

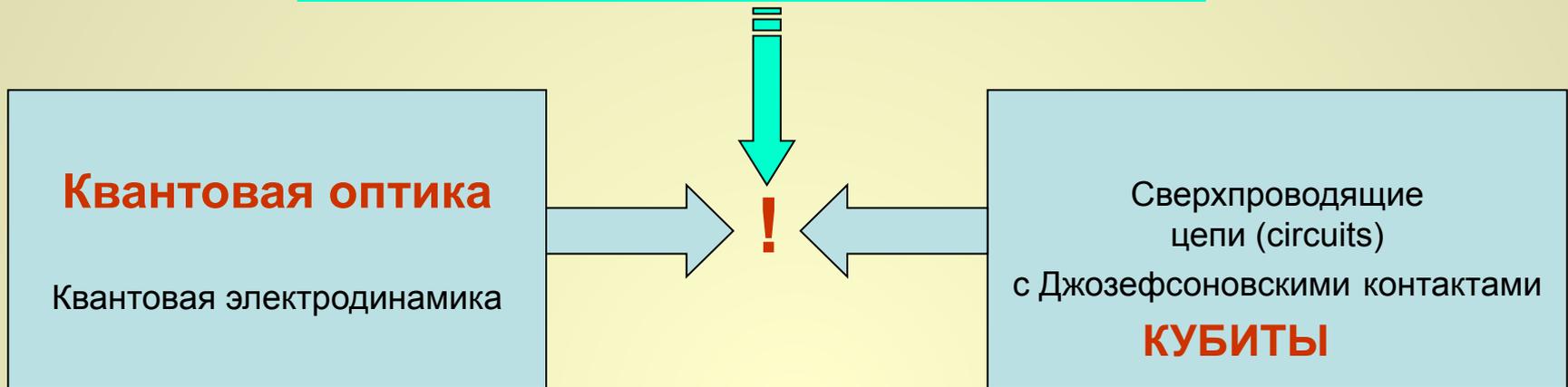
# ***КВАНТОВАЯ ОПТИКА ДЖОЗЕФСОНОВСКИХ КУБИТОВ***

***А.Н.Омельянчук***

***Физико-технический Институт низких  
температур им.Б.И.Веркина НАН Украины  
г.Харьков***

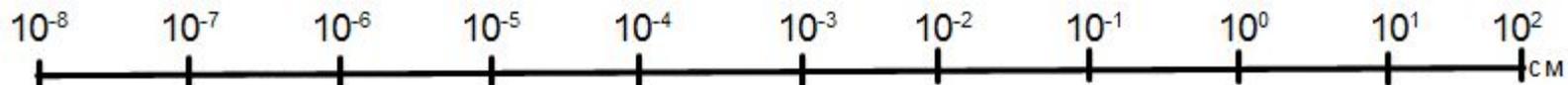
- **Введение**
  - Квантовая механика. Мезоскопика.
  - Сверхпроводимость. Эффект Джозефсона.
  - Квантовые компьютеры. Джозефсоновские кубиты.
  - Квантовая оптика. Атом в резонаторе.
  - Искусственный атом в квантованном электромагнитном поле.
- 
- **Квантовое поведение Джозефсоновского кубита связанного с резонатором. Теория и эксперимент.**

## Circuit Quantum Electrodynamics (CQE)



Джозефсоновский **КУБИТ**, содержащий миллиарды атомов, может вести себя как один – **искусственный атом**. Свойства кубитов замечательны и позволяют изучать новые режимы квантовой оптики, не достижимые с обычными атомами.

В настоящее время большой интерес привлекает проблема “квантовой оптики искусственных атомов” - поведения джозефсоновских кубитов в квантованном электромагнитном поле. Макроскопическая двухуровневая система помещается в высокочастотную СВЧ-резонансную линию (квантовый резонатор) и изучаются эффекты фотон-кубитного взаимодействия. Большой дипольный электрический или магнитный момент кубита, в отличие от микро атома, позволяет изучать эффекты сильной связи квантовой системы с квантованным электромагнитным полем.



**МИКРОМИР**

*квантовая  
механика*

**Мезоскопика**

**МАКРОМИР**

*классическая  
физика*



**СВЕРХПРОВОДИМОСТЬ**



*макроскопическое квантовое явление*

На рубеже XX и XXI веков в физике возникло новое направление - мезоскопическая физика, изучающая проявление специфических квантовых явлений (квантовая интерференция и суперпозиция волновых  $\Psi$  функций, перепутывание квантовых состояний) на промежуточном между микро- и макро- уровнями. Квантовая механика "вышла на лабораторный стол".

$$|\Psi\rangle = a|\psi_1\rangle + b|\psi_2\rangle$$

$$|\Psi|^2 = |a|^2 + |b|^2 + 2|a||b|\cos\phi$$

Необходимы:

- Малые (субмикронные) размеры
- Низкие температуры (милликельвины)

- Новые принципы, новые эффекты
- Высокий уровень технологий



*Принципиально новые приборы*

- Квантовые компьютеры
- Сверхчувствительные детекторы

Мысленные эксперименты и парадоксы квантовой механики (ЭПР пары, «Шредингеровский кот») уже экспериментально реализованы в мезоскопических джозефсоновских структурах.

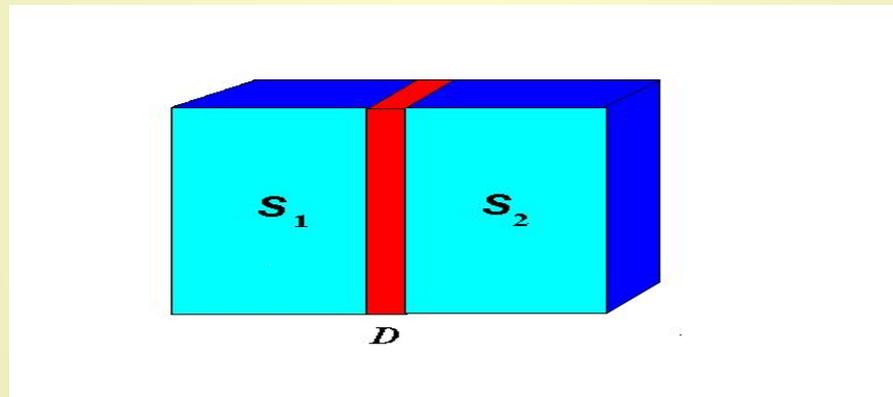
# СВЕРХПРОВОДИМОСТЬ

- Сверхпроводник имеет нулевое электрическое сопротивление ниже некоторой критической температуры  $T_c$ . Ток в сверхпроводящем кольце течет не затухая без потерь.
- Магнитное поле выталкивается из сверхпроводника (идеальный диамагнетизм).

Сверхпроводимость – макроскопическое квантовое явление

$$\Psi = \Psi_0 e^{i\phi}$$

## Эффект Джозефсона



$$I = I_c \sin \phi$$

$$V = \frac{\hbar}{2e} \frac{d\phi}{dt}$$

$$\omega = \frac{2e}{\hbar} \Phi_0 \dot{\phi}$$

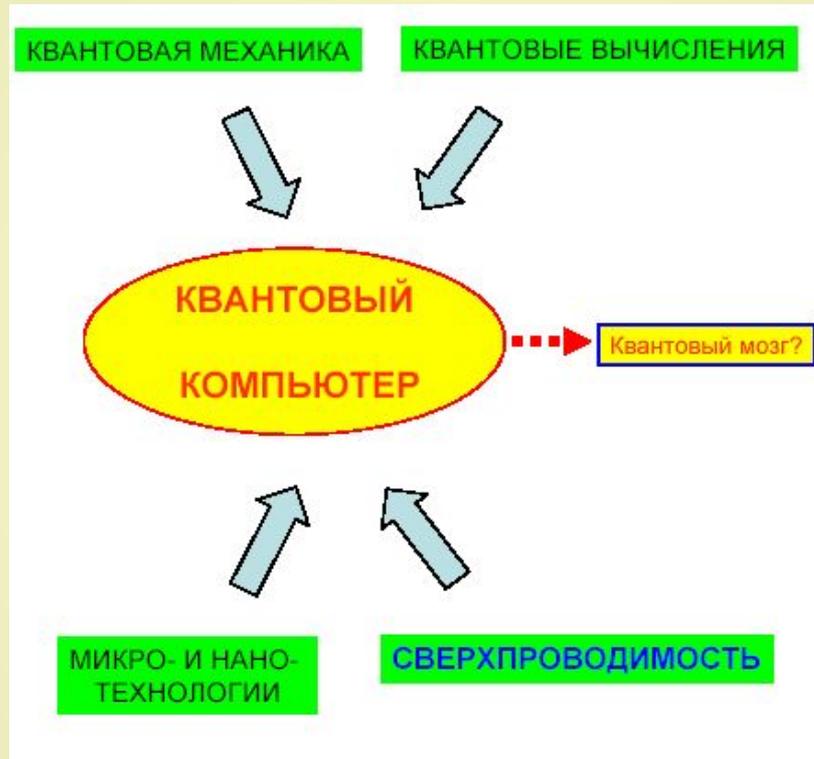
MEU4836  
микровольт

# КВАНТОВЫЙ КОМПЬЮТЕР

**КУБИТ** = квантовый бит

$$\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$$

Суперпозиция и интерференция квантовых состояний = параллелизм квантовых вычислений



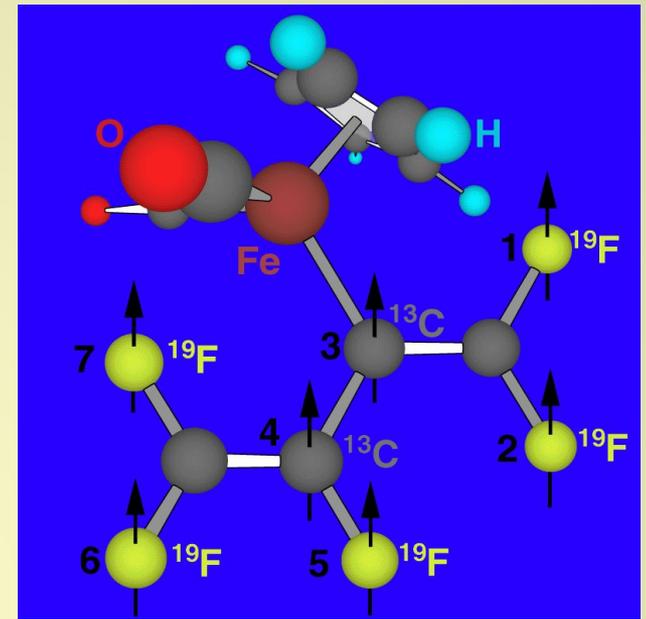
Факторизация (разбиение на простые сомножители) 250-значного числа:

Классический компьютер  $t \approx 2^N$  800000 лет

Квантовый компьютер  $t \approx N^2$  секунды

Любая квантово механическая когерентная система может быть использована для реализации идей квантовых вычислений.

одиночные фотоны  
ядерные спины  
ионы в ловушках  
электроны в квантовых точках  
сверхпроводящие квантовые цепи

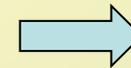


IBM 7-qubit квантовый молекулярный компьютер

□ L. M. K. Vandersypen, et al. Nature 414 , 883 (2001)

Преимущества твердотельных реализаций

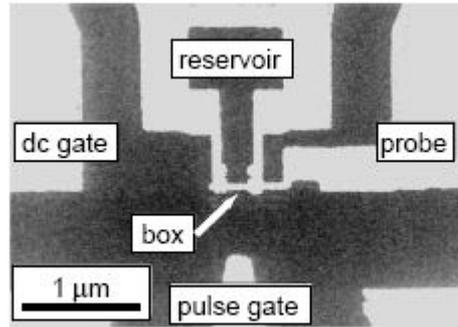
- масштабируемость
- использование современной литографии



**ДЖОЗЕФСОНОВСКИЕ  
КУБИТЫ**

# КУБИТЫ ОСНОВАННЫЕ НА ДЖОЗЕФСОНОВСКИХ КОНТАКТАХ

- 😊 Джозефсоновский контакт является **существенно нелинейным элементом** . Это используется для инженерии систем Гамильтониан которых эквивалентен двух уровневой квантовой системе, например спину  $\frac{1}{2}$  в магнитном поле.
- 😊 На нынешнем уровне микротехнологий возможна инженерия Джозефсоновских структур с хорошо определенными свойствами ⇒  
масштабируемость : **потенциально высокая**  
связь между кубитами (**статическая, перестраиваемая, через резонатор**)
- 😊 Джозефсоновские системы могут управляться электромагнитными сигналами  
⇒ Манипуляция: **Магнитное поле, напряжение, микроволновые импульсы**
- 😊 Хорошие детекторы: Считывание состояния : **SQUIDы, SET**
- 😞 **"Большие системы"** ⇒ Относительно короткие времена декогерентности (**4  $\mu$ s**)
  - 😊 Минимальный уровень декогерентности среди твердотельных кубитов
  - Охлаждение** ⇒ малые энергии требуют охлаждения до  **$\ll 1$  К**



Электронная фотография зарядового кубита

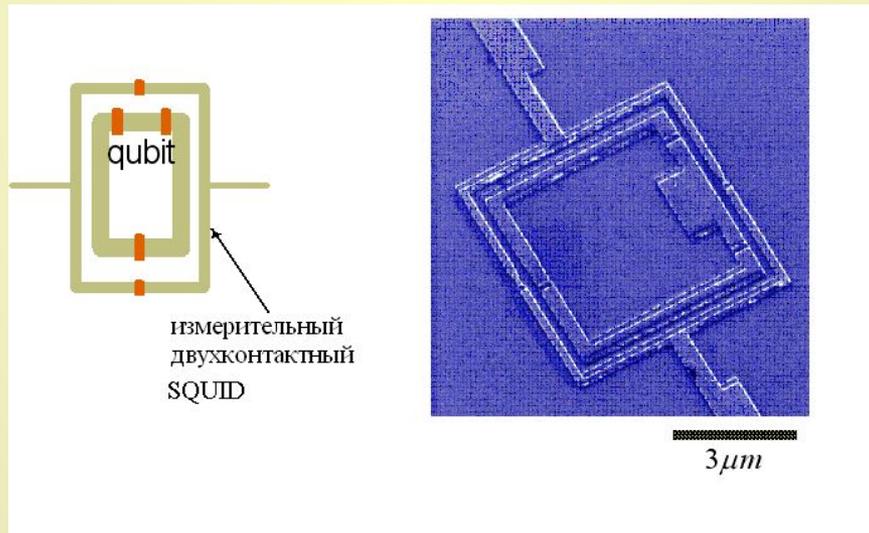
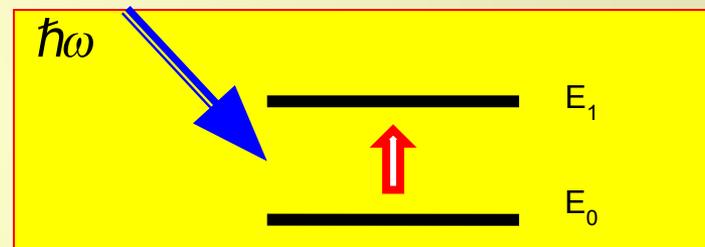
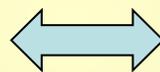
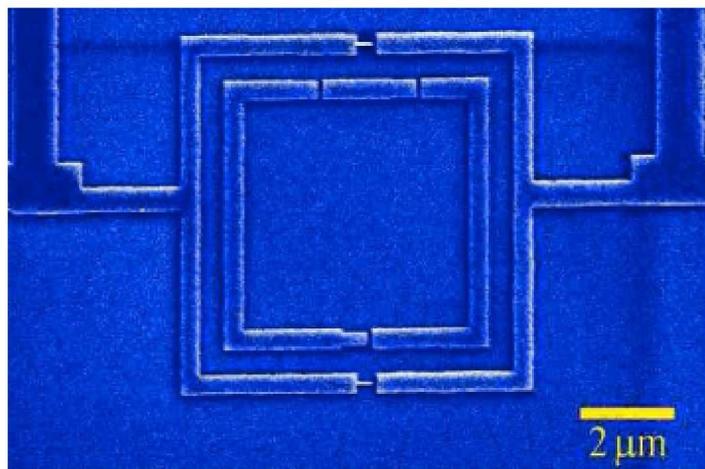


Схема и фотография трехконтактного потокового кубита.  
Кубит помещен в двухконтактный SQUID измеряющий состояние кубита.

Джозефсоновский кубит – макроскопический “атом”  
*к которому можно присоединить провода*



# КВАНТОВАЯ ОПТИКА

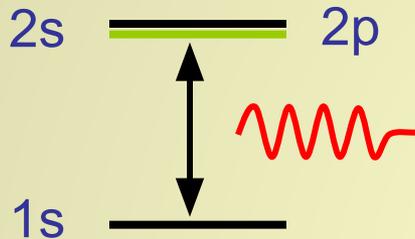
квантовая электродинамика

Атомы + фотоны

- Спонтанное излучение
- Лэмбовский сдвиг
- Резонансная флуоресценция
- Лазерная генерация
- Атом в квантовом резонаторе

## Спонтанное излучение

Атом в возбужденном состоянии переходит в основное состояние



Необратимое спонтанное затухание в фотонный континуум:

$$2p \rightarrow 1s + \gamma \quad T_1 \sim 1\text{ns}$$

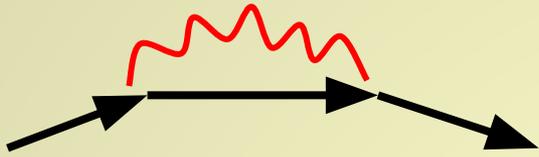
Теория Вайкопфа-Вигнера

$$\rho_{aa} \equiv |c_a(t)|^2 = \exp(-\Gamma t),$$

$$\Gamma = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{4\omega^3}{3\hbar c^3} \rho_{ab}^2.$$

$\rho_{ij} = e\langle i|\mathbf{r}|j\rangle$  – матричный элемент электрического дипольного перехода

## Лэмбовский сдвиг



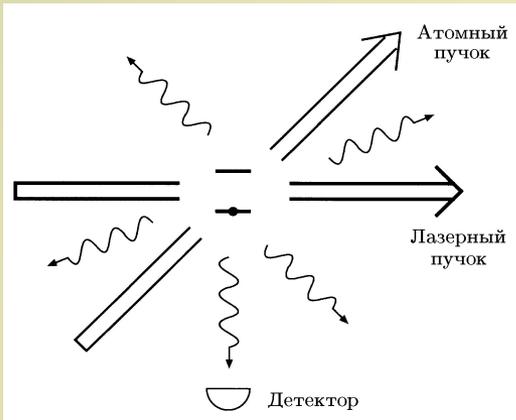
Вакуумные флуктуации:  
излучение и реабсорбция виртуальных фотонов  
Лэмбовский сдвиг снимает 2s - 2p вырождение

Согласно теории Дирака уровни 2S и 2P должны бы иметь одинаковые энергии. Однако излучательные поправки, возникающие благодаря взаимодействию между атомным электроном и вакуумом, приводят к увеличению энергии уровня 2S относительно уровня 2P на 1057 МГц.

$$\langle (\delta \mathbf{r})^2 \rangle_{\text{вак}} \cong \frac{1}{2\epsilon_0 \pi^2} \left( \frac{e^2}{\hbar c} \right) \left( \frac{\hbar}{mc} \right)^2 \ln \left( \frac{4\epsilon_0 \hbar c}{e^2} \right)$$

$$\langle \Delta V \rangle = \frac{4}{3} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar c} \left( \frac{\hbar}{mc} \right)^2 \frac{1}{8\pi a_0^3} \ln \left( \frac{4\epsilon_0 \hbar c}{e^2} \right)$$

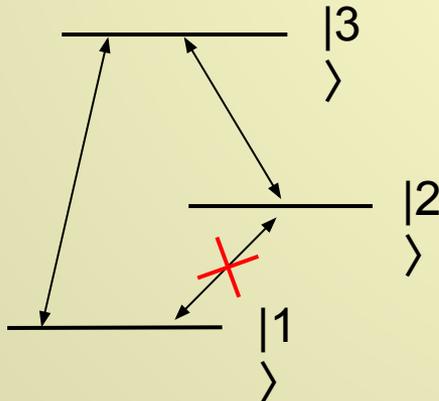
# Резонансная флуоресценция



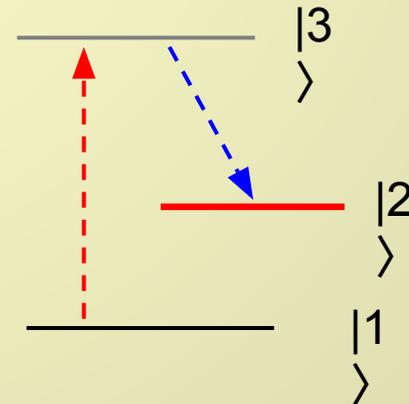
Двухуровневый атом возбуждается непрерывным резонансным лазерным полем. Измеряются спектральные и квантовые статистические свойства флуоресцентного света, испущенного атомом

# Лазерная генерация

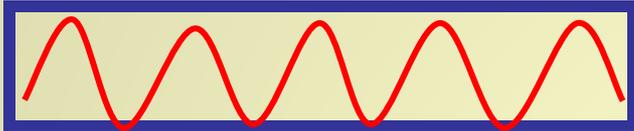
$\Lambda$  система:  $t_{13} \neq 0$ ,  $t_{23} \neq 0$ ,  
 $t_{12} \rightarrow 0$



Инверсная заселенность в атоме  $\Lambda$  типа

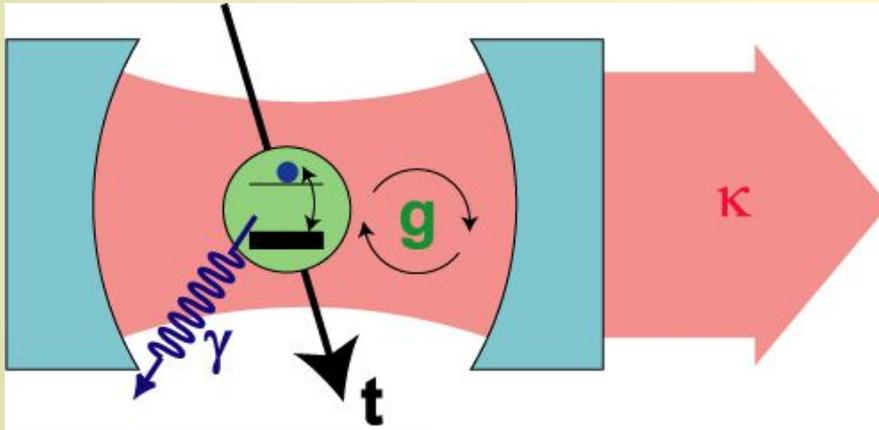


# Атом в квантовом резонаторе



Захватим фотоны как дискретные моды полости

И поместим в резонатор атом



$\kappa$  — затухание поля в полости

$\gamma$  — релаксация атомных состояний

$g$  — частота Раби осцилляций

сильная связь:  $g > \kappa, \gamma$

Jaynes-Cummings Гамильтониан

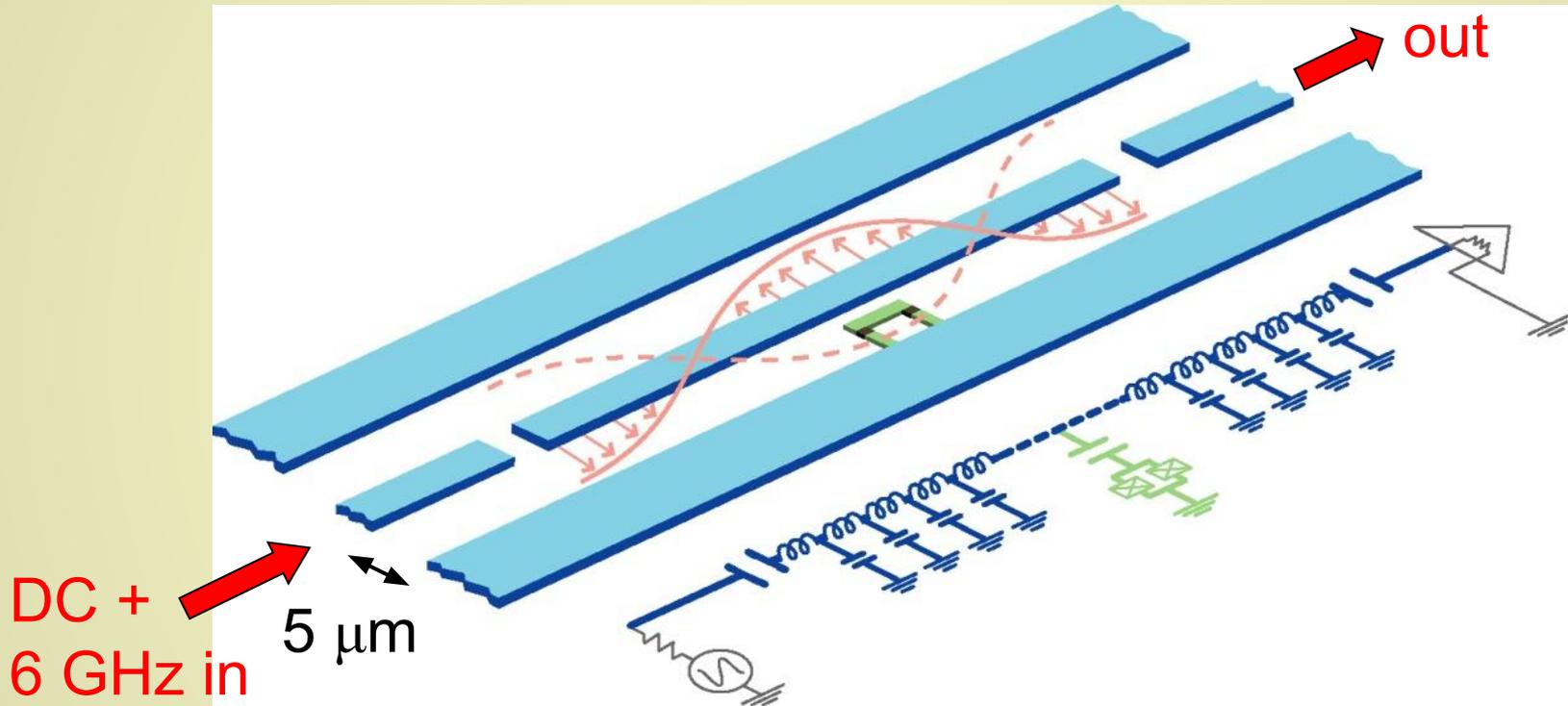
$$\hat{H} = \hbar\omega_r (\hat{a}^\dagger \hat{a} + \frac{1}{2}) + \frac{\hbar\omega_a}{2} \hat{\sigma}_z + \hbar g (\hat{a}^\dagger \hat{\sigma}_- + \hat{\sigma}_+ \hat{a})$$

квантованное поле

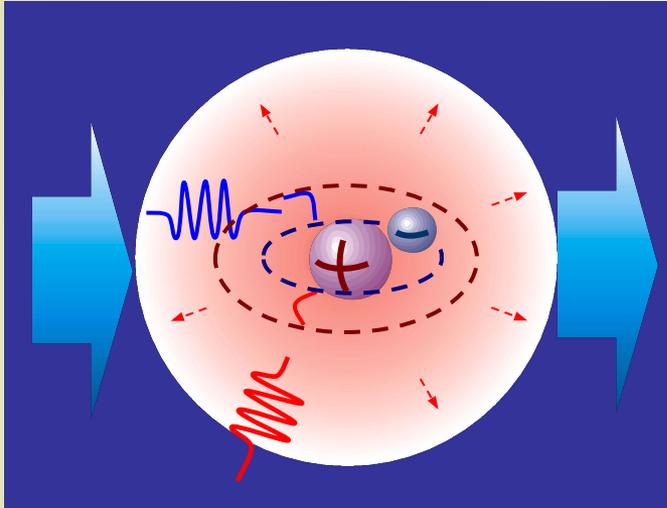
2-х уровневая система

атом-фотон взаимодей.

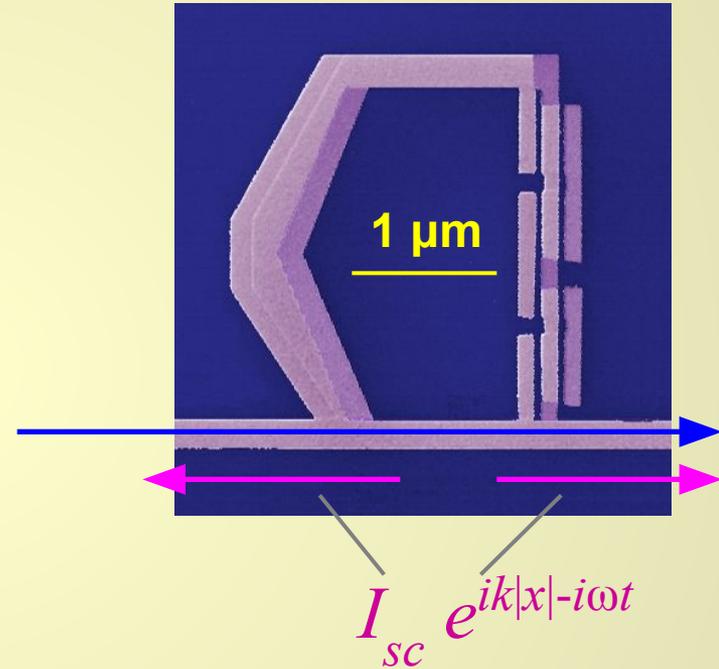
# Искусственный атом - КУБИТ в квантованном электромагнитном поле.



Wave scattering by an atom:  
elastic and inelastic



MW scattering by a macroscopic quantum scatterer ( $10^{10}$  Al atoms)



## **Weak continuous monitoring of a flux qubit using coplanar waveguide resonator**

**Phys. Rev. B 81, 172505 (2010)**

**G.Oelsner, S.H.W.vanderPloeg, P.Macha, U.Hubner, D.Born, S. Anders, E. Il'ichev, H.-G. Meyer, M.Grajcar, S.Wunschand, M.Siegel, A.N.Omelyanchouk, O.Astafiev**

**We study a flux qubit in a coplanar waveguide resonator by measuring transmission through the system. In our system with the flux qubit decoupled galvanically from the resonator, the intermediate coupling regime is achieved. In this regime dispersive readout is possible with weak backaction on the qubit. The detailed Theoretical analysis and simulations give a good agreement with the experimental data and allow to make the qubit characterization.**

## **Quantum behaviour of the flux qubit coupled to resonator**

**Fiz.Nizk.Temp, 10, (2010)**

**A.N.Omelyanchouk, S.N.Shevchenko, Ya.S.Greenberg, O.Astafiev, and E.Il'ichev**

**The detailed theory for the system of a superconducting qubit coupled to the transmission line resonator is presented. We describe the system by solving analytically and numerically the master equation for the density matrix, which includes dissipative Lindblad term. We calculate the transmission coefficient, which provides the way to probe the dressed states of the qubit. The theoretical results are related to the experiment with the intermediate coupling between the qubit and the resonator, when the coupling energy is of the same order as the qubit relaxation rate.**

# квантовое поведение джозефсоновского кубита связанного с резонатором теория и эксперимент.

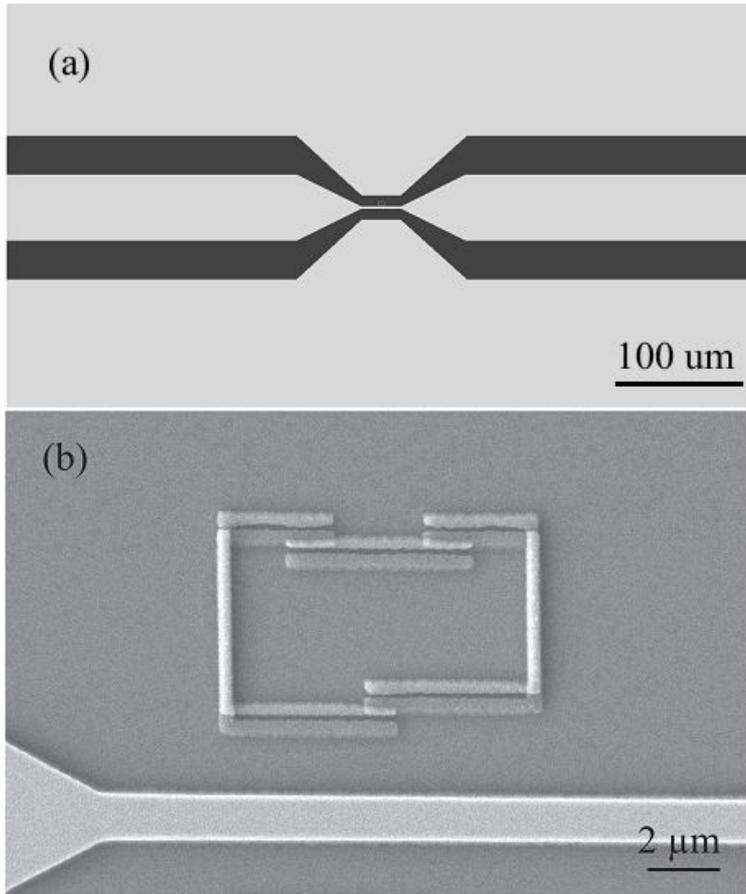


FIG. 1: (a) A micrograph of the central part of the resonator. The central wire and the ground plane are tapered. (b) Electron micrograph of the qubit and the central line of the resonator

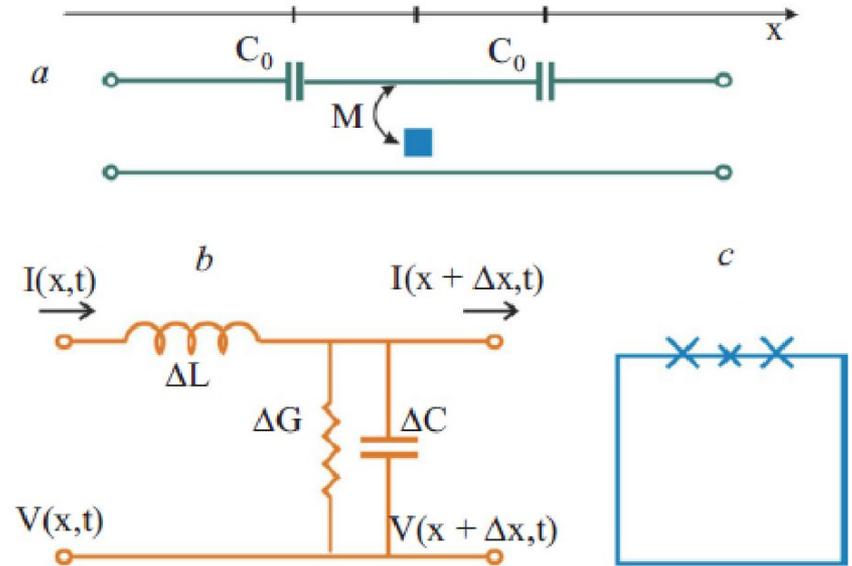


Fig. 1. (Color online) (a) Scheme of the qubit (denoted by blue box) coupled to the transmission line resonator. (b) Equivalent circuit for the description of the infinitesimal piece of length  $\Delta x$  of the transmission line. (c) Flux qubit with 3 Josephson junctions.

$$I_a e^{ikx - i\omega t}$$

in  $\longrightarrow$  out

$$T = \frac{P_{out}}{P_{in}}$$

$$\hat{H} = \hbar\omega_r(\hat{a}^\dagger\hat{a} + \frac{1}{2}) + \frac{\hbar\omega_a}{2}\hat{\sigma}_z + \hbar g(\hat{a}^\dagger\hat{\sigma}_- + \hat{\sigma}_+\hat{a})$$

$$H'_{qb-r} = H'_0 + H'_{int},$$

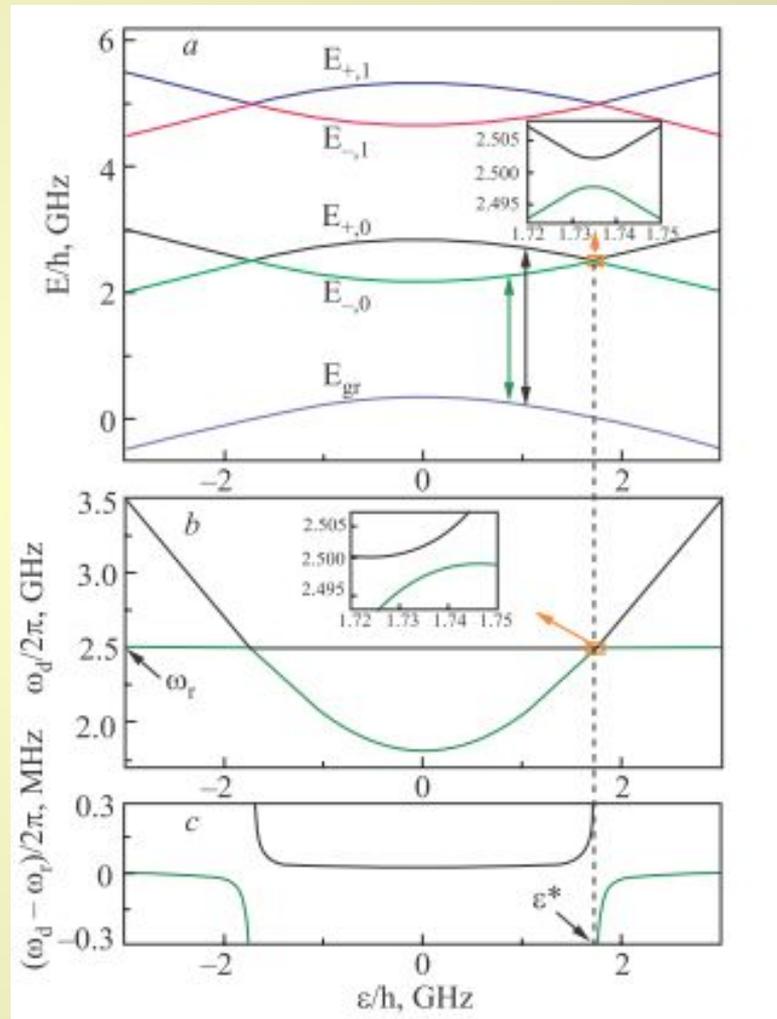
$$H'_0 = \frac{\hbar\omega_{qb}}{2}\sigma_z + \hbar\omega_r\left(a^\dagger a + \frac{1}{2}\right)$$

$$H'_{int} = -\hbar g(a^\dagger + a)\left(\frac{\varepsilon}{\hbar\omega_{qb}}\sigma_z - \frac{\Delta}{\hbar\omega_{qb}}\sigma_x\right)$$

$$\hbar\omega_{qb} = \sqrt{\Delta^2 + \varepsilon^2}$$

(a) Energy levels versus energy bias  $\varepsilon$ .

Avoided level crossing is shown as a close-up in the inset. Parameters for this and the subsequent figures:  $\Delta/h = 1.8$  GHz,  $g/2\pi = 3$  MHz,  $\omega_r/2\pi = 2.5$  GHz. (b) Contour lines of the energy difference versus bias  $\varepsilon$  and the driving frequency  $\omega_d$ . Green (lower) line is for  $\hbar\omega_d = E_{-,0} - E_{gr}$  and the black (upper) line is for  $\hbar\omega_d = E_{+,0} - E_{gr}$ . (c) Same as in (b) — in the very narrow vicinity of the resonator fundamental frequency  $\omega_r$ .



Уровни энергии как функция энергетического смещения  $\varepsilon$ .

$$H_{\text{RWA}} = \hbar \frac{\delta\omega_{qb}}{2} \sigma_z + \hbar \delta\omega_r a^\dagger a + \hbar g_\varepsilon (a\sigma^+ + a^\dagger\sigma^-) + \xi(ia - ia^\dagger),$$

$$\delta\omega_{qb} = \omega_{qb} - \omega_d, \delta\omega_r = \omega_r - \omega_d$$


---

$$\dot{\rho} = -\frac{i}{\hbar} [H, \rho] + \mathcal{L}[\rho]$$

$$\mathcal{L}[\rho] = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^3 \left( 2C_k \rho C_k^\dagger - C_k^\dagger C_k \rho - \rho C_k^\dagger C_k \right)$$

$$C_1 = \sqrt{\gamma_1} \sigma, \quad \gamma_1 = \frac{1}{T_1},$$

$$C_2 = \sqrt{\frac{\gamma_\phi}{2}} \sigma_z, \quad \gamma_\phi = \frac{1}{T_\phi} = \frac{1}{T_2} - \frac{1}{2T_1}$$

$$C_3 = \sqrt{\kappa} a.$$

$$\langle a \rangle = Sp(a\rho)$$

$$|e/g, n\rangle = |e/g\rangle \otimes |n\rangle$$

$$|g\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, |e\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$|0\rangle = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \end{bmatrix}, |1\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \end{bmatrix}, |2\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \end{bmatrix}, \dots |n\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \\ \vdots \end{bmatrix}$$

Для нахождения **аналитического** решения ограничим фотонное пространство до  $N=2$

предполагая, что среднее число фотонов в резонаторе рождаемое управляющим полем амплитуды

$\xi$

много меньше единицы.

Это предположение отвечает условиям эксперимента

$$\rho_{g0,g0} = 1,$$

$$\rho_{g1,g0} = \rho_{g0,g1}^* = \frac{\xi(\delta\omega_{qb} - i\gamma)}{g_\varepsilon^2 - (\delta\omega_r - i\frac{\kappa}{2})(\delta\omega_{qb} - i\gamma)},$$

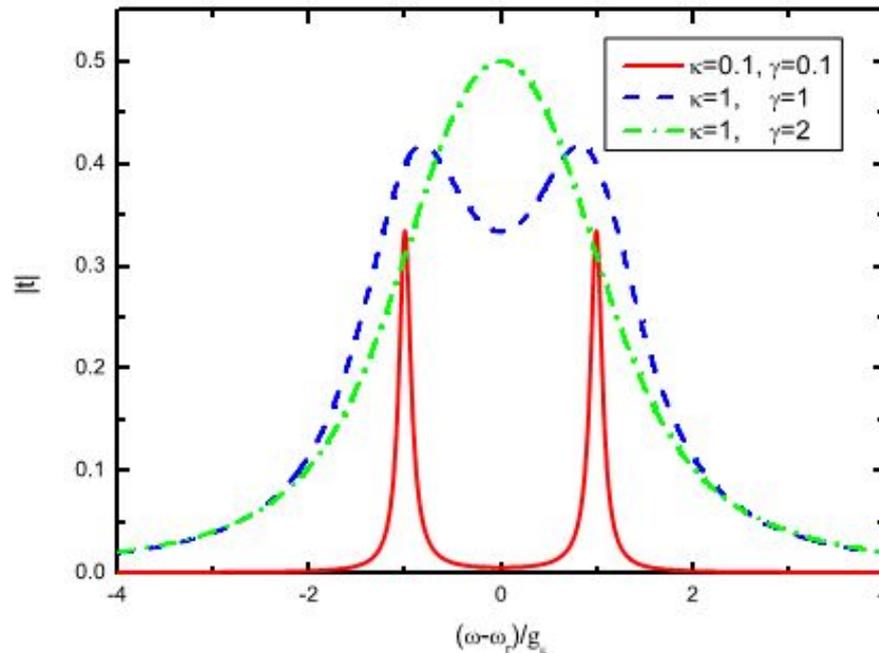
$$\rho_{e0,g0} = \rho_{g0,e0}^* = \frac{\xi g_\varepsilon}{g_\varepsilon^2 - (\delta\omega_r - i\frac{\kappa}{2})(\delta\omega_{qb} - i\gamma)},$$

$$\langle a \rangle_{\text{WD}} = \frac{\xi(\delta\omega_{qb} - i\gamma)}{g_\varepsilon^2 - (\delta\omega_r - i\frac{\kappa}{2})(\delta\omega_{qb} - i\gamma)}$$

$$\begin{aligned} \delta\omega_{qb} &= \omega_{qb} - \omega_d, \\ \delta\omega_r &= \omega_r - \omega_d. \end{aligned}$$

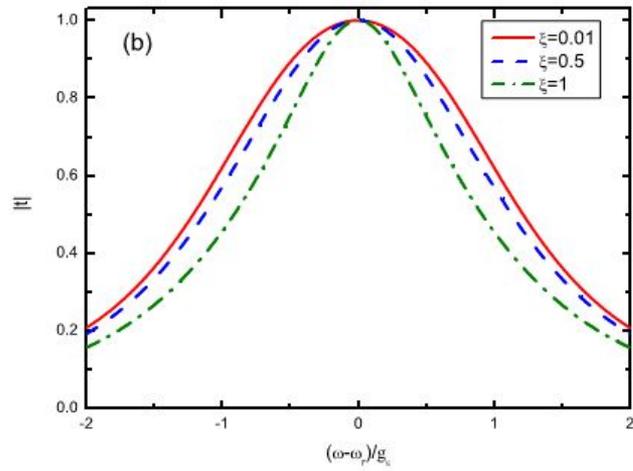
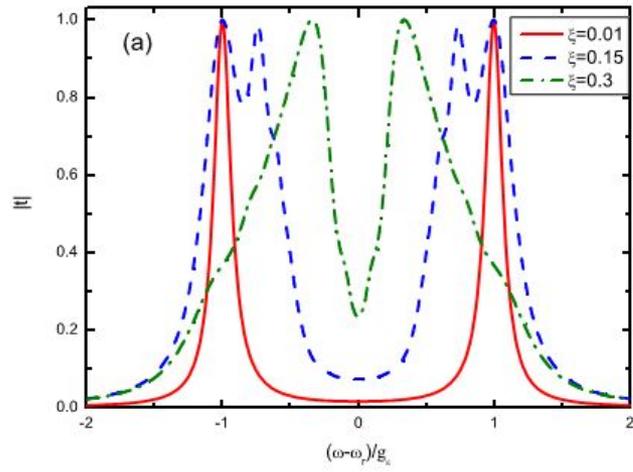
$$\gamma = \frac{\gamma_1}{2} + \gamma_\phi$$

$$|t|_{\text{WD}} = \left| \frac{\kappa}{2} \text{Im} \frac{\delta\omega_{\text{qb}} - i\gamma}{g_{\text{e}}^2 - (\delta\omega_{\text{r}} - i\frac{\kappa}{2})(\delta\omega_{\text{qb}} - i\gamma)} \right|$$



Зависимость амплитуды прохождения от расстройки по частоте при различных скоростях затухания. При малых скоростях затухания спектр прохождения демонстрирует Раби-расщепленные пики (красная кривая) в соответствии со структурой одетых состояний. Дипсипация приводит к размытию резонансных пиков (синяя и зеленая кривые).

$$\Delta/h = 1.8 \text{ GHz}, \quad g/2\pi = 3 \text{ MHz}, \quad \omega_r/2\pi = 2.5 \text{ GHz}$$



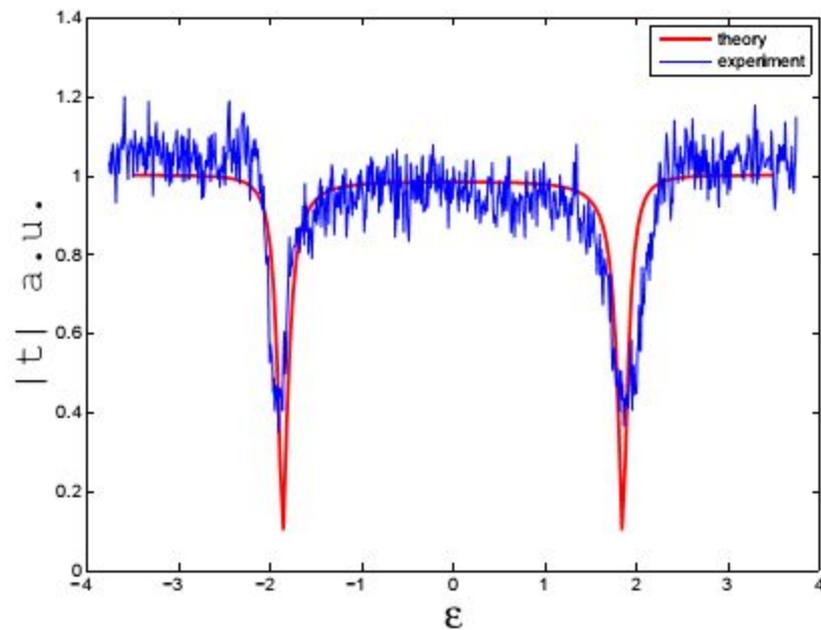
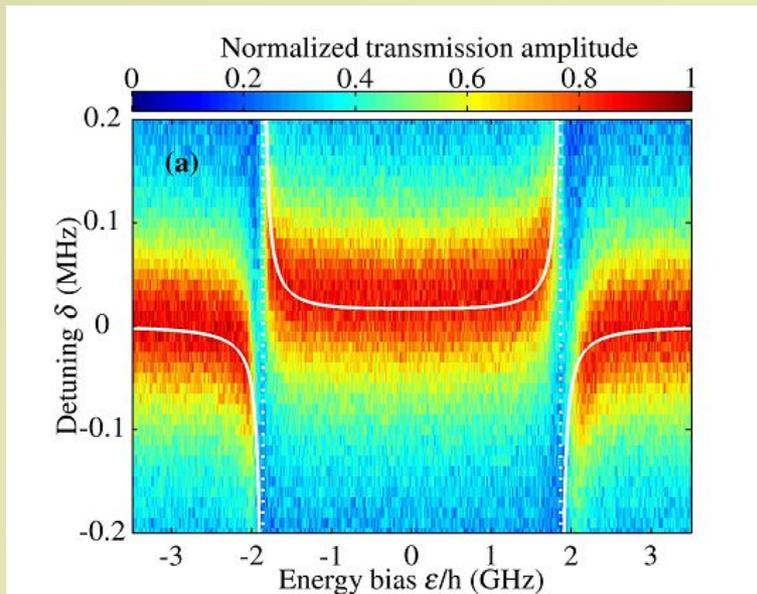
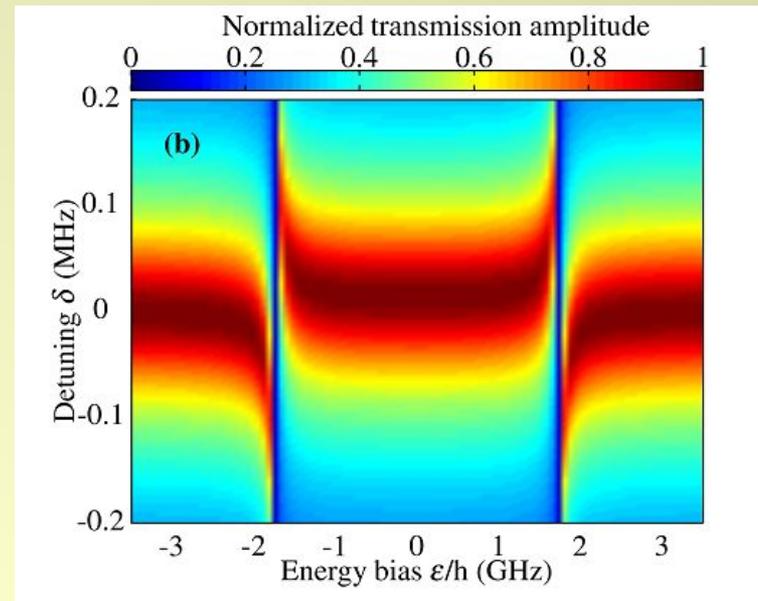


FIG. 5: (Color online). Normalized transmission amplitude  $|t|$  as a function of the bias  $\varepsilon$  for  $\omega_d = \omega_r$  calculated with Eq. (46), red line, and obtained experimentally, blue line.



a



b

a) Normalized transmission amplitude of the resonator as a function of the qubit energy bias  $\epsilon$  and the driving frequency. The data were measured at a nominal temperature of the mixing chamber below 10 mK, ensured  $k_B T \ll \hbar\omega_q, \hbar\omega_r$ . The calculated frequencies of the lowest photon transition in the qubit-resonator system are depicted as white solid lines. b) Theoretical calculations. The number of photons is taken to be less than one, other parameters are taken from the experiment.  $\gamma$  is adjusted for better correspondence of the transmission in vicinity of anticrossings.

квантовый компьютер

благодарю за внимание