Механика вращательного движения

- Пусть - проведенный из неподвижной в некоторой инерциальной системе отсчета точки *O* радиус-вектор материальной точки, к которой приложена сила . Рассмотрим векторное произведение
- .
- Вектор называется *моментом силы относительно точки O*. Определим также момент импульса материальной точки с помощью равенства
- .

- Рассмотрим производную
- . (1.41)
- Вектор есть по определению скорость тела, а . Поэтому первое слагаемое в (1.41) обращается в ноль как векторное произведение коллинеарных векторов. Второе слагаемое преобразуем с помощью закона Ньютона и перепишем (1.41) в виде
- (1.42)
- Это уравнение называется **уравнением моментов**

- Его можно обобщить на случай произвольной системы материальных точек. Определим *момент импульса системы точек относительно центра O* как векторную сумму моментов импульсов этих точек относительно того же центра. Определим также *момент всех сил, действующих на систему* как векторную сумму моментов отдельных сил.

- Очевидно, что при вычислении суммарного момента сил можно не принимать во внимание внутренние силы в системе точек. Согласно третьему закону Ньютона внутренние силы всегда входят попарно, для каждой внутренней силы существует равная по величине и противоположная по направлению другая внутренняя сила, причем каждая такая пара сил направлена вдоль одной прямой. Поэтому полный момент внутренних сил относительно любого центра равен нулю

- Значит, складывая уравнения (1.42) для всех точек системы получим следующий важный результат:
- (1.43)
- т.е. *производная по времени от момента импульса системы материальных точек относительно произвольного неподвижного центра равна геометрической суме моментов всех внешних сил относительно того же центра*. Следствием этого результата является **закон сохранения момента импульса**: *если суммарный момент внешних сил относительно произвольного неподвижного центра равен нулю, то момент импульса системы относительно того же центра не изменяется со временем*.

- Рассмотрим теперь проекцию равенства (1.42) на произвольную ось *x*, проходящую через центр *O*:
- .
- Проекции и векторов и на ось *x* называются соответственно *моментами импульса и силы относительно оси x*. Нетрудно показать, что вычисление момента может быть произведено следующим образом. Назовем *плечом силы относительно оси x* кратчайшее расстояние между осью и линией действия силы. Тогда можно найти как произведение перпендикулярной к оси составляющей силы на соответствующее плечо.

- Для системы точек получим
- , (1.44)
- где - суммарный момент внешних сил относительно оси *x*. Равенство (1.44) называется *уравнением моментов относительно оси*.
- Применим уравнение (1.44) к рассмотрению вращения твердого тела относительно неподвижной оси. В качестве оси моментов примем ось вращения тела. Каждая точка вращающегося твердого тела движется по окружности, центр которой располагается на оси вращения. Если материальная точка вращается по окружности радиуса , то момент ее импульса относительно оси вращения равен . Скорость точки , где - угловая скорость

- Все точки твердого тела вращаются с одинаковой угловой скоростью, поэтому момент импульса твердого тела, вращающегося вокруг неподвижной оси можно вычислить так:
- .
- (Суммирование в этой формуле производится по всем точкам тела, которые, в общем случае, имеют различные массы и радиусы вращения.) Вводя независящую от скорости постоянную величину , которая называется *моментом инерции системы точек (тела) относительно оси вращения*, запишем момент импульса в виде:
- .
- Подставляя это выражение в (1.44) получим *основное уравнение динамики вращательного движения вокруг неподвижной оси*:
- .

- Если материальная точка вращается по окружности, то элементарная работа при повороте на угол равна . Такое же выражение получится и для твердого тела, поскольку точки твердого тела неподвижны относительно друг друга, и внутренние силы работы не совершают. Значит, для твердого тела
- ,
- роль силы играет момент внешних сил, а роль линейного перемещения – угол поворота

- Кинетическая энергия вращающегося твердого тела
- .