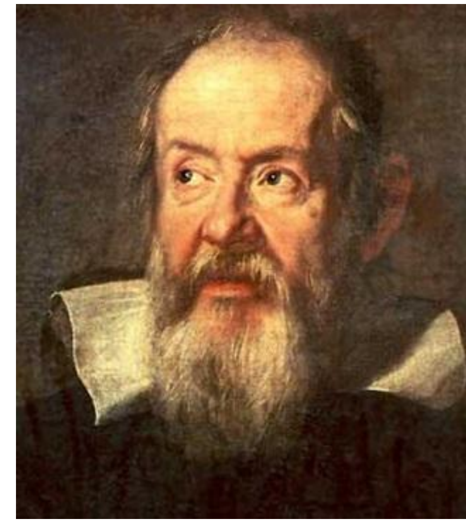
Лекция № 3. (20.02.15)
ДИНАМИКА МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ И ПОСТУПАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА



6) Относительность движения. Принцип относительности в классической механике.

7) Преобразования Галилея. Закон сложения скоростей в классической механике.

8) Неинерциальные системы отсчета. Переносная сила инерции. Уравнение движения материальной точки в движущейся поступательно неинерциальной системе отсчета.

9) Центробежная сила, сила Кориолиса. Уравнение движения в неинерциальной системе отсчета с учетом ее вращения.

6. Относительность движения. Принцип относительности в классической механике.

Если существует хотя бы одна инерциальная система (ИнСО), то любая система, движущаяся поступательно с постоянной скоростью относительно инерциальной, тоже является инерциальной.

Фундаментальный принцип физического равноправия всех ИнСО – *принцип относительности Галилея*: основные законы механики одинаково формулируются для всех инерциальных систем отсчета.

$$\Downarrow$$

Никакими механическими опытами, проводящимися в какой-либо ИнСО, нельзя определить покоится данная система или движется равномерно и прямолинейно относительно другой ИнСО.

7. Преобразования Галилея. Закон сложения скоростей в классической механике.

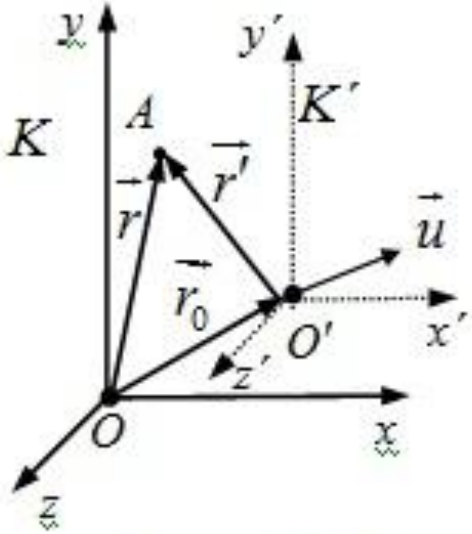


Рис. 3.1.

Положение произвольной точки A в неподвижной и подвижной системах отсчета определяется радиус-векторами $\vec{r}$ и $\vec{r}'$, причем:

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{r}' = \vec{u}\,t + \vec{r}'. \qquad \textbf{(3.1)}$$

$\Downarrow$ **в проекциях на оси координат**

$$x = x' + u_x t,\ \ y = y' + u_y t,\ \ z = z' + u_z t\,. \qquad \textbf{(3.2)}$$

С учетом, что ход времени не зависит от относительного движения систем отсчета: $t = t'$

$$\Downarrow$$

$$x = x' + u_x t,\ \ y = y' + u_y t,\ \ z = z' + u_z t\,,\ \ t = t' \qquad \textbf{(3.3)}$$

преобразования Галилея.

***Закон сложения скоростей в классической механике*:**

$$\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}' + \vec{u}\,. \qquad \textbf{(3.4)}$$

7. Преобразования Галилея. Закон сложения скоростей в классической механике.

Ускорение какого-либо тела во всех системах отсчета, движущихся относительно друг друга равномерно и прямолинейно, одинаково:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\left(\vec{v}' + \vec{u}\right)}{dt} = \frac{d\vec{v}'}{dt} = \vec{a}'. \qquad \textbf{(3.5)}$$

$$\Downarrow$$

Если одна из этих систем инерциальна (при отсутствии сил $\vec{a} = 0$), то и остальные системы будут инерциальными ($\vec{a}'$ также равно нулю).

2-ой закон Ньютона – ***математическое выражение принципа относительности Галилея.***

8. Неинерциальные системы отсчета. Переносная сила инерции. Уравнение движения материальной точки в движущейся поступательно неинерциальной СО.

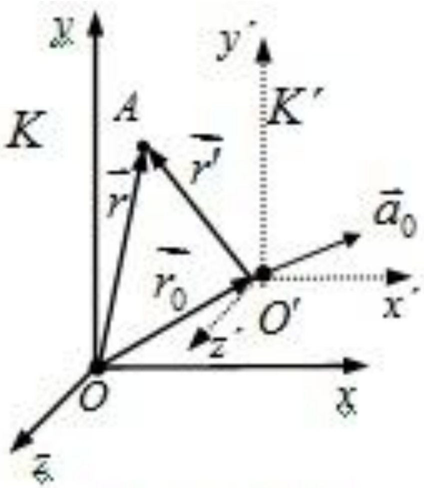


Рис. 3.2.

Движение точки (или тела) по отношению к подвижной системе отсчета, которая перемещается определенным образом относительно неподвижной системы отсчета, будем называть *относительным движением*. Движение всех точек подвижной системы относительно неподвижной называется *переносным движением*. Движение точки (или тела) относительно неподвижной системы отсчета будем называть *абсолютным* (или *сложным*) *движением*.

Из рис. 3.2 $\Rightarrow \vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{r}'. \Rightarrow \vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_0 + \vec{\upsilon}'$. **(3.6)**

$\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_{абс}$ **– скорость точки относительно неподвижной инерциальной системы отсчета – *абсолютная скорость*.**

$\vec{\upsilon}' = \vec{\upsilon}_{отн}$ **– скорость точки относительно подвижной системы отсчета называется *относительной скоростью*.**

$\vec{\upsilon}_0 = \vec{\upsilon}_{пер}$ **– скорость той точки подвижной системы, через которую в данный момент времени проходит рассматриваемая точка *A*, – *переносной скоростью*.**

$$\Downarrow$$

$$\vec{\upsilon}_{абс} = \vec{\upsilon}_{пер} + \vec{\upsilon}_{отн}. \qquad (3.7)$$

8. Неинерциальные системы отсчета. Переносная сила инерции. Уравнение движения материальной точки в движущейся поступательно неинерциальной СО.

$$\vec{a}_{абс} = \vec{a}_{пер} + \vec{a}_{отн}\,, \qquad (3.8)$$

где $\vec{a}_{абс}$ – *абсолютное ускорение* точки A – ускорение точки относительно неподвижной инерциальной системы отсчета; $\vec{a}_{пер}$ – *переносное ускорение* точки A, равное ускорению той точки подвижной системы, через которую в данный момент времени проходит рассматриваемая точка A; $\vec{a}_{отн}$ – *относительное ускорение* точки A – ускорение точки относительно подвижной системы отсчета.

Относительное движение – движение по отношению к *неинерциальной системе отсчета*, для которой законы механики Ньютона несправедливы. Чтобы уравнения относительного движения материальной точки сохранили тот же вид, что и в ИнСО, необходимо к силе $\vec{F}$ взаимодействия точки с другими телами присоединить так называемую *переносную силу инерции* $\vec{F}_{пер}$.

8. Неинерциальные системы отсчета. Переносная сила инерции. Уравнение движения материальной точки в движущейся поступательно неинерциальной СО.

Из формулы (3.8) $\Rightarrow m\vec{a}_{\text{отн}} = m\vec{a}_{\text{абс}} - m\vec{a}_{\text{пер}}$. **(3.9)**

$$m\vec{a}_{\text{абс}} = \sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i^{\text{вз}}.$$

Переносная сила инерции $\vec{F}_{\text{пер}}$:

$$\vec{F}_{\text{пер}} = -m\vec{a}_{\text{пер}}. \qquad \textbf{(3.10)}$$

Таким образом,

$$m\vec{a}_{\text{отн}} = \sum_{i} \vec{F}_i^{\text{вз}} + \vec{F}_{\text{пер}}. \qquad \textbf{(3.11)}$$

Уравнение (3.11) является ***уравнением движения материальной точки в движущейся поступательно неинерциальной системе отсчета.***

9. Центробежная сила, сила Кориолиса. Уравнение движения в неинерциальной системе отсчета с учетом ее вращения.

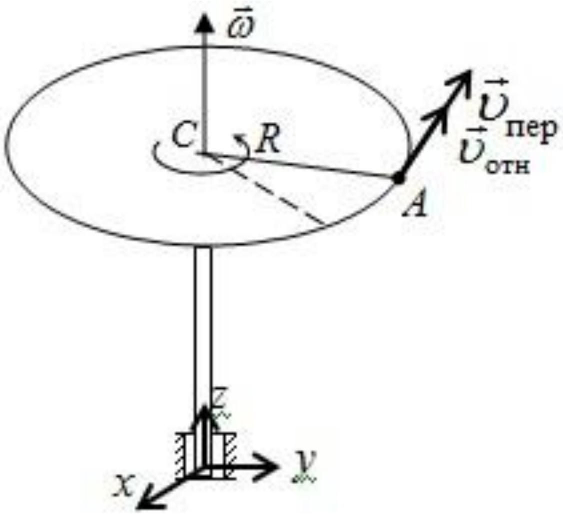


Рис. 3.3.

$$\upsilon_{\text{абс}} = \omega R + \upsilon_{\text{отн}}. \tag{3.12}$$

Т. к. частица равномерно движется по окружности радиуса R со скоростью $\upsilon_{\text{абс}}$, то ускорение $a_{\text{абс}}$ частицы по отношению к инерциальной системе отсчета определяется

$$a_{\text{абс}} = \frac{\upsilon_{\text{абс}}^2}{R} = \frac{\upsilon_{\text{отн}}^2}{R} + 2\omega\upsilon_{\text{отн}} + \omega^2 R. \tag{3.13}$$

$$a_{\text{отн}} = \frac{\upsilon_{\text{отн}}^2}{R} = a_{\text{абс}} - 2\omega\upsilon_{\text{отн}} - \omega^2 R. \tag{3.14}$$

$$\Downarrow$$

$$F_{\text{отн}} = ma_{\text{отн}}. \tag{3.15}$$

$$\Downarrow$$

$$F_{\text{отн}} = F - 2m\omega\upsilon_{\text{отн}} - m\omega^2 R, \tag{3.16}$$

где $F_{\text{цб}} = -m\omega^2 R$ – ***центробежная сила***;

$F_{\text{к}} = -2m\omega\upsilon_{\text{отн}}$ – ***сила Кориолиса.***

9.1. Сила Кориолиса.

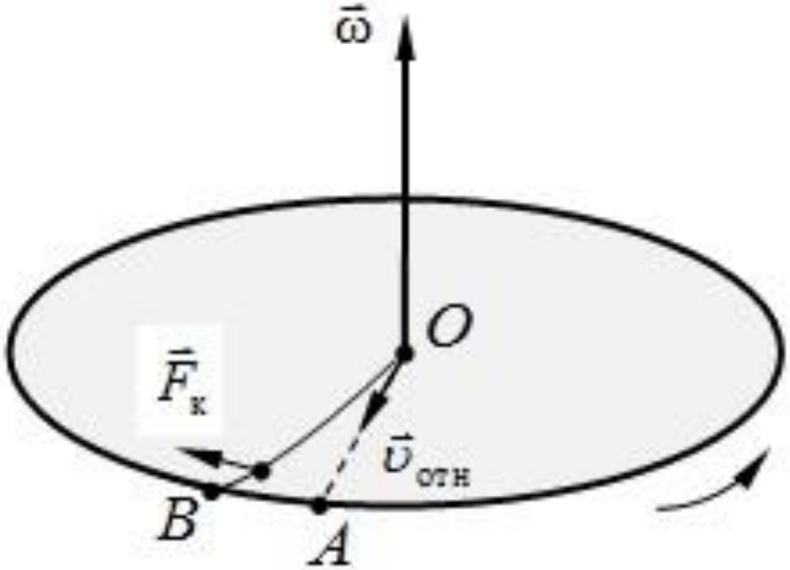


Рис. 3.4.

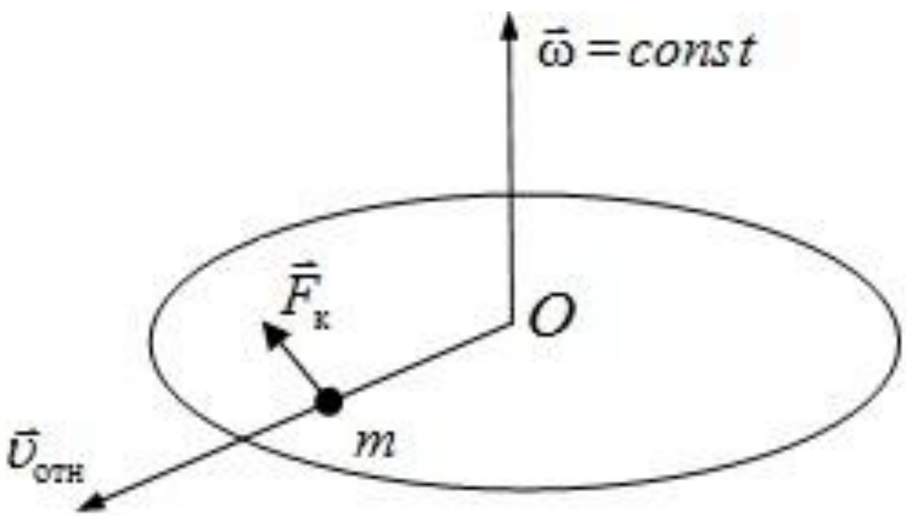
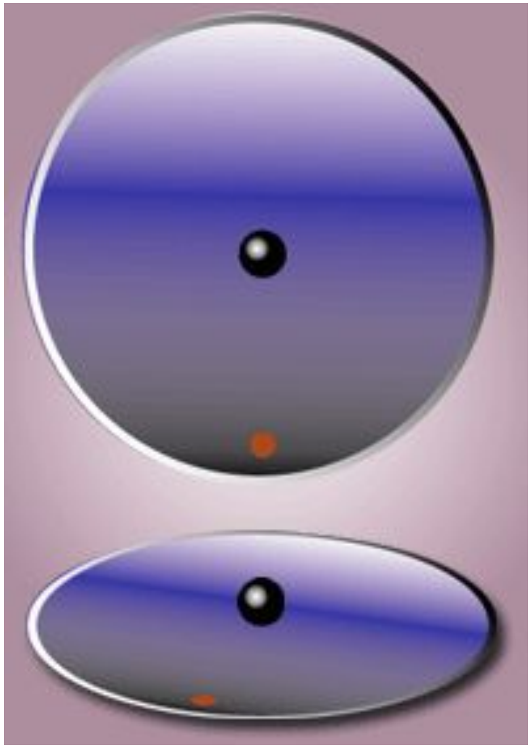


Рис. 3.5.



9.1. Сила Кориолиса.

В векторной форме сила Кориолиса равна

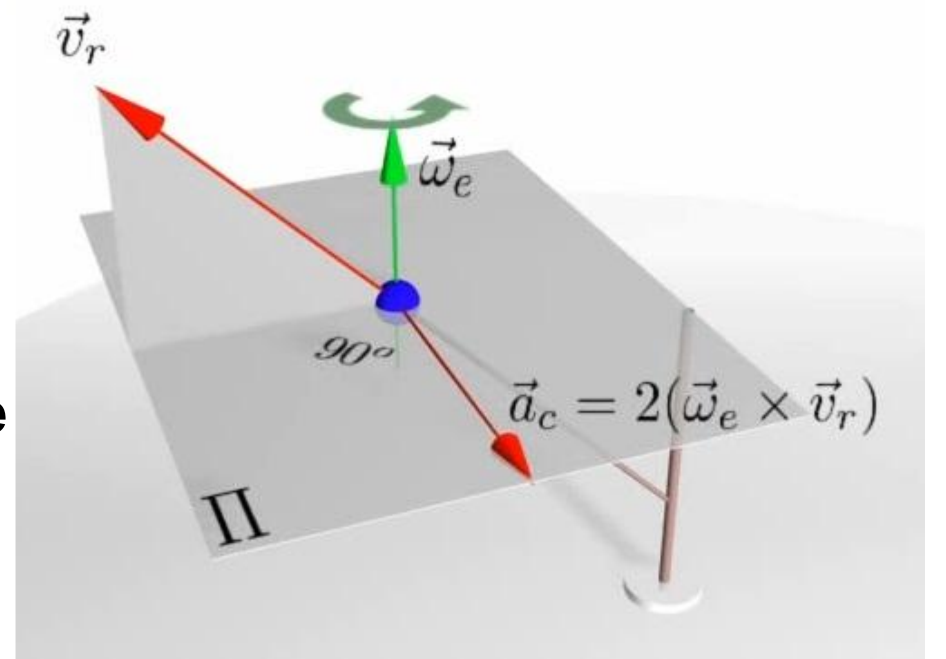
$$\vec{F}_{к} = 2m\vec{\upsilon}_{отн} \times \vec{\omega}, \qquad (3.17)$$

где $\vec{\omega}$ – угловая скорость вращающейся системы отсчета.

Соответственно, сила Кориолиса перпендикулярна оси вращения и скорости частицы, а по величине равна

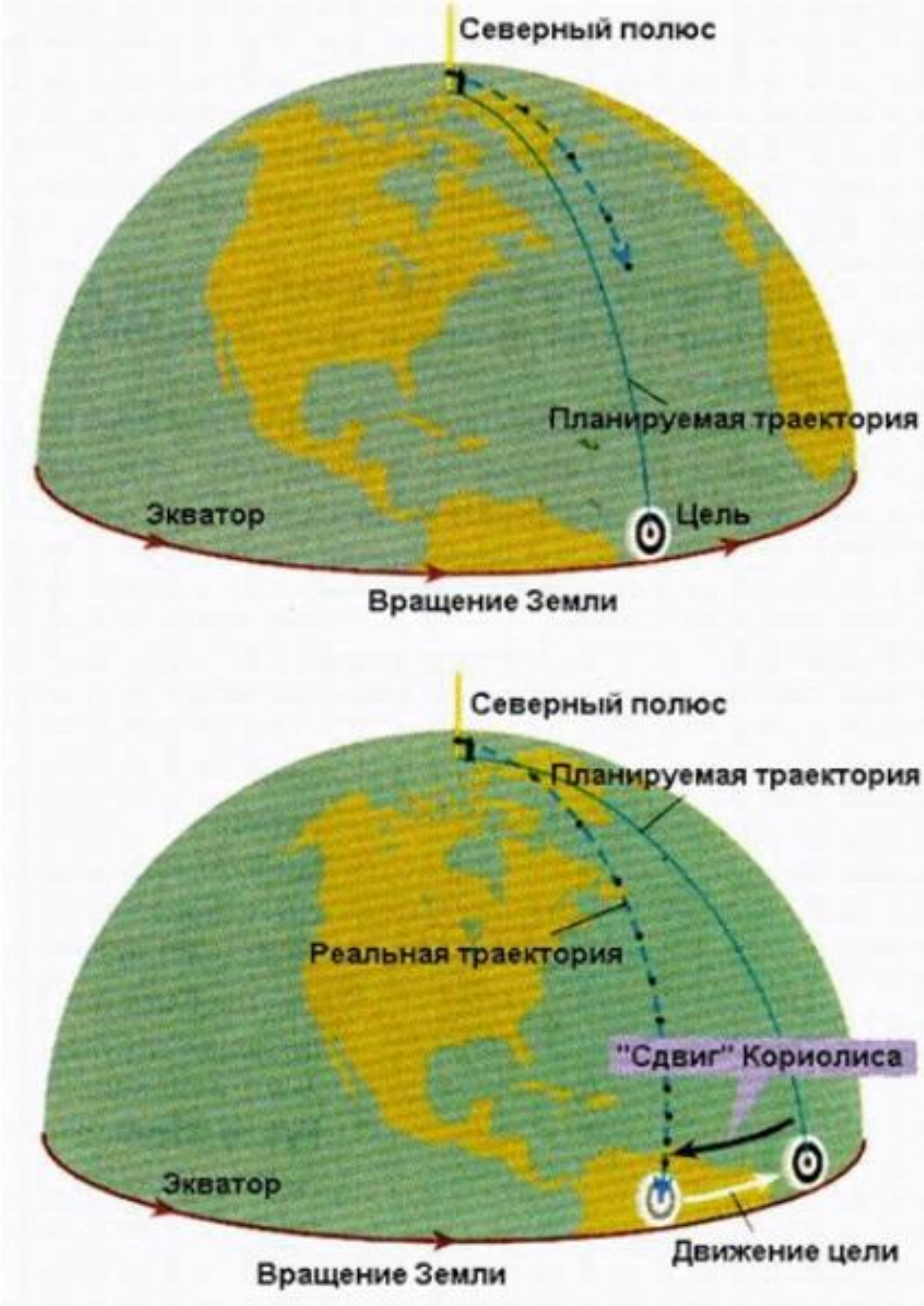
$$F_{к} = 2m\upsilon_{отн}\omega\sin\alpha, \qquad (3.18)$$

где α – угол между $\vec{\upsilon}_{отн}$ и $\vec{\omega}$.



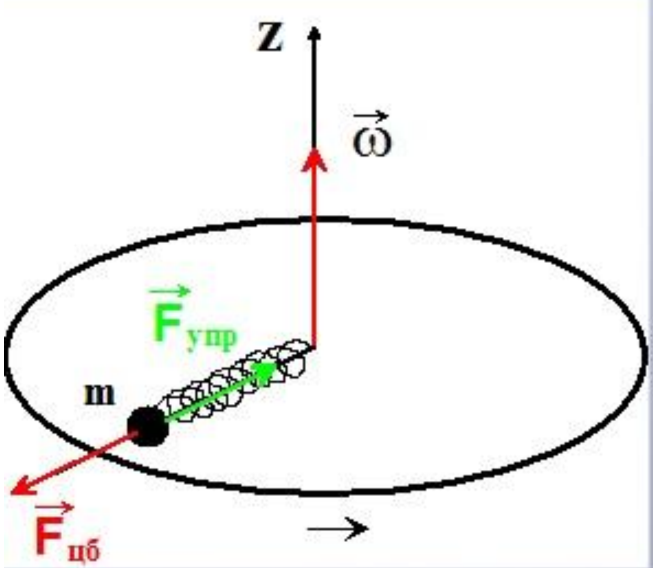
? **<u>Д/З для П/З</u>: Объясните рис.** (взят из YouTube)

9.1. Сила Кориолиса.



9.2. Центробежная сила инерции

Пусть диск вращается с угловой скоростью ω вокруг оси z. К центру диска прикреплена пружина, на конце которой находится груз массы m. Груз и пружина надеты на стержень. Перемещаясь вдоль стержня и растягивая пружину, груз в конце концов остановится в таком положении, в котором сила упругости в *неподвижной системе отсчета, связанной с Землей*, согласно 2-му закону Ньютона будет равна $\vec{F}_{упр} = m\vec{a}_n = -m\omega^2\vec{R}$. Где $\vec{R}$ - радиус-вектор, проведенный к грузу из центра диска, $\vec{a}_n$ - центростремительное ускорение.



Относительно диска груз покоится. Это можно объяснить тем, что *во вращающейся системе отсчета, связанной с диском* на груз действует сила инерции

$$\vec{F}_{цб} = -\vec{F}_{упр} = m\omega^2\vec{R} \qquad (3.19)$$

направленная вдоль радиуса от центра и компенсирующая силу упругости. Эта сила называется *центробежной силой инерции*.

9.2. Центробежная сила инерции

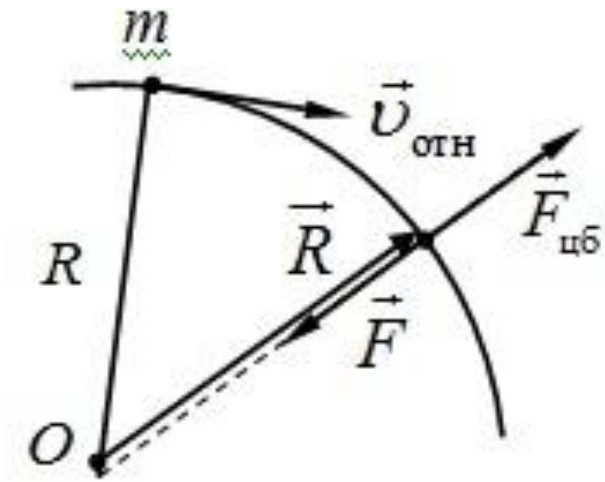


Рис. 3.6.

***Центробежная сила инерции*:**

$$\vec{F}_{\text{цб}} = m\omega^2\vec{R}, \qquad (3.19)$$

где $\vec{R}$ – радиус-вектор, направленный от оси O вращения к шарику.

Если положение точки в пространстве описывать с помощью радиус-вектора $\vec{R}$, то

$$\vec{F}_{\text{цб}} = m\vec{\omega}\times\vec{\upsilon}. \qquad (3.20)$$

9.3. Уравнение движения в неинерциальной системе отсчета с учетом ее вращения.

Уравнение (3.11) с учетом выражения (3.16) и формул (3.17), (3.19) преобразуется:

$$m\vec{a}_{\text{отн}} = \sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i^{\text{вз}} \underbrace{- m\vec{a}_{\text{пер}} + m\omega^2\vec{R}}_{\textit{Переносная сила инерции}} + \underbrace{2m\vec{\upsilon}_{\text{отн}} \times \vec{\omega}}_{\textit{Сила Кориолиса}} \qquad \textbf{(3.21)}$$

Таким образом, для написания уравнения необходимо к физическим (реальным) силам взаимодействия добавить две силы инерции: *переносную силу инерции,* состоящую из *поступательной переносной силы инерции*, связанной с ускоренным движением начала *O′* неинерциальной системы отсчета, *центробежной силы инерции*, которая возникает во вращающейся (по отношению к инерциальной) системе отсчета и *силы Кориолиса*.

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!
УЧИМСЯ ВМЕСТЕ!