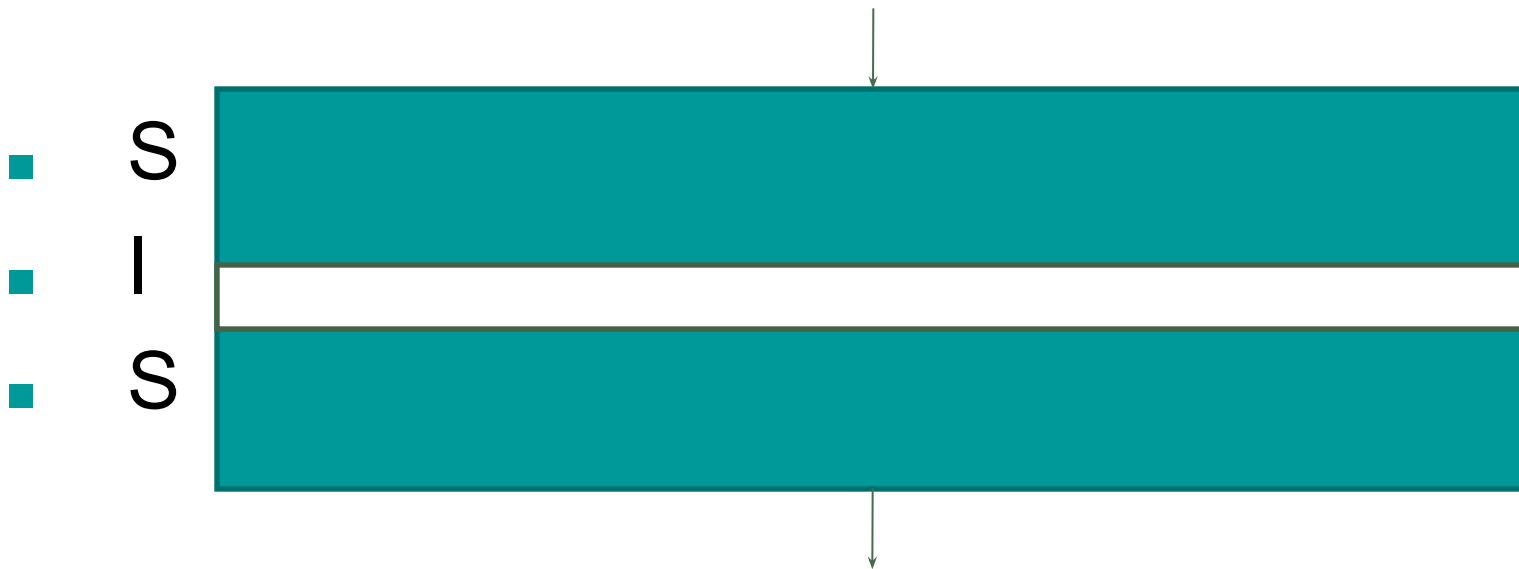


Квантовые эффекты в нелинейных системах

К.Н. Югай

Туннельный переход

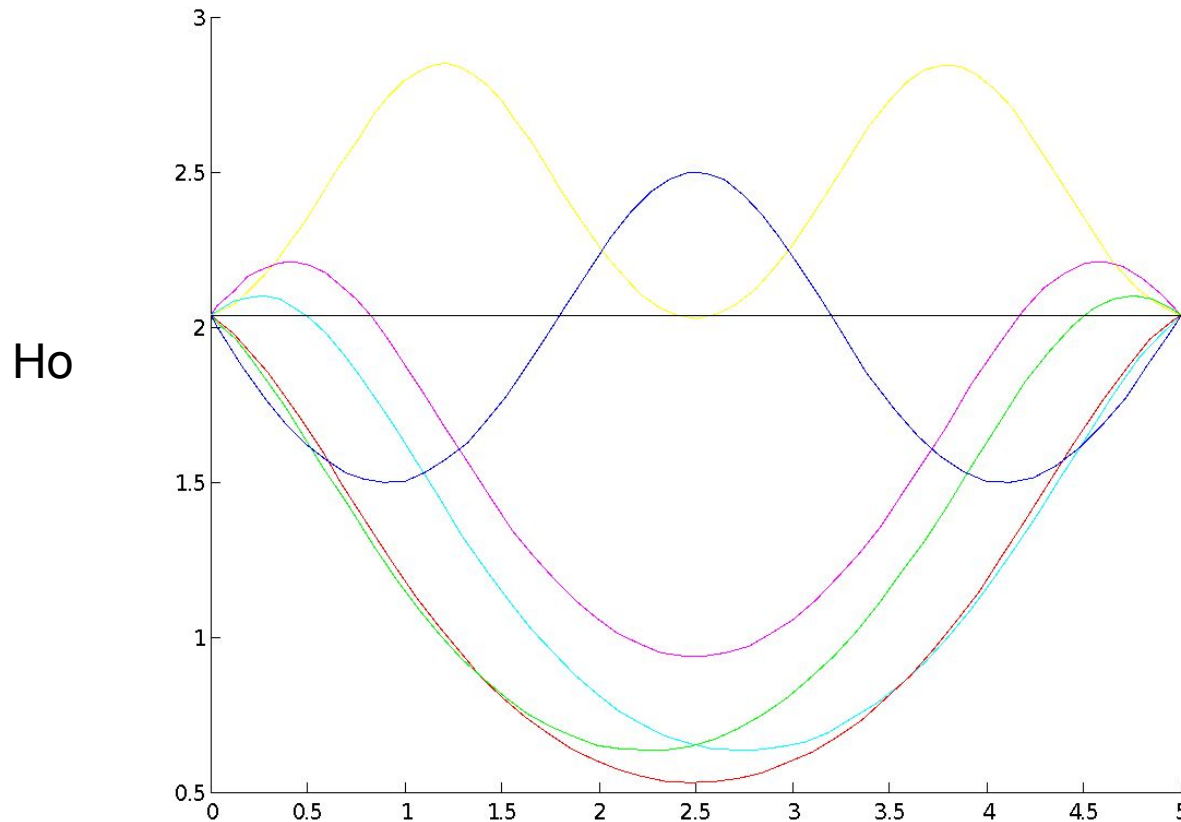


Джозефсоновский переход

$$\varphi_{xx}(x) = \sin \varphi(x) - \beta,$$

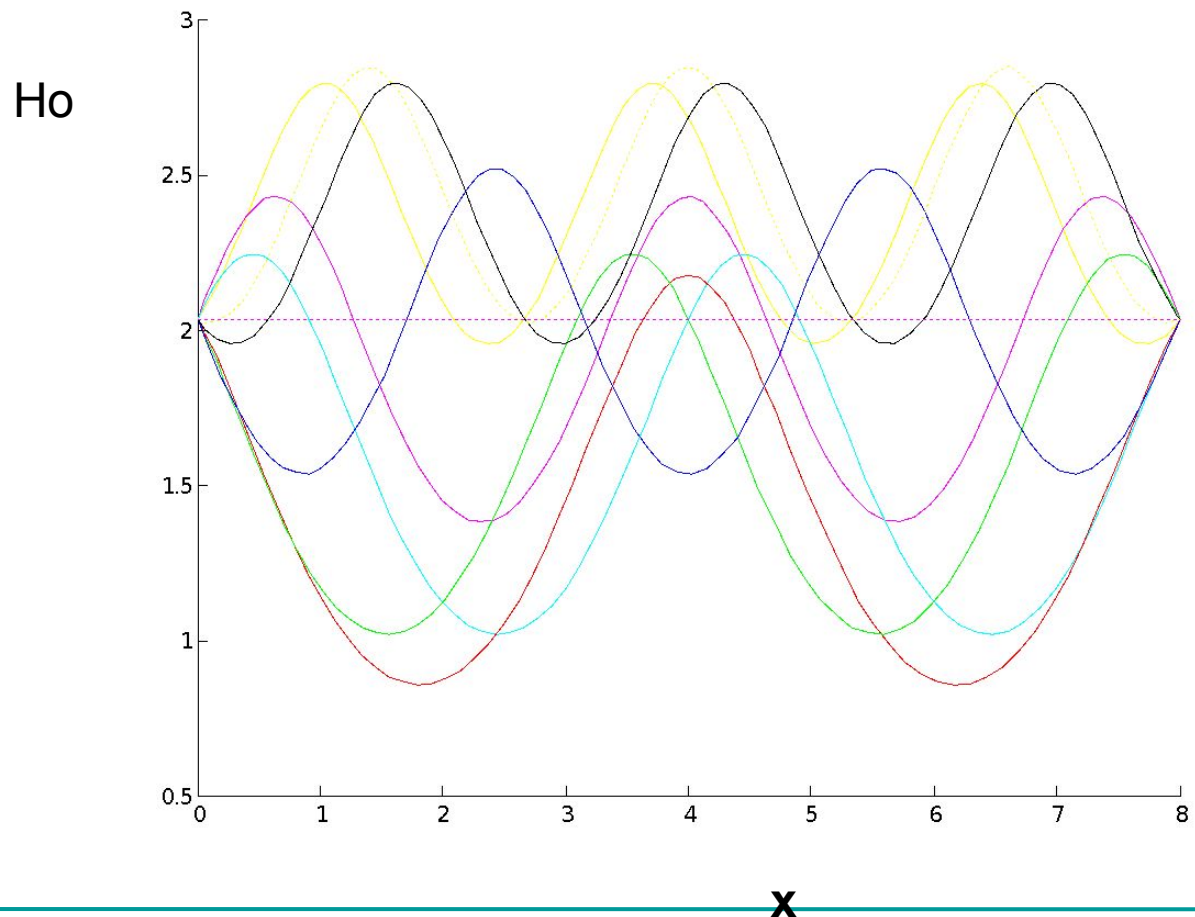
$$\varphi_x(x) \Big|_{x=0} = \varphi_x(x) \Big|_{x=L} = H_0,$$

Распределение магнитного поля в переходе при $Ho=2,035$, $\beta=0$, $L=5$.

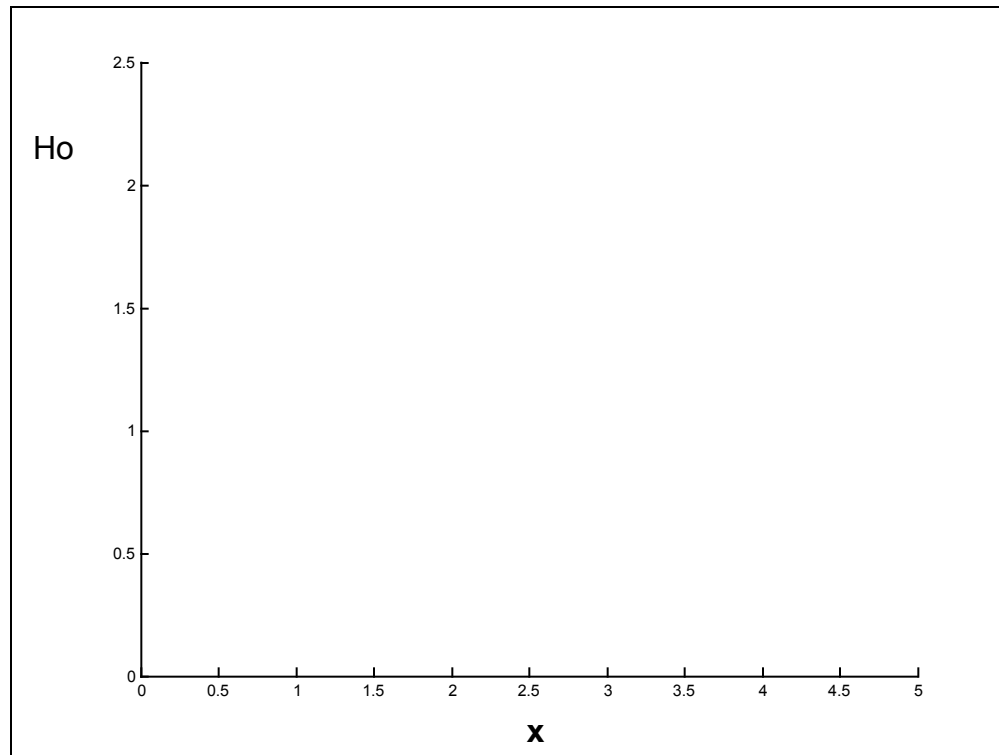


x

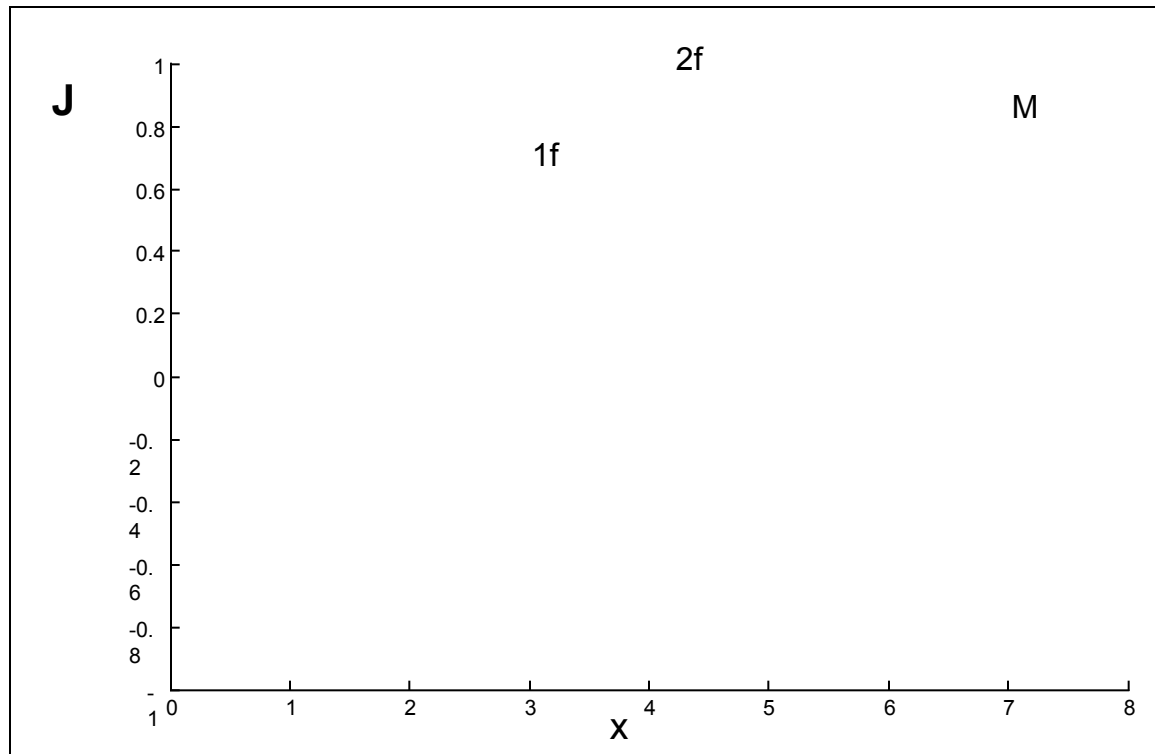
Распределение магнитного поля в переходе при $H_0=2,035, \beta=0, L=8$



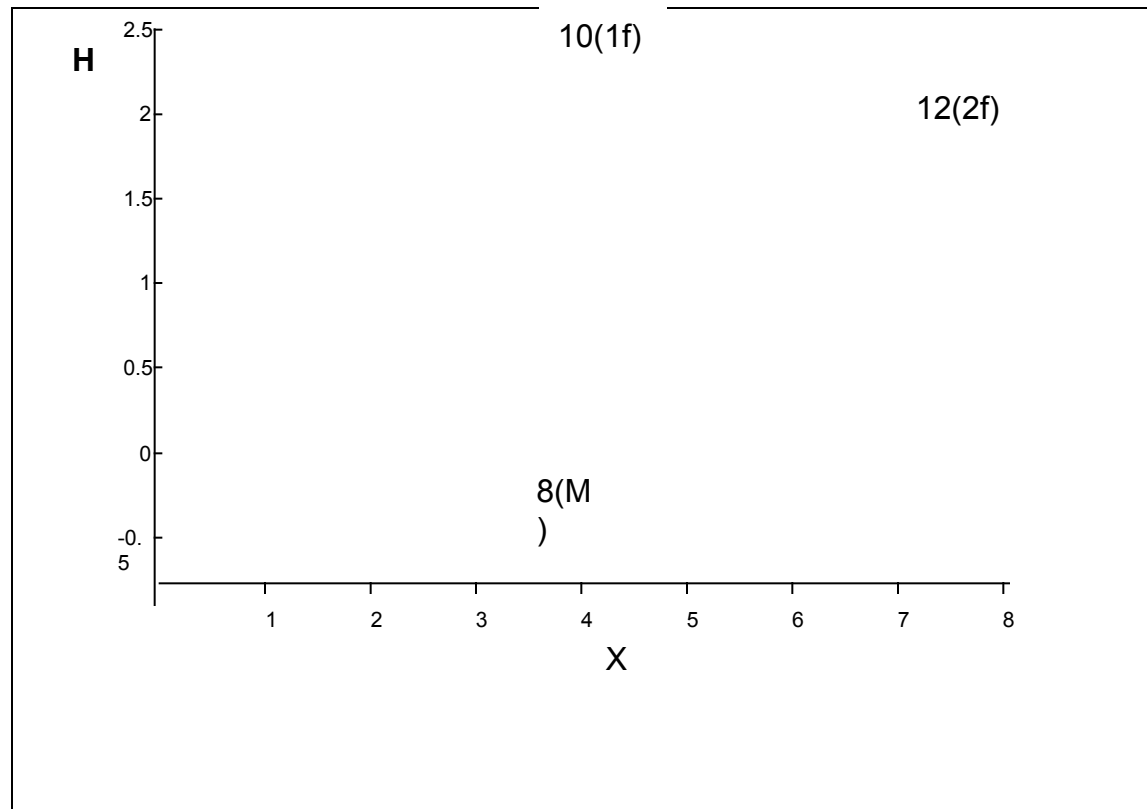
Распределение магнитного поля в переходе при $H_0=1,5$, $\beta=0$, $L=5$



Распределение тока при $H_0=1,174$, $\beta=0$ и $L=8$ для мейсснеровского, однофлюксонного и двухфлюксонного состояний



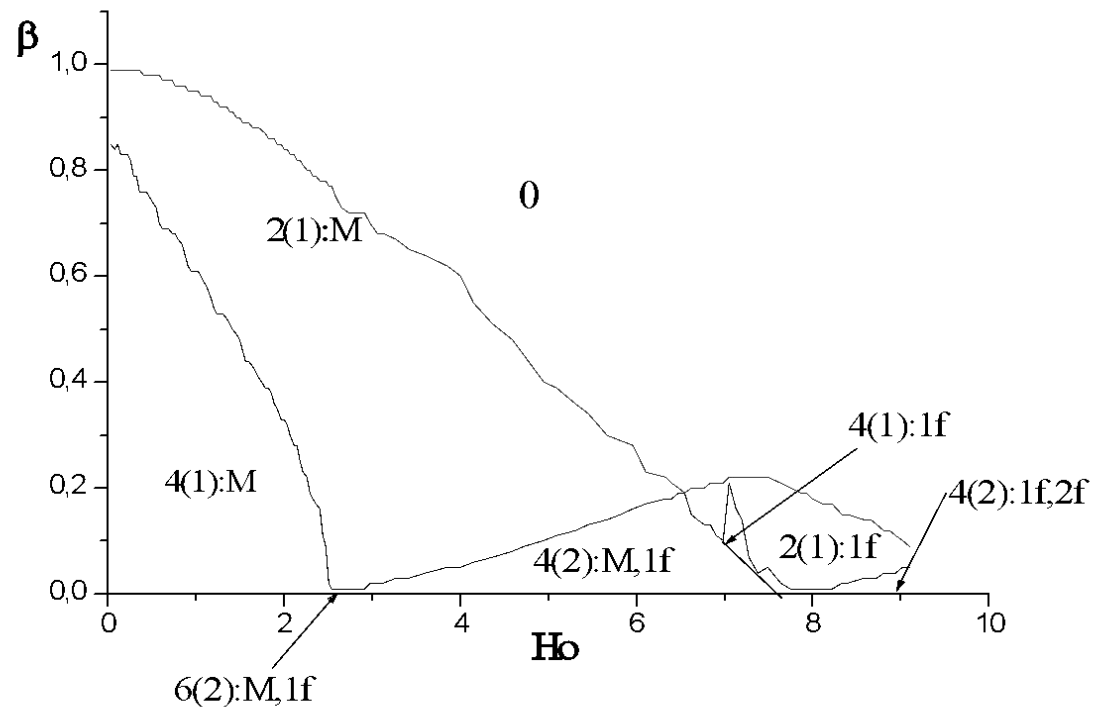
Распределение магнитного поля при $H_0=1,174$, $\beta=0$ и $L=8$ для мейсснеровского, однофлюксонного и двухфлюксонного состояний



Бифуркационные кривые

М-мейснеровское состояние, 1f – однофлюксонное состояние,
2f – двухфлюксонное состояние. Длина перехода $L=5$

Число стабильных состояний указано в скобках



Асимптотические состояния и «эфффект бабочки Брэдбери»

$$\varphi_{tt}(x, t) + 2\gamma\varphi_t(x, t) - \varphi_{xx}(x, t) = -\sin \varphi(x, t) + \beta,$$

$$\varphi_x(x, t)|_{x=0} \equiv H(0, t) = \varphi_x(x, t)|_{x=L} \equiv H(L, t) = H_0(1 - ae^{-t/2t_0} \cos 0.5t),$$

Таблица
1.

Параметр a	0	0,175	0,180	0,190
Характер асимптотического состояния	ch	ch	ch	s

0.195	0.280	0.285	0.290	0.300	0.320
s	ch	s	r	r	r

Асимптотические состояния и «эффект бабочки Брэдли»

Table II. $H = 0.5, L = 8, t_0 = 20$

(A) Initial state: chaos	f_0	0-0.554	0.555-0.58	0.59-0.68	0.69-0.71	0.72-0.73	0.74-1.1	1.2-2	2.1-5.6
	Asymptotic state	Chaos	Regular	Stationary	Chaos	Regular	Chaos	Regular	Chaos
(B) Initial state: regular	f_0	0-0.826	0.827-1.3	1.4-2.7	2.8-4.6	4.7-5.2	5.3-10.1	10.2-16.8	16.9-20
	Asymptotic state	Regular	Chaos	Regular	Chaos	Regular	Chaos	Regular	Chaos

Note. The initial perturbation is (3a). (A) $\beta = 0.61$. (B) $\beta = 0.78$. The initial states are from the area of coexistence of stationary and time-dependent states.

Показатель Ляпунова

Неустойчивость состояний определялась следующим образом: нестационарное уравнение sin-Гордона линеаризовалось в окрестности стационарного решения: $\phi(x,t) = \phi(x) + \theta(x,t)$, где $\theta(x,t)$ – малое возмущение. Уравнение для $\theta(x,t)$ – линеаризованное уравнение sin-Гордона (1), решается затем с помощью разложения этой функции по полной системе собственных функций оператора Шредингера с потенциалом $\cos[\phi(x)]$:

$$\theta(x,t) = \sum_n e^{\lambda_n t} u_n(x),$$

где $u_n(x)$ – собственные функции оператора Шредингера:

$$-u_{xx}(x) + u(x) \cos \phi(x) = Eu(x),$$

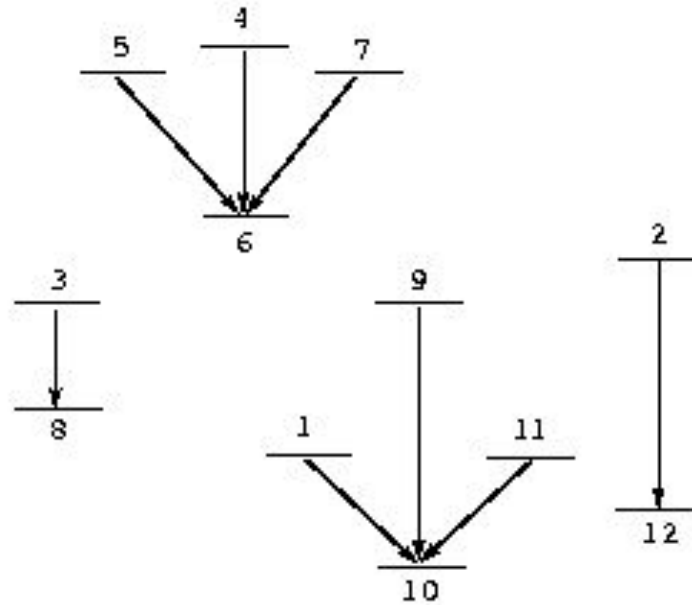
$$u_x(x) \big|_{x=0} = u_x(x) \big|_{x=L} = 0.$$

$$\lambda_n = -\gamma \pm \sqrt{\gamma^2 - E_n},$$

где γ - коэффициент диссипации в уравнении sin-Гордона. При $\lambda_n < 0$ решение $\phi(x)$ - устойчиво, а при $\lambda_n > 0$ оно неустойчиво.

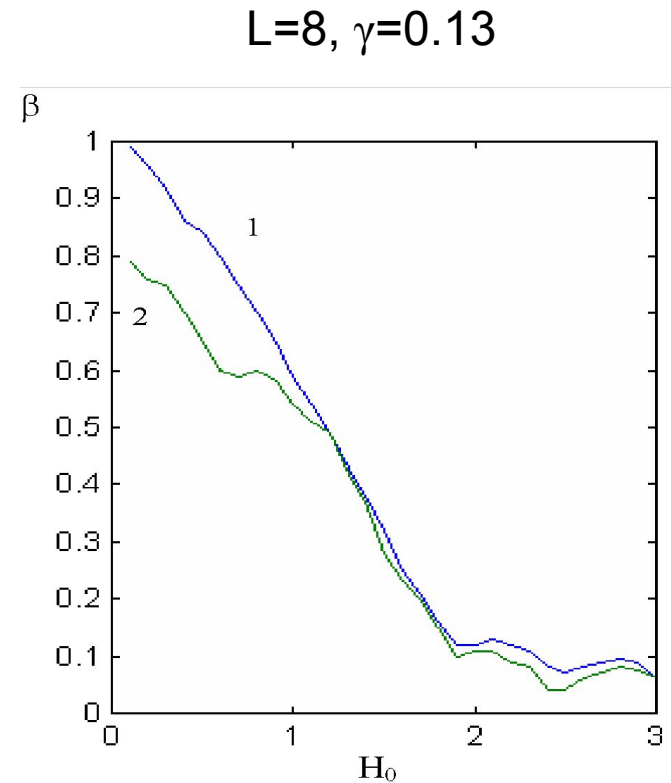
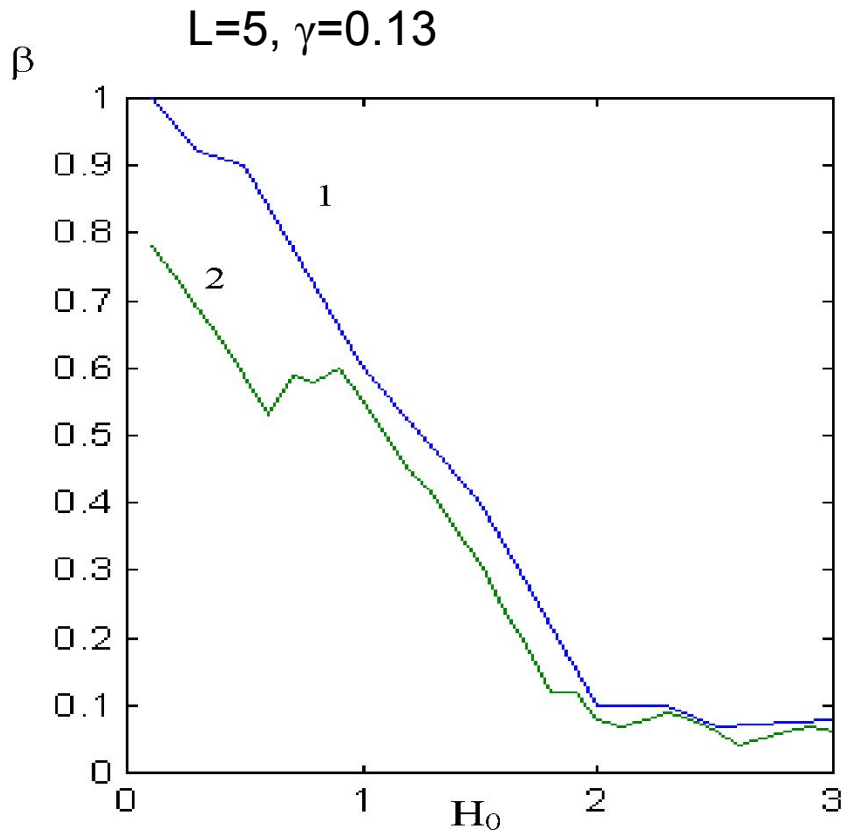
Потенциал Гиббса и переходы между состояниями

$$G = \int_0^L dx \left[\frac{1}{2} \varphi_x^2(x) + 1 - \cos \varphi(x) - \beta \varphi(x) - H_0 \varphi_x(x) \right].$$



Переходы между состояниями при $H_0=1,9$; $\beta=0$; $L=10$. Здесь устойчивое состояние 6 – мейсснеровское, 8 – 1-флуксонное, 10 – 2-флуксонное, 12 – 3-флуксонное

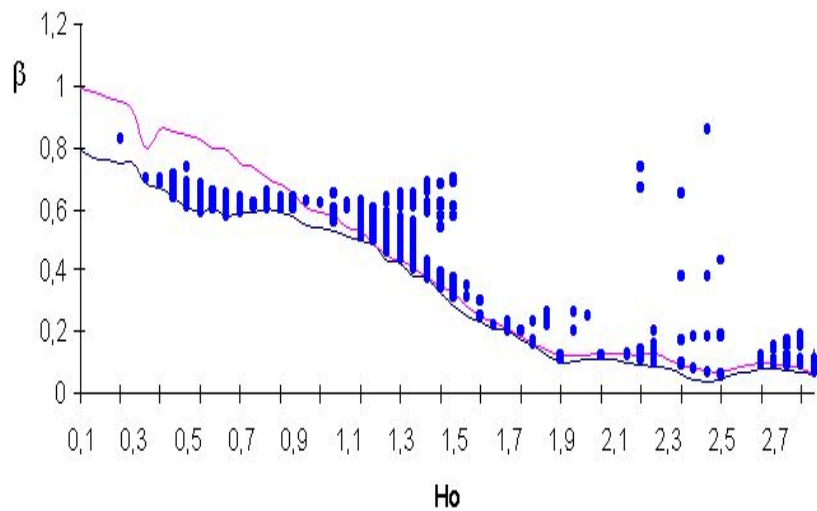
Область сосуществования стационарных и нестационарных состояний и динамический хаос



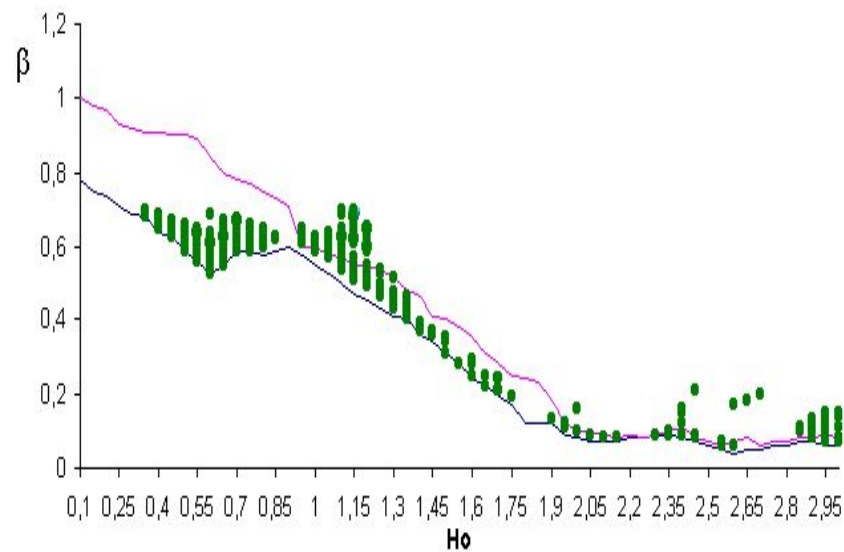
Кривые 1 и 2 – бифуркационные кривые, соответствующие стационарным и нестационарным состояниям в ДДП соответственно

Области динамического хаоса

$L=8, a=0, \gamma=0,13$



$L=10, a=0, \gamma=0,13$



Квантование потока в стационарных состояниях

$$\phi(x)|_{x \rightarrow -\infty} = 0, \phi(x)|_{x \rightarrow +\infty} = 2\pi$$

$$\Phi = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_x(x) dx = \frac{1}{2\pi} [\varphi(\infty) - \varphi(-\infty)] = 1.$$

Теорема:

$$\Phi = \frac{1}{2\pi} \int_{x_1}^{x_2} \varphi_x(x) dx = \frac{1}{2\pi} [\varphi(x_2) - \varphi(x_1)] \equiv \Phi_n,$$

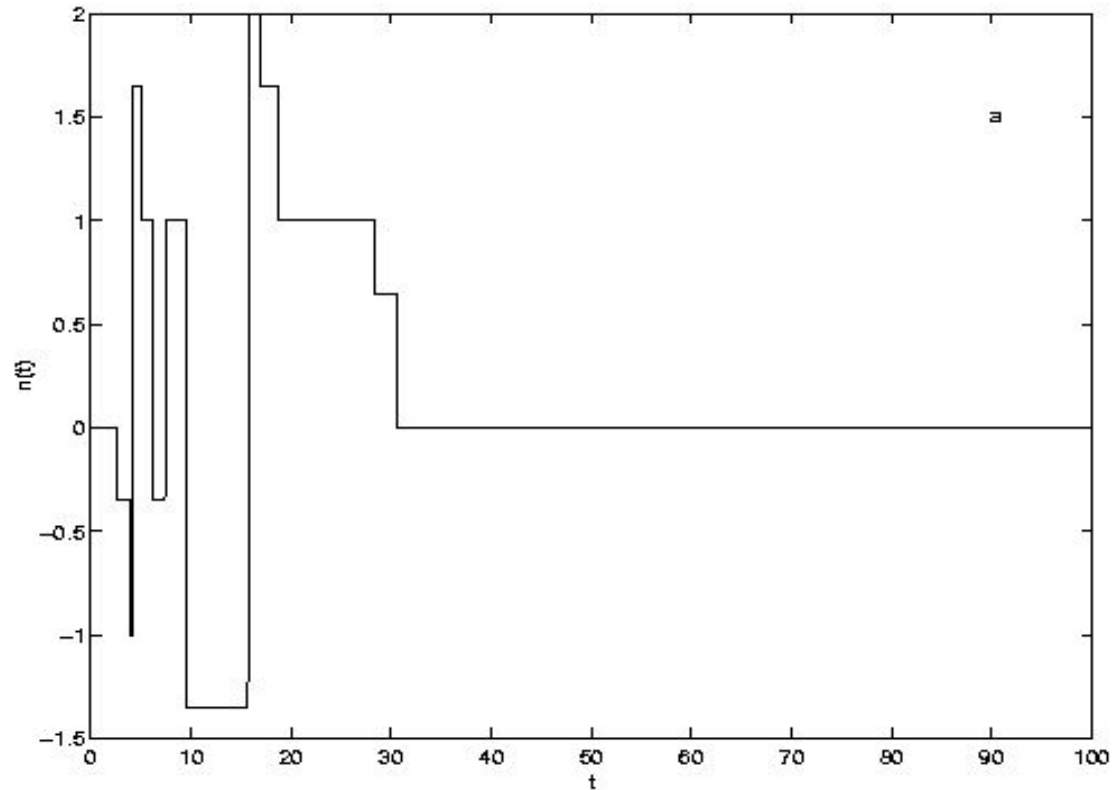
где $\Phi_n = n$ ($n=0,1,2,\dots$)

$n=0$ для мейсснеровских и квазимейсснеровских состояний,

$n>0$ для флюксонных и антифлюксонных состояний ,

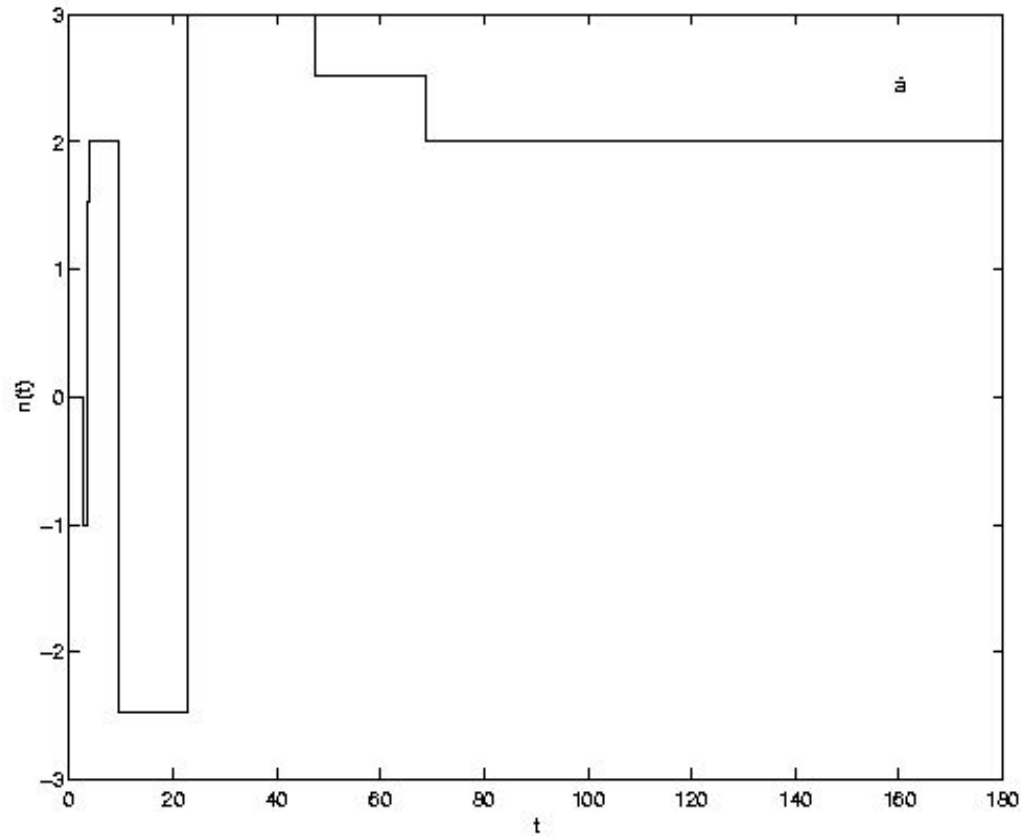
$\Phi_n = n + 1/2 \pm \arcsin\beta$ ($n=0,1,2,\dots$) – для всех остальных состояний

Квантование потока в стационарных состояниях



Мейсснеровское состояние $n=0$ при $\beta = 0.45$, $H_0 = 1.256$, $a = 3.0$, $\gamma=0.26$ и $L=10$

Квантование потока в стационарных состояниях



Двухфлюксонное состояние $n=2$ при $\beta = 0.08$, $H_0 = 2.0$, $a = 2.0$, $\gamma=0.26$ и $L=10$

Квантование потока в нестационарных состояниях

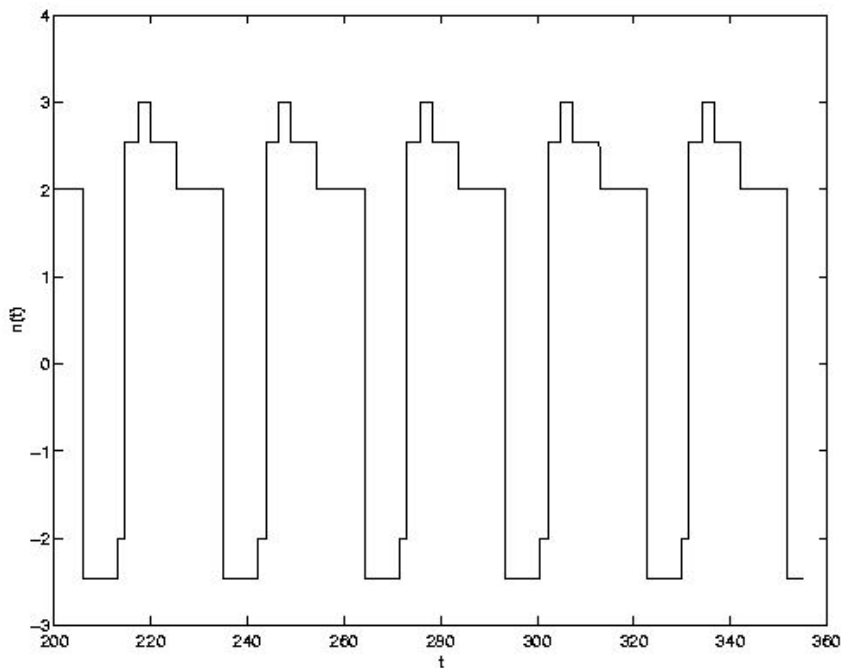
$$\Phi(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{x_1(t)}^{x_2(t)} \varphi_x(x, t) dx = \frac{1}{2\pi} [\varphi(x_2, t) - \varphi(x_1, t)] \equiv \Phi_n(t),$$

где $\Phi_n(t) = n(t)$ ($n=0, 1, 2, \dots$)

$n=0$ для мейсснеровских и квазимейсснеровских состояний;

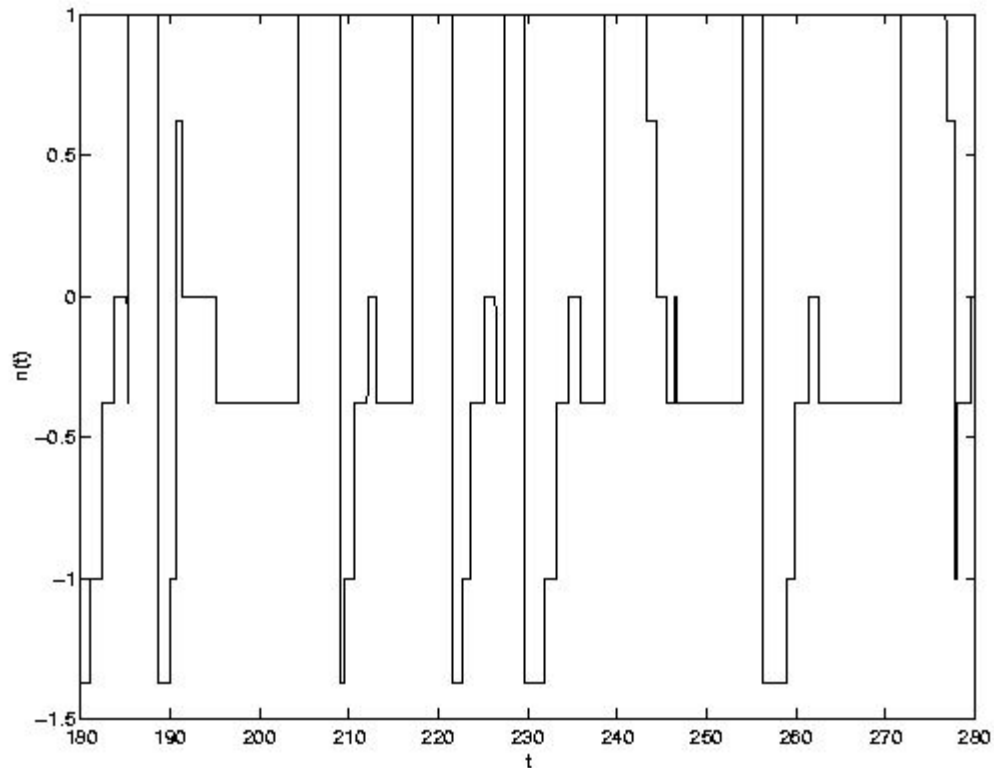
$n \neq 0$ для флуксонных и антифлуксонных состояний;

$\Phi_n(t) = n(t) + 1/2 \pm \arcsin \beta$ ($n=0, 1, 2, \dots$) – для всех остальных состояний.



$$\gamma=0.1, \\ \beta = 0.125, H_0 = 1.917, L=10 \text{ и} \\ a=1.4$$

Квантование потока в нестационарных состояниях



Зависимость магнитного потока от времени в хаотическом режиме при $\gamma=0.12$,
 $\beta = 0.38$, $H_0 = 1.41$, $L=6$ и $a=0.0$

А. Эйнштейн:

**Я не верю, что Господь Бог
играет в кости!**

Литература

1. Yugay K.N., et al. *Phys. Rev. B*, **49**, 12036 (1994).
2. Yugay K.N., et al. *Phys. Rev. B*, **51**, 12737 (1995).
3. Н.В.Блинов, И.В.Широков, К.Н.Югай. Вестник Омского универ., **№2**, 29 (1998).
4. Yugay K.N., et al. *Low Temp. Phys.*, **25**, 530 (1999).
5. Yugay K.N., et al. *Low Temp. Phys.*, **26**, 1067 (2000).
6. Югай К.Н., et al. *Известия вузов. Прикладная и нелинейная динамика*, **9**, 51 (2001).
7. Югай К.Н., et al. Вестник Омского универ., **№2**, 22 (2001).
8. Yugay K.N. et al. *JKPS*, **46**, 1418 (2005).
9. Yugay K.N. et al. *J. Superconductivity Nov. Magn.*, **19**, 135 (2006).

Спасибо за внимание