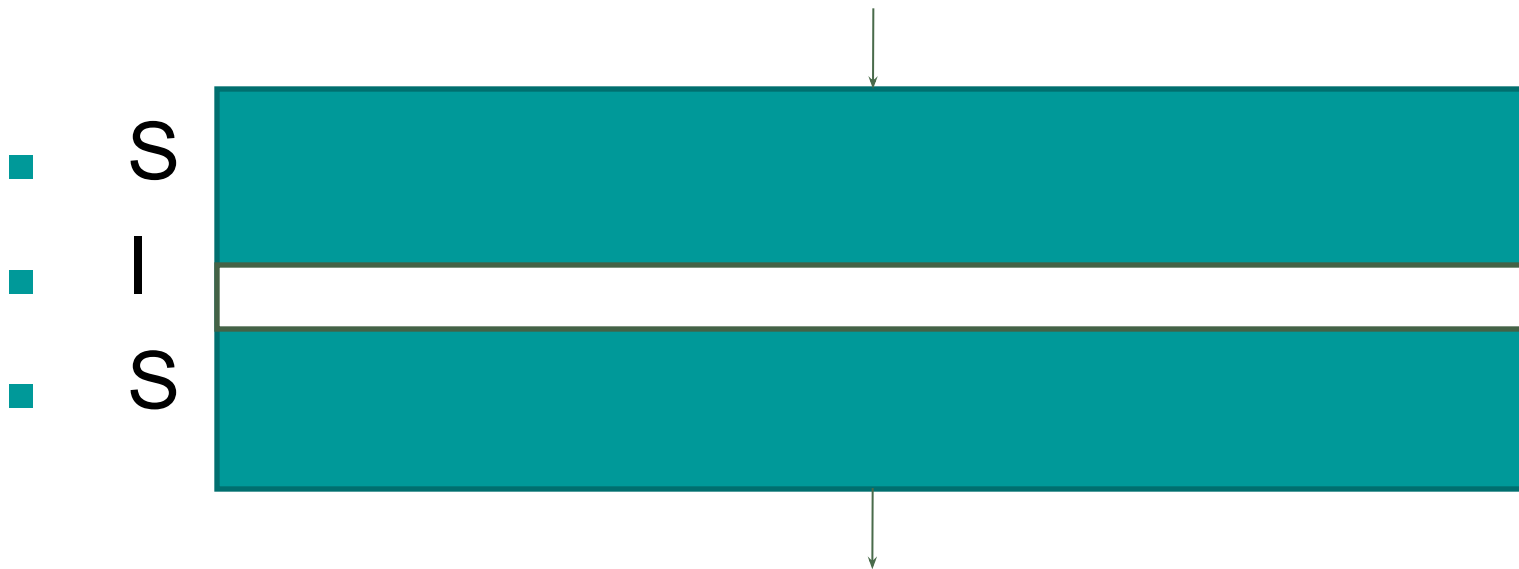


# Квантовые эффекты в нелинейных системах

---

К.Н. Югай

# Туннельный переход

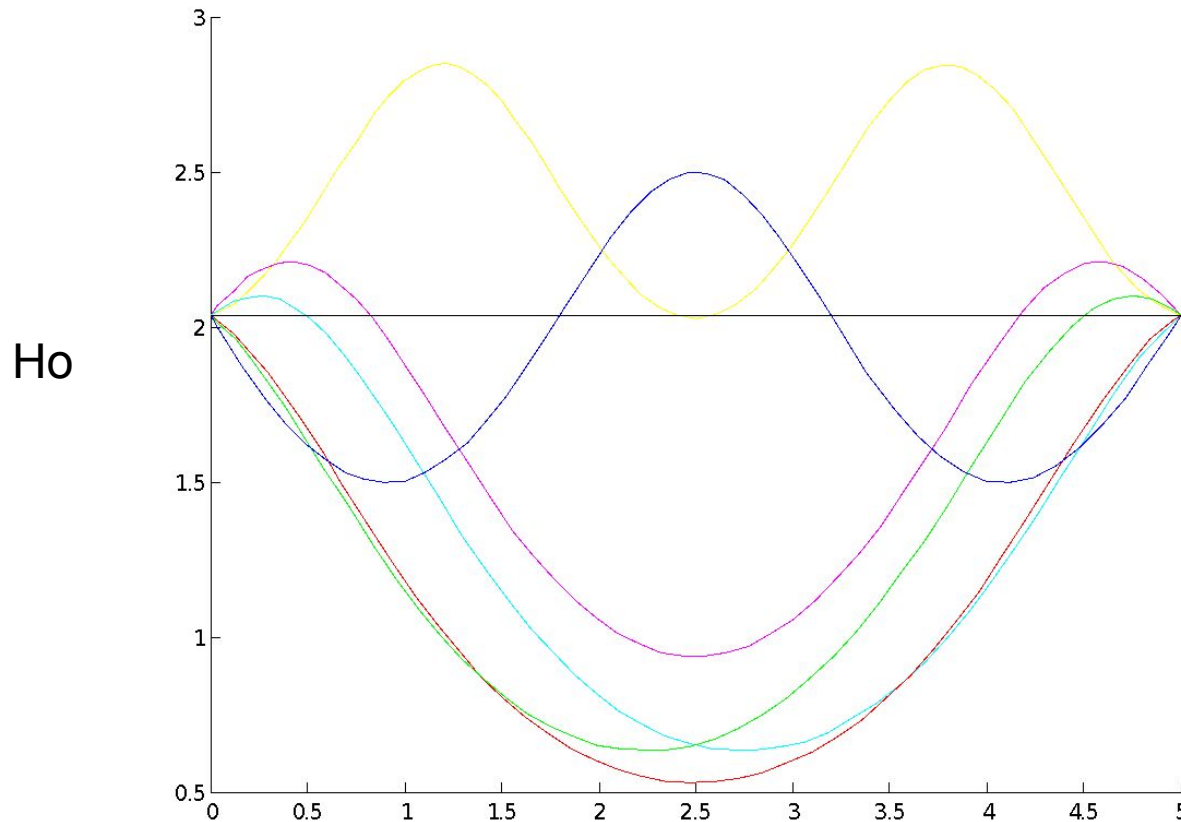


# Джозефсоновский переход

$$\varphi_{xx}(x) = \sin \varphi(x) - \beta,$$

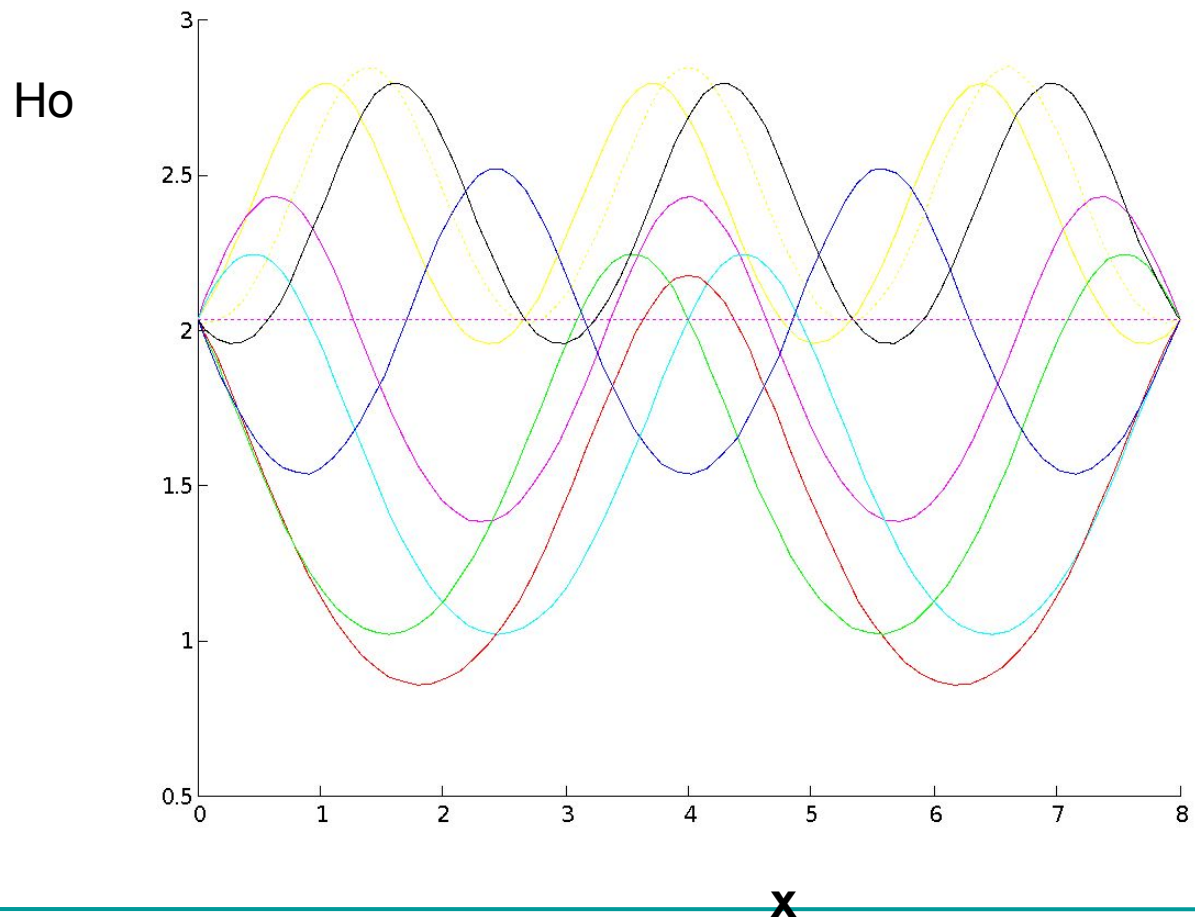
$$\varphi_x(x) \Big|_{x=0} = \varphi_x(x) \Big|_{x=L} = H_0,$$

# Распределение магнитного поля в переходе при $Ho=2,035$ , $\beta=0$ , $L=5$ .

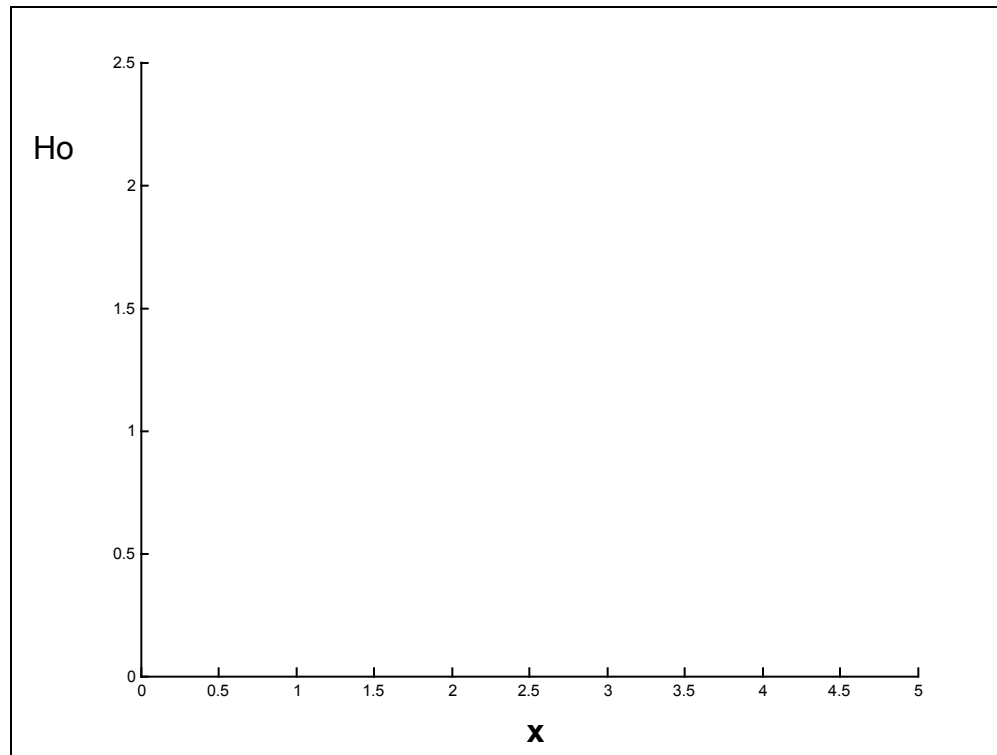


**x**

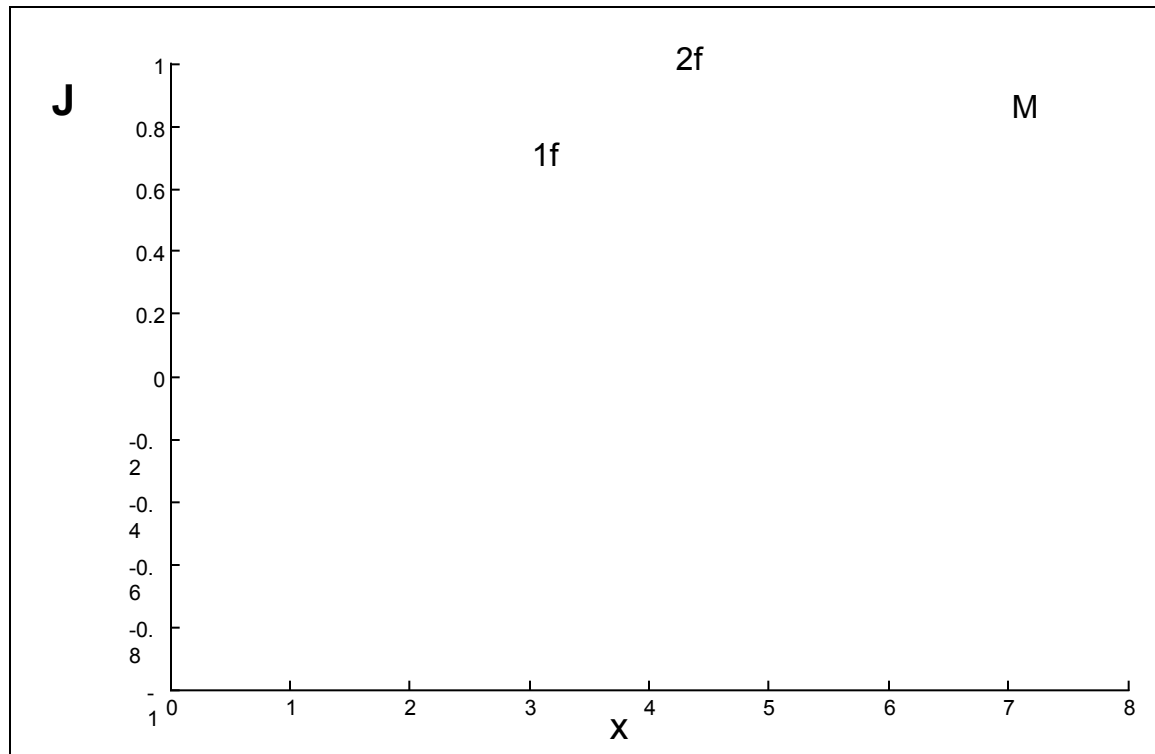
# Распределение магнитного поля в переходе при $H_0=2,035, \beta=0, L=8$



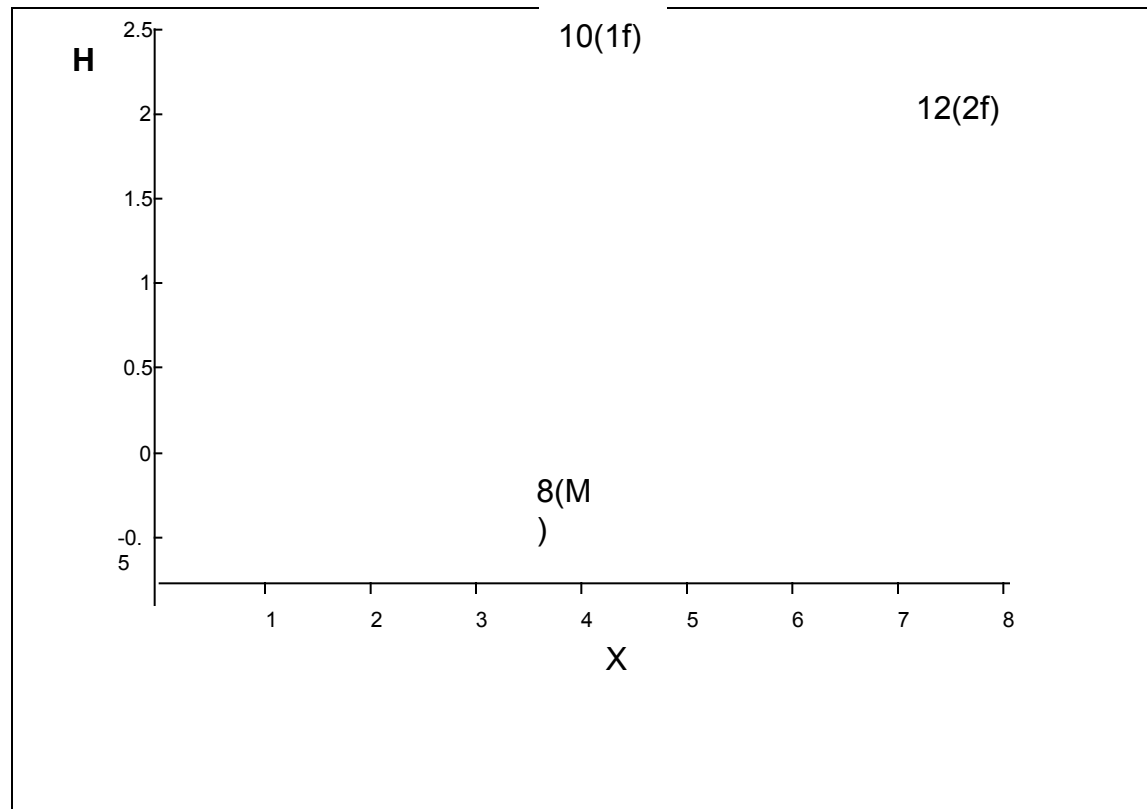
# Распределение магнитного поля в переходе при $H_0=1,5$ , $\beta=0$ , $L=5$



# Распределение тока при $H_0=1,174$ , $\beta=0$ и $L=8$ для мейсснеровского, однофлюксонного и двухфлюксонного состояний



# Распределение магнитного поля при $H_0=1,174$ , $\beta=0$ и $L=8$ для мейсснеровского, однофлюксонного и двухфлюксонного состояний

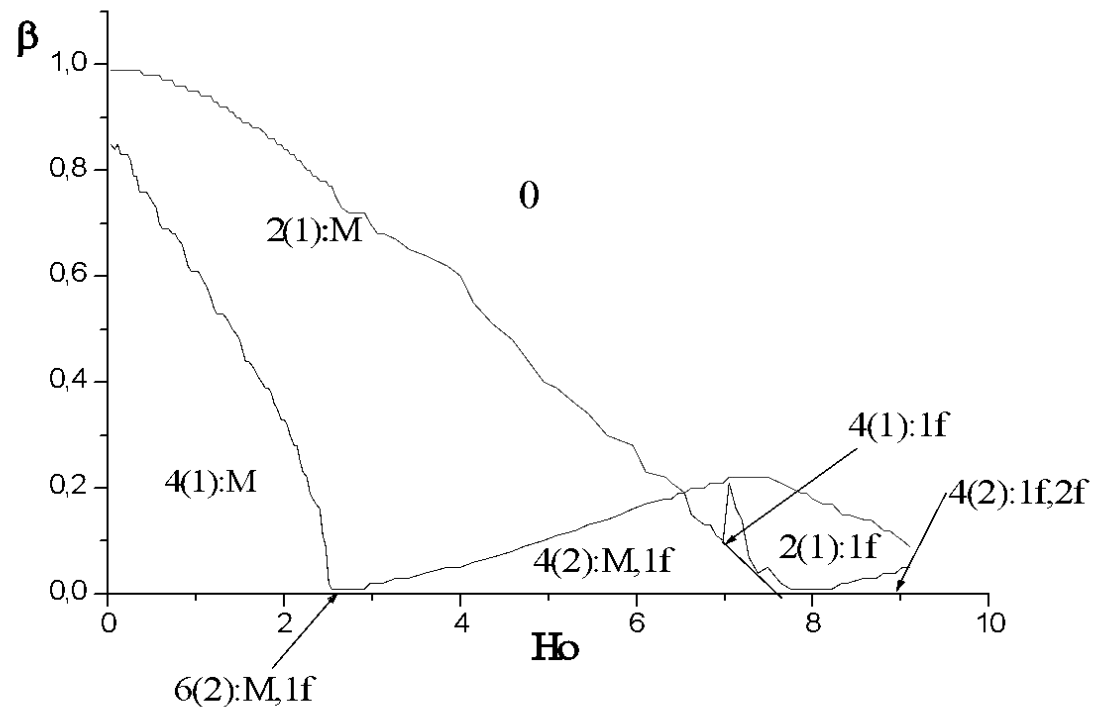




# Бифуркационные кривые

**M**-мейснеровское состояние, **1f** – однофлюксонное состояние, **2f** – двухфлюксонное состояние. Длина перехода  $L=5$

Число стабильных состояний указано в скобках



## Асимптотические состояния и «эфффект бабочки Брэдбери»

$$\varphi_{tt}(x, t) + 2\gamma\varphi_t(x, t) - \varphi_{xx}(x, t) = -\sin \varphi(x, t) + \beta,$$

$$\varphi_x(x, t)|_{x=0} \equiv H(0, t) = \varphi_x(x, t)|_{x=L} \equiv H(L, t) = H_0(1 - ae^{-t/2t_0} \cos 0.5t),$$

Таблица  
1.

<b>Параметр <math>a</math></b>	<b>0</b>	<b>0,175</b>	<b>0,180</b>	<b>0,190</b>
<b>Характер асимптотического состояния</b>	<b>ch</b>	<b>ch</b>	<b>ch</b>	<b>s</b>

<b>0.195</b>	<b>0.280</b>	<b>0.285</b>	<b>0.290</b>	<b>0.300</b>	<b>0.320</b>
<b>s</b>	<b>ch</b>	<b>s</b>	<b>r</b>	<b>r</b>	<b>r</b>

# Асимптотические состояния и «эффект бабочки Брэдли»

Table II.  $H = 0.5, L = 8, t_0 = 20$

(A) Initial state: chaos	$f_0$	0-0.554	0.555-0.58	0.59-0.68	0.69-0.71	0.72-0.73	0.74-1.1	1.2-2	2.1-5.6
	Asymptotic state	Chaos	Regular	Stationary	Chaos	Regular	Chaos	Regular	Chaos
(B) Initial state: regular	$f_0$	0-0.826	0.827-1.3	1.4-2.7	2.8-4.6	4.7-5.2	5.3-10.1	10.2-16.8	16.9-20
	Asymptotic state	Regular	Chaos	Regular	Chaos	Regular	Chaos	Regular	Chaos

*Note.* The initial perturbation is (3a). (A)  $\beta = 0.61$ . (B)  $\beta = 0.78$ . The initial states are from the area of coexistence of stationary and time-dependent states.

## Показатель Ляпунова

Неустойчивость состояний определялась следующим образом: нестационарное уравнение sin-Гордона линеаризовалось в окрестности стационарного решения:  $\phi(x,t) = \phi(x) + \theta(x,t)$ , где  $\theta(x,t)$  – малое возмущение. Уравнение для  $\theta(x,t)$  – линеаризованное уравнение sin-Гордона (1), решается затем с помощью разложения этой функции по полной системе собственных функций оператора Шредингера с потенциалом  $\cos[\phi(x)]$ :

$$\theta(x,t) = \sum_n e^{\lambda_n t} u_n(x),$$

где  $u_n(x)$  – собственные функции оператора Шредингера:

$$-u_{xx}(x) + u(x) \cos \phi(x) = Eu(x),$$

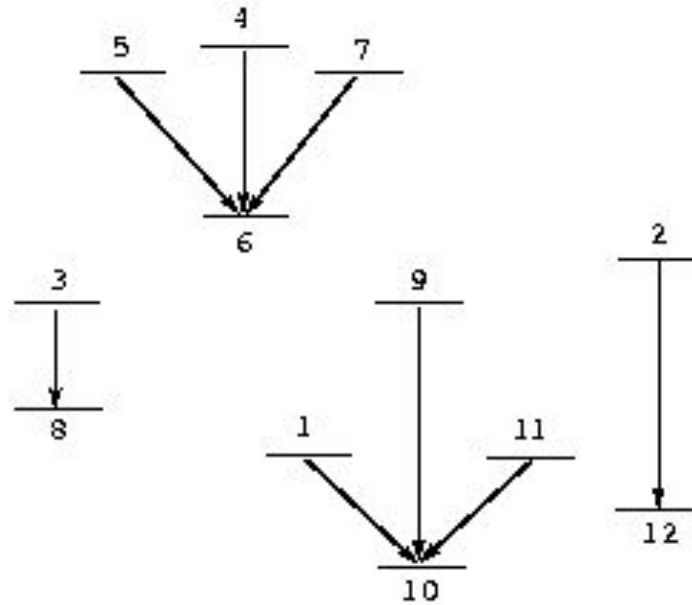
$$u_x(x) \big|_{x=0} = u_x(x) \big|_{x=L} = 0.$$

$$\lambda_n = -\gamma \pm \sqrt{\gamma^2 - E_n},$$

где  $\gamma$  - коэффициент диссипации в уравнении sin-Гордона. При  $\lambda_n < 0$  решение  $\phi(x)$  - устойчиво, а при  $\lambda_n > 0$  оно неустойчиво.

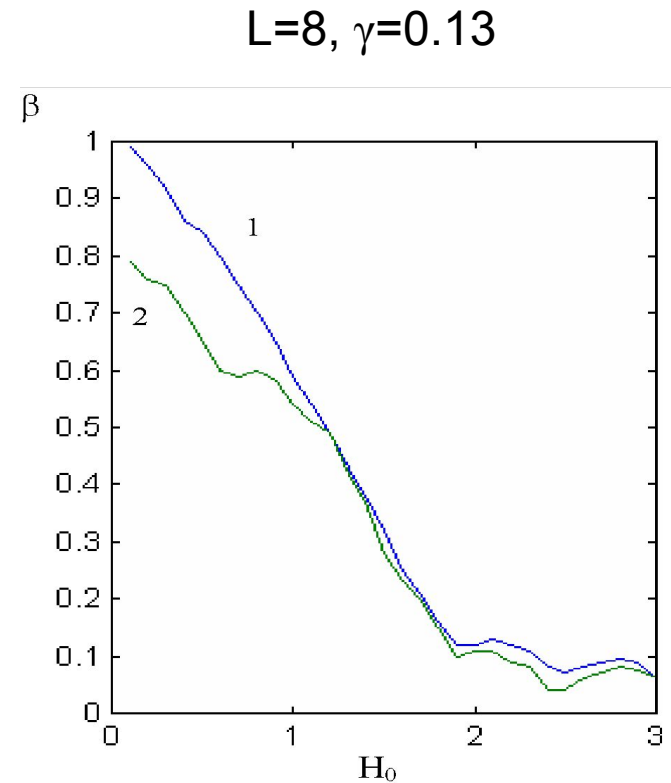
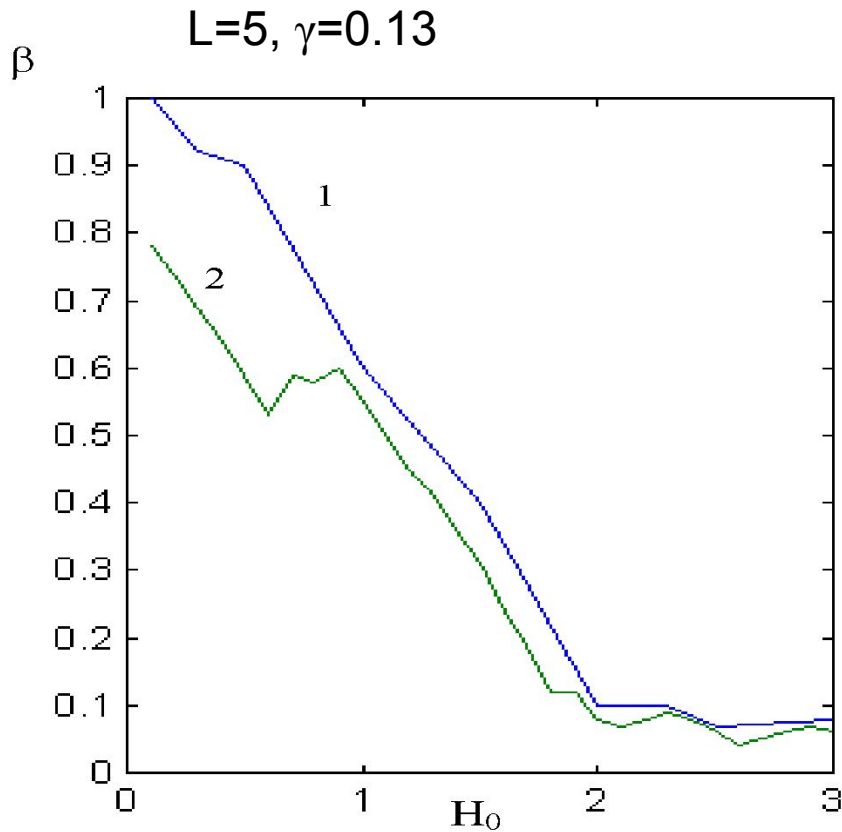
## Потенциал Гиббса и переходы между состояниями

$$G = \int_0^L dx \left[ \frac{1}{2} \varphi_x^2(x) + 1 - \cos \varphi(x) - \beta \varphi(x) - H_0 \varphi_x(x) \right].$$



Переходы между состояниями при  $H_0=1,9$ ;  $\beta=0$ ;  $L=10$ . Здесь устойчивое состояние 6 – мейсснеровское, 8 – 1-флуксонное, 10 – 2-флуксонное, 12 – 3-флуксонное

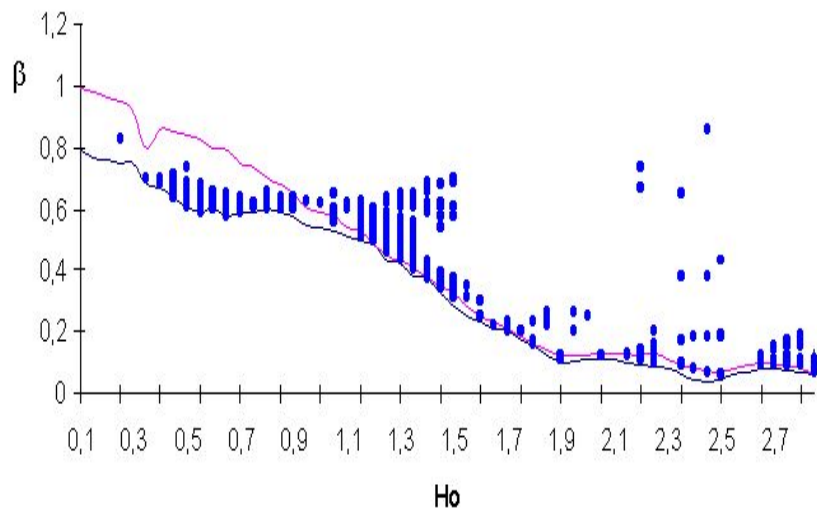
# Область сосуществования стационарных и нестационарных состояний и динамический хаос



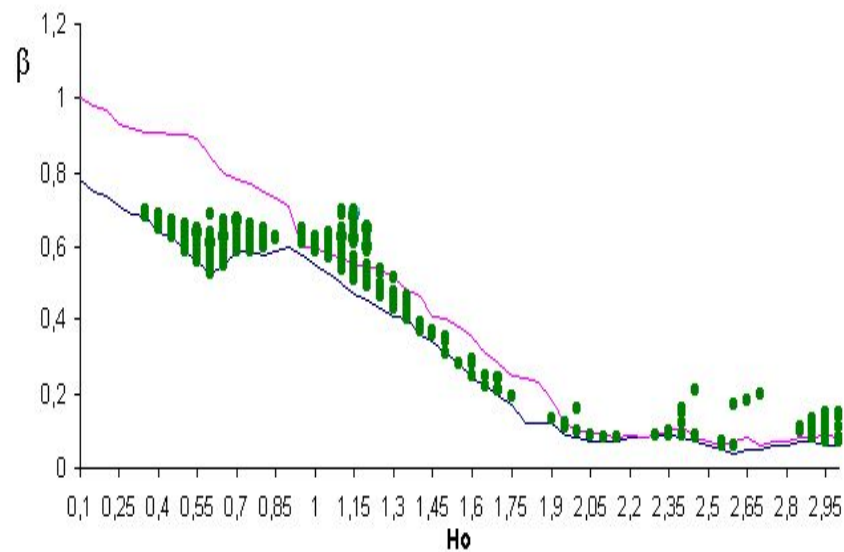
Кривые 1 и 2 – бифуркационные кривые, соответствующие стационарным и нестационарным состояниям в ДДП соответственно

# Области динамического хаоса

$L=8, a=0, \gamma=0,13$



$L=10, a=0, \gamma=0,13$



# Квантование потока в стационарных состояниях

$$\phi(x)|_{x \rightarrow -\infty} = 0, \phi(x)|_{x \rightarrow +\infty} = 2\pi$$

$$\Phi = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_x(x) dx = \frac{1}{2\pi} [\varphi(\infty) - \varphi(-\infty)] = 1.$$

**Теорема:**

$$\Phi = \frac{1}{2\pi} \int_{x_1}^{x_2} \varphi_x(x) dx = \frac{1}{2\pi} [\varphi(x_2) - \varphi(x_1)] \equiv \Phi_n,$$

где  $\Phi_n = n$  ( $n=0,1,2,\dots$ )

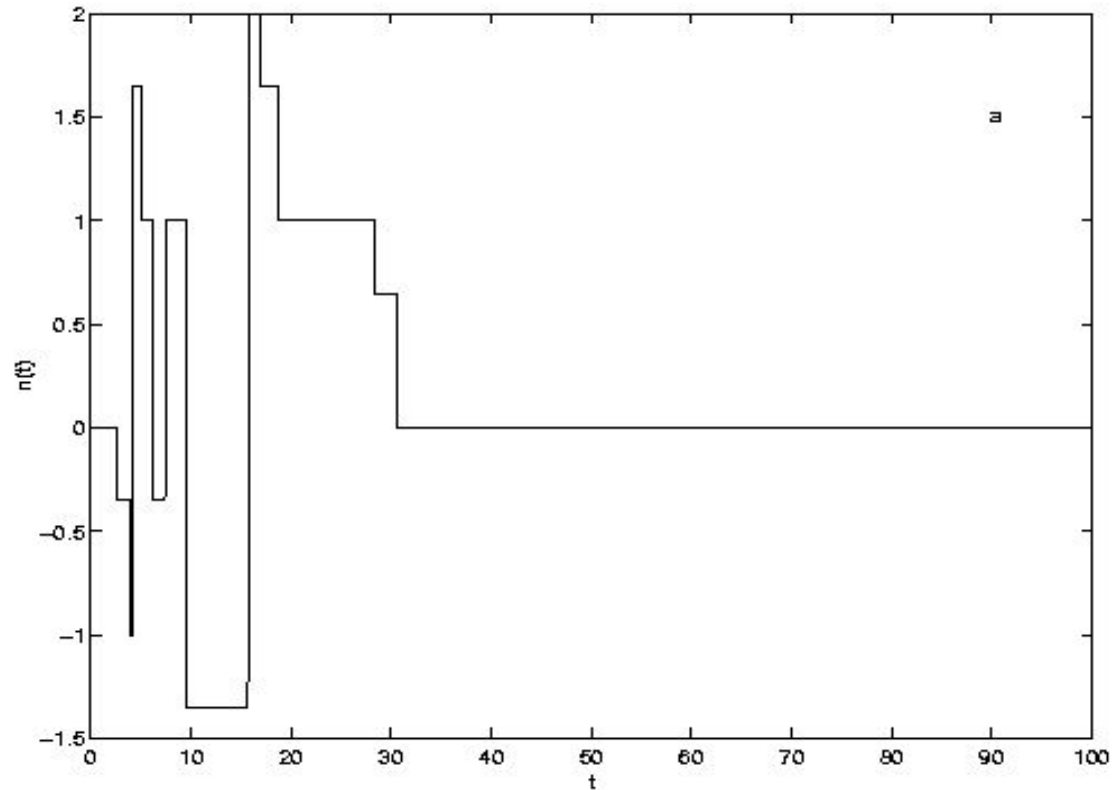
$n=0$  для мейсснеровских и квазимейсснеровских состояний,

$n>0$  для флуксонных и антифлуксонных состояний ,

$\Phi_n = n + 1/2 \pm \arcsin\beta$  ( $n=0,1,2,\dots$ ) – для всех остальных состояний

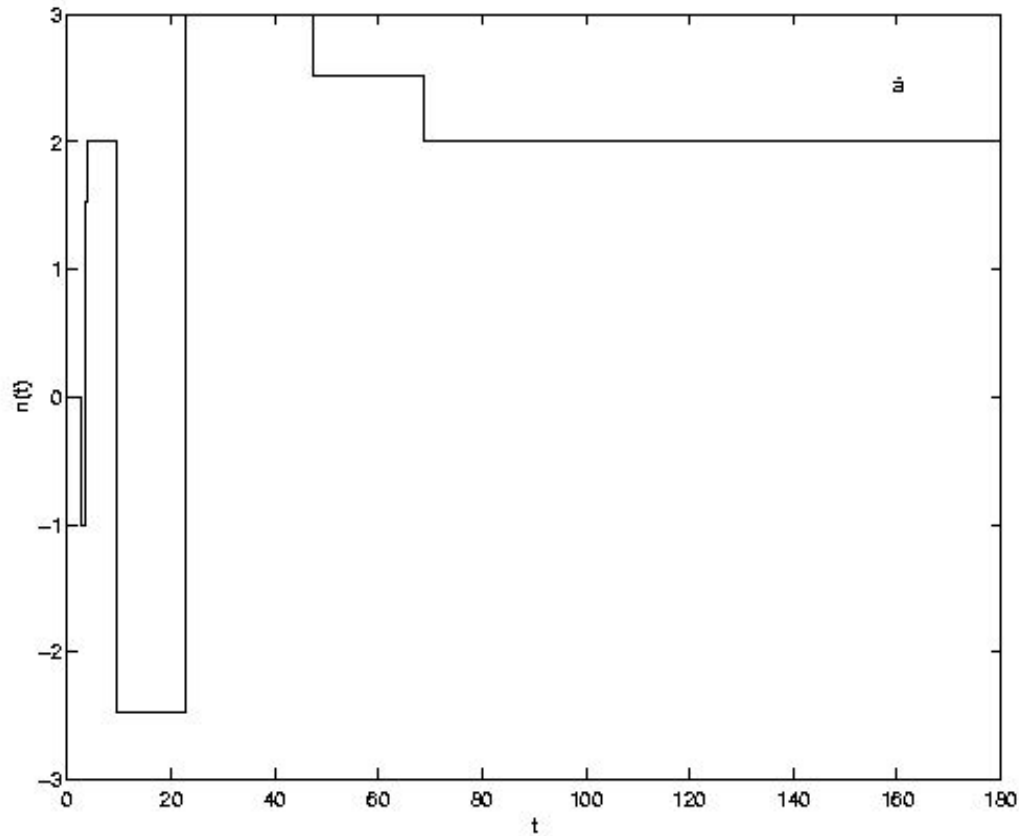


# Квантование потока в стационарных состояниях



Мейсснеровское состояние  $n=0$  при  $\beta = 0.45$ ,  $H_0 = 1.256$ ,  $a = 3.0$ ,  $\gamma=0.26$  и  $L=10$

# Квантование потока в стационарных состояниях



Двухфлюксонное состояние  $n=2$  при  $\beta = 0.08$ ,  $H_0 = 2.0$ ,  $a = 2.0$ ,  $\gamma=0.26$  и  $L=10$

## Квантование потока в нестационарных состояниях

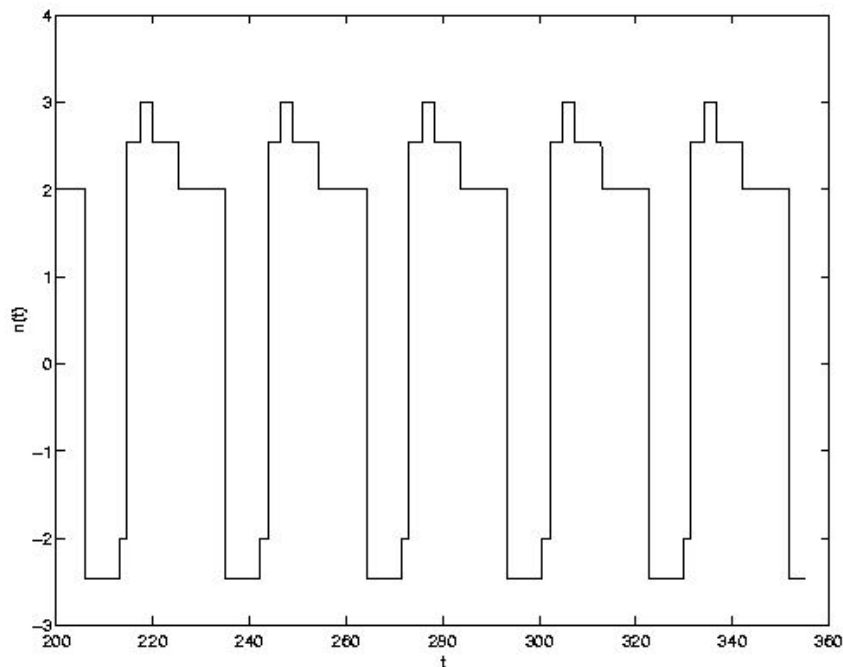
$$\Phi(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{x_1(t)}^{x_2(t)} \varphi_x(x, t) dx = \frac{1}{2\pi} [\varphi(x_2, t) - \varphi(x_1, t)] \equiv \Phi_n(t),$$

где  $\Phi_n(t) = n(t)$  ( $n=0, 1, 2, \dots$ )

$n=0$  для мейсснеровских и квазимейсснеровских состояний;

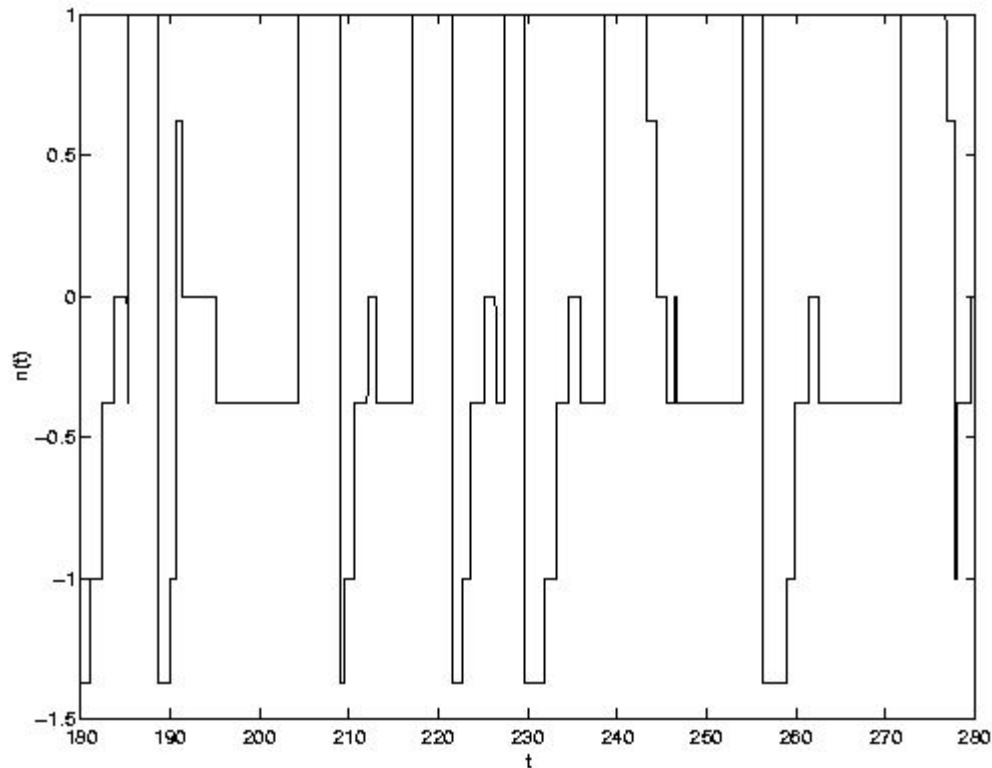
$n \neq 0$  для флуксонных и антифлуксонных состояний;

$\Phi_n(t) = n(t) + 1/2 \pm \arcsin \beta$  ( $n=0, 1, 2, \dots$ ) – для всех остальных состояний.



$$\gamma = 0.1, \\ \beta = 0.125, H_0 = 1.917, L = 10 \text{ и} \\ a = 1.4$$

# Квантование потока в нестационарных состояниях



Зависимость магнитного потока от времени в хаотическом режиме при  $\gamma=0.12$ ,  
 $\beta = 0.38$ ,  $H_0 = 1.41$ ,  $L=6$  и  $a=0.0$

**А. Эйнштейн:**

**Я не верю, что Господь Бог  
играет в кости!**

---

# Литература

1. Yugay K.N., et al. *Phys. Rev. B*, **49**, 12036 (1994).
2. Yugay K.N., et al. *Phys. Rev. B*, **51**, 12737 (1995).
3. Н.В.Блинов, И.В.Широков, К.Н.Югай. Вестник Омского универ., **№2**, 29 (1998).
4. Yugay K.N., et al. *Low Temp. Phys.*, **25**, 530 (1999).
5. Yugay K.N., et al. *Low Temp. Phys.*, **26**, 1067 (2000).
6. Югай К.Н., et al. *Известия вузов. Прикладная и нелинейная динамика*, **9**, 51 (2001).
7. Югай К.Н., et al. Вестник Омского универ., **№2**, 22 (2001).
8. Yugay K.N. et al. *JKPS*, **46**, 1418 (2005).
9. Yugay K.N. et al. *J. Superconductivity Nov. Magn.*, **19**, 135 (2006).

**Спасибо за внимание**