 \cdot 10^{-14} \text{ м/с},$$

$$\Delta v_x = 6,62 \cdot 10^{-14} \text{ м/с},$$

**Для макроскопических тел их волновые свойства не играют ни какой роли; координаты и скорости могут быть измерены достаточно точно.**

**Это означает, что для описания движения макротел с абсолютной достоверностью можно пользоваться законами классической механики.**

Пучок электронов движется вдоль оси  $x$  со скоростью  $v=10^8$  м/с, определяемой с точностью до 0,01% ( $\Delta v_x \approx 10^4$  м/с). Точность определения координаты электрона равна:

$$\Delta x = \frac{h}{m\Delta v_x} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34}}{9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 10^4} = 7,27 \cdot 10^{-6} \text{ м}$$

Положение электрона может быть определено с точностью до тысячных долей миллиметра.

Такая точность **достаточна**, чтобы можно было говорить о движении электронов по определенной траектории, иными словами, **описывать их движения законами классической механики.**



**Применим соотношение неопределенностей к электрону, двигающемуся в атоме водорода.**

Допустим, что неопределенность координаты электрона  $\Delta x \approx 10^{-10}$  м (порядка размеров самого атома), тогда

$$\Delta v = \frac{6,62 \cdot 10^{-34}}{9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 10^{-10}} = 7,27 \cdot 10^7 \text{ м/с}$$

Так как скорость электрона вокруг ядра по круговой орбите радиуса  $0,5 \cdot 10^{-10}$  м равна  $v \approx 2,3 \cdot 10^6$  м/с, то очевидно, что **в данном случае нельзя говорить о движении электронов в атоме по определенной траектории, иными словами, для описания движения электронов в атоме нельзя пользоваться законами классической физики.**