

Школа юных физиков – 8 класс

Занятие №7. Лабораторная работа

Измерение плотности бруска
различными способами

Оборудование: деревянный брусок, миллиметровая бумага, линейка, монетки известной массы, сосуд с водой, салфетки, скотч.

Цели работы: 1. Измерить плотность бруска двумя различными способами. 2. Изучить способы вычисления погрешности измерений.

Теория

Плотность вещества по определению – масса его единичного объёма. Вычисляется плотность как отношение массы тела к его объёму.

$$\rho = m/V$$

Где: ρ – плотность [г/см³]

m – масса [г]

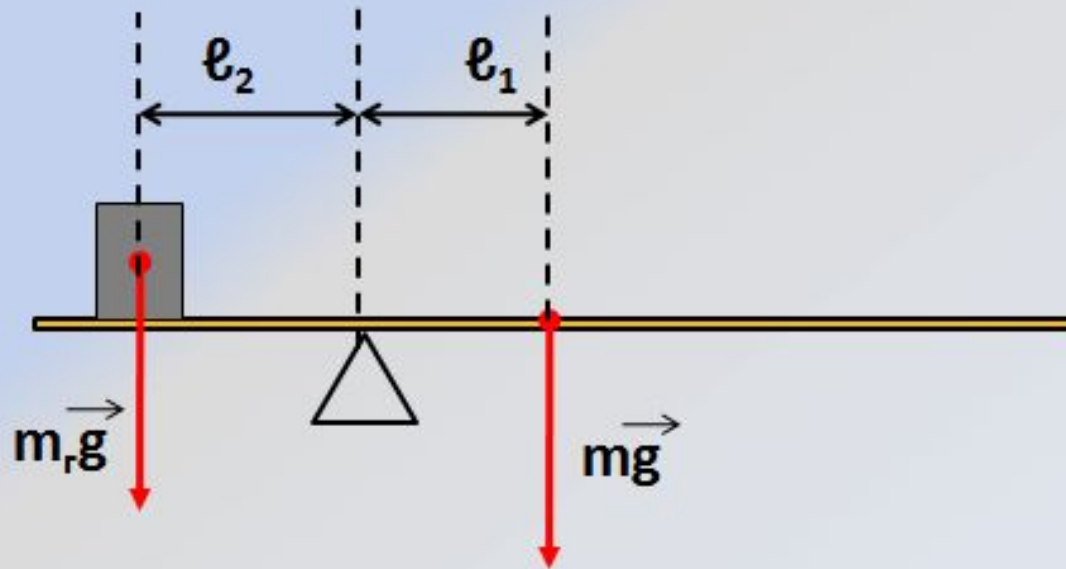
V – объём [см³]

В нашем случае объём можно вычислить через непосредственно измеряемые величины. Брусочек имеет форму прямоугольного параллелепипеда с измерениями: a – высота, b – ширина, ℓ – длина. Объем бруска V будет равен произведению трёх его измерений.

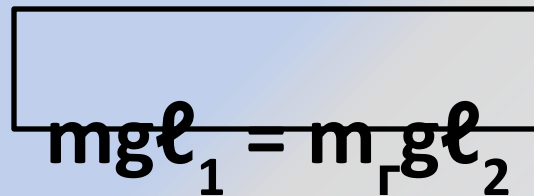
$$V = ab\ell$$



Массу бруска можно измерить методом рычага. Условием равновесия рычага является равенство моментов сил вращающих рычаг в разные стороны.



Размещая грузик на одном из концов бруска и выдвигая его за край стола, можно найти такое положение, когда точка приложения силы нормальной реакции практически совпадёт с вертикалью, проходящей через край стола. То есть брусок окажется в неустойчивом положении на краю стола. При этом равенство моментов сил, действующих на брусок запишется в виде:


$$mgl_1 = m_r g l_2$$

Где: m – масса бруска [г]

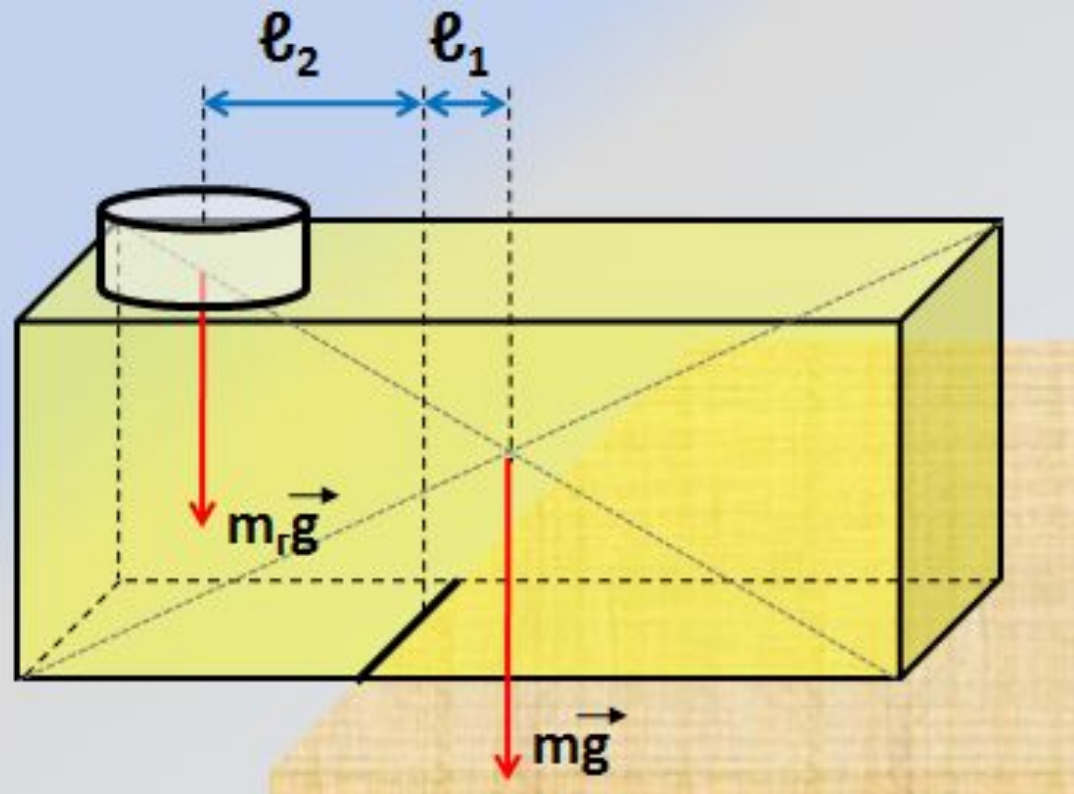
l_1 – плечо силы тяжести, действующей на брусок [см]

m_r – известная масса грузика [г]

l_2 – плечо силы тяжести, действующей на грузик [см]

Принимая, что брусок однороден, то есть его центр масс находится в точке пересечения диагоналей, окончательно для плотности получаем:

$$\rho = (m_r \ell_2) / (\ell_1 \ell_a b)$$



Ход измерений

1. Линейкой измеряем длину ℓ , ширину b и высоту a бруска в 6 местах. Находим среднее арифметическое каждого измерения. Вычисляем объём бруска по формуле: $V = \langle a \rangle \langle b \rangle \langle \ell \rangle$.
2. При помощи канцелярской кнопки прикрепляем нить с грузиком массы $m_r = 20$ г к торцу бруска, имеющему наименьшую площадь.
3. *Осторожно* выдвигаем конец бруска с грузиком за край стола, до того момента, как брусок окажется уравновешенным в неустойчивом положении. Измеряем длину ℓ_0 оставшейся на столе части бруска, при помощи линейки, в двух разных положениях с двух разных сторон. Находим среднее арифметическое полученного значения длины.
4. Вычисляем плечи сил mg и $m_r g$ по формулам $\ell_1 = \langle \ell_0 \rangle - \langle \ell \rangle / 2$ и $\ell_2 = \langle \ell \rangle - \langle \ell_0 \rangle$ соответственно.
5. Вычисляем массу бруска по формуле: $m = m_r \ell_2 / \ell_1$.
6. Вычисляем плотность бруска по формуле: $\rho = m / V$.

Результаты измерений и вычислений вносим в группу таблиц №1

№	a, cm	$\langle a \rangle - a_i$, cm	$(\langle a \rangle - a_i)^2$, cm ²	b, cm	$\langle b \rangle - b_i$, cm	$(\langle b \rangle - b_i)^2$, cm ²	L, cm	$\langle L \rangle - L_i$, cm	$(\langle L \rangle - L_i)^2$, cm ²
1	3,6	-0,016667	0,000277778	6,2	0,08333333	0,006944444	8,4	-0,1833333	0,033611111
2	3,6	-0,016667	0,000277778	6,4	-0,116667	0,013611111	8,3	-0,0833333	0,006944444
3	3,7	-0,116667	0,013611111	6,3	-0,016667	0,000277778	7,9	0,3166667	0,100277778
4	3,5	0,08333333	0,006944444	6,3	-0,016667	0,000277778	8,1	0,1166667	0,013611111
5	3,5	0,08333333	0,006944444	6,3	-0,016667	0,000277778	8,2	0,0166667	0,000277778
6	3,6	-0,016667	0,000277778	6,2	0,08333333	0,006944444	8,4	-0,1833333	0,033611111
$\langle X \rangle$, cm	3,6			6,3			8,2		
$\Delta_{\text{пр}}$, cm	0,1			0,1			0,1		
$\Delta_{\text{сл}}$, cm	0,028			0,028			0,072		
ΔX , cm	0,10			0,10			0,12		
E	0,029			0,017			0,015		
V, cm ³	185								
Ev	0,061								
ΔV , cm ³	11								

№	Lo, cm	<Lo>-Loi, cm	(<Lo>-Loi)^2, cm
1	5,2	-0,1	0,01
2	4,8	0,3	0,09
3	5,1	0	0
4	5,3	-0,2	0,04
<X>, cm	5,1		
Δпр, cm	0,10		
Δсл, cm	0,094		
ΔX, cm	0,14		
E	0,027		

V, cm ³	ΔV, cm ³	Ev
190	11	0,058
mг, g	Δmг, g	Em
62	6,8	0,11
ρ, g/cm ³	Δρ, g/cm ³	Eρ
0,33	0,06	0,18

Обработка результатов

измерений

Для каждого прямого измерения находим отклонение от среднего значения величины $\langle X \rangle - X_i$ и квадрат этого отклонения $(\langle X \rangle - X_i)^2$. Далее находим значение случайной погрешности измерений $\Delta_{сл}$, как квадратный корень из суммы квадратов отклонений, делённый на количество измерений N .

$$\Delta_{сл} = \sqrt{\sum (\langle X \rangle - X_i)^2 / N}$$

Извлекая квадратный корень из суммы квадратов случайной погрешности $\Delta_{сл}^2$ и приборной погрешности $\Delta_{пр}^2$, равной цене наименьшего деления прибора (для линейки или миллиметровой бумаги: 0,1 см), находим значение абсолютной погрешности прямого измерения ΔX .

$$\Delta X = \sqrt{(\Delta_{сл}^2 + \Delta_{пр}^2)}$$

Разделив значение абсолютной погрешности ΔX на среднее значение измеряемой величины $\langle X \rangle$ получаем значение относительной погрешности измерения E .

$$E = \Delta X / \langle X \rangle$$

Для вычисления относительной погрешности вычисляемой величины, получаемой умножением или делением измеряемых величин необходимо сложить все относительные погрешности измеряемых величин, входящих в формулу вычисляемой величины.

Для вычисления абсолютной погрешности вычисляемой величины, получаемой сложением или вычитанием измеряемых величин, необходимо сложить абсолютные погрешности этих величин.

Для вычисления же абсолютной погрешности вычисляемой величины необходимо умножить относительную погрешность, на значение данной величины, получаемое при вычислении её из средних значений измеряемых величин.

На примере объёма бруска получаем:

$$\Delta \text{сл}_a = \sqrt{\sum (\langle a \rangle - a_i)^2 / 6}$$

$$\Delta \text{пр}_a = 0,1 \text{ см}$$

$$\Delta a = \sqrt{(\Delta \text{сл}_a^2 + \Delta \text{пр}_a^2)}$$

$$E_a = \Delta a / \langle a \rangle$$

Аналогично для величин **b** и **ℓ**.

Далее рассчитываем относительную погрешность объёма бруска.

$$E_v = E_a + E_b + E_\ell$$

Затем находим абсолютную погрешность объёма бруска:

$$\Delta V = V E_v$$

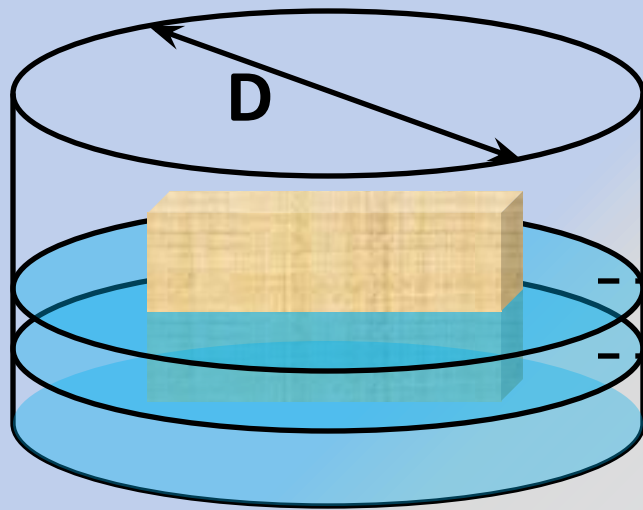
Записываем ответ в виде:

$$V = (\langle V \rangle \pm \Delta V) \text{ г/см}^3 \text{ при } E_v = _ \%$$

При вычислениях все величины округляем до того наименьшего количества значащих цифр, которое присутствует в измеряемых величинах (для бруска значащих цифр будет две).

При записи ответа абсолютная погрешность округляется до одной значащей цифры в *большую* сторону, а среднее значение округляется до такого, при котором погрешность приходится лишь на последнюю значащую цифру.

Массу бруска можно рассчитать так же из закона Архимеда: вес вытесненной жидкости равен весу плавающего в ней тела. Брусок, плавающий в сосуде с водой будет вытеснять некоторый её объём, равный произведению площади поперечного сечения сосуда на изменение высоты воды в нём.



$$P = \pi g_{\Delta} H \rho D^2 / 4$$

Где: $\pi = 3,14$

ΔH – изменение высоты столба воды [см]

ρ – плотность воды: 1г/см^3

D – диаметр сосуда [см]

Так как вес в состоянии покоя есть произведение массы тела на ускорение свободного падения, окончательно для массы бруска получаем:

$$m = P/g$$
~~$$m = \pi_{\Delta} \rho D^2 / 4$$~~

А для плотности:

~~$$\rho = \pi_{\Delta} \rho D^2 / 4ab\ell$$~~

Ход измерений

1. Приклеиваем полоску миллиметровой бумаги на сосуд с водой.
2. Отмечаем на бумаге положение первоначального уровня воды. Опускаем брусок в сосуд и дожидаемся пока поверхность воды не выровняется. Отмечаем на бумаге высоту нового уровня воды.
3. Находим изменение ΔH уровня воды в сосуде.
4. Измеряем диаметр сосуда в четырёх местах и находим среднее арифметическое измерений $\langle D \rangle$ диаметра сосуда.
5. Рассчитываем массу бруска по формуле:
 $m = \pi \Delta H \rho \langle D \rangle^2 / 4$ и плотность бруска: $\rho = m / \langle V \rangle$.

Результаты измерений и вычислений вносим в таблицу №2

№	D, cm	$\rho(\text{воды}) \text{ g/cm}^3$	dH, cm	$\langle V \rangle, \text{ cm}^3$
1		1		
2				
3				
4				
$\langle D \rangle, \text{ cm}$	0			
m, g	#ДЕЛ/0!			
$\rho, \text{ g/cm}^3$	#ДЕЛ/0!			

Вывод

Сравним значения плотности, полученные двумя разными измерениями. Сделаем вывод о проделанной работе.