

Сегодня: \*

# Электромагнетизм

Степанова Екатерина Николаевна  
доцент кафедры ОФ ФТИ ТПУ

[900igr.net](http://900igr.net)

# Тема 1. **МАГНИТНОЕ ПОЛЕ**

- **1.1. Магнитные взаимодействия**
- **1.2. Закон Био-Савара-Лапласа**
- **1.3. Магнитное поле движущегося заряда**
- **1.4. Напряженность магнитного поля**
- **1.5. Магнитное поле прямого тока**
- **1.6. Магнитное поле кругового тока**
- **1.7. Теорема Гаусса для вектора магнитной индукции**

## 1.1. Магнитные взаимодействия

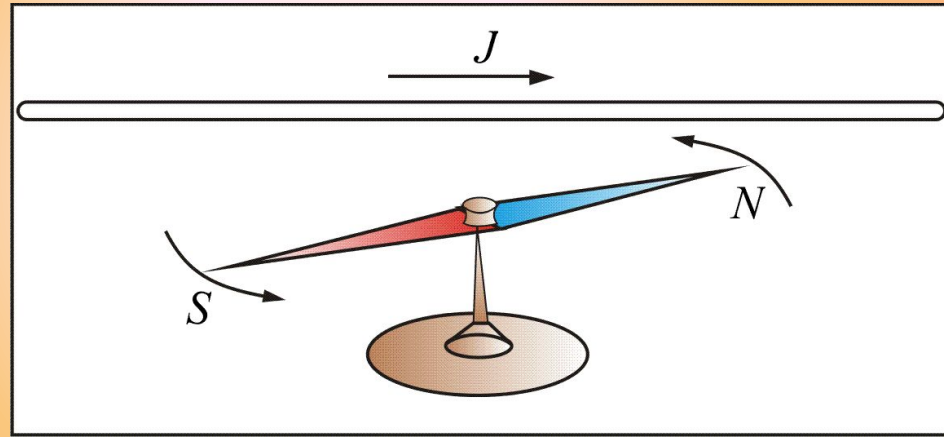
В пространстве, окружающем намагниченные тела, возникает *магнитное поле*.

Помещенная в это поле маленькая *магнитная стрелка* устанавливается в каждой его точке вполне определенным образом, указывая тем самым направление поля.

Тот конец стрелки, который в магнитном поле Земли указывает *на север*, называется *северным*, а противоположный – *южным*.

При отклонении магнитной стрелки от направления магнитного поля, на стрелку действует **механический крутящий момент**

$M_{кр}$ , пропорциональный синусу угла отклонения  $\alpha$  и стремящийся повернуть ее вдоль указанного направления.

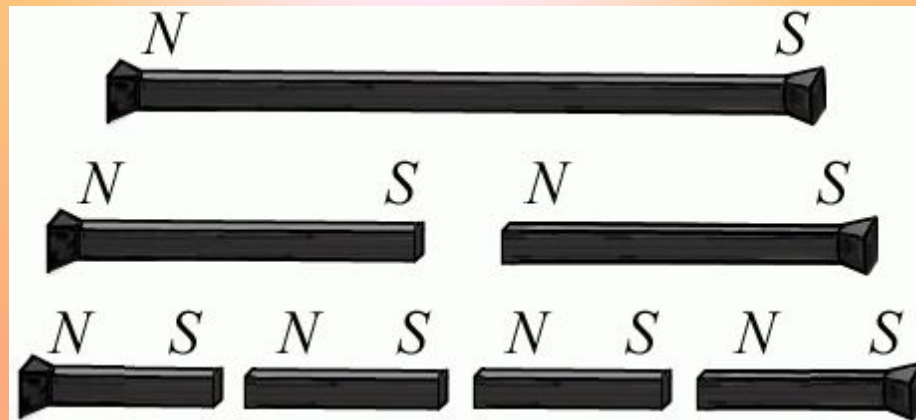


При взаимодействии постоянных магнитов они испытывают **результатирующий момент сил, но не силу.**

Подобно электрическому диполю, постоянный магнит в однородном поле стремится повернуться по полю, но не перемещаться в нем.

## Отличие постоянных магнитов от электрических диполей заключается в следующем:

- **Электрический диполь всегда состоит из зарядов, равных по величине и противоположных по знаку.**
- **Постоянный же магнит, будучи разрезан пополам, превращается в два меньших магнита, каждый из которых имеет и северный и южный полюса.**



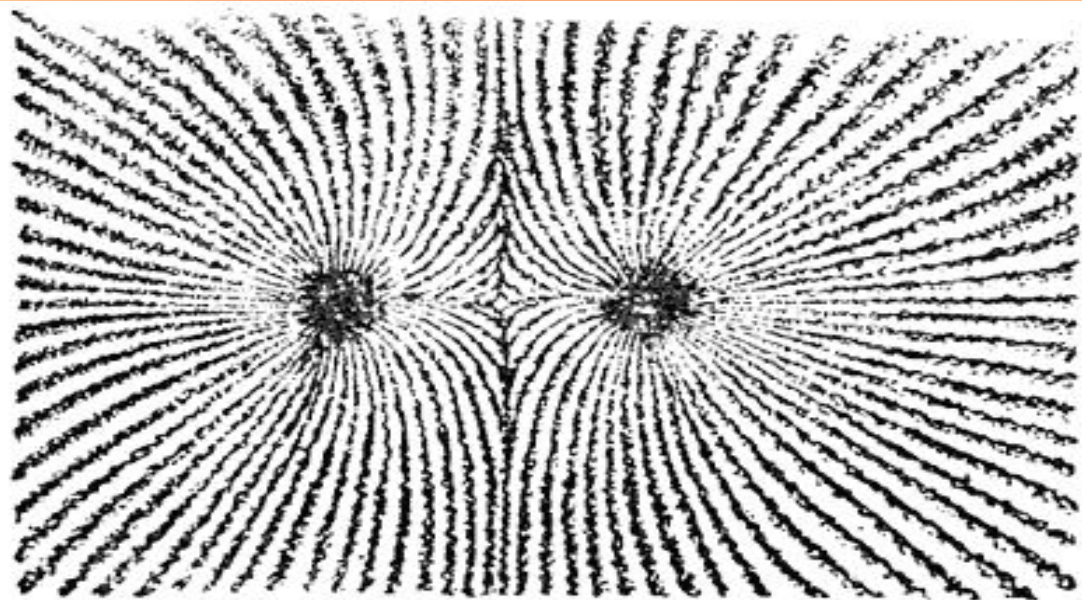


Подводя итоги сведениям о магнетизме, накопленным к **1600 г.**, **английский ученый-физик Уильям Гильберт**

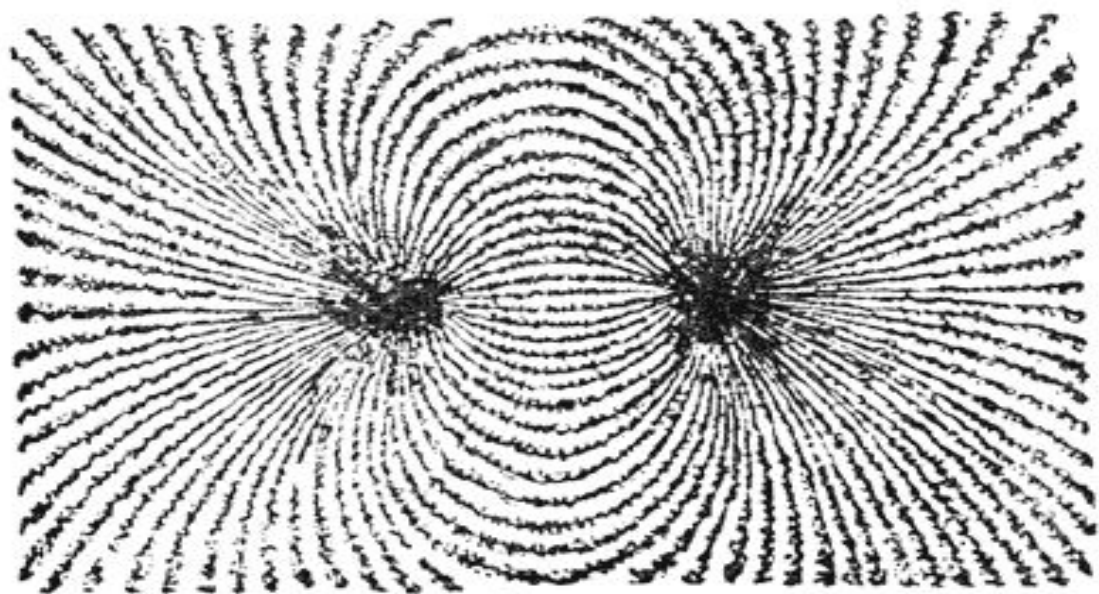
написал труд

**«О магните, магнитных телах и большом магните – Земле»**





Магнитное поле одноименных полюсов.



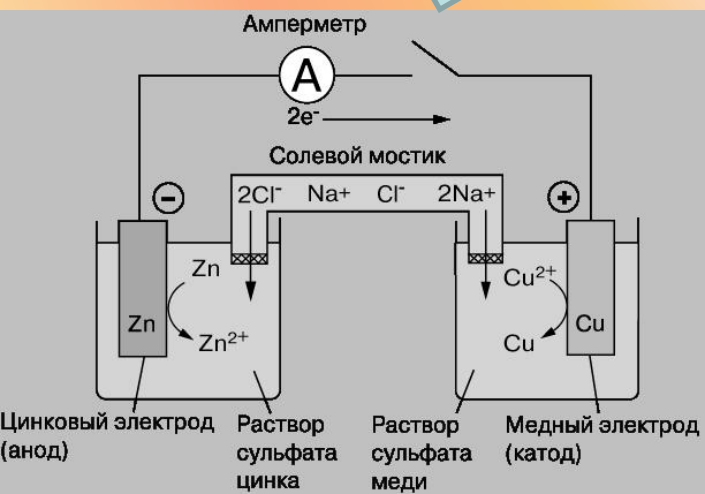
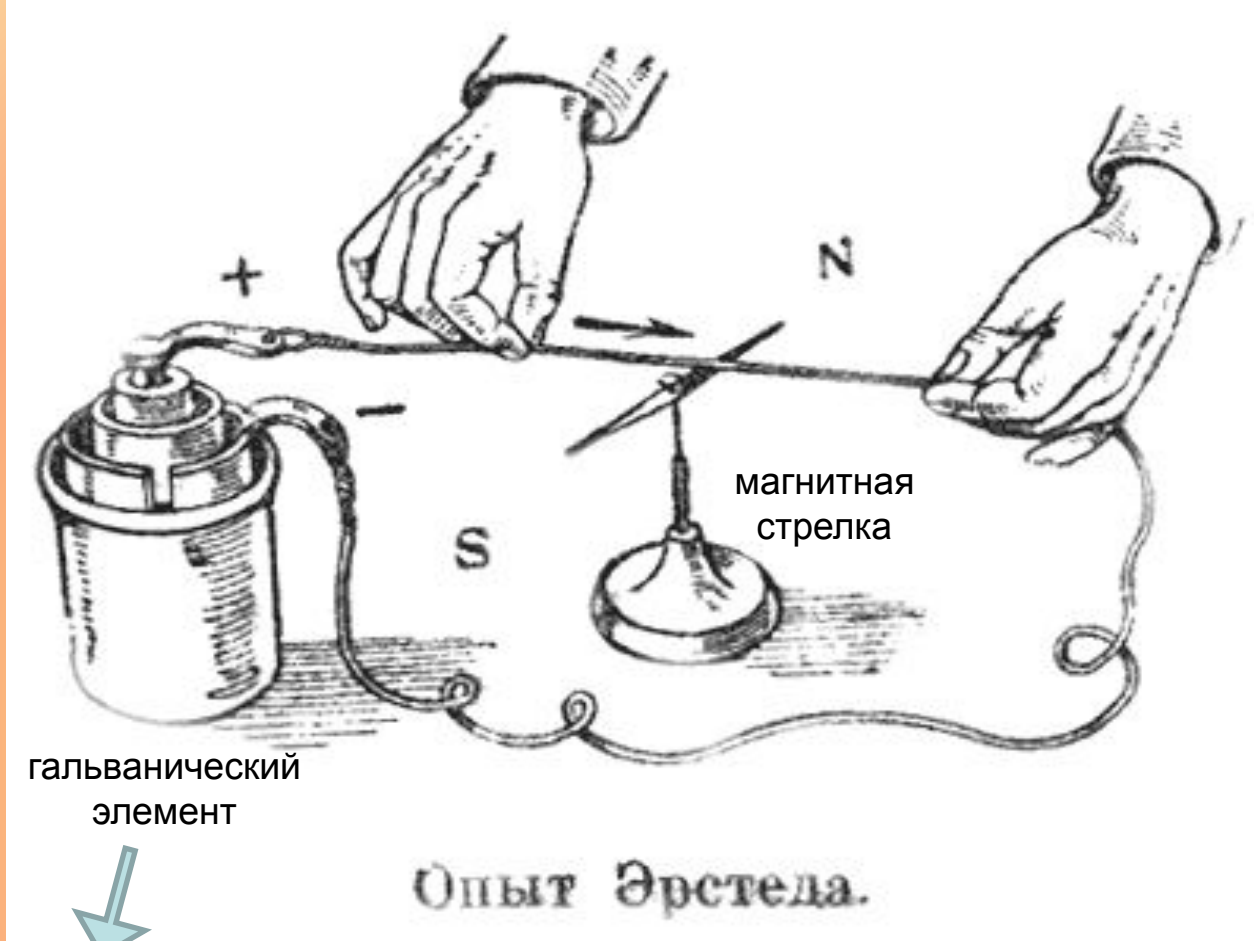
Магнитное поле разноименных полюсов.

В своих трудах У. Гильберт высказал мнение, что, несмотря на некоторое внешнее сходство, *природа электрических и магнитных явлений различна*. Все же, к середине XVIII века, окрепло убеждение о *наличии тесной связи между электрическими и магнитными явлениями*.





- В 1820 г. Х. Эрстед открыл магнитное поле электрического тока.
- А. Ампер установил законы магнитного взаимодействия токов.
- Ампер объяснил магнетизм веществ существованием молекулярных токов.



Самый распространенный вид гальванических элементов - это батарейки

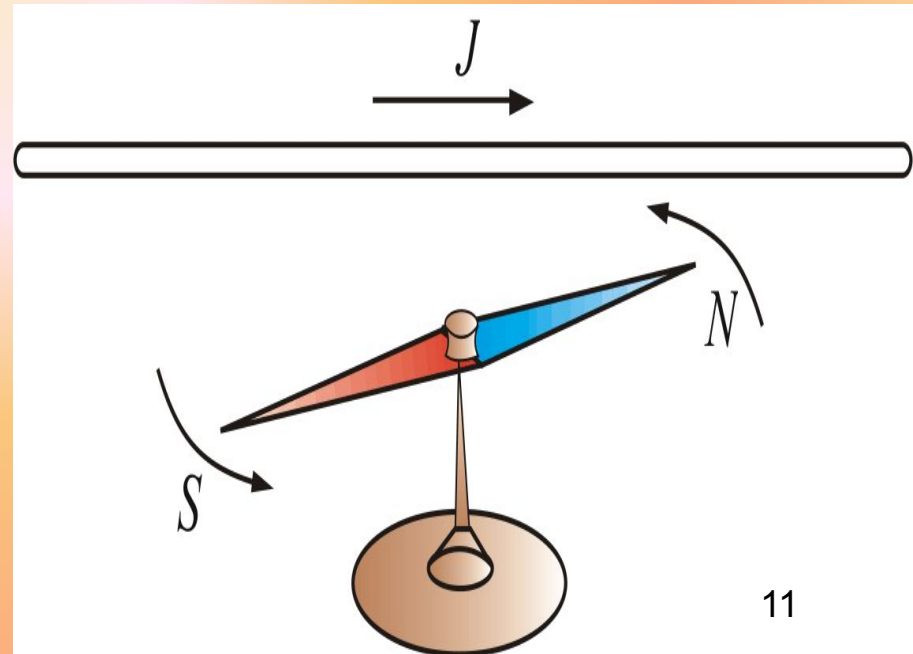
# Открытие Эрстеда.



При помещении магнитной стрелки непосредственной близости от проводника с током он обнаружил, что при протекании по проводнику тока, стрелка отклоняется; после выключения тока стрелка возвращается в исходное положение (см. рис.).

Из описанного опыта

Эрстед делает **вывод**:  
вокруг прямолинейного  
проводника с током  
есть магнитное поле.



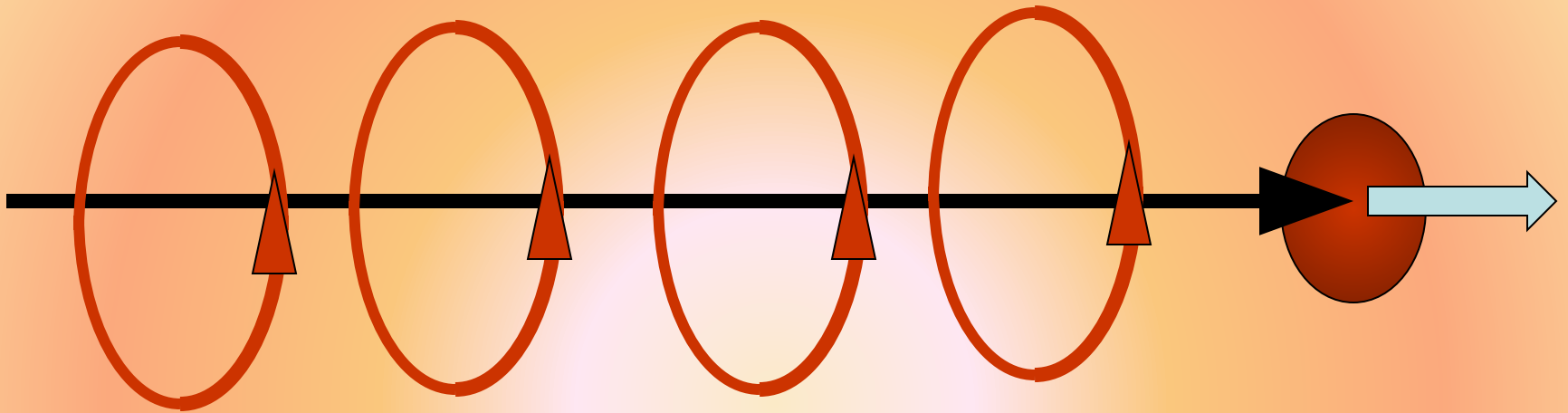
**Общий вывод:** *вокруг всякого проводника с током есть магнитное поле.*

*Но ведь ток – это направленное движение зарядов.*

*Опыты подтверждают: магнитное поле появляется вокруг электронных пучков и вокруг перемещающихся в пространстве заряженных тел.*

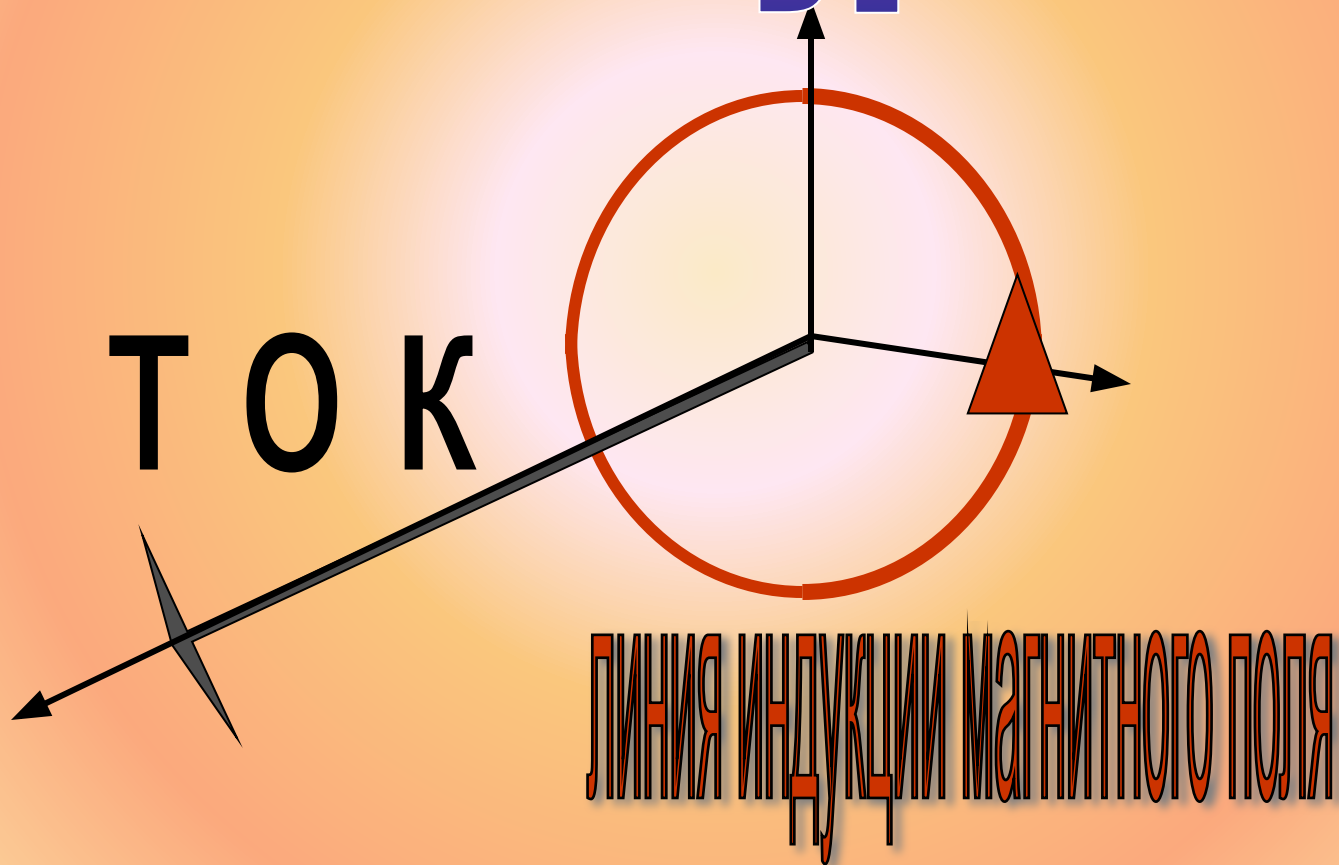
*Вокруг всякого движущегося заряда помимо электрического поля существует еще и магнитное.*

$$qV = \text{const}$$



Появляется магнитное поле

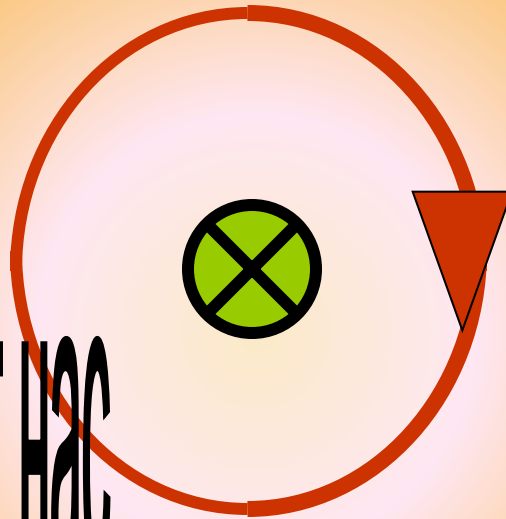
# Правило буравчика



# Правило буравчика



# Правило буравчика



Ток направлен от нас

линия индукции



Подобно электрическому полю, оно обладает энергией и, следовательно, массой. Магнитное поле материально. Теперь можно дать следующее определение магнитного поля:

*Магнитное поле – это материя, связанная с движущимися зарядами и обнаруживающая себя по действию на магнитные стрелки и движущиеся заряды, помещенные в это поле.*

Аналогия точечному заряду – **замкнутый плоский контур с током (рамка с током)**, линейные размеры которого малы по сравнению с расстоянием до токов, образующих магнитное поле.

Основное свойство магнитного поля — способность действовать на движущиеся электрические заряды с определенной силой.

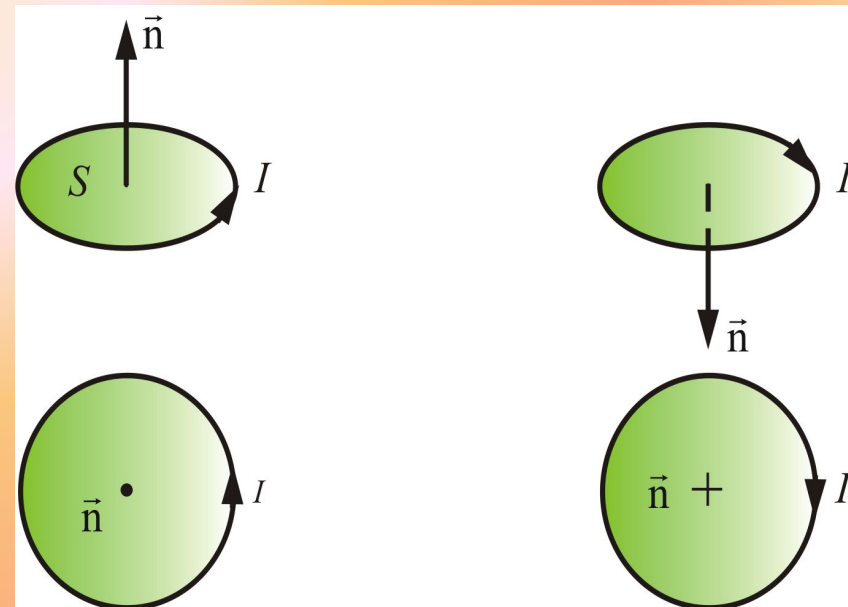
В магнитном поле контур с током будет ориентироваться определенным образом.

Ориентацию контура в пространстве будем характеризовать направлением нормали, которое определяется

*правилом правого винта*

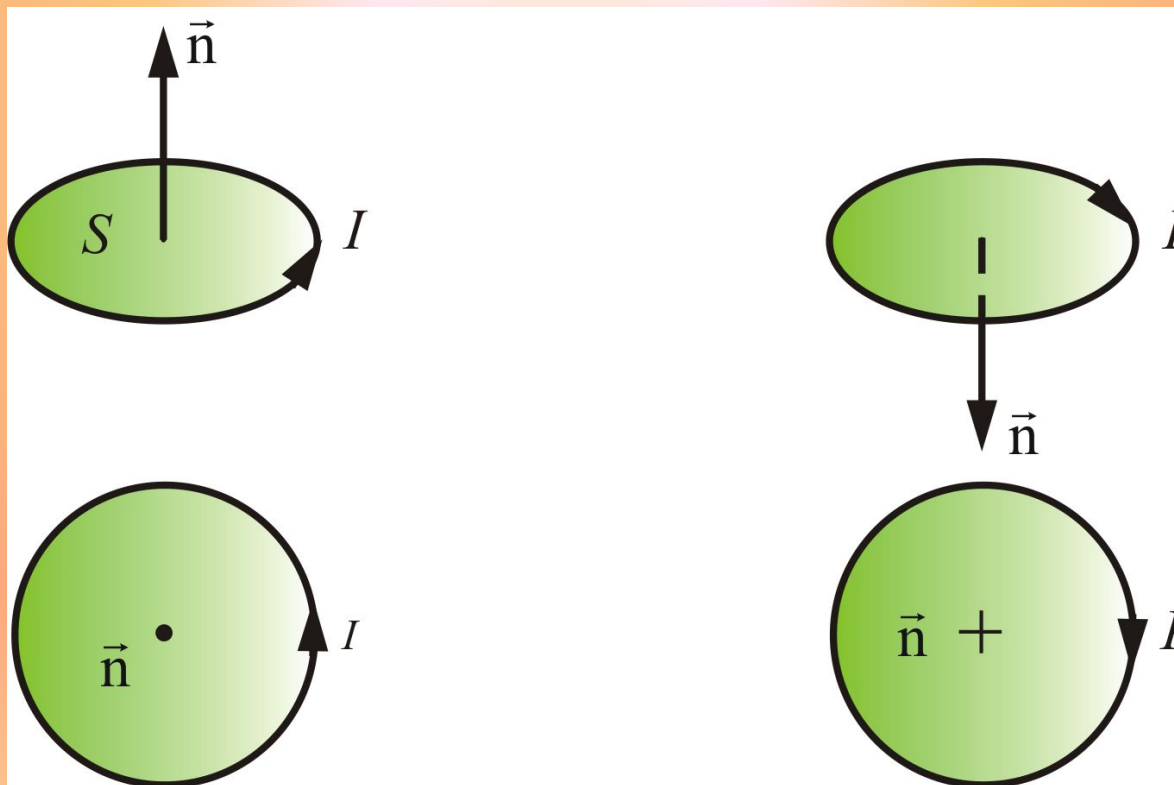
*или «правилом буравчика»:*

За положительное направление нормали принимается направление поступательного движения винта, головка которого вращается в направлении тока, текущего в рамке



*Контур ориентируется в данной точке поля только одним способом.*

*За направление магнитного поля в данной точке принимается положительное направление нормали.*

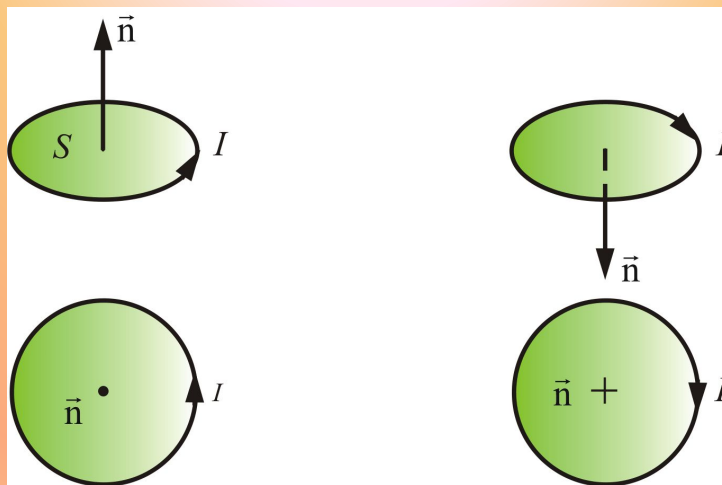


Вращающий момент прямо пропорционален величине тока  $I$ , площади контура  $S$  и синусу угла между направлением магнитного поля и нормали  $\vec{n}$

$$M \sim IS \sin(\vec{n}, \vec{B}),$$

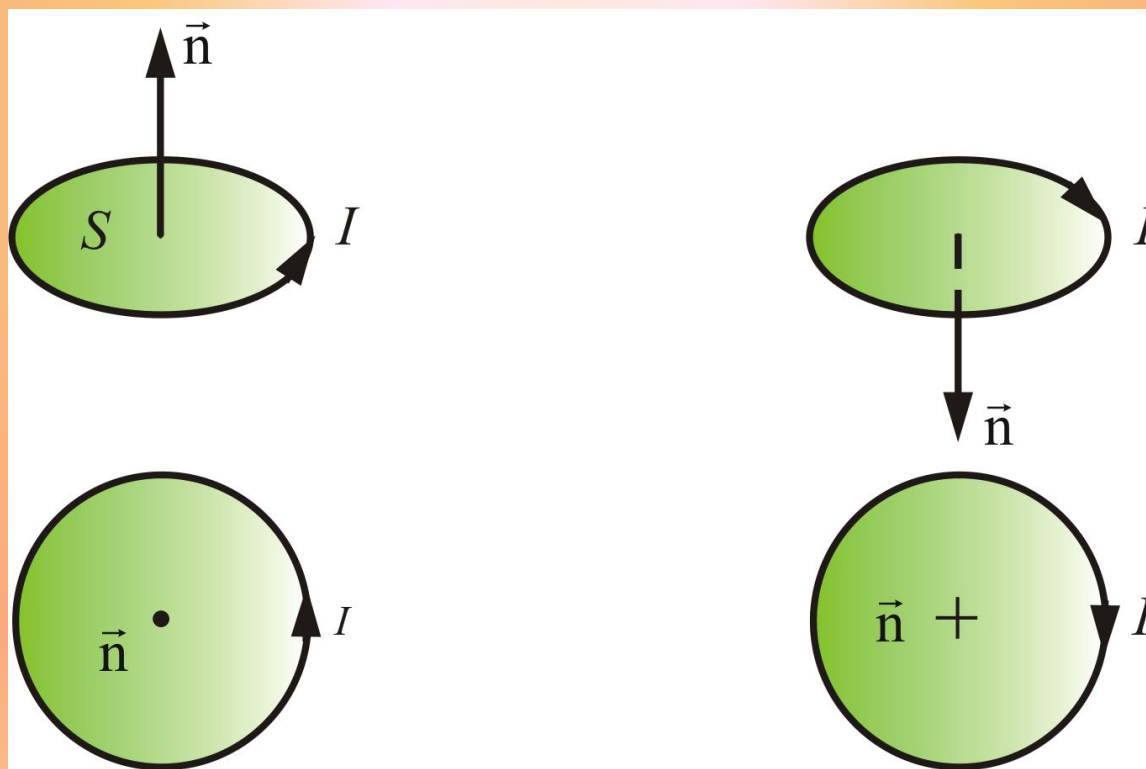
здесь  $M$  – *вращающий момент*, или *момент силы*,

$IS = P_m$  *магнитный момент* контура (аналогично – *электрический момент диполя*).



*Направление вектора магнитного момента совпадает с положительным направлением нормали:*

$$\vec{P}_m = P_m \vec{n}.$$



# Отношение момента силы к магнитному моменту $\frac{M}{P_m}$

для данной точки магнитного поля будет одним и тем же и может служить характеристикой магнитного поля, названной **магнитной индукцией**:

$$B = \frac{M}{P_m \sin(\vec{n}, \vec{B})}$$

$$\vec{B} = \frac{M}{P_m \sin \alpha_{\max}},$$

$\vec{B}$  – вектор магнитной индукции, совпадающий с нормалью  $\vec{n}$

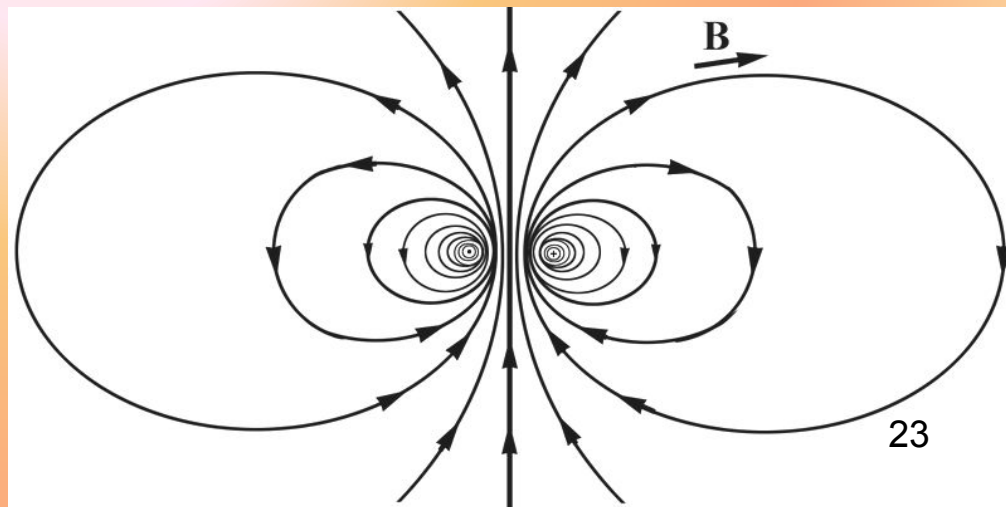
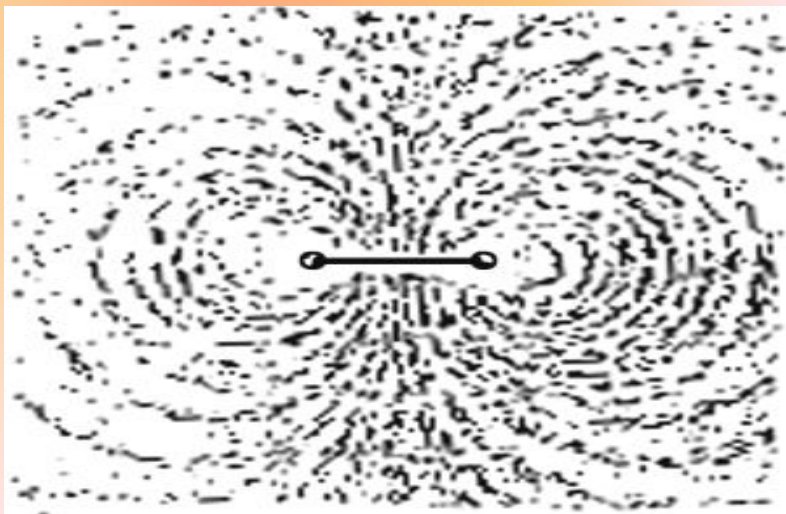
По аналогии с электрическим полем

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}.$$

**Магнитная индукция  $\vec{B}$  характеризует силовое действие магнитного поля на ток** (аналогично,  $\vec{E}$  характеризует силовое действие электрического поля на заряд).

$\vec{B}$  – силовая характеристика магнитного поля, ее можно изобразить с помощью **магнитных силовых линий**.

Поскольку  $M$  – момент силы и  $P_m$  – магнитный момент являются характеристиками вращательного движения, то можно предположить, что **магнитное поле – вихревое**.

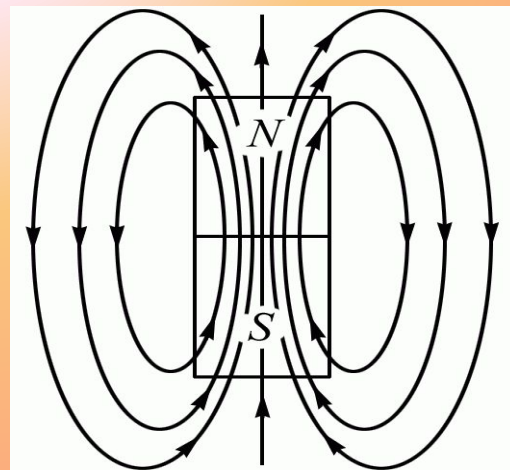
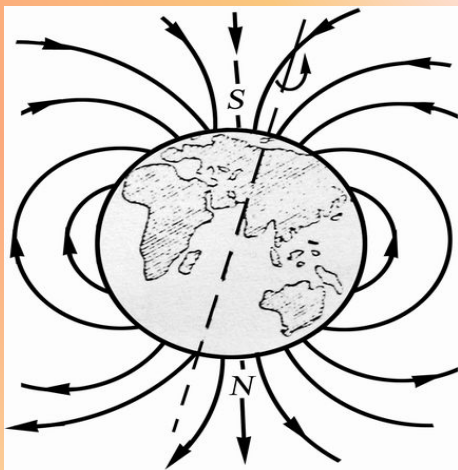


Условились, за направление  $\vec{B}$  принимать направление северного конца магнитной стрелки.

*Силовые линии выходят из северного полюса, а входят, соответственно, в южный полюс магнита.*

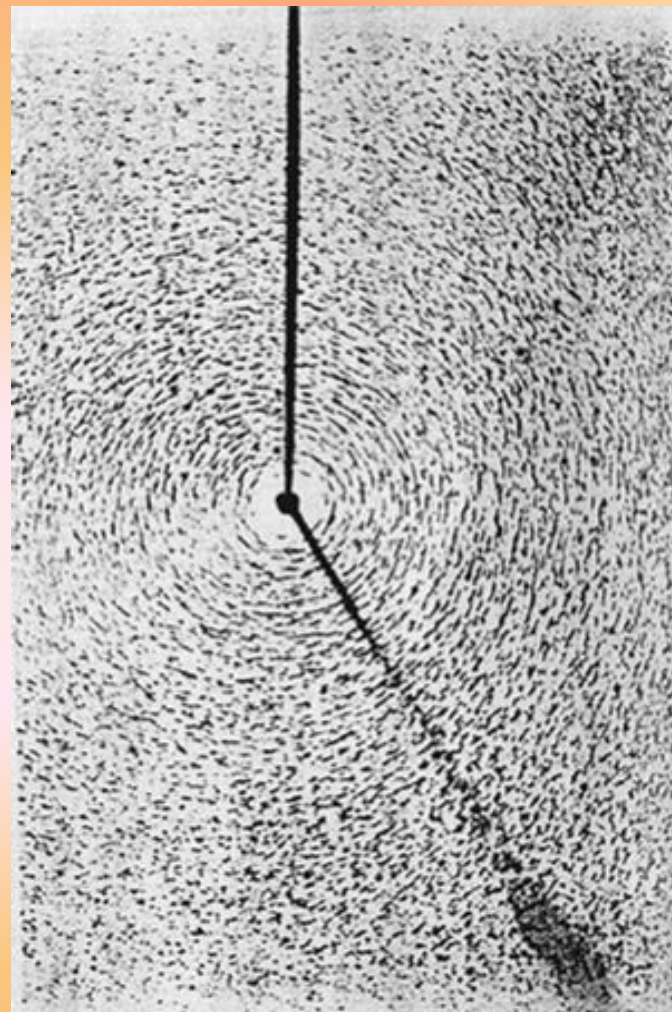
Для графического изображения полей удобно пользоваться силовыми линиями (линиями магнитной индукции).

*Линиями магнитной индукции называются кривые, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением вектора  $\vec{B}$  в этой точке.*





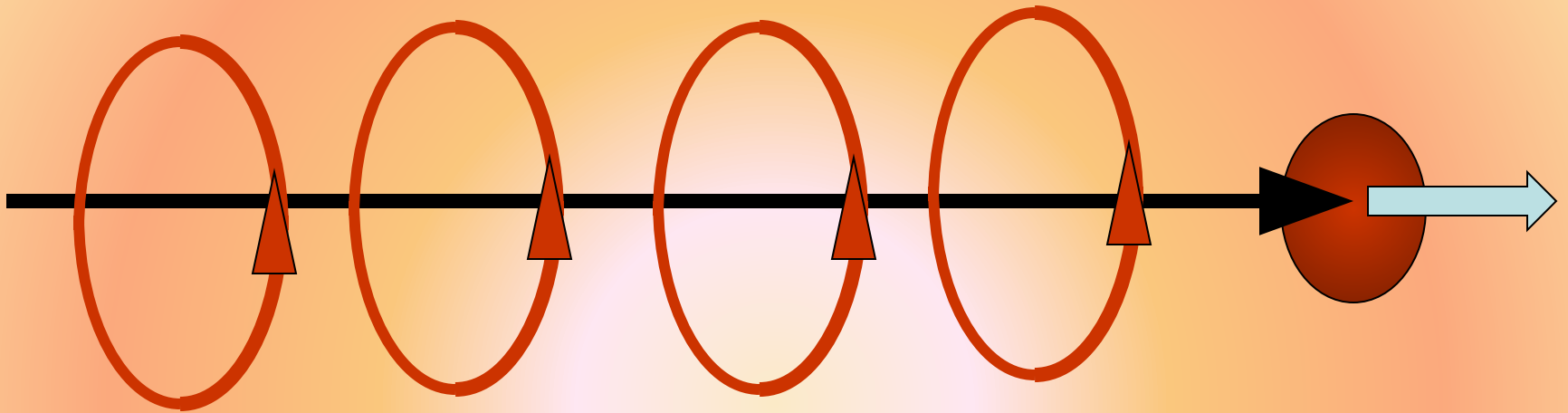
Конфигурацию силовых линий  
легко установить с помощью  
мелких железных опилок  
которые намагничиваются в  
исследуемом магнитном поле и  
ведут себя подобно маленьким  
магнитным стрелкам  
(поворачиваются вдоль силовых  
линий).



## 1.2. Закон Био–Савара–Лапласа

В 1820 г. французские физики Жан Батист **Био** и Феликс **Савар**, провели исследования магнитных полей токов различной формы. А французский математик Пьер **Лаплас** обобщил эти исследования.

$$qV = \text{const}$$



Появляется магнитное поле

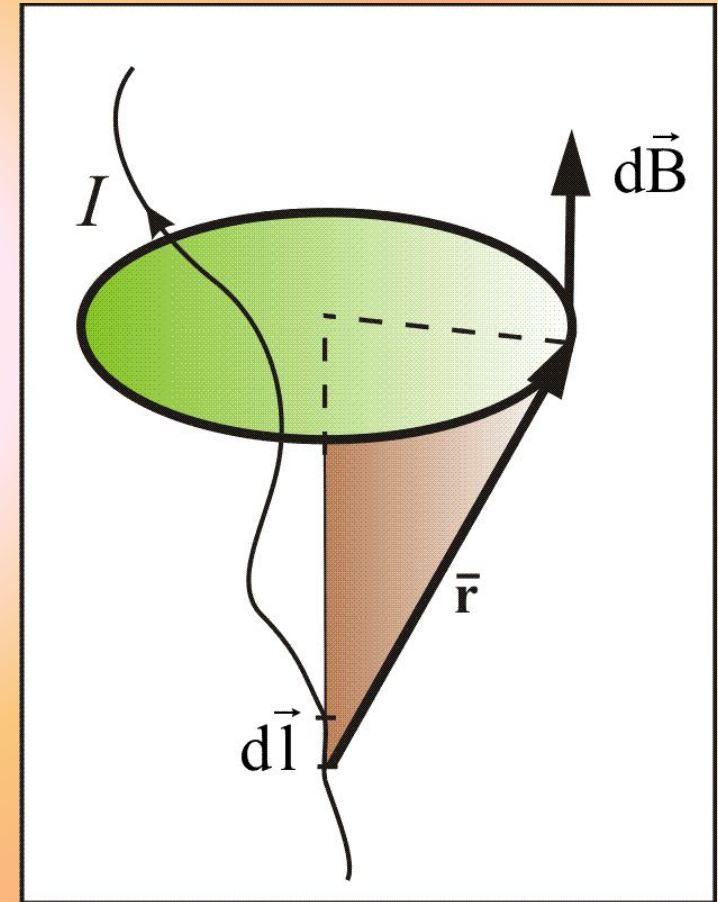
# Закон Био–Савара–Лапласа

*Элемент тока длины  $d\vec{l}$  создает поле с магнитной индукцией:*

$$dB = k \frac{Idl}{r^2}$$

или в векторной форме:

$$d\vec{B} = k \frac{I[d\vec{l}, \vec{r}]}{r^3}.$$



Здесь:  $I$  – ток;

$d\vec{l}$  – вектор, совпадающий с элементарным участком тока и направленный в ту сторону, куда течет ток;

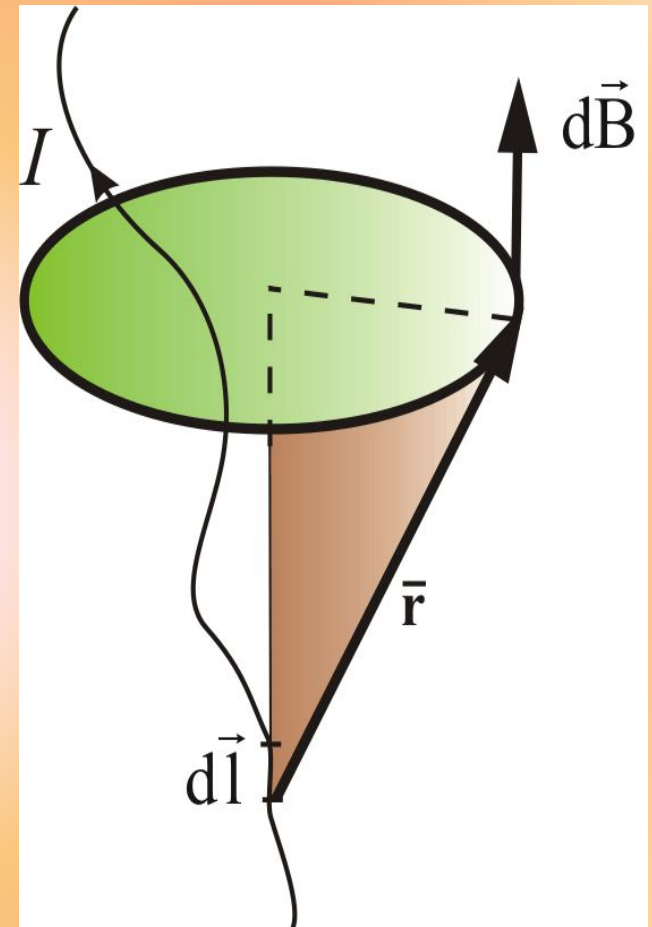
$\vec{r}$  – радиус-вектор, проведенный от элемента тока в точку, в которой мы определяем  $d\vec{B}$ ;

$r$  – модуль радиус-вектора;

$k$  – коэффициент

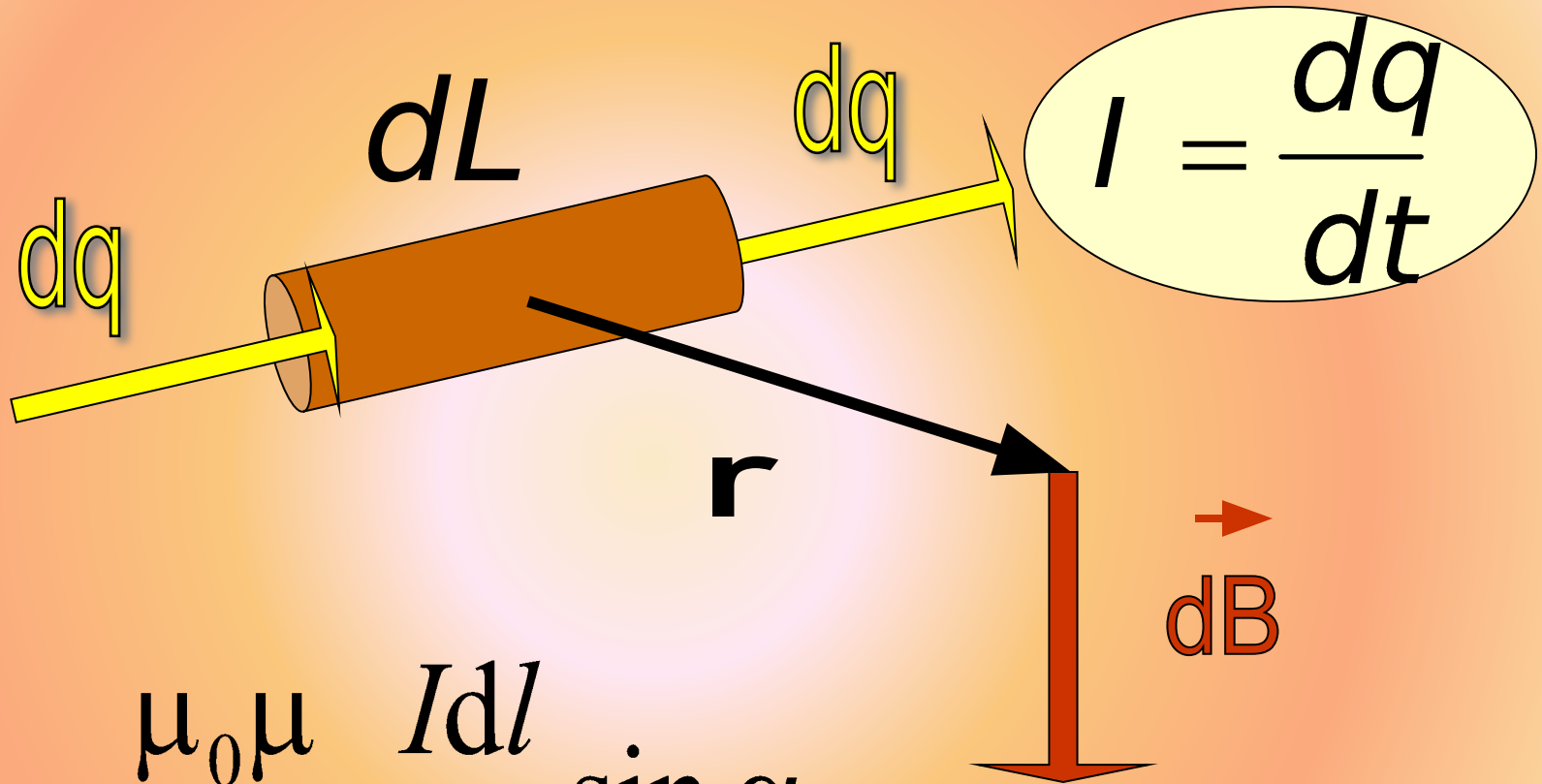
пропорциональности,

зависящий от системы единиц.



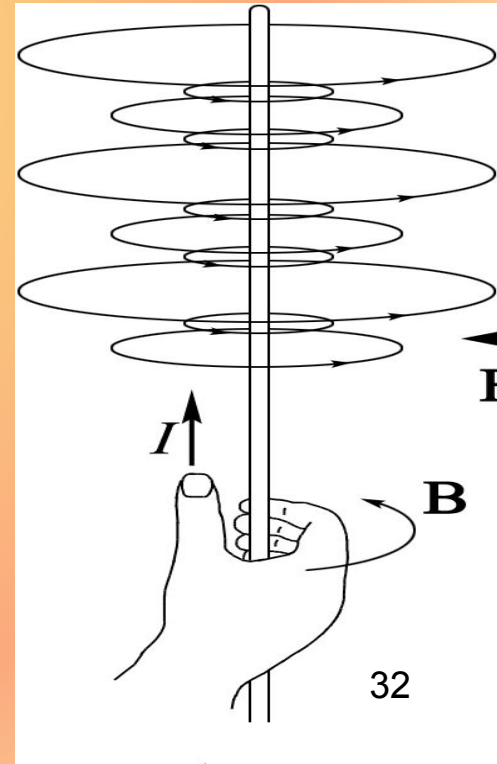
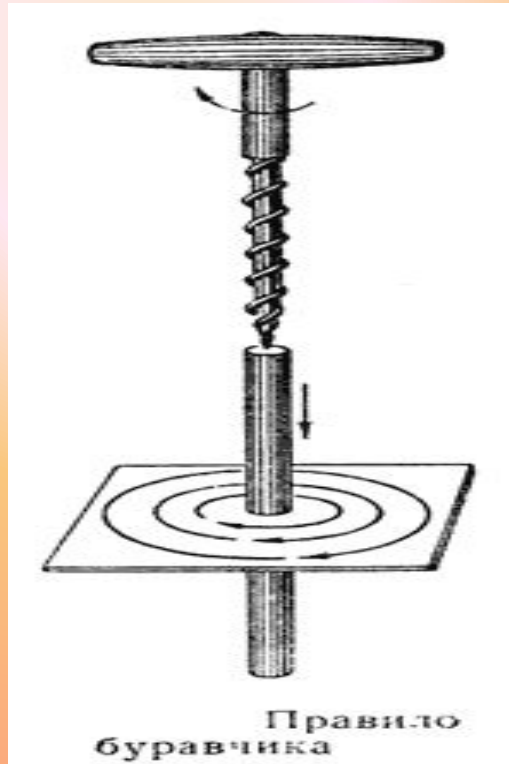
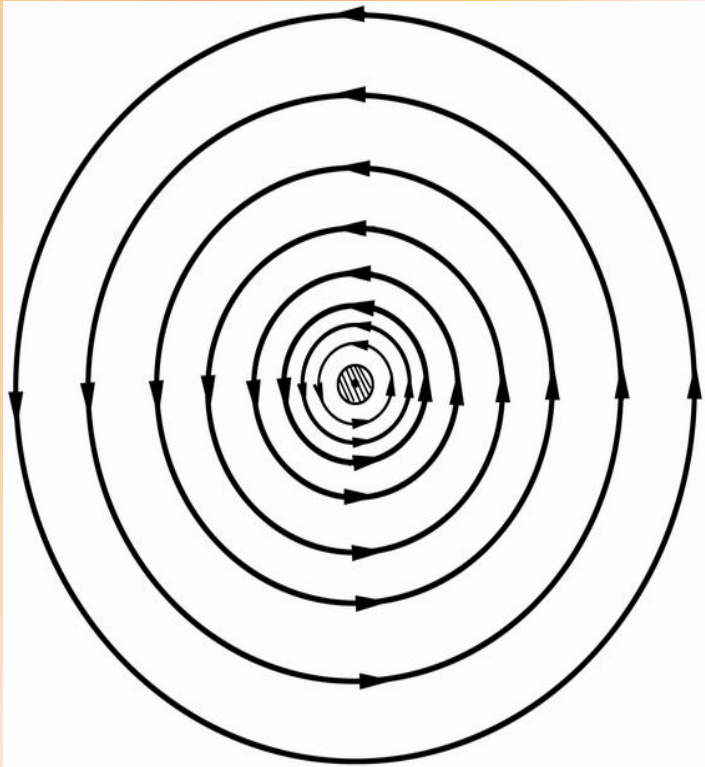
*Вектор магнитной индукции  $d\vec{B}$  направлен перпендикулярно плоскости, проходящей через  $d\vec{l}$  и точку, в которой вычисляется поле.*

# Поле элемента проводника с током



$$dB = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \cdot \frac{Idl}{r^2} \sin \alpha$$

Направление  $d\vec{B}$  связано с направлением  $d\vec{I}$   
«правилом буравчика»: направление вращения  
головки винта дает направление  $d\vec{B}$ ,  
поступательное движение винта  
соответствует направлению **тока** в элементе.





Закон Био–Савара–Лапласа устанавливает величину и направление вектора  $d\vec{B}$  в произвольной точке магнитного поля, созданного проводником  $d\vec{l}$  с током  $I$ .

Модуль вектора определяется соотношением:

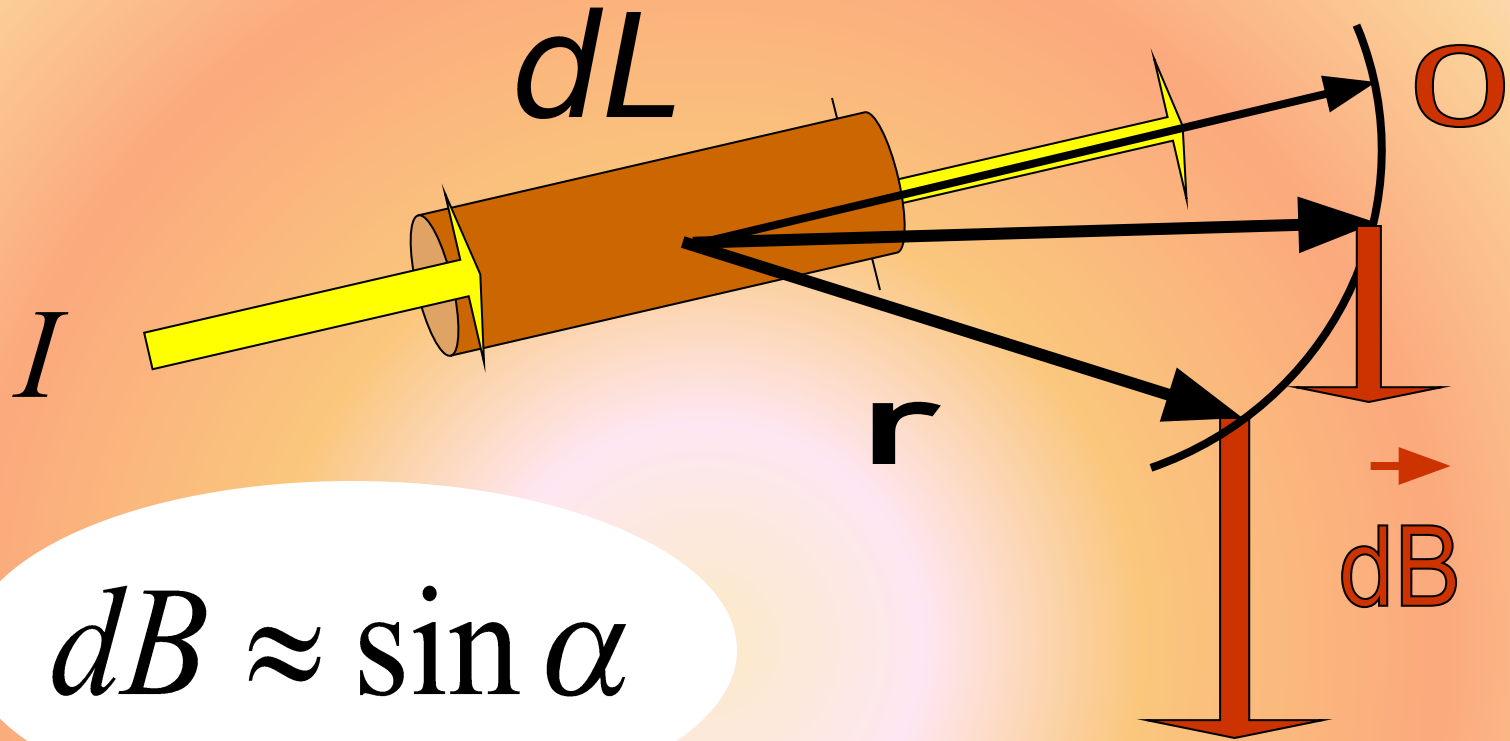
$$dB = k \frac{Idl \sin \alpha}{r^2},$$

где  $\alpha$  - угол между  $d\vec{l}$  и  $\vec{r}$ ;  $k$  – коэффициент пропорциональности.

Закон Био–Савара–Лапласа для **вакуума** можно записать так:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl \sin\alpha}{r^2},$$

где  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$  магнитная постоянная.



$$dB \approx \sin \alpha$$

$$\sin 90^\circ = 1, \quad \sin 30^\circ = 0,5$$

$$\sin 0^\circ = 0$$

*Магнитное поле любого тока может быть вычислено как векторная сумма (суперпозиция) полей, создаваемых отдельными элементарными участками тока:*

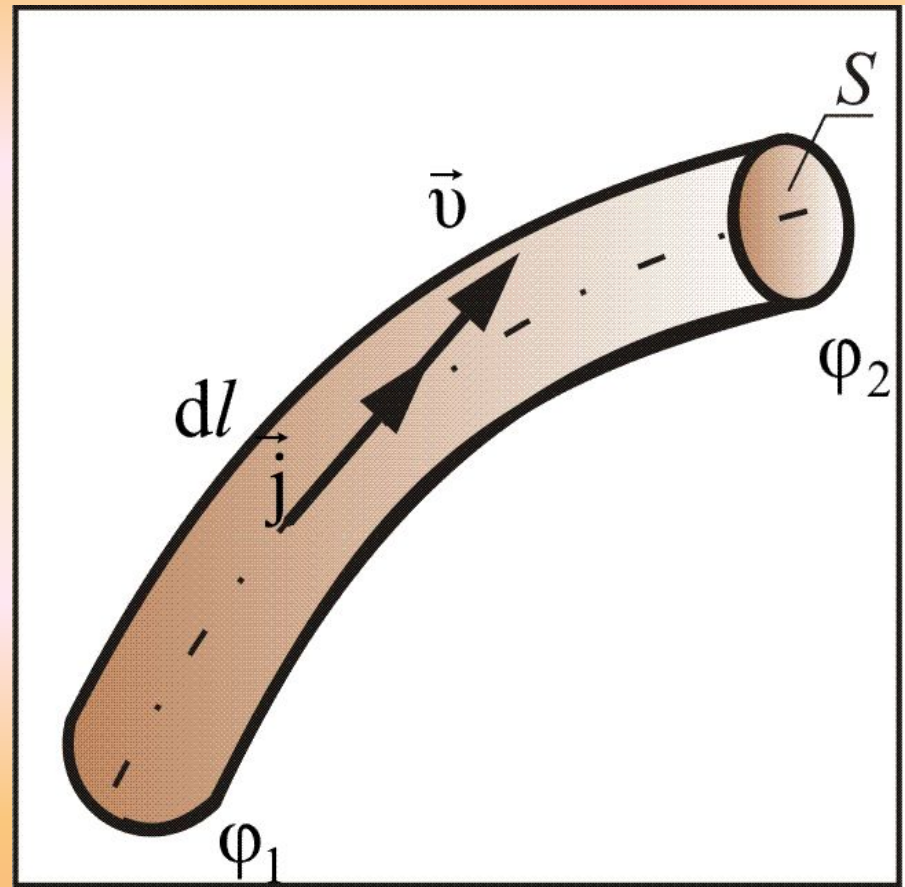
$$\vec{B} = \sum \vec{B}_i.$$

# 1.3. Магнитное поле движущегося заряда

*Электрический ток – упорядоченное движение зарядов, а магнитное поле порождается движущимися зарядами.*

Под свободным движением заряда

понимается его движение с постоянной скоростью



*Индукция магнитного поля, создаваемого одним зарядом, движущимся со скоростью  $\vec{v}$ :*

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{q[\vec{v}, \vec{r}]}{r^3}.$$

В скалярной форме *индукция магнитного поля одного заряда* в вакууме определяется по формуле:

$$B = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{q v \sin(\vec{v}, \vec{r})}{r^2}.$$

Эта формула справедлива при скоростях заряженных частиц

$$v \ll c$$

## 1.4. Напряженность магнитного поля

*Магнитное поле – это одна из форм проявления электромагнитного поля, особенностью которого является то, что **это поле действует только на движущиеся частицы и тела, обладающие электрическим зарядом, а также на намагниченные тела.***



*Магнитное поле создается проводниками с током, движущимися электрическими заряженными частицами и телами, а также переменными электрическими полями.*

*Силовой характеристикой магнитного поля служит вектор магнитной индукции поля, созданного одним зарядом в вакууме:*

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q[\vec{v}, \vec{r}]}{r^3}$$

# ФИЗИЧЕСКИЙ СМЫСЛ МАГНИТНОЙ ИНДУКЦИИ

$$|B| = \frac{|F|}{qV \sin \alpha}$$

$$Tл = H.c / (Кл.м)$$

**Напряженностью магнитного поля** называют векторную величину  $\vec{H}$ , характеризующую магнитное поле и определяемую следующим образом:

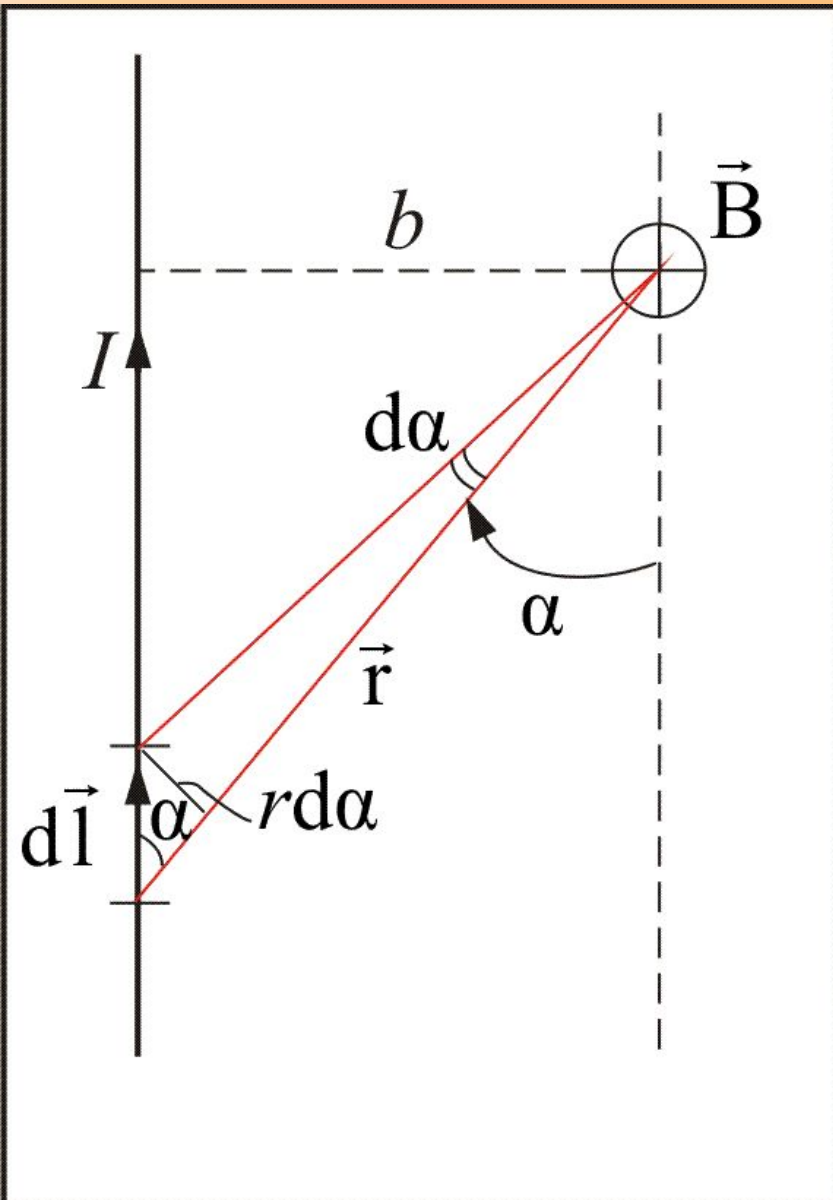
$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0}$$

Напряженность магнитного поля заряда  $q$ , движущегося **в вакууме** равна:

$$\vec{H} = \frac{1}{4\pi} \frac{q[\vec{v}, \vec{r}]}{r^3}$$

**Закон Био–Савара–Лапласа для  $\vec{H}$**

## 1.5. Магнитное поле прямого тока



Рассмотрим  
магнитное поле  
прямого тока

Пусть точка, в которой определяется магнитное поле, находится на расстоянии  $b$  от провода. Из рис. 1.6 видно, что:

$$r = \frac{b}{\sin\alpha}; \quad dl = \frac{r d\alpha}{\sin\alpha} = \frac{b d\alpha}{\sin^2\alpha}.$$

Подставив найденные значения  $r$  и  $dl$  в закон Био–Савара–Лапласа, получим:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I b d\alpha \sin\alpha \sin^2\alpha}{\sin^2\alpha \cdot b^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{b} \sin\alpha d\alpha.$$

Для **конечного проводника** угол  $\alpha$  изменяется от  $\alpha_1$  до  $\alpha_2$ . Тогда:

$$B = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{b} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin\alpha \, d\alpha = \frac{\mu_0 I}{4\pi b} (\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2).$$

(1.5.1)

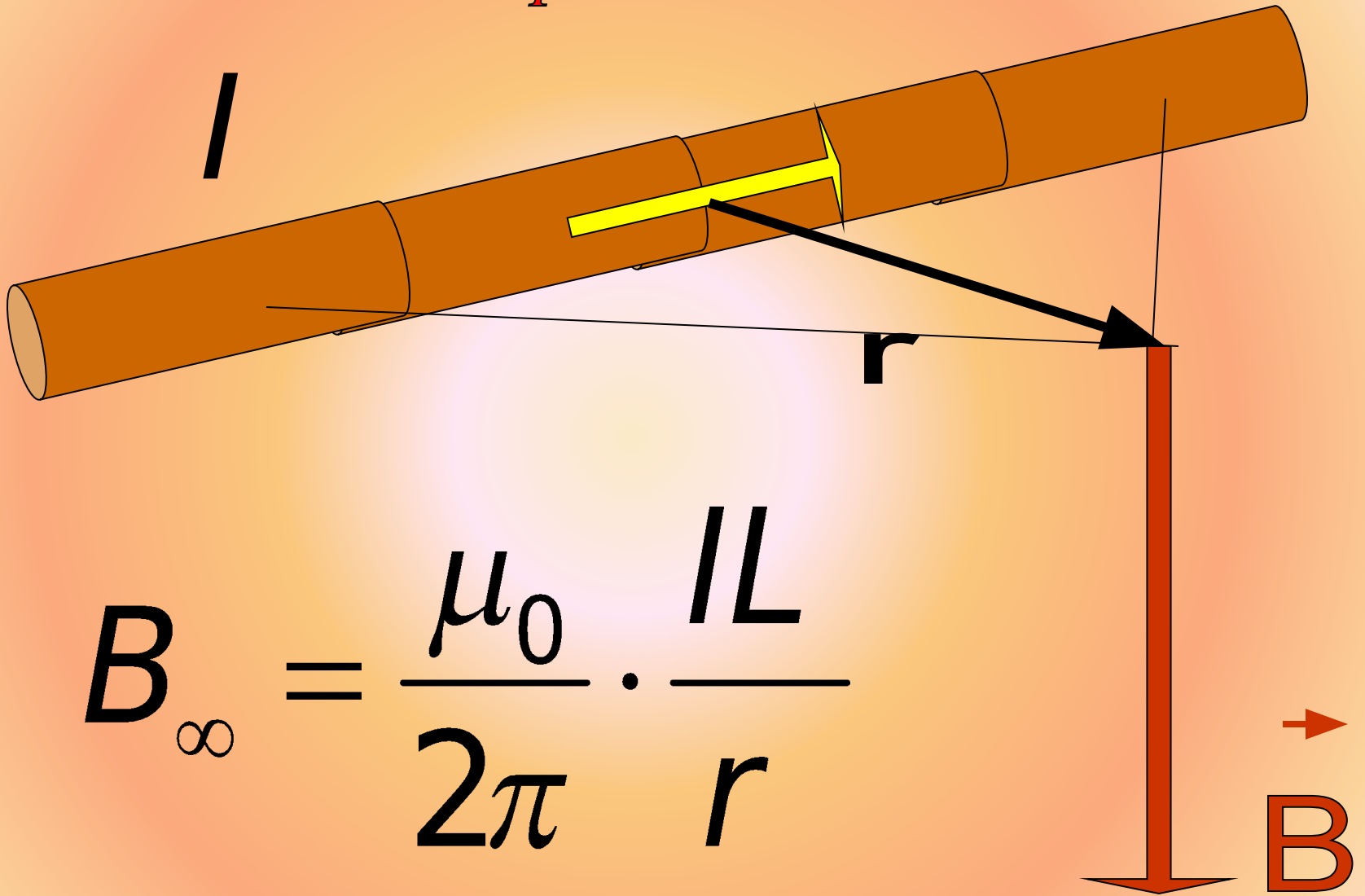
Для **бесконечно длинного проводника**  $\alpha_1 = 0$ ,  
а  $\alpha_2 = \pi$ , тогда:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi b}$$

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I}{b}.$$

(1.5.2)

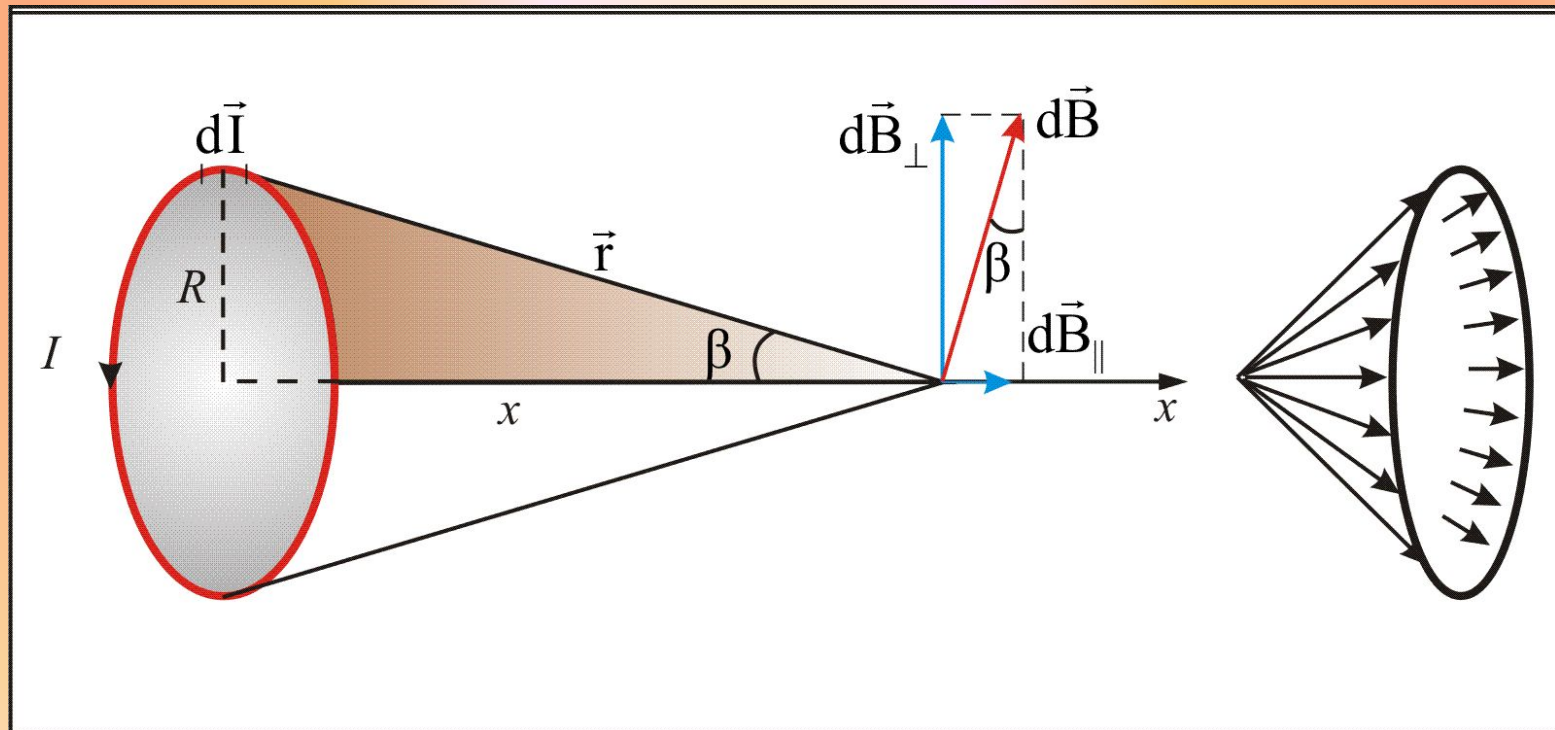
# Поле прямого тока



$$B_{\infty} = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{IL}{r}$$

## 1.6. Магнитное поле кругового тока

Рассмотрим поле, создаваемое током  $I$ , текущим по тонкому проводу, имеющему форму окружности радиуса  $R$ .





$$\sin\beta = \frac{R}{r}$$

$$dB_{\parallel} = dB \sin\beta$$

т.к. угол между  $d\vec{l}$  и  $\vec{r}$   $\alpha$  – прямой, то  
 $\sin \alpha = 1$ ,

тогда получим:

$$dB_{\parallel} = dB \frac{R}{r} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl}{r^2} \frac{R}{r}.$$

$$(1.6.1)$$

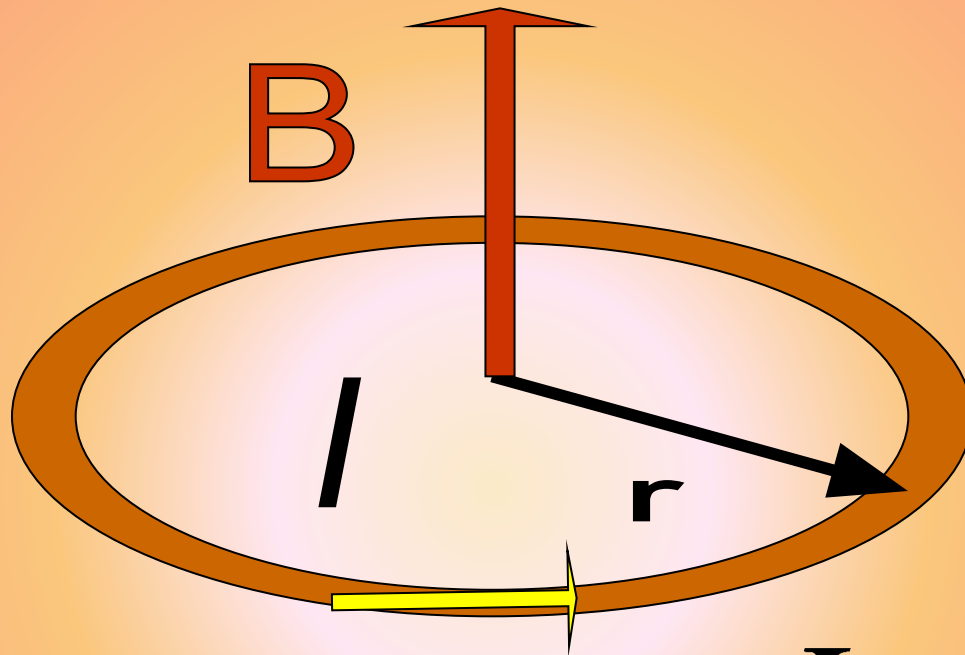
Подставив в (1.6.1)  $r = \sqrt{R^2 + x^2}$  и, проинтегрировав по всему контуру  $l = 2\pi R$  получим выражение для нахождения *магнитной индукции кругового тока*:

$$B = \int_0^{2\pi R} dB_{\parallel} = \frac{\mu_0 IR}{4\pi r^3} \int_0^{2\pi R} dl = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\pi R^2 I}{(R^2 + x^2)^{3/2}}. \quad (1.6.2)$$

При  $x = 0$ , получим *магнитную индукцию в центре кругового тока*:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R} \quad (1.6.3)$$

# Поле кругового тока



$$B_0 = \frac{\mu_0}{2} \cdot \frac{I}{r}$$

Заметим, что в числителе (1.6.2)

$I\pi R^2 = I\bar{S} = P_m$  магнитный момент контура. Тогда,

на большом расстоянии от контура, при

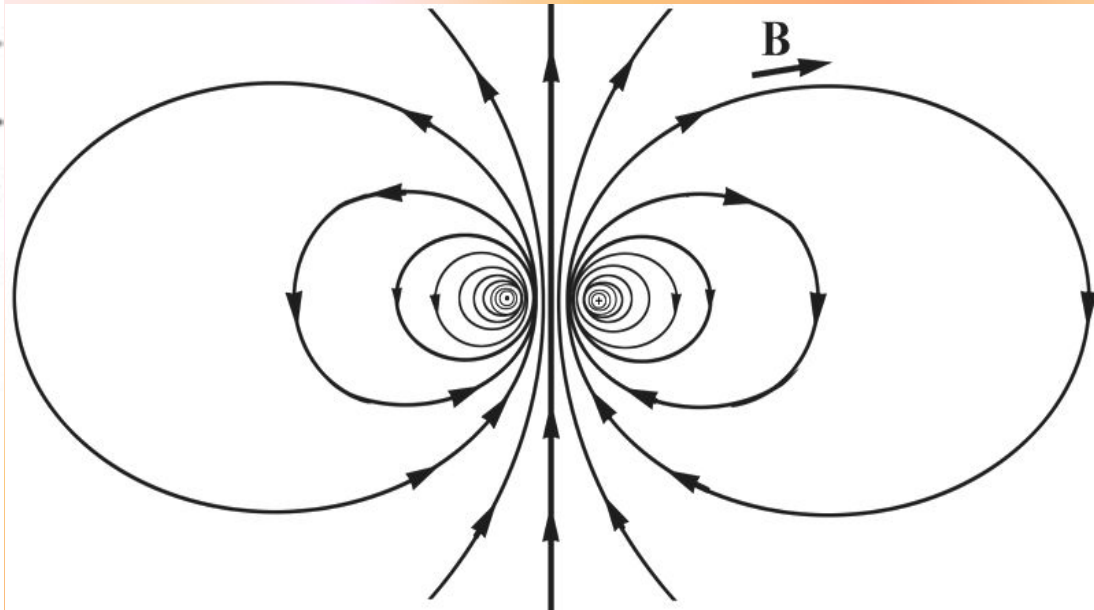
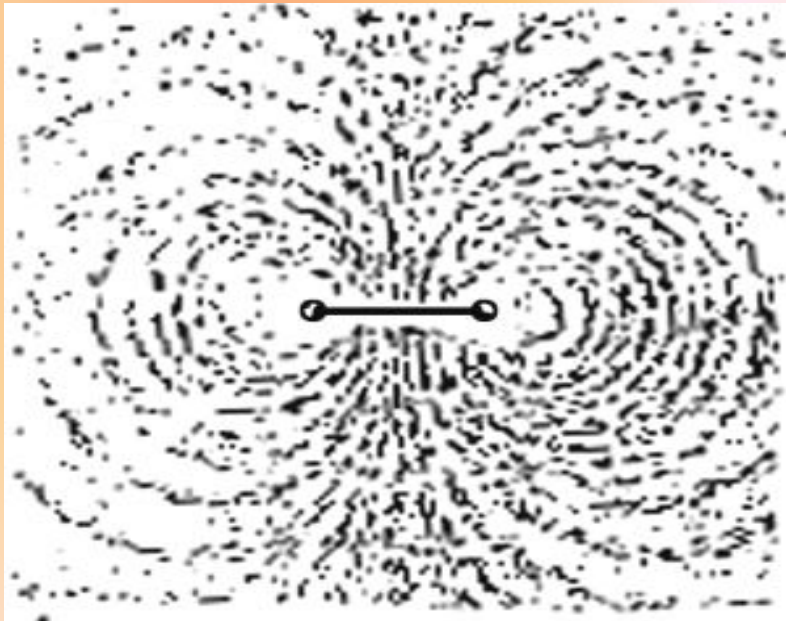
, магнитную индукцию можно рассчитать

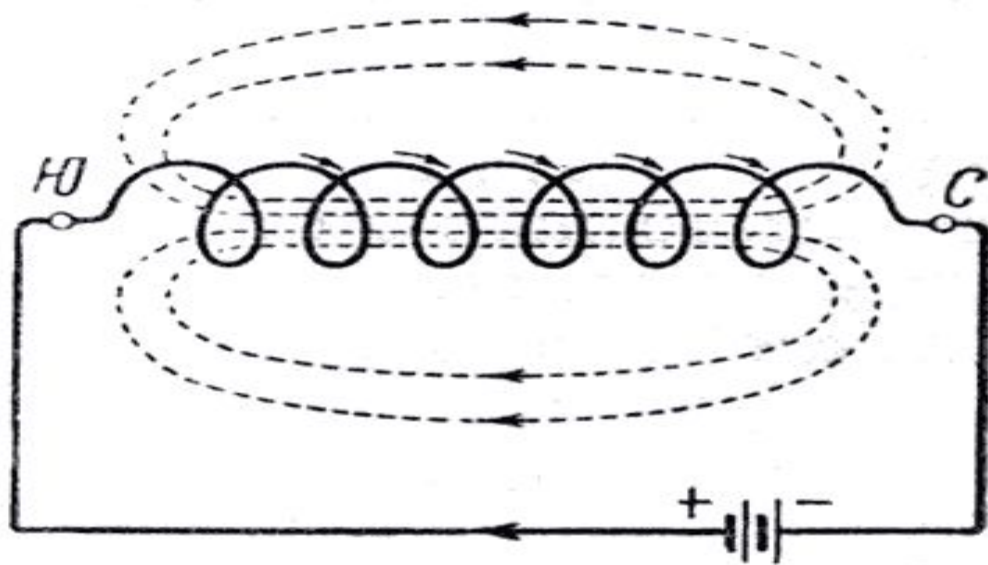
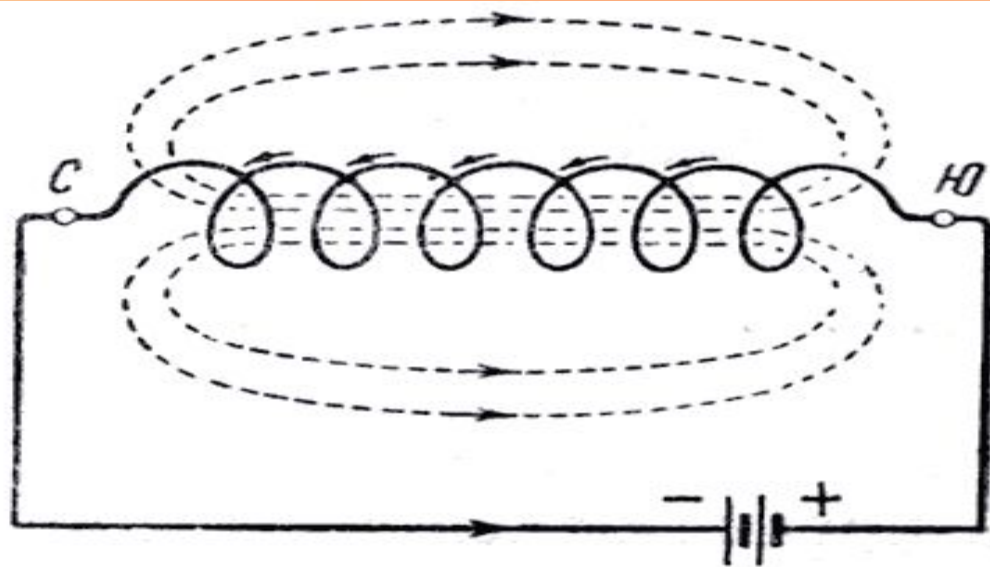
по формуле:

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2P_m}{x^3}.$$

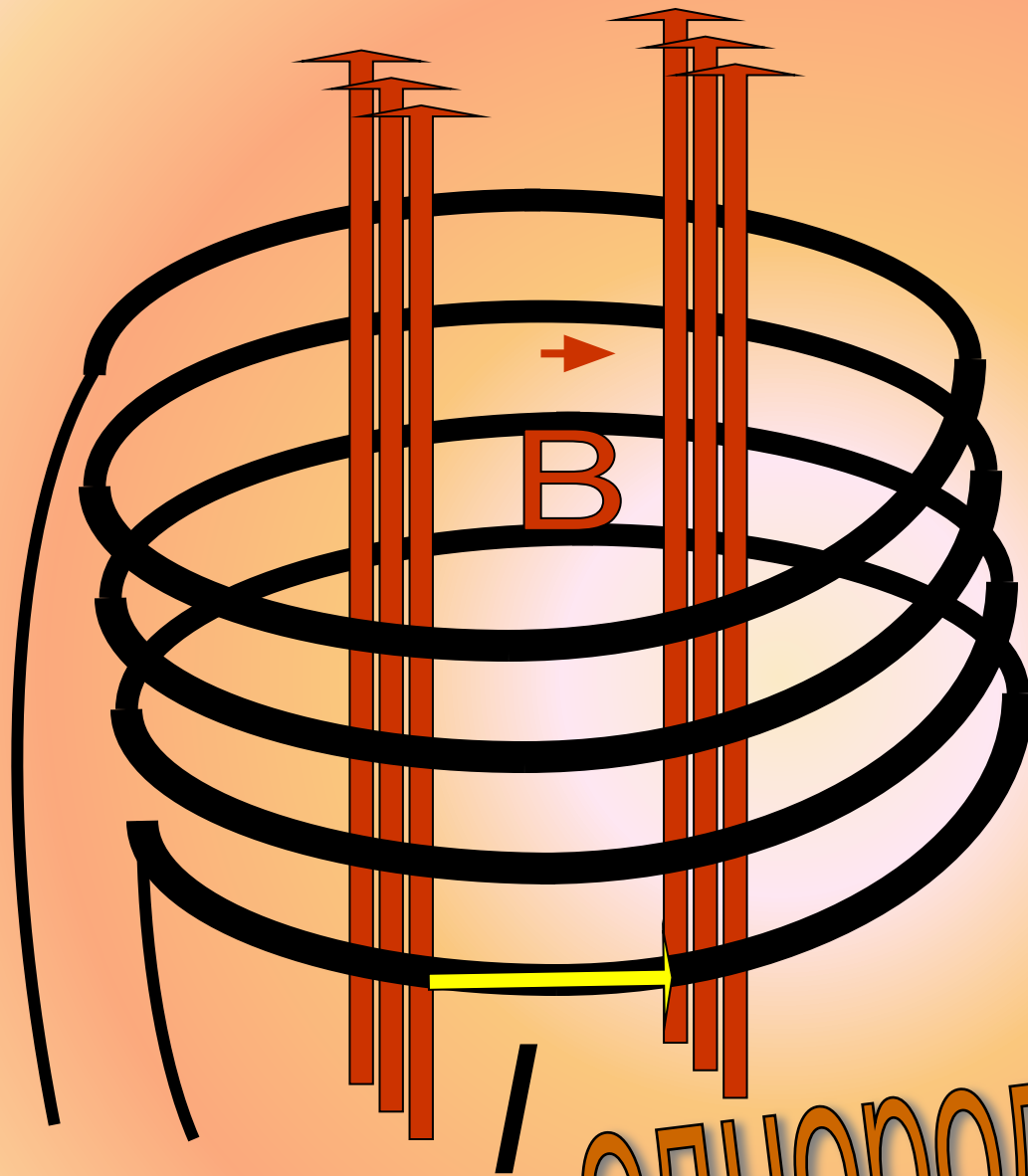
(1.6.4)

Силловые линии магнитного поля кругового тока хорошо видны в опыте с железными опилками ( см. рис.).





Магнитное поле  
спирали



Поле соленоида

однородное поле

## 1.7. Теорема Гаусса для вектора магнитной индукции

*Поток вектора через замкнутую поверхность должен быть равен нулю.*

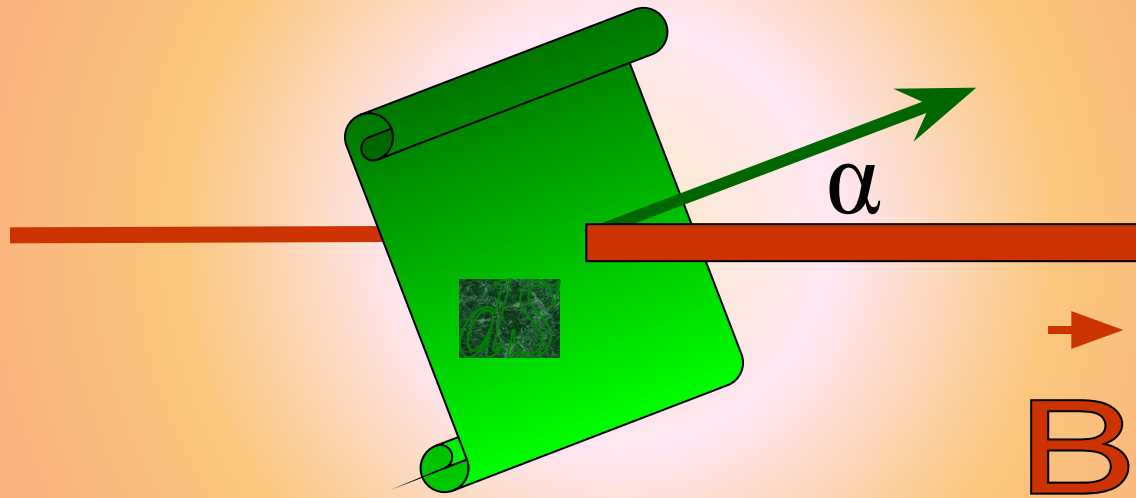
Таким образом:

$$\Phi_B = \oint_S \mathbf{B} d\mathbf{S} = 0 \quad (1.7.1)$$

*Это теорема Гаусса для  $\Phi_B$  (в интегральной форме): поток вектора магнитной индукции через любую замкнутую поверхность равен нулю.*



# Определение потока вектора магнитной индукции



$$d\Phi = B dS \cos \alpha$$

**В природе нет магнитных зарядов – источников магнитного поля, на которых начинались и заканчивались бы линии магнитной индукции.**

Заменив поверхностный интеграл в (1.7.1) объемным, получим:

$$\int_V \nabla B dV = 0 \quad (1.7.2)$$

где  $\nabla = \left( \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \right)$  – оператор Лапласа.

*Магнитное поле обладает тем свойством, что его дивергенция всюду равна нулю:*

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = 0.$$

(1.7.3)

Электростатического поля может быть выражено скалярным потенциалом  $\varphi$ , а *магнитное поле – вихревое, или соленоидальное*

## Основные уравнения магнитостатики

- Основные уравнения магнитостатики для магнитных полей, созданных постоянными потоками зарядов, записанные в дифференциальной форме, имеют вид

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0, \quad \operatorname{rot} \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j}.$$

Первое из этих уравнений говорит, что дивергенция вектора  $\mathbf{B}$  равна нулю.

- Если сравнить его с аналогичным уравнением для электрического поля

$$\operatorname{div} \mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

то можно прийти к выводу, что магнитного аналога электрического заряда не существует. Нет зарядов, из которых выходят линии вектора магнитной индукции  $\mathbf{B}$ .

- Возникают магнитные поля в присутствии токов и являются вихревыми полями в области, где есть токи.
- Векторная функция векторного аргумента – *ротор*, *взятая от  $\mathbf{B}$ , пропорциональна плотности тока*

$$\text{rot } \mathbf{B} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = \mu_0 \mathbf{j}.$$

- Магнитные линии образуют петли вокруг токов.
- Не имея ни конца, ни начала, линии  $\mathbf{B}$  возвращаются в исходную точку, образуя замкнутые петли.
- В любых, самых сложных случаях линии  $\mathbf{B}$  не исходят из точек.
- Утверждение, что  $\text{div} \mathbf{B} = 0$ , справедливо всегда.

Сравнив уравнения магнитостатики

$$\operatorname{rot}\mathbf{B} = \mu_0\mathbf{j}, \quad \operatorname{div}\mathbf{B} = 0$$

с уравнениями электростатики

$$\operatorname{rot}\mathbf{E} = 0, \quad \operatorname{div}\mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

МОЖНО ЗАКЛЮЧИТЬ, ЧТО *электрическое поле всегда потенциально, а его источниками являются электрические заряды.*

