Лекции по физике. Механика

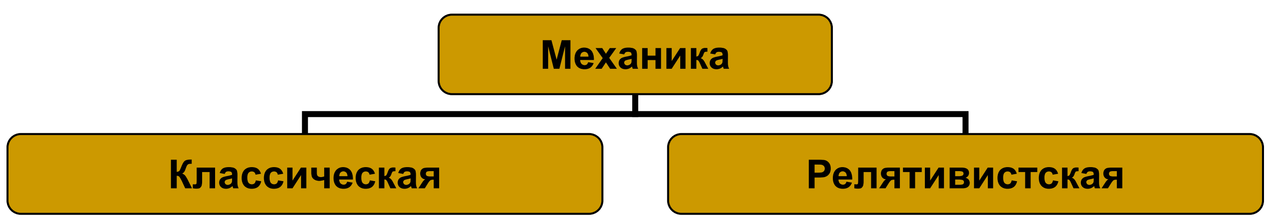
Основные понятия механики. Кинематика

Список учебной литературы

- И.В. Савельев. Курс общей физики. Т.1. Механика и молекулярная физика
- Т.И. Трофимова. Курс физики
- Механика, колебания и волны в упругих средах. Сборник задач по физике под ред. Д.С. Фалеева. ДВГУПС, 2004

Структура механики

- **Физика** – наука о наиболее общих формах движения материи и их взаимных превращениях
- **Механика** – наука о движении и равновесии тел. Движение понимается как изменение положения тела относительно других тел



Структура механики

- **Механика**
  - **Кинематика**
  - **Динамика**
  - **Статика**

- **Механика**
  - **Материальной точки**
  - **Твёрдого тела**
  - **Сплошных сред**

Основные понятия механики

- **Основная задача механики** – зная состояние системы в начальный момент времени и законы, управляющие движением, определить состояние системы во все последующие моменты времени. Эта задача не может быть решена точно
- **Кинематика** – это раздел физики, посвящённый изучению движения тел. При этом причины движения не рассматриваются

Основные понятия механики

- **Механическая система** – совокупность тел, выделенная для рассмотрения
- **Система отсчёта** – совокупность неподвижных друг относительно друга тел, по отношению к которым рассматривается движение, и часы
- **Материальная точка** – тело, размерами которого можно пренебречь в условиях данной задачи
- **Абсолютно твёрдое тело** – это тело, деформациями которого можно пренебречь

Основные понятия механики

- **Поступательное движение** – такое, при котором любая прямая, связанная с телом перемещается параллельно самой себе

- **Вращательное движение** – такое, при котором все точки тела движутся по окружностям, центры которых лежат на одной прямой, называемой **осью вращения**

Основные понятия механики

- **Система координат** состоит из осей, для определения пространственных координат тела и часов
- **Траектория** – это линия, которую описывает некоторая материальная точка в процессе движения
- **Путь** – это расстояние между двумя точками, измеренное вдоль траектории движения

Основные понятия механики

- **Перемещение** – это вектор, проведённый от начальной точки движения к конечной (**r**$_{1,2}$)
- **Скорость**:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \equiv \dot{\vec{r}} \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \quad (1)$$

$$d\vec{r} = \vec{v}dt \quad (2) \quad \left| d\vec{r} \right| \approx ds$$

$$\vec{v} = v_i \vec{i} + v_j \vec{j} + v_k \vec{k} \quad (3)$$

Основные понятия механики

- **Ускорение:**

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \quad (4) \equiv \frac{d\vec{v}}{dt} \equiv \dot{\vec{v}}$$

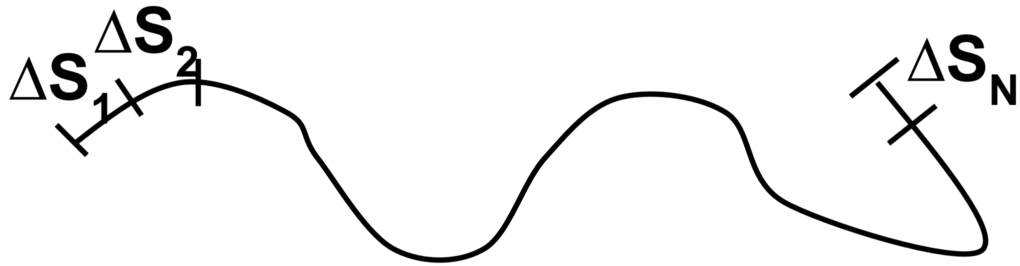
- В координатном представлении:

$$\vec{a} = a_i \vec{i} + a_j \vec{j} + a_k \vec{k}$$

$$\equiv \dot{v}_i \vec{i} + \dot{v}_j \vec{j} + \dot{v}_k \vec{k}$$

$$\equiv \ddot{r}_i \vec{i} + \ddot{r}_j \vec{j} + \ddot{r}_k \vec{k}$$

Вычисление пройденного пути



$$s = \Delta s_1 + \Delta s_2 + \ldots + \Delta s_N = \sum_{i=1}^{N} \Delta s_i$$

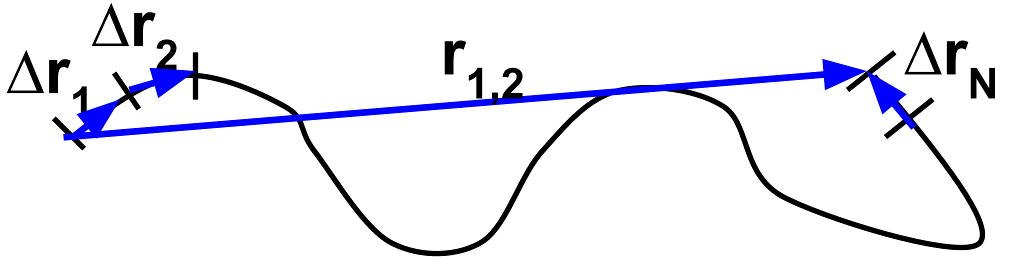
- Согласно (2)

$$s \approx \sum_{i=1}^{N} v_i \Delta t_i \rightarrow s = \lim_{\Delta t \to 0} \sum_{i=1}^{N} v_i \Delta t_i = \int_{t_1}^{t_2} v(t)dt \tag{5}$$

Вычисление перемещения

- Если в (5) взять интеграл не по модулю, а по вектору скорости, то мы получим перемещение тела:

$$\vec{r}_{1,2} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{v}(t)dt = \int_{t_1}^{t_2} d\vec{r} \qquad (6)$$



Средняя скорость

- По определению, **средняя скорость** равна:

$$\langle v\rangle = \frac{s}{t_2 - t_1} = \frac{1}{t_2 - t_1}\int_{t_1}^{t_2} v(t)dt \quad (7)$$

- Если скорость движения изменялась скачками, то (7) перейдёт в:

$$\langle v\rangle = \frac{\sum_i v_i \Delta t_i}{\sum_i \Delta t_i} \quad (8)$$

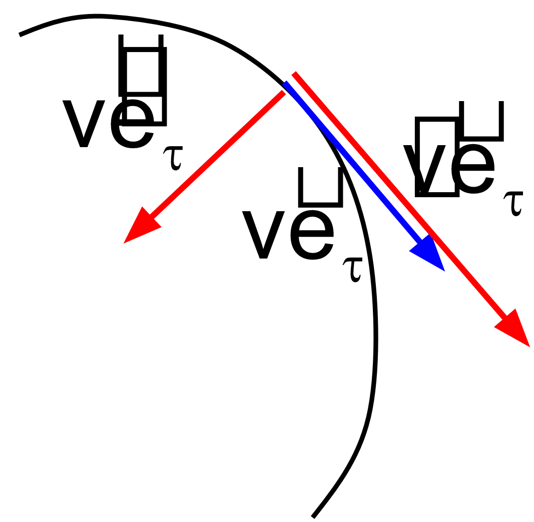
Разложение ускорения на нормальную и тангенциальную компоненты

- Введём орт $\mathbf{e}_\tau$, касательный к траектории в каждой её точке. Направление скорости всегда будет совпадать с $\mathbf{e}_\tau$:

$$\vec{v} = v\vec{e}_\tau \quad \rightarrow$$

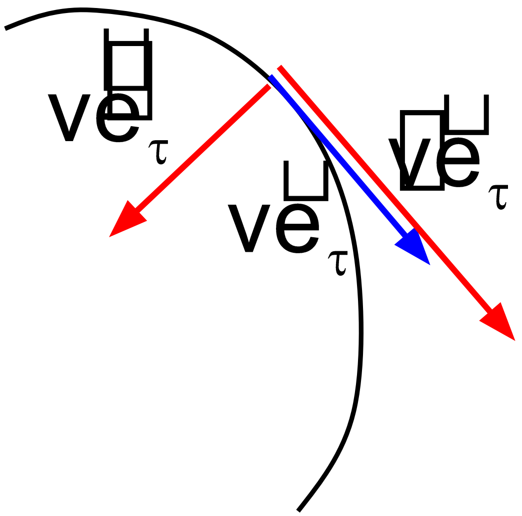
(9)

$$\vec{a} = \frac{d}{dt}(v\vec{e}_\tau) = \dot{v}\vec{e}_\tau + v\dot{\vec{e}}_\tau$$



Разложение ускорения на нормальную и тангенциальную компоненты

- Можно показать, что производная вектора **e$_\tau$** перпендикулярна к траектории движения



Разложение ускорения на нормальную и тангенциальную компоненты

- Таким образом, мы разложили вектор ускорения на две составляющие:

1. вдоль траектории движения
2. перпендикулярно к траектории движения

и тем самым показали, что любое движение можно представить как суперпозицию поступательного и вращательного движений

Разложение ускорения на нормальную и тангенциальную компоненты

$$\vec{a}_R = \frac{v^2}{R}\vec{e}_R \quad \rightarrow$$

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_R = \boxed{v}\vec{e}_\tau + \frac{v^2}{R}\vec{e}_R$$

$$a = \left|\vec{a}\right| = \sqrt{a_\tau^2 + a_R^2} = \sqrt{\boxed{v}^2 + \left(\frac{v^2}{R}\right)^2}$$

Кинематика прямолинейного движения

- Прямолинейное движение с постоянным ускорением можно описать с помощью **уравнений кинематики прямолинейного движения**

$$\begin{cases} x = x_0 + v_{0x}t + \dfrac{a_x t^2}{2} \\ v_x = v_{0x} + a_x t \end{cases} \quad (10)$$

Кинематика прямолинейного движения

- В уравнениях (10) t – время движения, x – координата, вдоль которой происходит движение, x_0 – её начальное значение (в момент $t=0$), v_x – скорость движения, v_{0x} – её начальное значение, a_x – ускорение
- Если направление движения не совпадает с направлением какой-либо координатной оси, то вместо каждого из уравнений (10) надо записать три подобных уравнения для проекций координаты и скорости на оси

Кинематика вращательного движения

- **Вращательное движение** характеризуют угловыми величинами, имеющими линейные аналоги
- **Углы поворота** вокруг трёх различных осей характеризуют пространственное положение точки
- **Угловая скорость** характеризует скорость изменения положения точки

Кинематика вращательного движения

- Угловая скорость направлена вдоль оси вращения

$$\vec{\omega} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{\varphi}}{\Delta t} \equiv \frac{d\vec{\varphi}}{dt} \equiv \dot{\vec{\varphi}} \tag{1}$$

- Модуль вектора **ф** равен углу поворота, а направление определяется по **правилу правого винта**
- Угловая скорость определяется в радианах в секунду [рад/с]

Кинематика вращательного движения

- При ω=const вращение называют **равномерным**
- Равномерное вращение можно характеризовать **периодом**

$$T=2\pi/\omega$$

и **частотой**

$$\upsilon=1/T$$

$$\omega=2\pi/T=2\pi\upsilon$$

Кинематика вращательного движения

- **Угловое ускорение**:

$$\vec{\beta} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{\omega}}{\Delta t} \equiv \frac{d\vec{\omega}}{dt} \equiv \dot{\vec{\omega}} \quad (12)$$

- Необходимо учитывать, что угловая скорость может изменяться как по величине, так и по направлению

Связь между угловыми и линейными величинами

- Связь между угловыми и линейными величинами даётся формулами:

$\vec{v} = [\vec{\omega}\vec{r}]$,

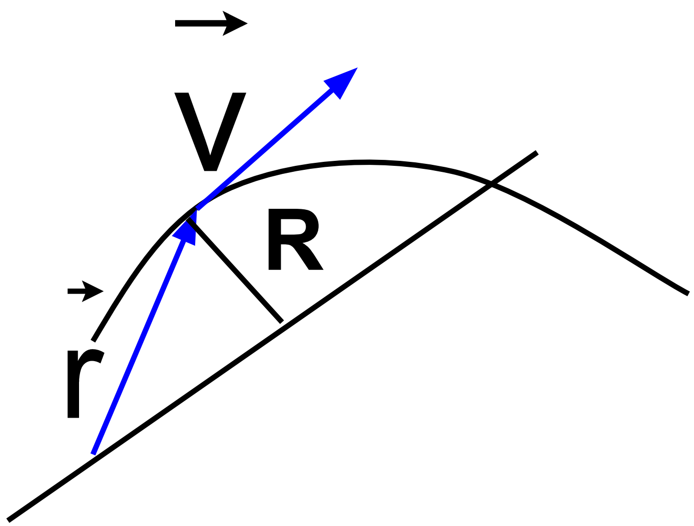
или, в скалярном виде:

$v=\omega R$,

$a_n=\omega^2 R$,

$a_\tau=\beta R$,

где R – наименьшее расстояние от точки до оси вращения



Кинематика вращательного движения

- **Уравнения кинематики равноускоренного вращательного движения** вокруг фиксированной оси имеют вид:

$$\begin{cases} \varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \dfrac{\beta t^2}{2} \\ \omega = \omega_0 + \beta t \end{cases} \quad (13)$$

Некоторые сведения о векторах

- **Вектором** будем называть величину, характеризующуюся численным значением (модулем) и направлением в пространстве, для которой задан закон сложения (правило параллелограмма)
- Различают коллинеарные, компланарные, свободные, скользящие и связанные векторы

Некоторые сведения о векторах

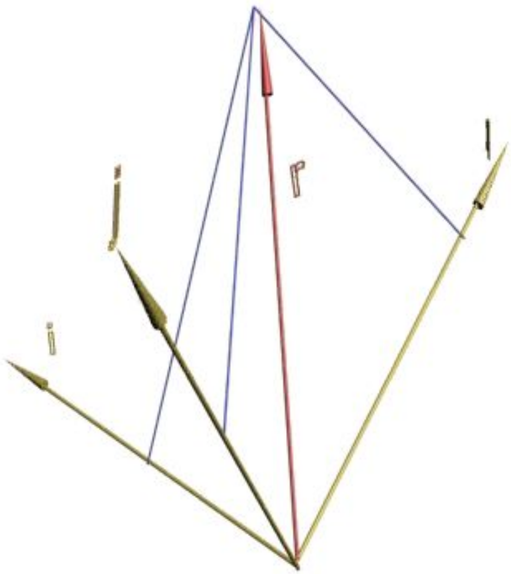
- Для векторов определены операции сложения, умножения на число, скалярного и векторного произведений
- **Скалярное произведение** двух векторов – это число:

$$(\vec{a},\vec{b}) = a \cdot b \cdot \cos\alpha$$

где α - угол между векторами a и b

Некоторые сведения о векторах

- **Координатное представление векторов** Если начало вектора совместить с началом координат, то координаты второго конца полностью определят направление и величину вектора. Т.о. в координатном представлении вектор задаётся тройкой чисел – значениями его проекций на оси координат



Некоторые сведения о векторах

- Запись вектора в координатном представлении:

$$\overrightarrow{r} = (r_i, r_j, r_k) = r_i \cdot \overrightarrow{i} + r_j \cdot \overrightarrow{j} + r_k \cdot \overrightarrow{k}$$

- **Сумма векторов** определяется суммами их соответствующих координат:

$$\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} = (a_i + b_i, a_j + b_j, a_k + b_k)$$

Некоторые сведения о векторах

- Модуль суммы двух векторов находится по теореме косинусов:

$$\sqrt{(\vec{a}+\vec{b})^2} = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab\cos\alpha}$$

- Модуль **векторного произведения** векторов

$$\left|\vec{c}\right| = \left|[\vec{a}\vec{b}]\right| = ab\sin\alpha$$

- Направлен вектор **c** перпендикулярно векторам **a** и **b**

Некоторые сведения о векторах

- В координатном представлении векторное произведение можно записать в виде определителя:

$$[ab] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_i & a_j & a_k \\ b_i & b_j & b_k \end{vmatrix} =$$

$$(a_j b_k - a_k b_j)\vec{i} + (a_k b_i - a_i b_k)\vec{j} +$$

$$(a_i b_j - a_j b_i)\vec{k}$$

Конец лекции