

Лекция № 1. (06.02.15)

ВВЕДЕНИЕ. КИНЕМАТИКА МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ И АБСОЛЮТНО ТВЕРДОГО ТЕЛА.

1. Предмет физики, структура и цель физики, ее связь с другими дисциплинами.

Предмет
изучения

Материя (в виде вещества и полей) и наиболее общие формы её движения, а также фундаментальные взаимодействия природы, управляющие движением материи.

2. Предмет механики и кинематики. Классификация механических движений материальной точки и твердого тела.
3. Кинематическое описание движения материальной точки.
4. Векторы скорости и ускорения материальной точки.
5. Кинематика поступательного и вращательного движений твердого тела.

2. Предмет механики и кинематики. Классификация механических движений материальной точки и твердого тела.

Материальной точкой называется тело, размерами которого можно пренебречь, считая, что вся масса тела сосредоточена в одной точке.

Абсолютно твердое тело – тело, расстояние между любыми двумя точками которого всегда остается неизменным.

Поступательным движением абсолютно твердого тела называется такое его движение, при котором любая прямая, проведенная в теле, остается параллельной самой себе.

Вращательным движением абсолютно твердого тела вокруг неподвижной оси называется такое движение, при котором все точки тела, расположенные на одной прямой, называемой осью вращения, остаются неподвижными, а остальные точки описывают концентрические окружности с центрами на оси вращения. Окружности расположены в плоскостях, перпендикулярных оси вращения.

3. Кинематическое описание движения материальной точки

Система отсчета – совокупность тела отсчета, системы координат, синхронизированных и равномерно идущих часов.

Тело отсчета – произвольно выбранное реальное или воображаемое тело, относительно которого определяются положения остальных тел.

Наиболее употребительная *система координат* – декартова (рис. 1).

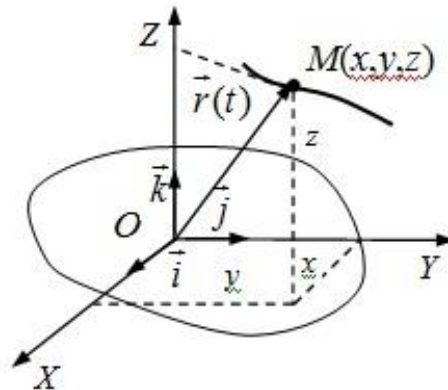


Рис. 1

Положение произвольной материальной точки M характеризуется *радиус-вектором* $\vec{r}(t)$ – вектором, соединяющим начало координат O с точкой M .

Кривая, которую описывает конец вектора $\vec{r}(t)$ в пространстве, называется *траекторией движения*.

3. Кинематическое описание движения материальной точки

В общем виде радиус-вектор

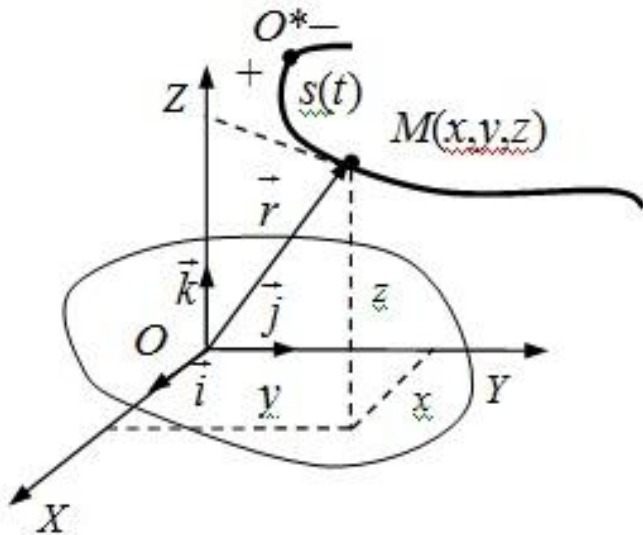
$$\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}. \quad (1.1)$$

Движение материальной точки полностью определено, если известно векторное уравнение движения точки (1.1) – *векторный способ*:

$$\vec{r} = \vec{r}(t). \quad (1.2)$$

или три кинематические уравнения движения точки – *координатный способ*:

$$x = x(t), y = y(t), z = z(t). \quad (1.3)$$



Если точка M движется по некоторой заданной траектории, то для описания движения выбирают на траектории начало отсчета (точку O^* на рис. 2), направление отсчета длины дуги O^*M , которую обозначают буквой « s » и называют *дуговой координатой*.

3. Кинематическое описание движения материальной точки

Закон движения – зависимость

$$s = s(t). \quad (1.4)$$

Уравнение траектории:

$$y = y(x), z = z(x). \quad (1.5)$$

Естественный (или траекторный) способ задания движения материальной точки:

$$y = y(x), z = z(x), s = s(t). \quad (1.6)$$

Все три способа описания движения материальной точки совершенно равноправны, и они связаны соотношением (1.1) и (1.3):

$$ds = \pm \sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2}. \quad (1.7)$$

Связь между дуговой « s » и координатами x, y, z :

$$s = \pm \int_{x_0}^x \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2} dx. \quad (1.8)$$

4. Векторы скорости и ускорения материальной точки

Вектор перемещения $\Delta\vec{r} = \vec{r} - \vec{r}_0$ – вектор, проведенный из начального положения движущейся точки в ее положение в данный момент времени (приращение радиуса-вектора точки за рассматриваемый промежуток времени) (рис. 3):

$$\Delta\vec{r} = \vec{r} - \vec{r}_0 = \vec{r}(t) - \vec{r}(t_0) = \Delta x \cdot \vec{i} + \Delta y \cdot \vec{j} + \Delta z \cdot \vec{k}. \quad (1.9)$$

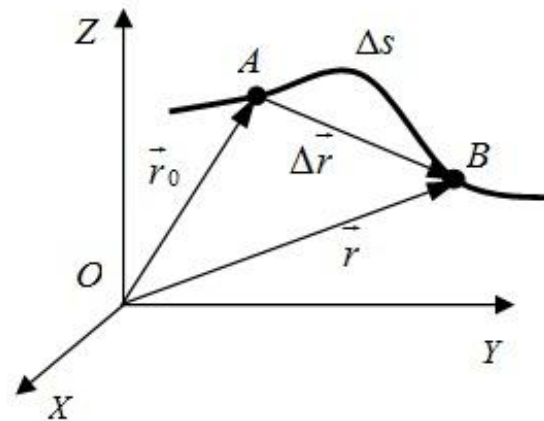


Рис. 3.

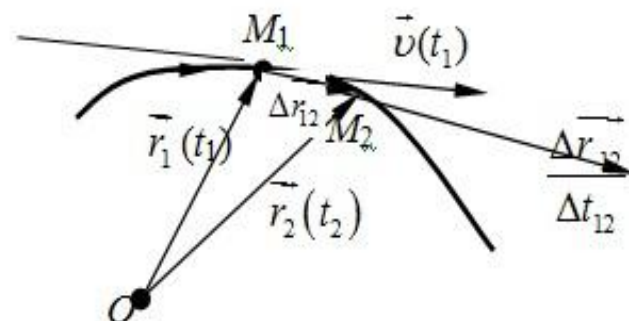
Вектором средней скорости за интервал времени Δt называется отношение приращения $\Delta\vec{r}$ радиус-вектора точки к промежутку времени Δt :

$$\langle \vec{v} \rangle = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}. \quad (1.10)$$

4. Векторы скорости и ускорения материальной точки

Предел отношения перемещения $\Delta \vec{r}_{12}$ к интервалу Δt_{12} , когда последний стремится к нулю, называют производной вектора $\vec{r}(t)$ по времени t (рис. 4):

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \lim_{\Delta t_{12} \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}_{12}}{\Delta t_{12}}. \quad (1.11)$$



Скорость материальной точки:

$$\vec{v} \equiv \frac{d\vec{r}}{dt}. \quad (1.12)$$

Рис.4.

является вектором мгновенной скорости, характеризующим быстроту и направление движения материальной точки в каждый момент времени t .

При естественном способе задания движения используется проекция скорости на касательную ($\vec{\tau}$ – единичный вектор касательной):

$$v_{\tau} = |v| = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{|\Delta \vec{r}|}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}. \quad (1.13)$$

4. Векторы скорости и ускорения материальной точки

Ускорение – это векторная величина, характеризующая быстроту изменения скорости по модулю и направлению.

Среднее ускорение в интервале времени Δt – векторная величина, равная отношению изменения вектора скорости $\Delta \vec{v}$ к интервалу времени Δt :

$$\langle \vec{a} \rangle = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}. \quad (1.14)$$

Мгновенное ускорение материальной точки – векторная величина, равная первой производной по времени от скорости рассматриваемой точки (второй производной по времени от радиуса-вектора этой же точки):

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \dot{\vec{v}} = \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = \ddot{\vec{r}}. \quad (1.15)$$

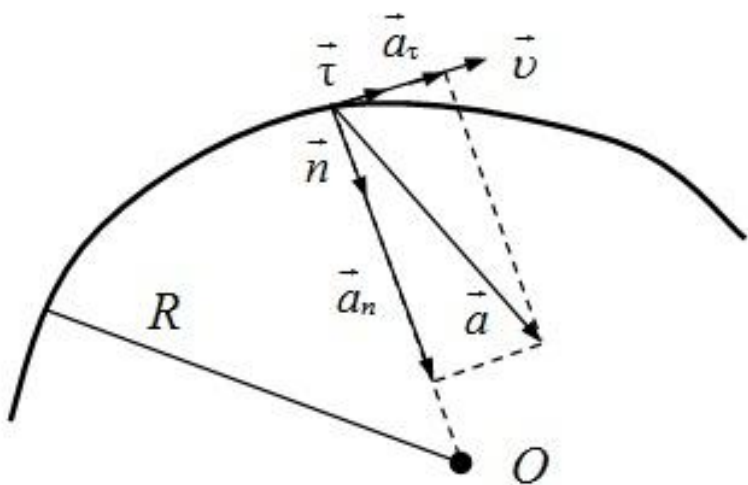


Рис. 5.

В общем случае плоского криволинейного движения вектор ускорения – сумма двух проекций (рис. 5):

$$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_\tau. \quad (1.16)$$

4. Векторы скорости и ускорения материальной точки

Тангенциальное ускорение \vec{a}_τ характеризует быстроту изменения скорости по модулю (рис. 5). Его величина:

$$a_\tau = \frac{dv}{dt} \vec{\tau}, \quad (1.17)$$

где $\vec{\tau}$ – единичный (по модулю) вектор касательной.

Нормальное (центростремительное) ускорение a_n направлено по нормали (\vec{n} – единичный (по модулю) вектор нормали) к траектории к центру ее кривизны O (рис. 5) и характеризует быстроту изменения направления вектора скорости точки. Величина нормального ускорения \vec{a}_n связана со скоростью U движения и величиной кривизны радиуса R (рис. 6).

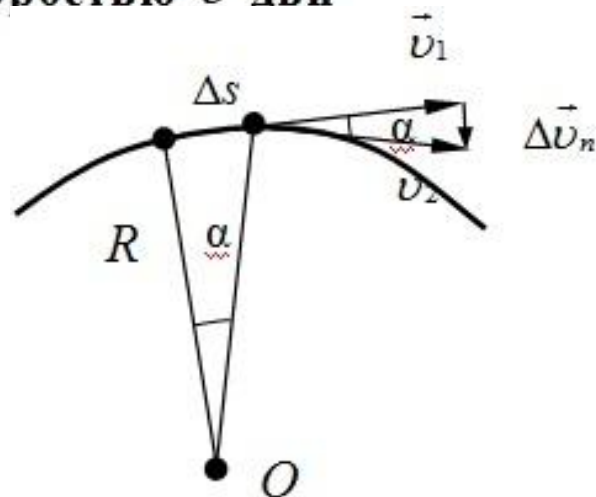


Рис. 6

4. Векторы скорости и ускорения материальной точки

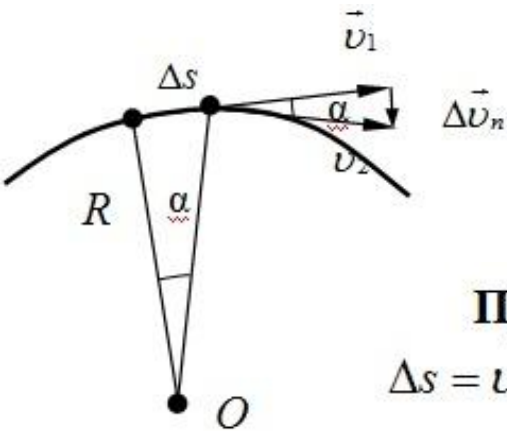


Рис. 6

Пусть $|v_1| = |v_2| = v$. Тогда для $\alpha \rightarrow 0$: $\Delta v_n = v \sin \alpha \approx v \cdot \alpha$,
 $\Delta s = v \cdot \Delta t \approx R \cdot \alpha \Rightarrow \alpha \approx (v \cdot \Delta t) / R$. В результате:

$$\Delta v_n \approx \frac{v^2}{R} \Delta t \Rightarrow \frac{\Delta v_n}{\Delta t} = \frac{v^2}{R} \Rightarrow a_n = \frac{dv_n}{dt} = \frac{v^2}{R}. \quad (1.18)$$

или

$$\vec{a}_n = \frac{v^2}{R} \vec{n}. \quad (1.19)$$

Величина полного ускорения:

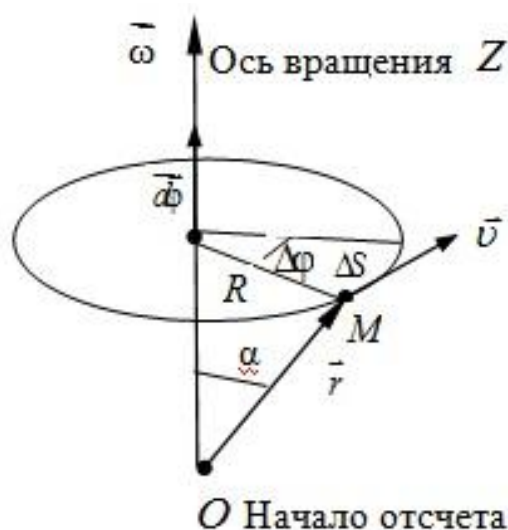
$$a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}. \quad (1.20)$$

или

$$a = \sqrt{\left(\frac{dv}{dt}\right)^2 + \left(\frac{v^2}{R}\right)^2} \quad (1.21)$$

5. Кинематика поступательного и вращательного движений твердого тела

Угловой скоростью называется вектор $\vec{\omega}$, численно равный первой производной от угла поворота тела по времени и направленный вдоль оси вращения так (см. правило правого винта), что из его конца вращение видно происходящим против часовой стрелки (рис. 7):



$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} \quad (1.22)$$

Единица измерения угловой скорости $[1 \omega] = [1 \text{ рад/с}]$.

Таким образом, вектор $\vec{\omega}$ определяет положение оси вращения, направление и быстроту вращения тела. Если $\vec{\omega} = \text{const}$, то вращение называется *равномерным*.

Рис. 7

Угловая скорость может быть связана с линейной скоростью v произвольной точки M тела (рис. 7):

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta S}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{R \Delta \varphi}{\Delta t} = R \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} = R \omega \quad (1.23)$$

5. Кинематика поступательного и вращательного движений твердого тела

Изобразим радиус-вектор \vec{r} точки M . В результате вращения тела точка M движется по окружности радиуса R со скоростью v (рис. 8):

$$v = \omega R = \omega r \sin(\vec{\omega}, \vec{r}) = \omega r \sin \alpha. \quad (1.24)$$

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}. \quad (1.25)$$

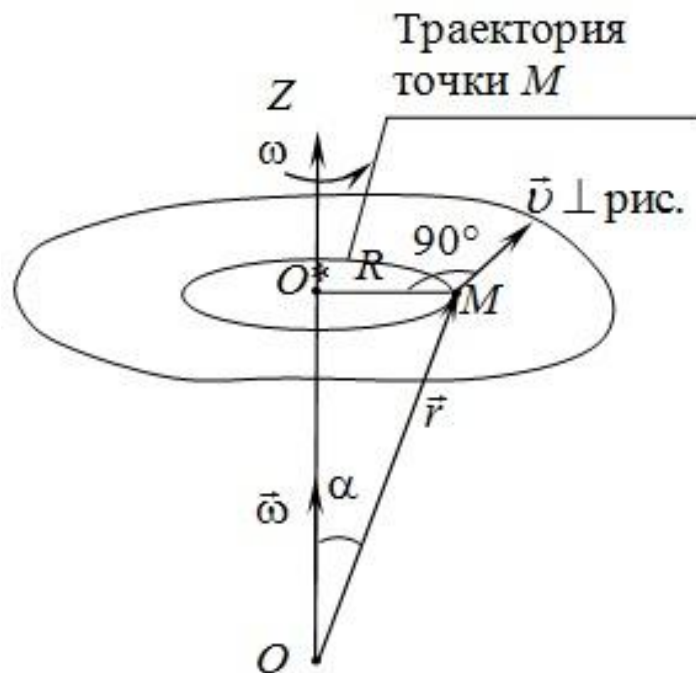


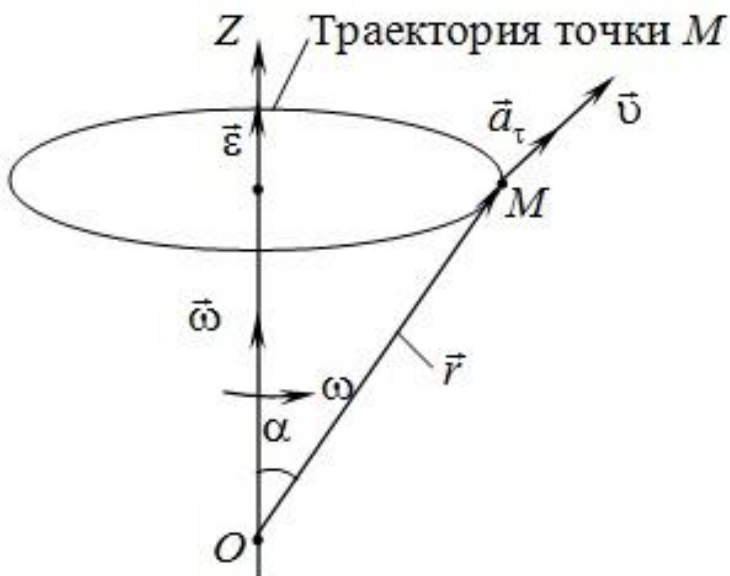
Рис. 8.

5. Кинематика поступательного и вращательного движений твердого тела

Угловым ускорением называется векторная величина $\vec{\varepsilon}$, равная первой производной по времени от угловой скорости:

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}. \quad (1.26)$$

При вращении тела вокруг неподвижной оси вектор углового ускорения направлен вдоль оси вращения в сторону вектора угловой скорости (рис. 9). При ускоренном вращении вектор $\vec{\varepsilon}$ направлен в ту же сторону, что и $\vec{\omega}$ ($d\omega/dt > 0$), и в противоположную сторону – при замедленном вращении ($d\omega/dt < 0$).



$$a_{\tau} = \frac{dv}{dt} = \frac{d(\omega R)}{dt} = \frac{R d\omega}{dt} = R\varepsilon. \quad (1.27)$$

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{\omega^2 R^2}{R} = \omega^2 R. \quad (1.28)$$

$$\vec{a}_{\tau} = \vec{\varepsilon} \times \vec{r}. \quad (1.29)$$

Рис.9.

5. Кинематика поступательного и вращательного движений твердого тела

Период вращения T – время, в течение которого тело совершает один оборот, т.е. поворачивается на угол $\varphi = 2\pi$.

$$2\pi = \omega T \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} \quad \text{или} \quad T = \frac{2\pi}{\omega}. \quad (1.30)$$

Число оборотов в секунду:

$$\nu = \frac{1}{T}. \quad (1.31)$$

**СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ
УЧИМСЯ ВМЕСТЕ!**

