

# Чёрные дыры, кротовые норы, машина времени.

Меньшиков Л.И.

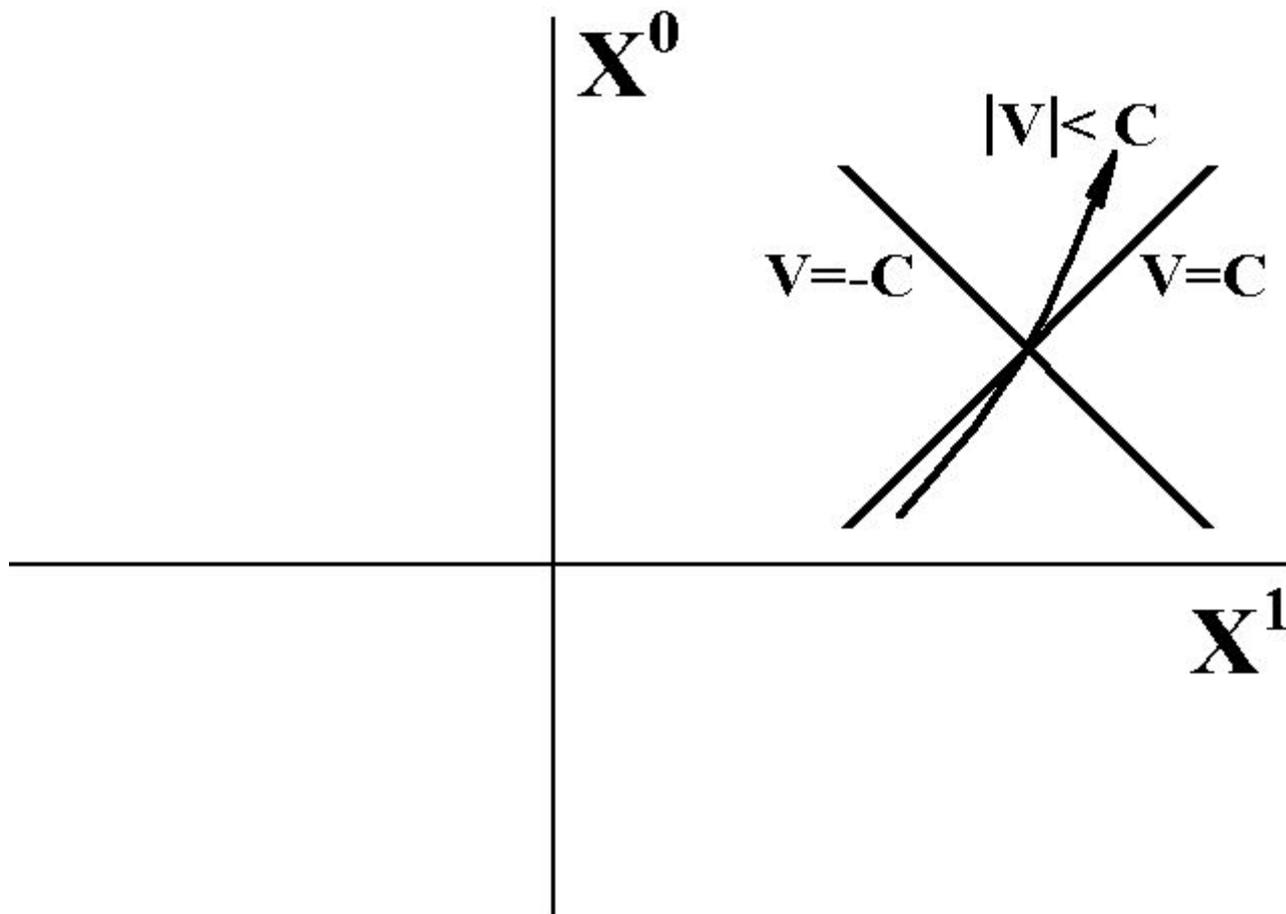
«Курчатовский институт»,

МФТИ

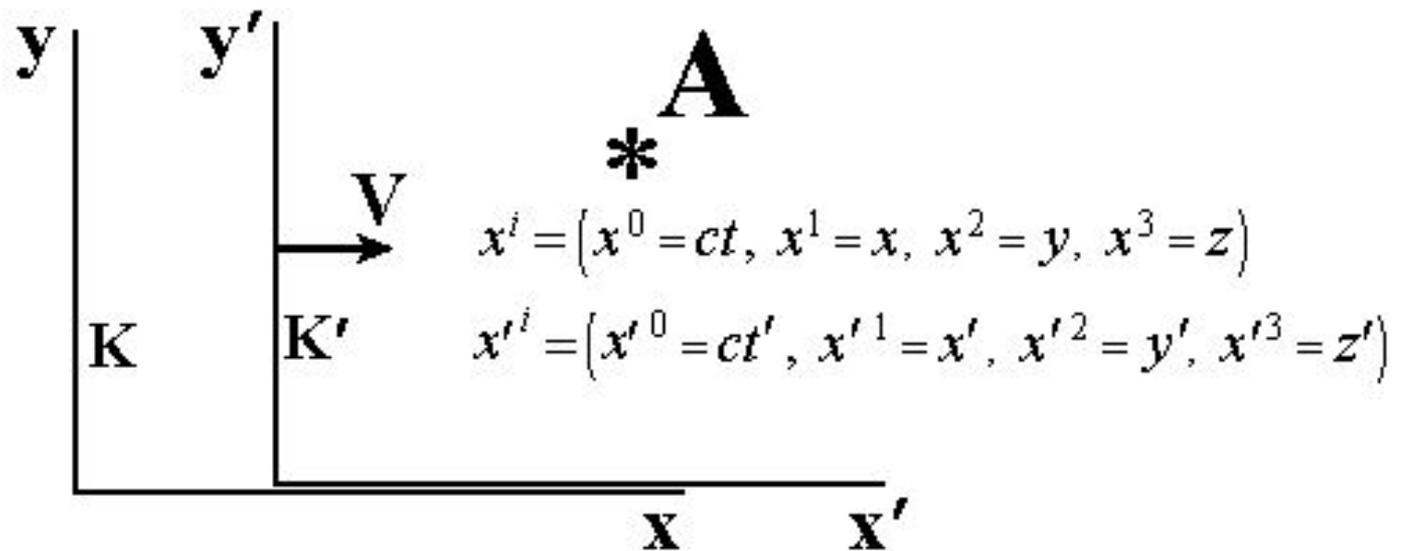
# Специальная теория относительности (СТО).

- **Принцип относительности Галилея-Эйнштейна:**
- «Все ИСО равноправны» (одинаковые опыты дают одинаковые результаты)
- **Следствия:**
- Физические уравнения имеют одинаковый вид в разных ИСО (ковариантность).
- Физические (измеряемые) величины – скаляры ( $\Phi$ ), 4-векторы ( $A^i$ ), 4 – тензоры ( $T^{ik}, \dots$ )
- **Пространство:**  
до СТО: 3D, евклидово,  $x^\alpha = (x^1 = x, x^2 = y, x^3 = z)$ ,  
 $\Delta L^2 = (\Delta x^1)^2 + (\Delta x^2)^2 + (\Delta x^3)^2$  - квадрат длины  
после: 4D (Минковский), псевдоевклидово,  
 $x^i = (x^0 = ct, x^1 = x, x^2 = y, x^3 = z)$   
 $\Delta S^2 = (\Delta x^0)^2 - (\Delta x^1)^2 - (\Delta x^2)^2 - (\Delta x^3)^2$  - интервал
- .....

# Пространство Минковского.



## Преобразование Лоренца. Интервал.



$$x^0 = \gamma(x'^0 + \beta x'^1), \quad x^1 = \gamma(x'^1 + \beta x'^0), \quad x^2 = x'^2, \quad x^3 = x'^3$$

Лоренц:  $t'$  - нефизическое, фиктивное время.

Эйнштейн:  $t'$  - физическое время в  $K'$  (синхронизованное).

$\Delta S^2 = \Delta S'^2$  - измерение интервала неподвижными и движущимися часами и линейками даёт одинаковый результат.

**Вывод:**  $\Delta S^2$  - свойство пространства-времени, а не часов и линеек (метричность).

## Некоторые следствия:

- период движущихся часов больше, чем неподвижных (кинематический эффект замедления времени).
- длина движущейся линейки меньше, чем неподвижной (лоренцево сокращение).
- $E = mc^2$
- СРТ- теорема (существование античастиц)
- .....

# **Общая теория относительности.**

- 1) Принцип эквивалентности.
- 2) Независимость периода часов и длины линейки от ускорения.

# Предположение 1: Принцип эквивалентности (ПЭ).

А) Равенство инертной и гравитационной масс.

Три типа масс: инертная, тяжёлая, гравитационная.

**Инертная масса** (мера инерции):

ИСО:

$$\mathbf{P} = M_{\text{И}} \cdot \mathbf{V} \quad d\mathbf{P}/dt = \mathbf{F} \quad d\mathbf{V}/dt = \mathbf{F} / M_{\text{И}}$$

НСО («А-система отсчёта»):

$$\mathbf{V}' = \mathbf{V} - \mathbf{u} \quad M_{\text{И}} \cdot d\mathbf{V}'/dt = \mathbf{F} + \mathbf{F}_{\text{И}}$$

$$\mathbf{F}_{\text{И}} = -M_{\text{И}} \cdot \mathbf{a} \quad \mathbf{a} = d\mathbf{u}/dt$$

**Тяжёлая масса** (гравитационный "заряд"):

$$M_{\text{И}} \cdot d\mathbf{V}/dt = q \cdot \mathbf{E} + M_{\text{Т}} \cdot \mathbf{g}$$

$\mathbf{g}$  – "напряжённость" гравитационного поля

Опыт Галилея:

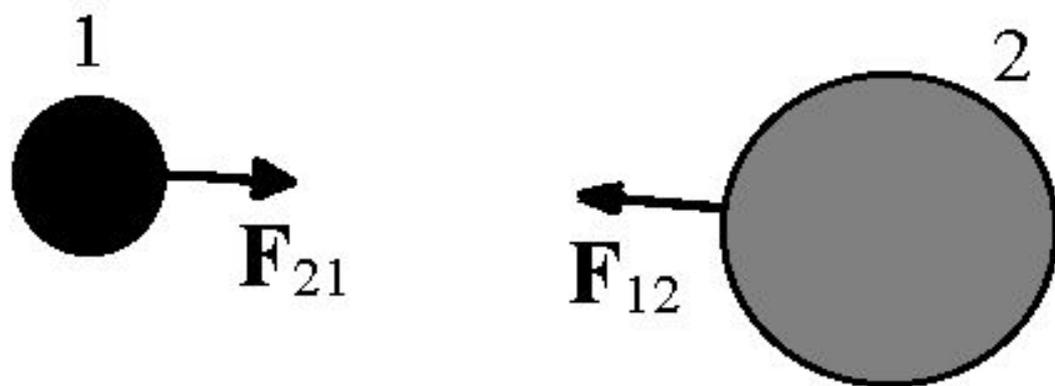
$$M_{1\text{И}} \cdot \mathbf{a}_1 = M_{1\text{Т}} \cdot \mathbf{g} \quad M_{2\text{И}} \cdot \mathbf{a}_2 = M_{2\text{Т}} \cdot \mathbf{g}$$
$$\mathbf{a}_1 = \mathbf{a}_2$$

$$M_{1\text{И}} / M_{1\text{Т}} = M_{2\text{И}} / M_{2\text{Т}} = \text{const} = 1$$

$$\boxed{M_{\text{И}} = M_{\text{Т}}}$$

**Гравитационная масса** (способность создавать гравитационное поле):

$$\mathbf{g} = -G M_{\Gamma} \mathbf{R} / R^3$$



$$\mathbf{F}_{12} = M_{2T} \cdot \mathbf{g}_1 = -G M_{2T} M_{1\Gamma} \mathbf{R} / R^3$$

$$\mathbf{F}_{21} = M_{1T} \cdot \mathbf{g}_2 = -G M_{1T} M_{2\Gamma} \mathbf{R} / R^3$$

$$\mathbf{F}_{12} = -\mathbf{F}_{21}$$

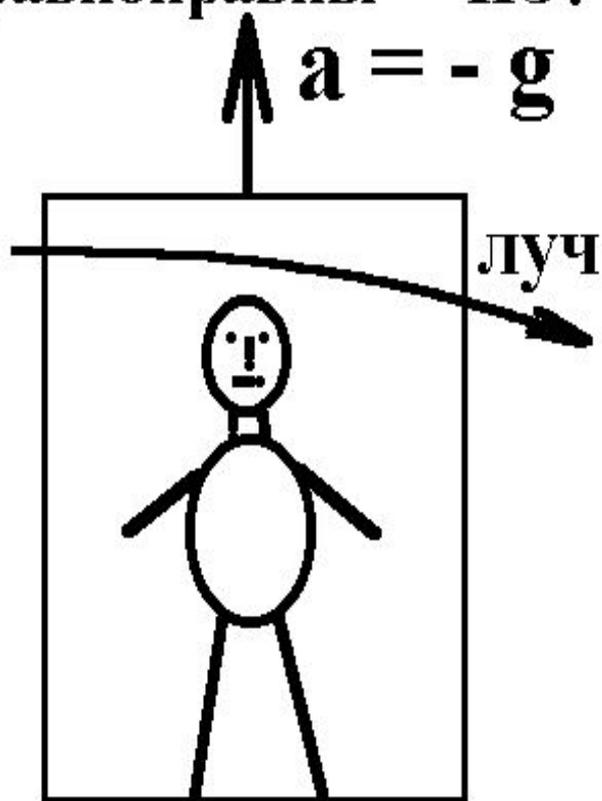
$$M_{1\Gamma} / M_{1T} = M_{2\Gamma} / M_{2T} = \text{const} = 1 \quad \boxed{M_{\Gamma} = M_{T}}$$

$$\boxed{M_{\Gamma} = M_{И}}$$

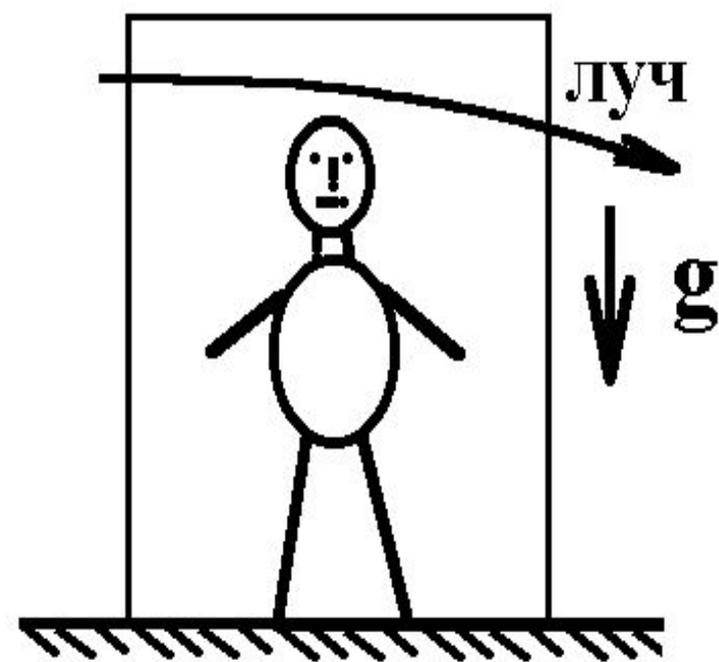
Выводы: 1)  $M_{\Gamma} = M_{И}$

2) Гравитация и инерция - единое явление, как электричество и магнетизм.

3) "Ускоренная ("A") и гравитационная ("G") системы отсчёта равноправны" - ПЭ:  $"A" \equiv "G"$



"A" - система



"G" - система

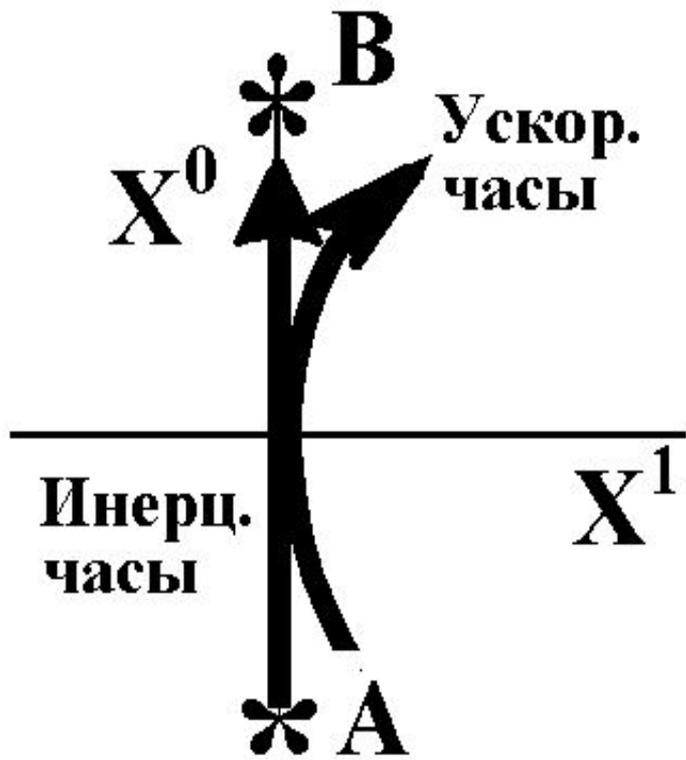
# Предположение 2:

Независимость периода часов и  
длины линейки от ускорения.

Ускоренные часы:



$$F_{\text{упр}} = k \cdot x \gg F_{\text{инерц}} = m \cdot a$$



$$X^1 \approx \frac{a}{2c^2} (X^0)^2 \approx 0$$

– ускоренные часы  
практически покоятся !

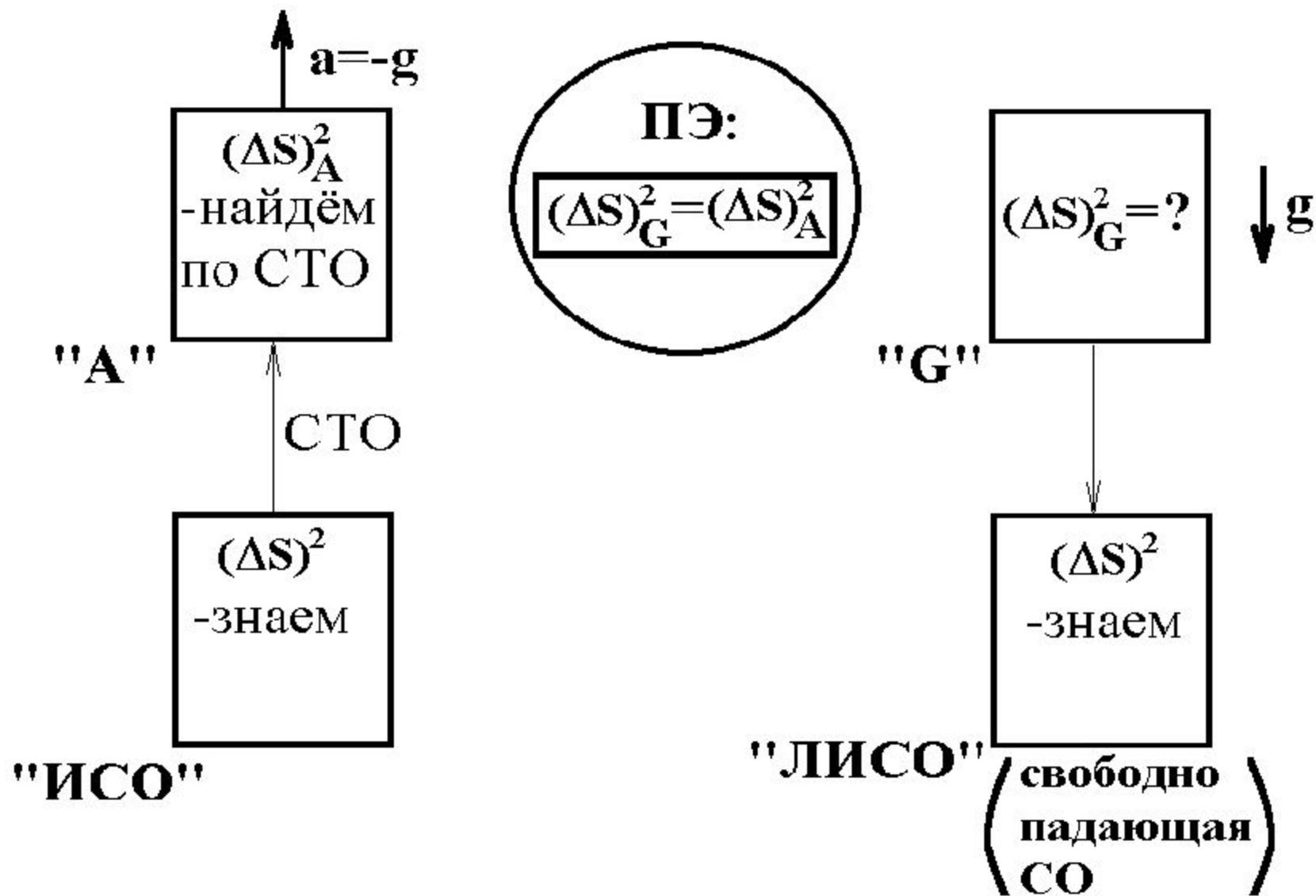
$$N_{\text{кол.ин.}} \approx N_{\text{кол.уск.}}$$

$$(\Delta S)_{\text{ин.}}^2 \approx (\Delta S)_{\text{уск.}}^2$$

**Выводы:**

- 1) Измерения интервала инерциальными и ускоренными часами дают одинаковые результаты.
- 2) Интервал - свойство пространства-времени, а не часов.

# Как описать гравитационное поле ?



# Переход "ИСО" $\rightarrow$ "А".

"А"- ускоренный жёсткий стержень с часами.



$X=X(t,Z)$  - закон движения часов в лаб. СО "К",

$X(t=0, Z) = Z$  - начальная координата часов (их "номер"),

$V(t=0, Z)=0$  - при  $t=0$  часы покоятся в лаб. СО "К".

**Выбираем:** собственные ускорения часов "а" постоянны

$$X = \sqrt{t^2 + \frac{1}{a^2}} \quad X(t=0, Z) = Z$$

Отсюда:  $a = 1/z, \quad X = \sqrt{t^2 + z^2}$

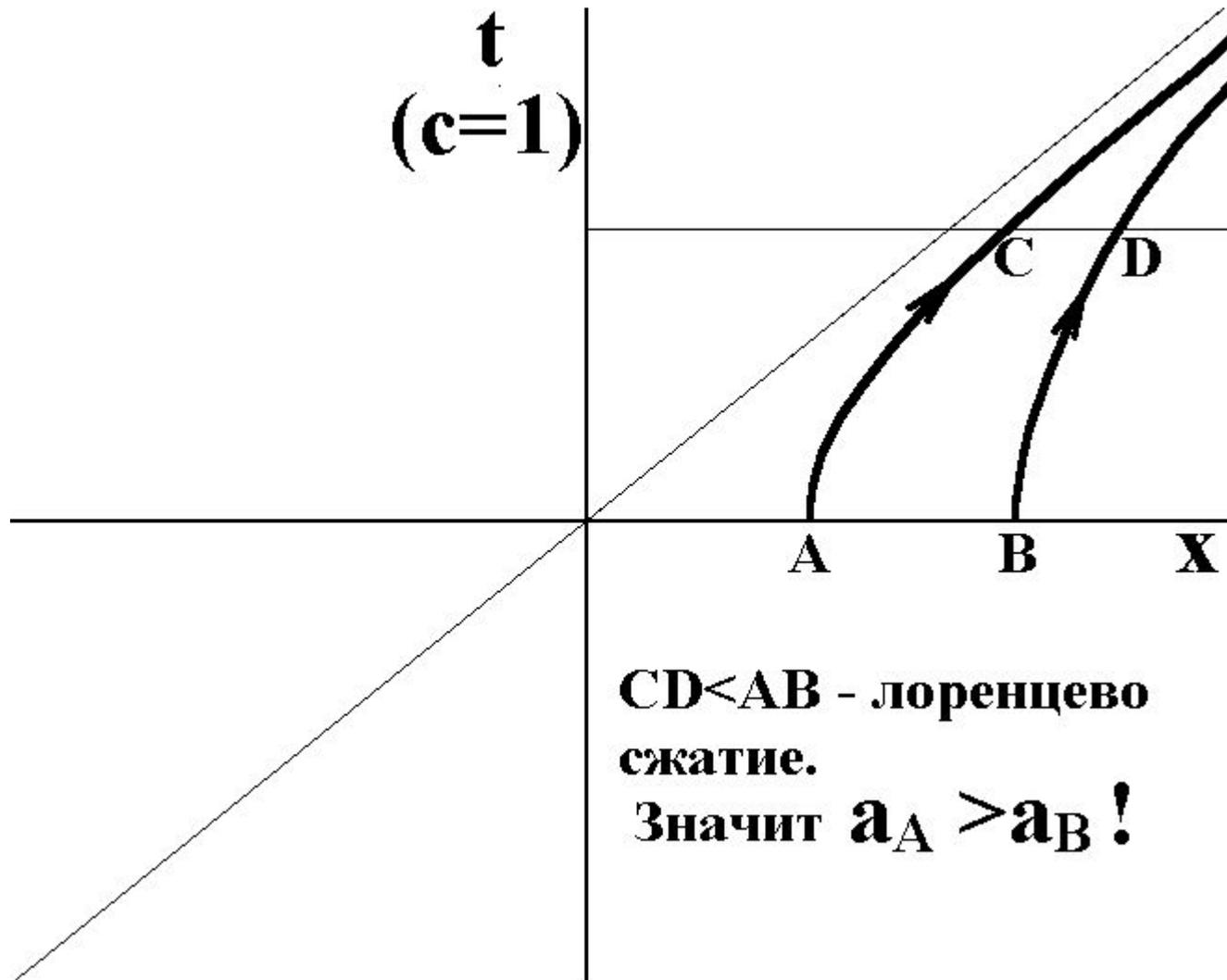
$$dX = X(t, Z+dZ) - X(t, Z) = dZ \cdot \partial X(t, Z) / \partial Z = dZ \sqrt{1-V^2} < dZ$$

- расстояние между ближайшими часами в лаб. СО.

**Вывод:** расстояние между ними в

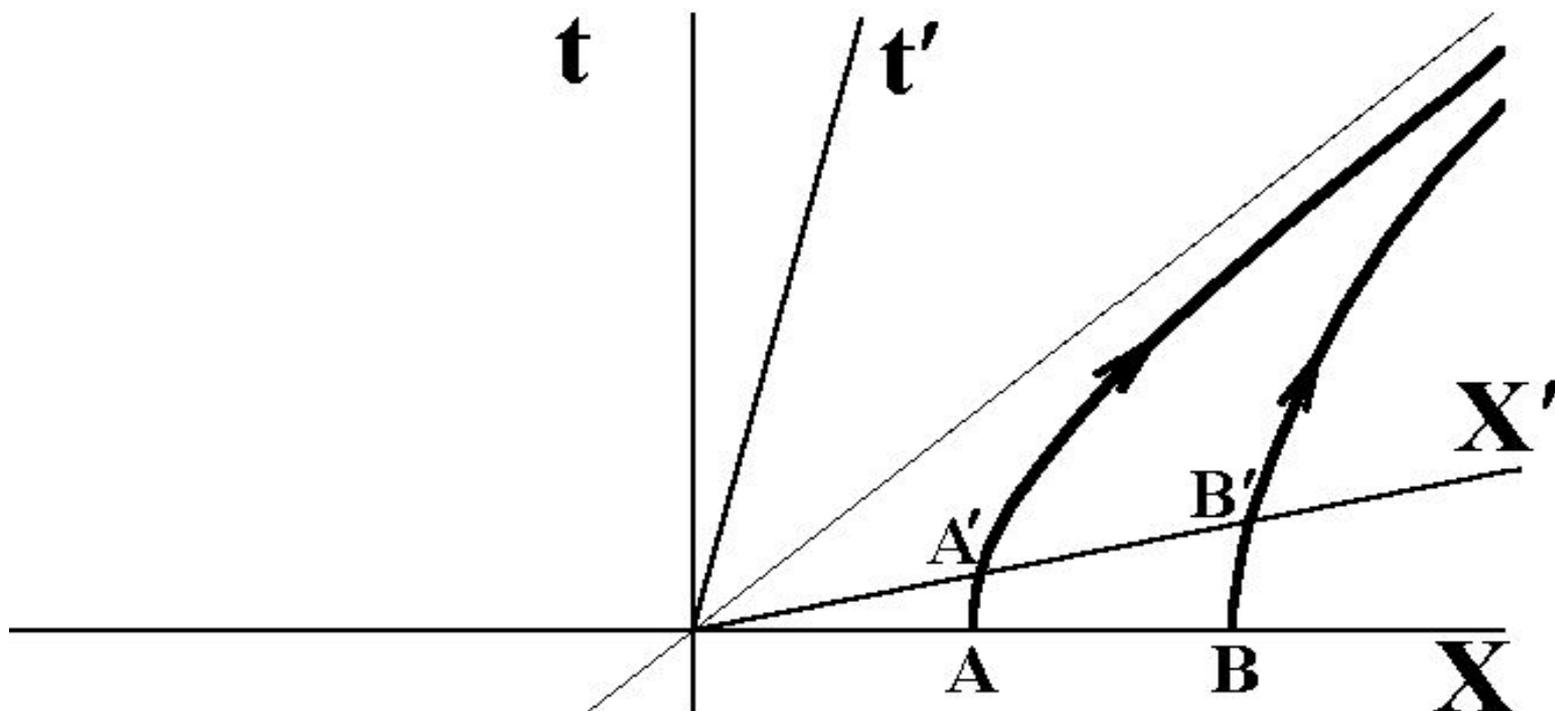
сопутствующей СО "К'" равно  $dZ$ , не меняется.

# Траектории часов на карте Минковского.



# Координаты в А-системе.

Z-координата в А-системе.



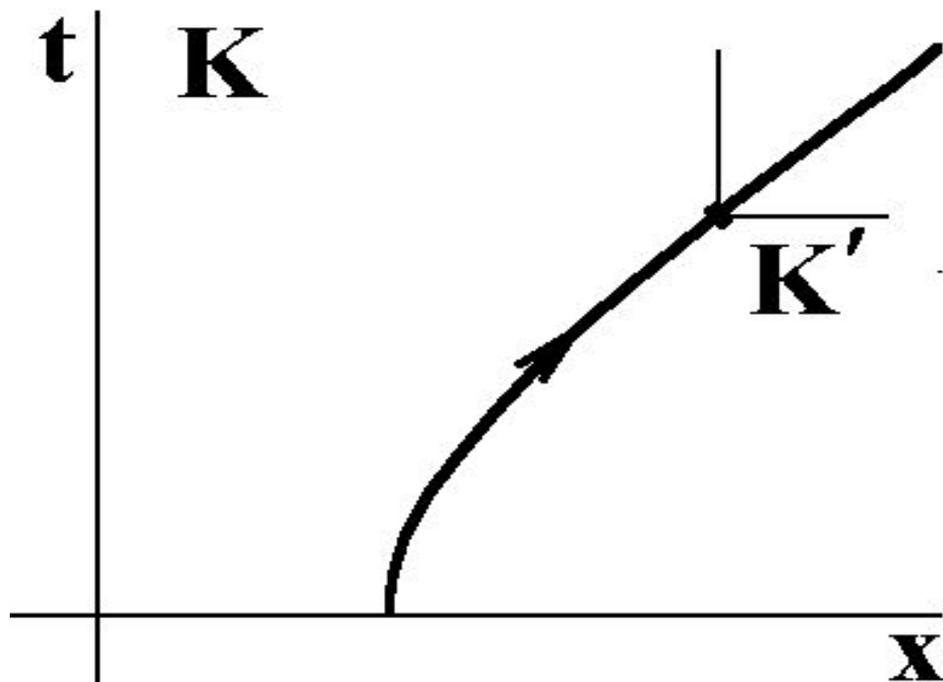
$$\tau(A) = \tau(B) = 0$$

$K$  и  $K'$  равноправны

$$\tau(A') = \tau(B') \Rightarrow \tau = f\left(\frac{t}{X}\right) \text{ - время в А-системе.}$$

$$\text{Выберем: } \tau = \text{arth}\left(\frac{t}{X}\right)$$

# Схема расчёта $(dS)^2_A$



$$\mathbf{K}(x, t) \xrightarrow{(dS)^2 = (dS')^2} \mathbf{K}'(x', t') \xrightarrow{(dS')^2 = (dS)^2_A} \mathbf{A}(z, \tau)$$

(Предположение 2 !)

# Интервал в А-системе, $(dS)_A^2$

$t'$  - синхронизовано в  $K'$ .

Пусть  $A'$  и  $B'$  близки:

$dt'=0$  - две вспышки, одновременные в  $K'$

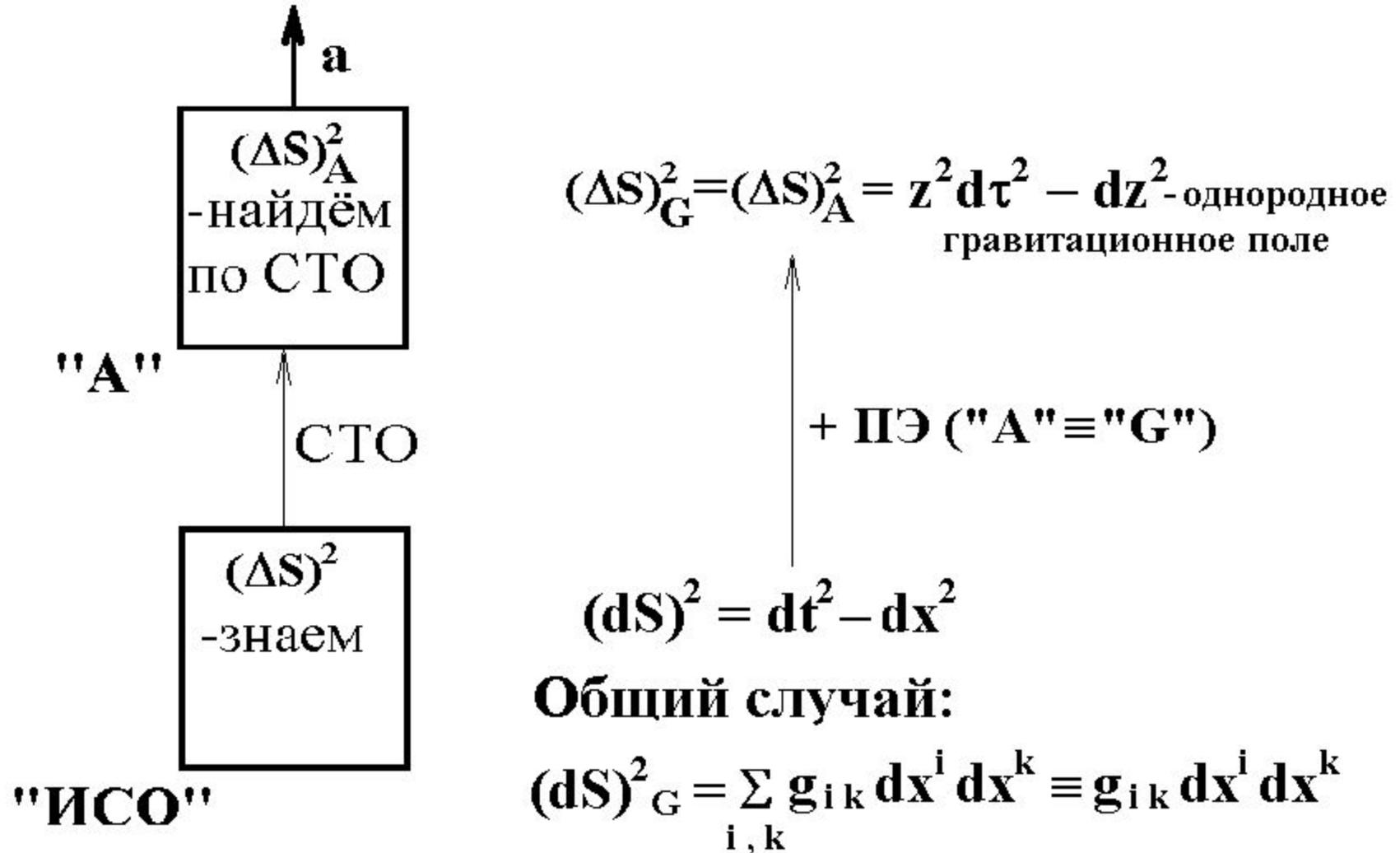
Они одновременны и в А-системе:  $d\tau = dt' = 0$

**Вывод:**  $\tau$  - синхронизовано в А

$$\begin{cases} x = z \cdot \operatorname{ch} \tau \\ t = z \cdot \operatorname{sh} \tau \end{cases}$$

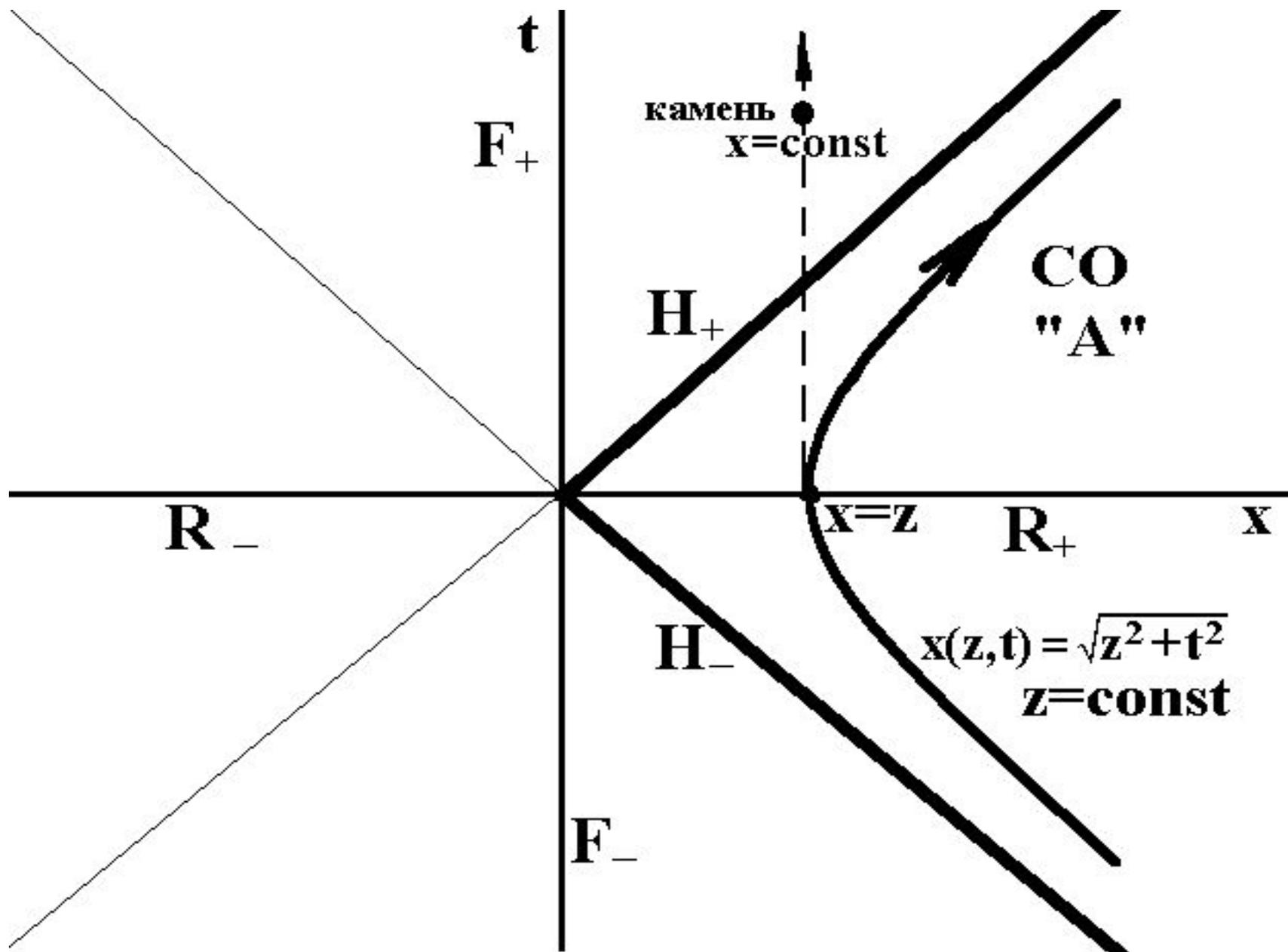
$$(dS)_A^2 = z^2 d\tau^2 - dz^2$$

# Описание гравитационного поля.

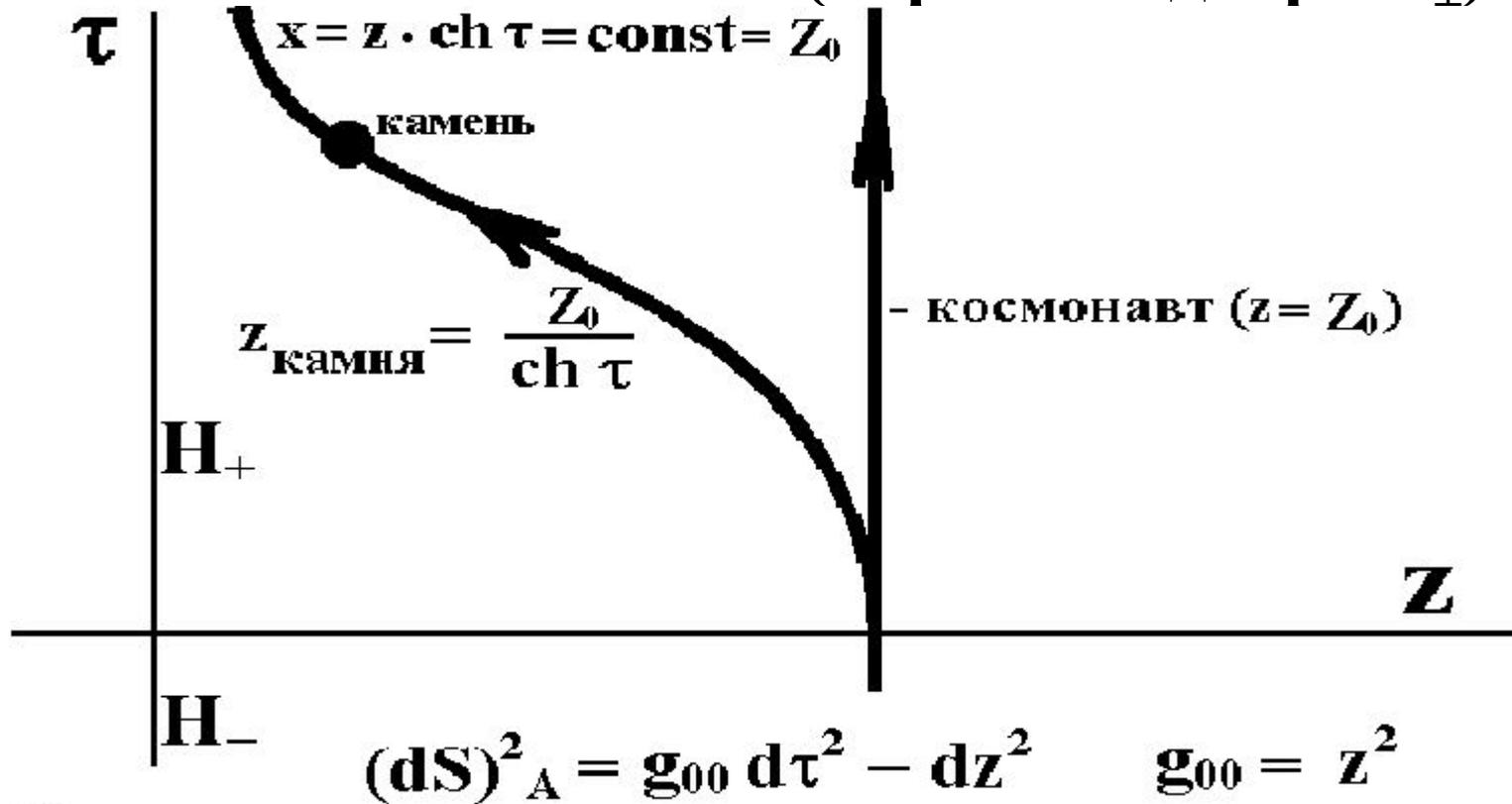


**Общий вывод:** гравитационное поле (и силы инерции) описываются метрическим тензором  $g_{ik}$

# Карта Минковского (КМ).



# Вселенная космонавта (карта Риндлера $R_{\perp}$ ).

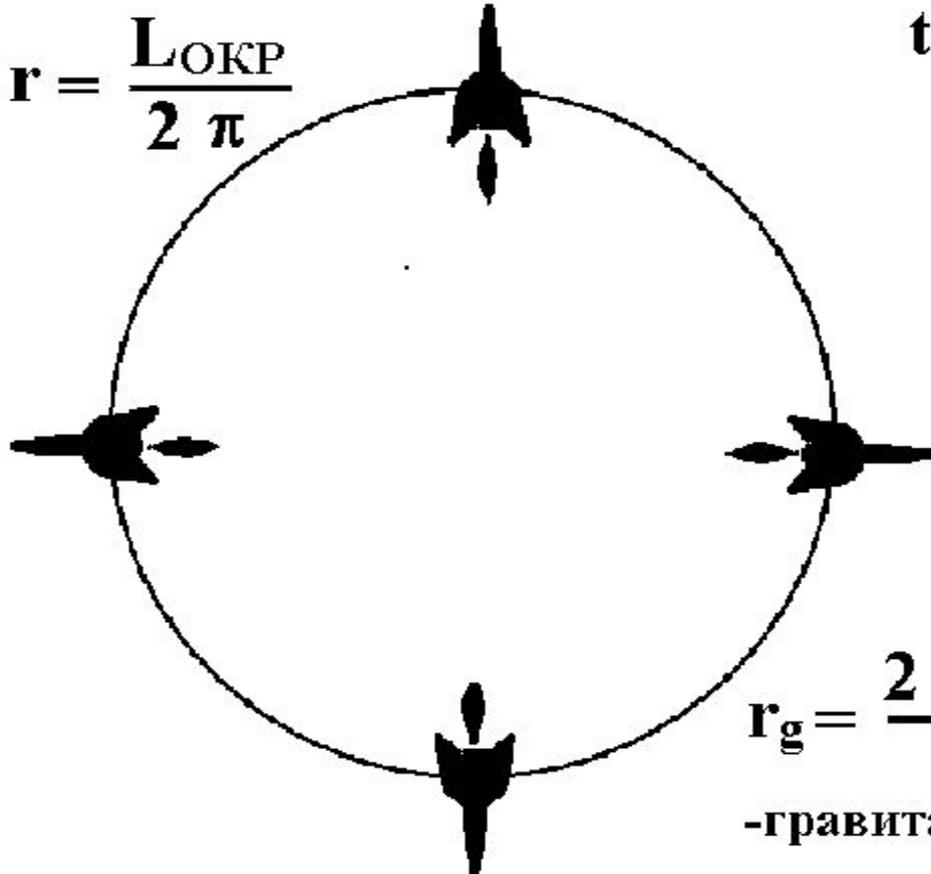


## Выводы:

1. Камень пересекает горизонт  $H_+$  за конечное собственное время  $t$  (карта Минковского).
2. С точки зрения космонавта он никогда не пересечёт  $H_+$ .
3. Это противоречит принимаемым с камня сообщениям.
4. Космонавт заключает: его карта неполна.
5. Горизонт событий расположен на поверхности  $g_{00} = 0$ .

# Пространство-время чёрной дыры (ПВЧД)

$$r = \frac{L_{\text{ОКР}}}{2\pi}$$



$$r_g = \frac{2GM}{c^2}$$

-гравитационный радиус

$$dS^2 = \left(1 - \frac{r_g}{r}\right) dt^2 - \frac{1}{1 - \frac{r_g}{r}} dr^2 - r^2 d\Omega^2$$

$$d\Omega^2 = d\theta^2 + \sin^2\theta \cdot d\varphi^2 \quad d\tau = dt \sqrt{1 - \frac{r_g}{r}}$$

При  $r = r_g$   $g_{00} = 1 - \frac{r_g}{r} = 0$  – горизонт событий !

Область вблизи горизонта событий ( $r \approx r_g$ ).

$$r > r_g \quad r - r_g \ll r_g \quad 1 - \frac{r_g}{r} \approx \frac{r - r_g}{r_g}$$
$$z = 2\sqrt{r_g(r - r_g)} \quad \tau = \frac{t}{2r_g}$$

Метрика вблизи горизонта:  $(dS)^2 = z^2 d\tau^2 - dz^2$

- совпадает с равноускоренной СО Риндлера!

Выводы:

1) При  $r \approx r_g$  ПВЧД  $\approx$  ПМ =  $R_+ + F_+ + R_- + F_-$

2) на КШ  $r > r_g$  — это СО Риндлера, т.е.  $R_+$

3) Чему на КШ соответствует область  $r < r_g$ ?

Бросание камней с ракеты в ЧД ( $r - r_g \ll r_g$ ).

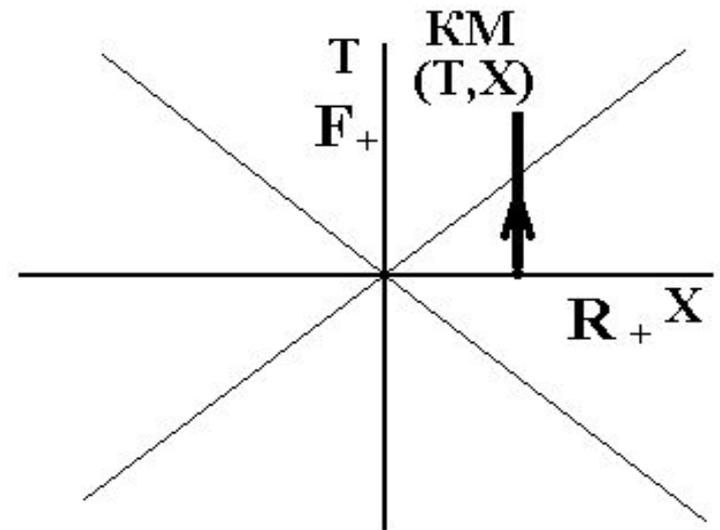
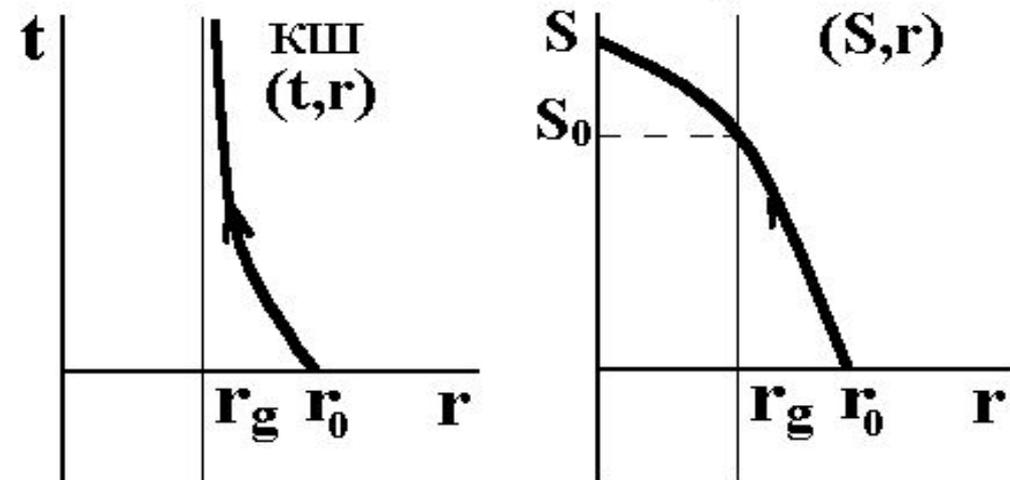
$$z_{\text{камя}} = \frac{Z_0}{\text{ch } \tau} \quad z = 2 \sqrt{r_g (r - r_g)} \quad \tau = \frac{t}{2r_g}$$

$$r = r_g + \frac{r_0 - r_g}{\text{ch}^2 \left( \frac{t}{2r_g} \right)} - \text{движение по часам на ракетах } t.$$

Движение по собственному времени камня  $S = \int dS$ :

камень достигает горизонта за время  $S_0 = Z_0 = 2 \sqrt{r_g (r_0 - r_g)}$

и попадает в область  $r < r_g$



**Выводы:** на КШ область  $r < r_g$  - это  $F_+$

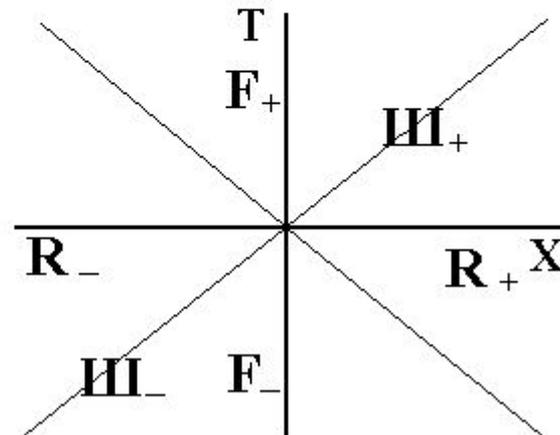
**Вопрос:** где  $R_-$  и  $F_-$ ?

**Ответ:**

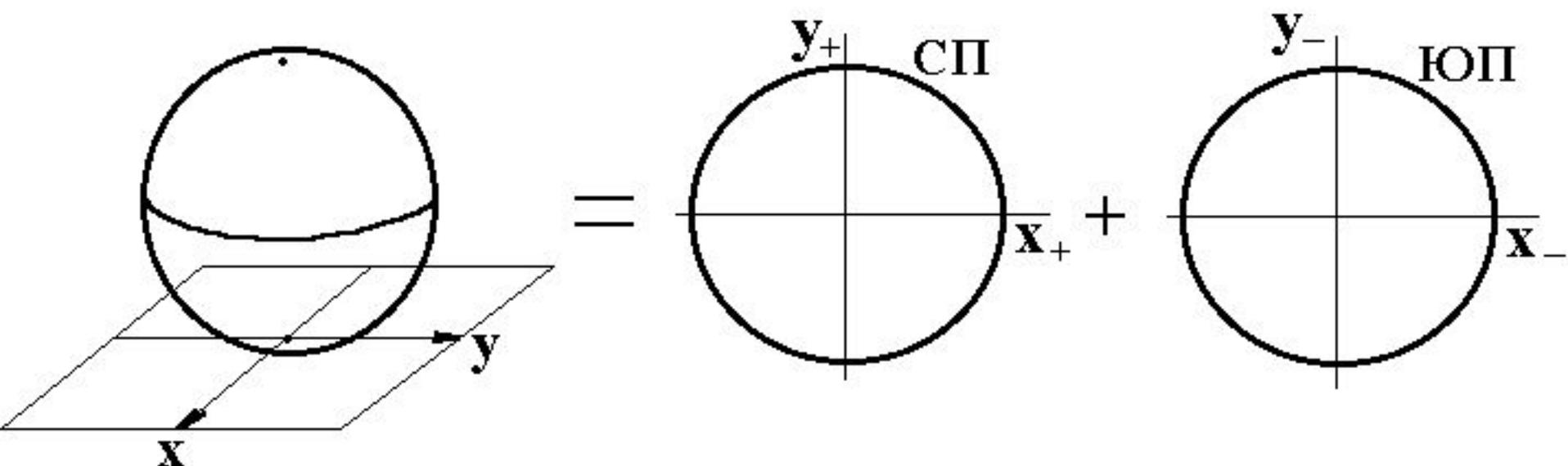
$$\text{ПВЧД} = \text{Ш}_+ + \text{Ш}_-$$

$$\text{Ш}_+ = \text{R}_+ + \text{F}_+ = (t_+, r_+, \theta_+, \varphi_+)$$

$$\text{Ш}_- = \text{R}_- + \text{F}_- = (t_-, r_-, \theta_-, \varphi_-)$$



**Аналогия:**      Глобус = СП + ЮП

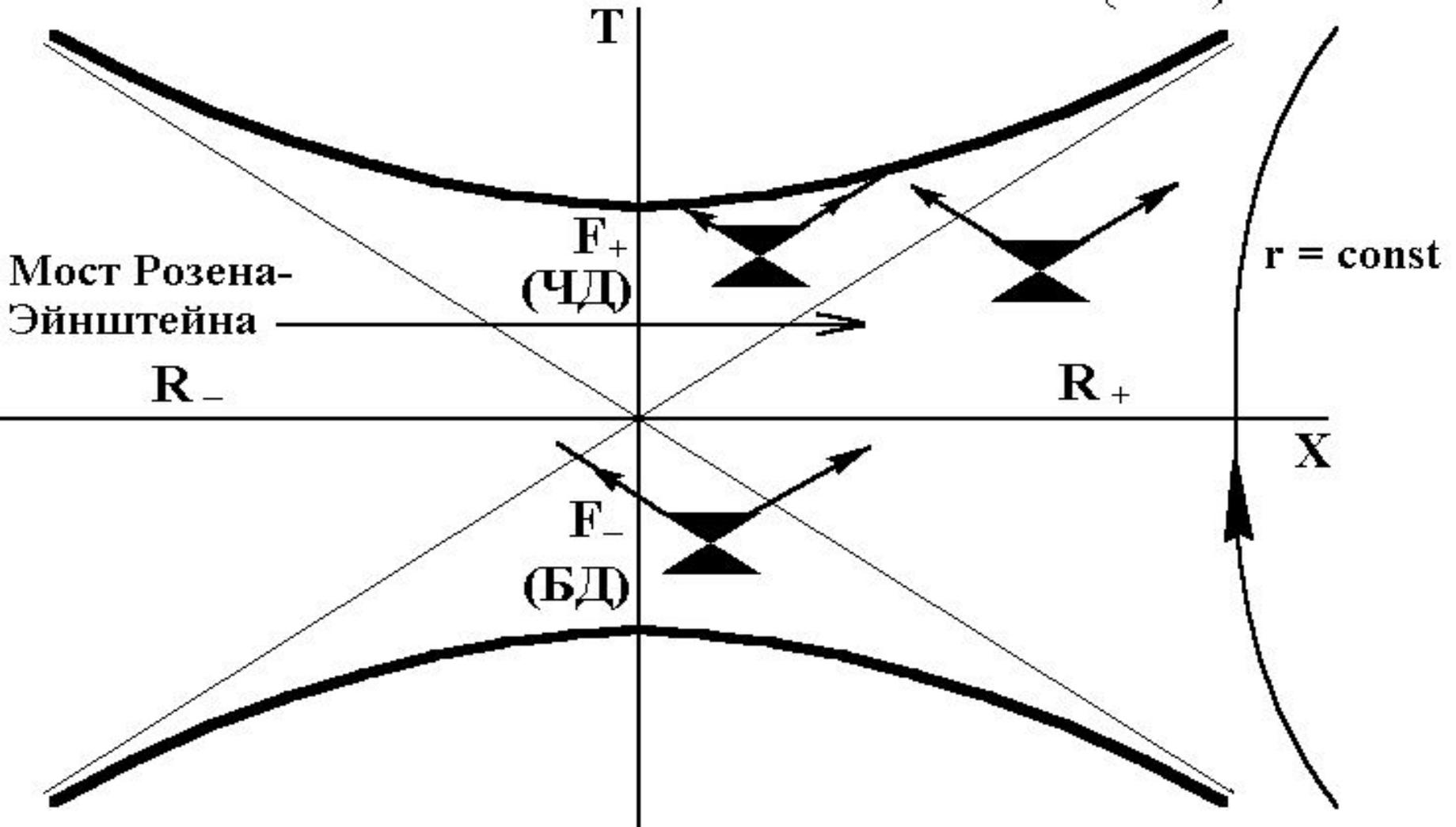


**Сферические углы  $(\theta, \varphi)$  - глобальные координаты, покрывающие весь глобус.**

# Карта Крускала ПВЧД.

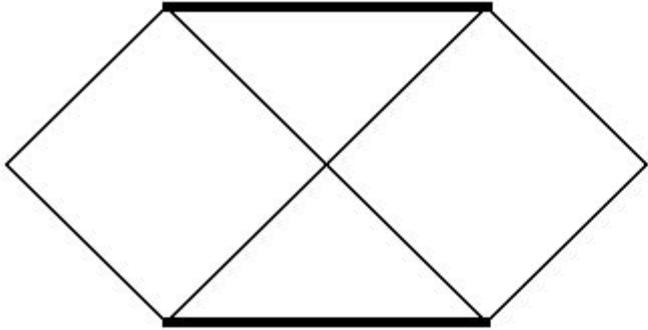
(T,X)- глобальные координаты.  $dS^2 = \frac{r_g}{r} e^{-\frac{r_g}{r}} (dT^2 - dX^2) - r^2 d\Omega^2$

$$X^2 - T^2 = 4r_{g0}^2 \left( \frac{r_g}{r} - 1 \right) e^{\frac{r_g}{r}}$$

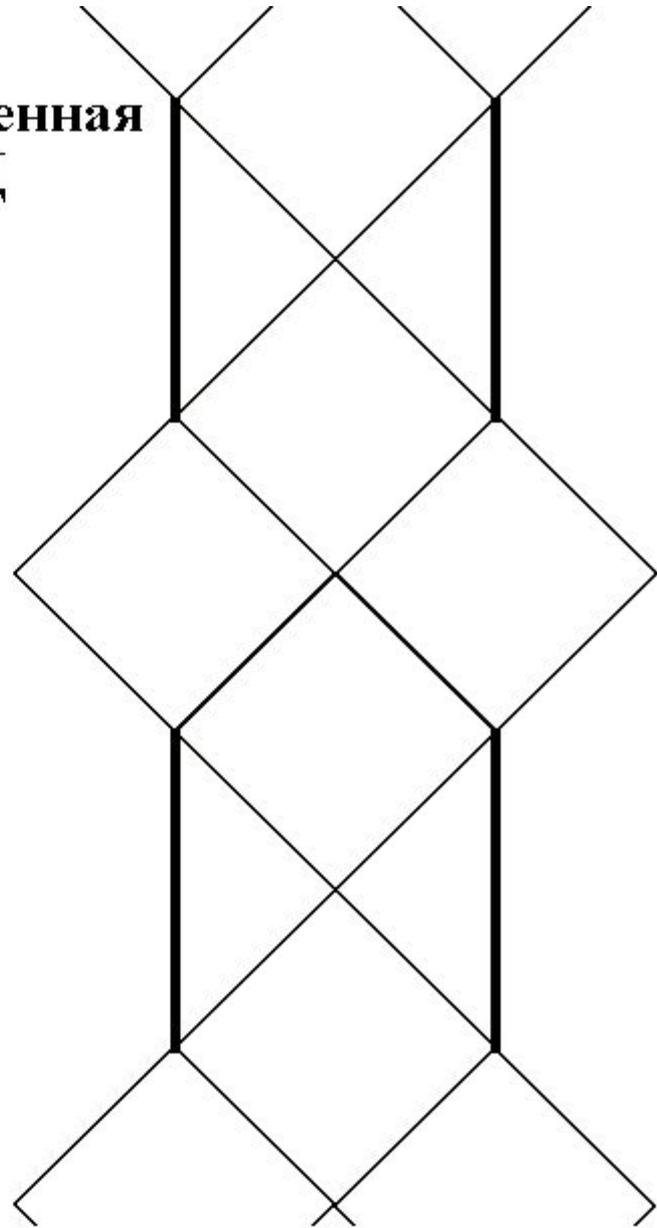


# Диаграммы Пенроуза

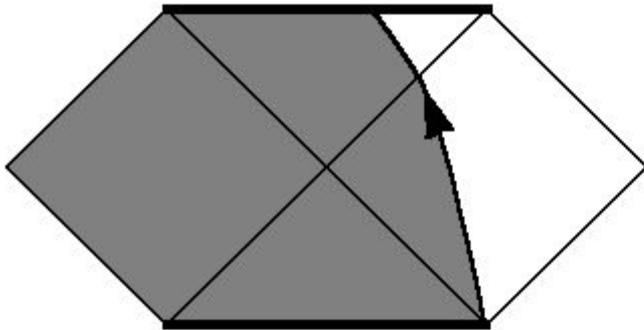
ПВЧД



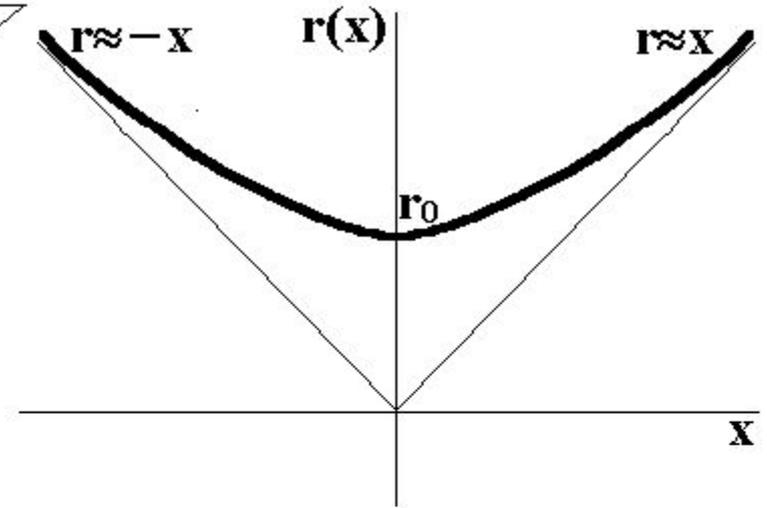
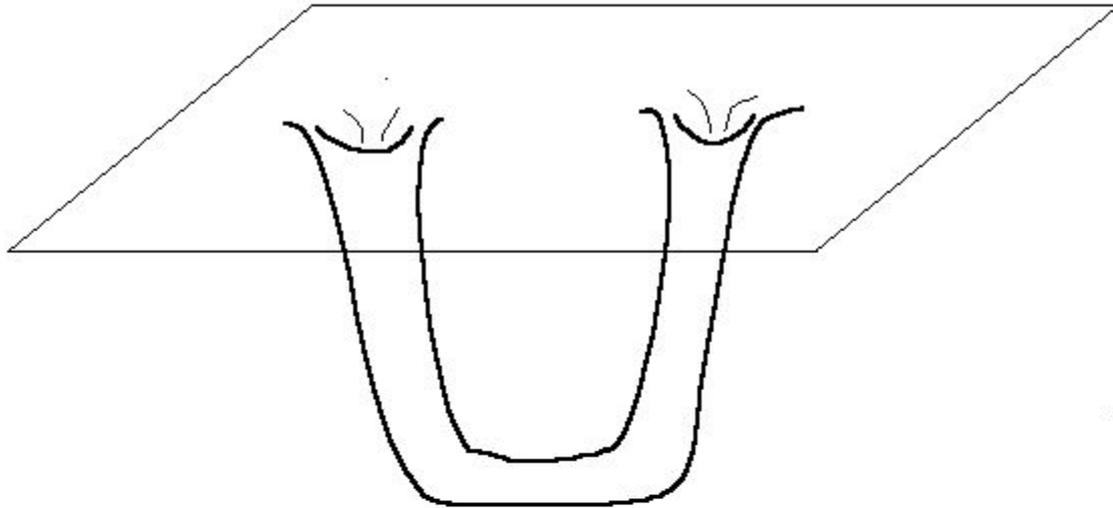
Заряженная  
ЧД



Коллапс звезды



# Кротовая нора (Wormhole)



$$dS^2 = e^{2\Phi(x)} dt^2 - dx^2 - r^2(x) d\Omega^2 \quad (\text{Morris, Thorne, 1988})$$

$-\infty < x < +\infty$  - радиальная координата

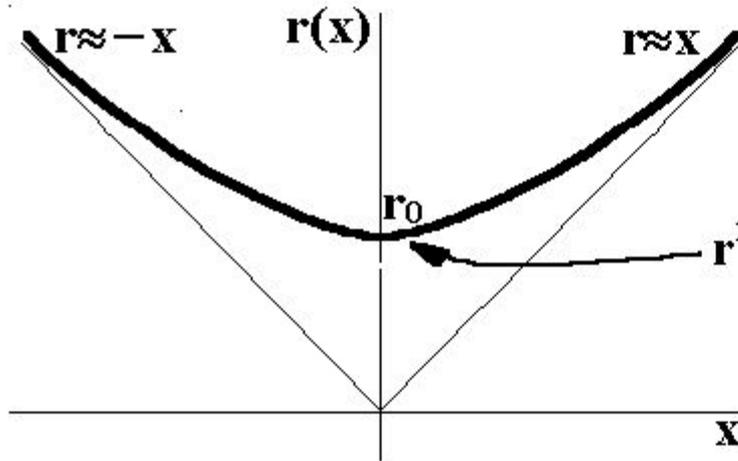
$\Phi(x)$  - "функция красного смещения"

$$S(x) = 4\pi r^2(x)$$

- площадь поверхности сферы с одинаковой силой тяжести  
(начало координат отсутствует !)

$$S(x) > 4\pi r_0^2$$

# Следствия из уравнений Эйнштейна.



$$r^2(x) \approx r_0^2 + Ax^2 \rightarrow \begin{cases} r_0^2 > 0 \\ A > 0 \end{cases}$$



$$\begin{cases} p_{\parallel} < 0 \\ \varepsilon + p_{\parallel} < 0 \end{cases}$$

$p_{\parallel} = -T_r^r$  - продольное давление

$p_{\perp} = -T_{\theta}^{\theta} = -T_{\varphi}^{\varphi}$  - поперечное давление

$\varepsilon$  - плотность энергии

## Примеры:

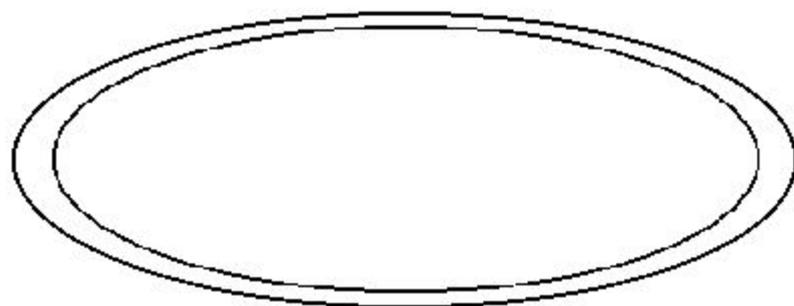
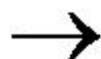
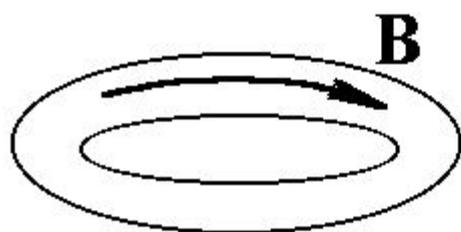
1) Газ, жидкость (закон Паскаля)

$$p_{\perp} = p_{\parallel} \ll \varepsilon \quad \varepsilon \approx nmc^2$$

$$\varepsilon + p_{\parallel} > 0 \quad \text{- не подходит}$$

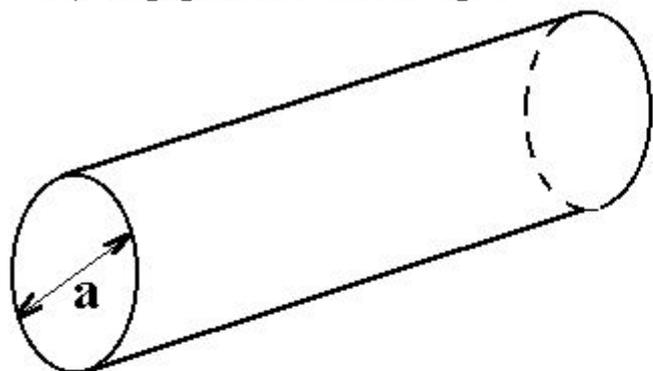
2) Магнитное (электрическое) поле

$$\varepsilon = \mathbf{W} = \mathbf{B}^2/8\pi \quad p_{\perp} = +\mathbf{W} \quad p_{\parallel} = -\mathbf{W}$$



$$\left\{ \begin{array}{l} p_{\parallel} < 0 \\ \varepsilon + p_{\parallel} = 0 \quad \text{- почти!} \end{array} \right.$$

### 3) Эффект Казимира



$$E = \sum_{\alpha} \frac{1}{2} \hbar \omega_{\alpha}$$



$$E = E(a)$$

$$\varepsilon = -Q \quad p_{\parallel} = -Q \quad p_{\perp} = +3 \cdot Q$$

$$Q \sim \hbar c / a^4$$

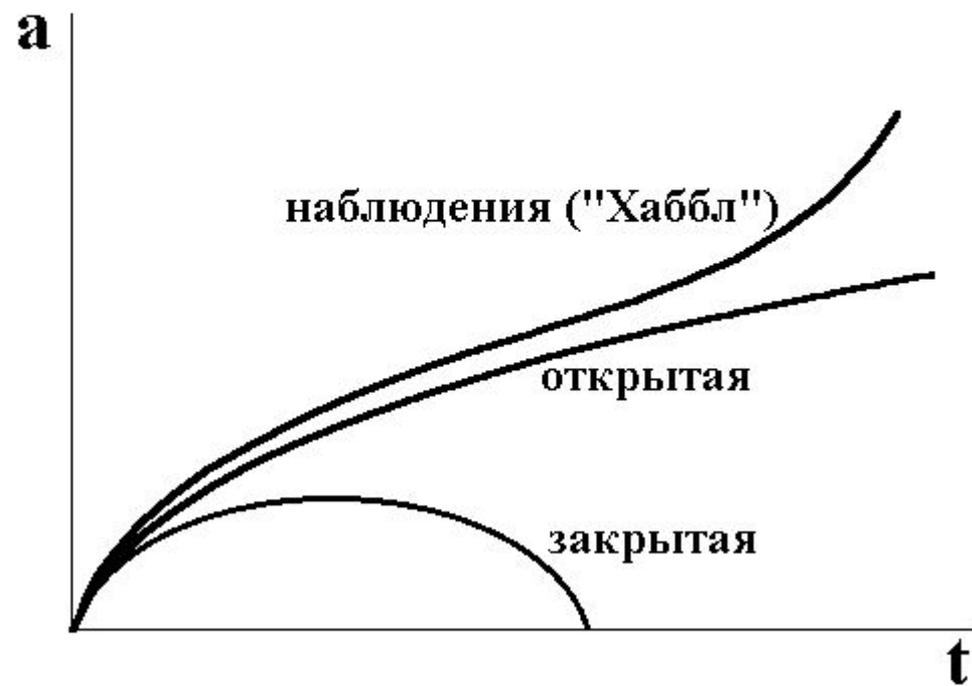
$$\varepsilon + p_{\parallel} = -2 \cdot Q$$

Расчёт T - Davies, Fulling, Unruh, 1992

$$\text{Но! } r_0 \sim L_P = (\hbar G / c^3)^{1/2} = 10^{-33} \text{ см}$$

#### 4) Фантомная материя

$$p_{\parallel} = p_{\perp} \equiv p \quad \varepsilon + p < 0 \quad \varepsilon > 0$$

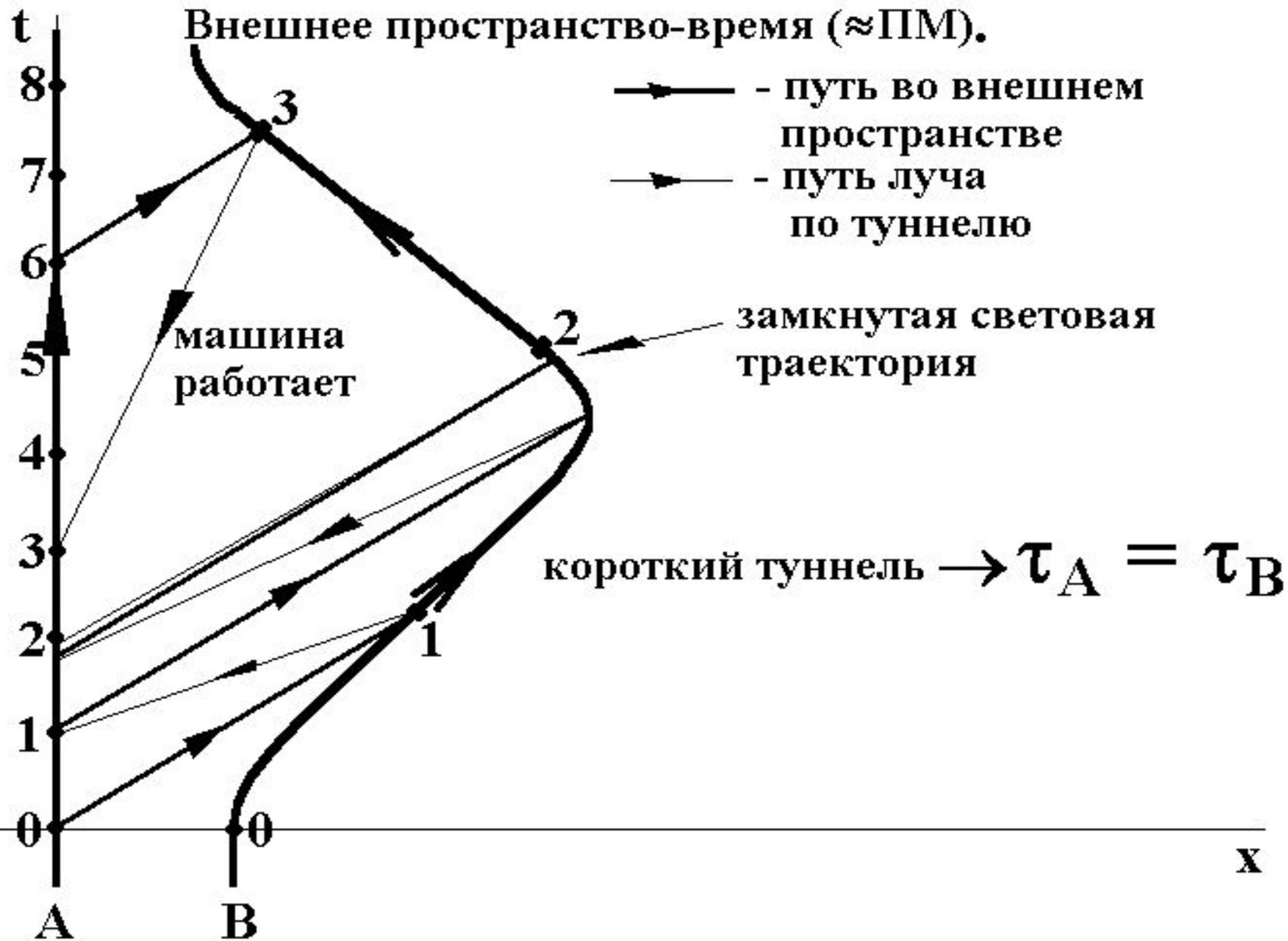


## 5) Магнитное (электрическое) поле

+ немного фантомной материи.

<b>Масса , в массах Солнца</b>	<b><math>r_0</math> , К М</b>	<b><math>V</math> , Г с</b>
<b><math>3 \cdot 10^9</math> (Галактика)</b>	<b><math>5 \cdot 10^9</math></b>	<b><math>10^{10}</math></b>
<b>1</b>	<b>2</b>	<b><math>10^{19}</math></b>

# Изготовление и работа машины времени.



# **Как быть с парадоксом причинности? (луч возвращается и уничтожает машину).**

- Вблизи замкнутой световой траектории квантовые флуктуации полей возрастают.
- Следовательно,  $M \rightarrow \infty$ .
- Вывод: на создание машины нужно затратить бесконечную работу.

**Ниже рассмотрено приложение представленных идей к физике элементарных частиц.**

**Об одном любопытном близком совпадении.  
(направлена в Письма в ЖЭТФ 11.02.2008)**

**Л.И.Меньшиков**

**Российский научный центр "Курчатовский институт", 123182, Москва, Россия**

**Предложена модель, дающая значение постоянной тонкой структуры, порядка экспериментального значения.**

**PACS: 04.20.-q; 04.70.-s; 98.80.-k;**

**В кулоновское взаимодействие двух зарядов входит комбинация  $e^2$ , а в энергию Казимира -  $\hbar c$  [1], поэтому заманчиво выглядит идея соединить эти два эффекта с целью вычисления постоянной тонкой структуры  $\alpha = e^2 / \hbar c \approx 1/137$ . Казимир предложил модель [2] электрона в виде заряженной, идеально проводящей сферы, в которой,**

**по его предположению, кулоновское отталкивание уравновешивается казимировским притяжением, обусловленным вакуумными флуктуациями. Попытка оказалась неудачной, поскольку эффект Казимира в сфере даёт отталкивание (см. обзор [3]). Оставляя в стороне вопрос об устойчивости электрона и, за неимением лучшего, в данной работе рассмотрим следующую модель (будем её условно называть моделью фотона).**

**Предположим, что имеется кротовая нора [4,5] с радиальной координатой  $x$ , соединяющая две вселенные или две части нашей Вселенной. Глубоко внутри неё, где её радиус  $a$  можно считать постоянным ( $a(x) = a = const$ ), на расстоянии  $L$  друг от друга находятся две заряженные, идеально проводящие сферы ("электрон" и "позитрон") с зарядами  $e$  и  $-e$  (можно сказать, что одна сфера находится внутри другой). Электрическое поле, созданное первой из них, имеет противоположные знаки по обе её стороны и по теореме Гаусса равно:  $E = 2\pi e/S$ , где  $S = 4\pi a^2$  -площади сфер.**

**Сила кулоновского притяжения сфер не зависит от расстояния  $L$  и составляет  $F_1 = -eE = -2\pi e^2/S$ .**

**Сила казимировского отталкивания рассчитана в [6] для бруска длиной  $L$  с поперечным сечением в виде квадрата со стороной  $a$ .**

**При  $L \gg a$  она равна:**

$$F_2 = C_1 \hbar c / S, \quad C_1 = \frac{\pi^2}{720} + \frac{\zeta(3)}{16\pi},$$

**где  $\zeta(3) \approx 1.202$  - дзета-функция Римана [7].**

**Предполагая, что**

эти силы уравновешивают друг друга (  $F_1 + F_2 = 0$  ),  
получаем соотношение:

$$e^2 / \hbar c = C_1 / 2\pi \approx 1/166$$

Можно допустить, что при замене квадрата на сферу  
получим более близкое к экспериментальному  
значение  $\alpha$  . Для этого нужно регуляризовать  
энергию вакуумных колебаний электромагнитного поля

$$E_2 = \hbar \sum_{l=1}^{\infty} (2l+1) \left( \frac{1}{2} \omega_{0l} + \sum_{n=1}^{\infty} \omega_{nl} \right) ,$$

где 
$$\omega_{nl} = c \sqrt{\frac{l(l+1)}{a^2} + \left(\frac{\pi n}{L}\right)^2}$$

-частоты собственных мод. Сила Казимира найдётся по  
формуле  $F_2 = -\partial(\text{reg} E_2) / \partial L$  .

Результат будет представлен позже.

## **Список литературы.**

- 1. Н.В.С.Сазимир, Proc. Kon. Nederl.Acad.Wetensch., 60, 793(1948)**
- 2. Н.В.С.Сазимир, Physica, 19, 846(1953)**
- 3. А.А.Гриб, С.Г.Мамаев, В.М.Мостепаненко, Квантовые эффекты в сильных внешних полях. М. Атомиздат, 1980**
- 4. J.A.Wheeler, Phys.Rev., 97, 511 (1953)**
- 5. И.Д.Новиков, Н.С.Кардашев, А.А.Шацкий, УФН, 177, 1017 (2007)**
- 6. С.Г.Мамаев, Н.Н.Трунов, ТМФ, 38, 345 (1979)**
- 7. Справочник по специальным функциям. Ред. М.Абрамовиц и И.А.Стегун, М.: Наука, 1979**