Физика

Электростатика

10. Электростатика

10.1. Электрические заряды

Все тела в природе способны электризоваться, т. е. приобретать электрический заряд.

Электризация тел может осуществляться различными способами: трением, электростатической индукцией и т. п.

Электрический заряд **(количество электричества) — это физическая величина, определяющая способность тел быть источником электромагнитных полей и принимать участие в электромагнитном взаимодействии.**

Электрический заряд **– это физическая величина, характеризующая свойство частиц или тел вступать в электромагнитные силовые взаимодействия.**

Единица электрического заряда — кулон (Кл) — электрический заряд, проходящий через поперечное сечение проводника при силе тока 1 А за время 1 с.

***Закон сохранения заряда*:**

«алгебраическая сумма электрических зарядов любой замкнутой системы остается неизменной».

Электрический заряд дискретен. Элементарный электрический заряд $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл.

Электрон и протон являются носителями элементарных зарядов.

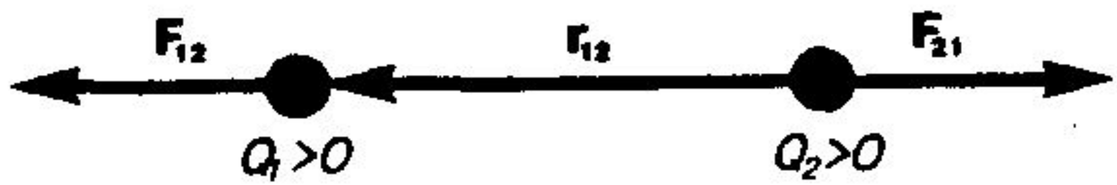
Закон Кулона: **сила взаимодействия F между двумя неподвижными точечными зарядами, находящимися в вакууме, пропорциональна зарядам Q_1 и Q_2 и обратно пропорциональна квадрату расстояния r между ними:**

$$F = k\frac{|Q_1 \cdot Q_2|}{r^2}.$$

k — коэффициент пропорциональности.

Точечным называется заряд, сосредоточенный на теле, линейные размеры которого пренебрежимо малы по сравнению с расстоянием до других заряженных тел.

Сила F направлена по прямой, соединяющей взаимодействующие заряды, т. е. является центральной, и соответствует притяжению ($F<0$) в случае разноименных зарядов и отталкиванию ($F>0$) в случае одноименных зарядов.



В векторной форме закон Кулона имеет вид:

$$\vec{F}_{12} = k\frac{Q_1Q_2}{r^2}\cdot\frac{\vec{r}_{12}}{r}.$$

F_{12} — сила, действующая на заряд Q_1 *со* стороны заряда Q_2,
r_{12} — радиус-вектор, соединяющий заряд Q_2 с зарядом Q_1,
$r = |r_{12}|$.

В системе СИ коэффициент пропорциональности равен:

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}.$$

С учетом этого закон Кулона запишется в окончательном виде:

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q_1 Q_2}{r^2}.$$

Величина ε_0 называется электрической постоянной. Она относится к числу *фундаментальных физических постоянных* и равна:

$$\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ \frac{\text{Ф}}{\text{м}}.$$

Фарад (Ф) — единица электрической емкости.

10.2. Электростатическое поле. Напряженность электростатического поля

В пространстве, окружающем неподвижные электрические заряды, существует силовое поле. Это поле называются электростатическим.

Силовая характеристика электростатического поля называется напряженностью и обозначается *E*.

***Напряженность электростатического поля* в данной точке есть физическая величина, определяемая силой, действующей на пробный единичный положительный заряд, помещенный в эту точку поля.**

$$E = \frac{F}{Q_0}.$$

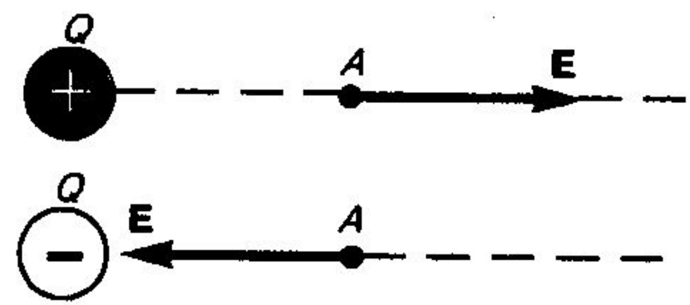
Напряженность поля точечного заряда в вакууме:

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2},$$

или в векторной форме:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}\frac{\vec{r}}{r}.$$

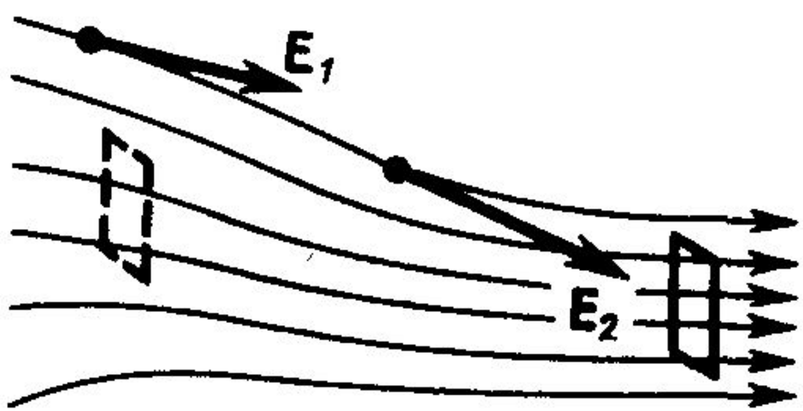
Направление вектора E совпадает с направлением силы, действующей на положительный заряд:



Единица напряженности электростатического поля (Н/Кл):

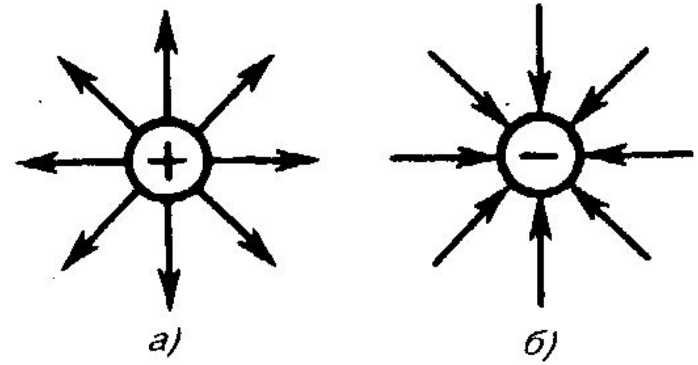
1 Н/Кл — напряженность такого поля, которое на точечный заряд 1 Кл действует с силой в 1 Н.

Электростатическое поле изображают графически с помощью линий напряженности. Это линии, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением вектора *E*.



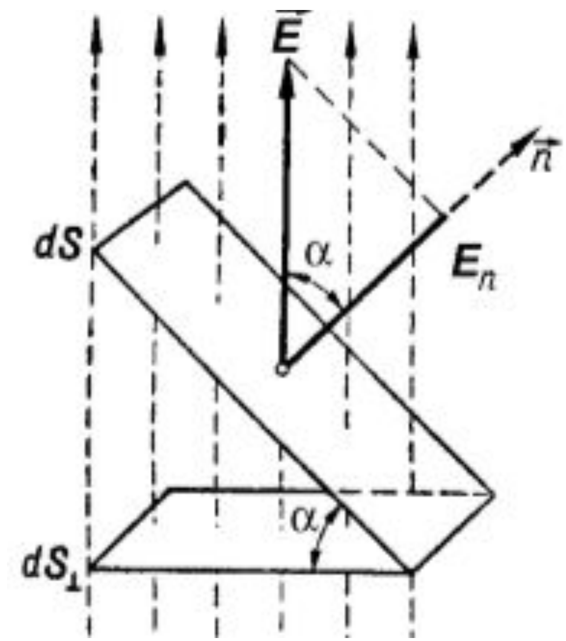
Число линий напряженности, пронизывающих единицу площади поверхности, перпендикулярную линиям напряженности, должно быть равно модулю вектора *E*.

Если поле создается точечным зарядом, то линии напряженности — радиальные прямые.



Число линий напряженности, пронизывающих элементарную площадку d*S*, нормаль *n* которой образует угол α с вектором *E*, равно:

$$\boldsymbol{E}\,\mathrm{d}S\cos\alpha = E_n\,\mathrm{d}S,$$



E_n — проекция вектора *E* на нормаль *n* к площадке d*S*.

Поток вектора напряженности через площадку d*S*:

$$\mathrm{d}\Phi_E = E_n \mathrm{d}S = \mathbf{E}\, \mathrm{d}\mathbf{S}$$

Здесь d*S* = d*Sn* — вектор, модуль которого равен d*S*, а направление совпадает с направлением нормали *n* к площадке

Для произвольной замкнутой поверхности *S* поток вектора *E* сквозь эту поверхность:

$$\Phi_E = \oint_S E_n \mathrm{d}S = \oint_S \mathbf{E}\, \mathrm{d}\mathbf{S},$$

интеграл берется по замкнутой поверхности *S*.

10.3. Принцип суперпозиции электростатических полей. Поле диполя

Принцип суперпозиции полей позволяет определить модуль и направление вектора напряженности E в каждой точке электростатического поля, создаваемого системой неподвижных зарядов $Q_1, Q_2, \ldots, Q_n$.

Принцип суперпозиции (наложения) электростатических полей :

«напряженность Е результирующего поля, создаваемого системой зарядов, равна *геометрической сумме* напряженностей полей, создаваемых в данной точке каждым из зарядов в отдельности».

$$E = \sum_{i=1}^{n} E_i \; .$$

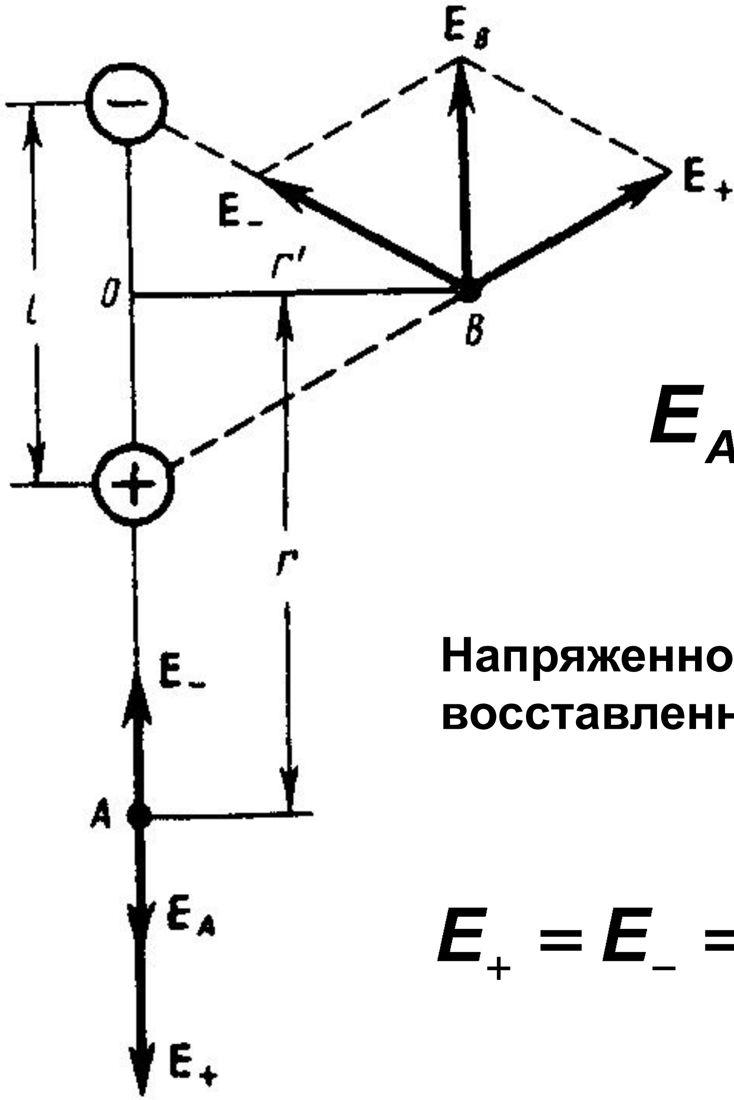
Пример **расчета напряженности электростатического поля с помощью метода наложения: расчет напряженности поля диполя.**

Электрический диполь — система двух равных по модулю разноименных точечных зарядов (+*Q*, –*Q*), расстояние между которыми значительно меньше расстояния до рассматриваемых точек поля.

Вектор, направленный по оси диполя от отрицательного заряда к положительному и равный расстоянию между ними, называется плечом диполя.

Дипольный момент: $$p = |Q|\, l.$$

Электрическим моментом диполя или дипольным моментом называется вектор, совпадающий по направлению с плечом диполя и равный произведению заряда $|Q|$ на плечо l .



Напряженность поля на продолжении оси диполя в точке *A*.

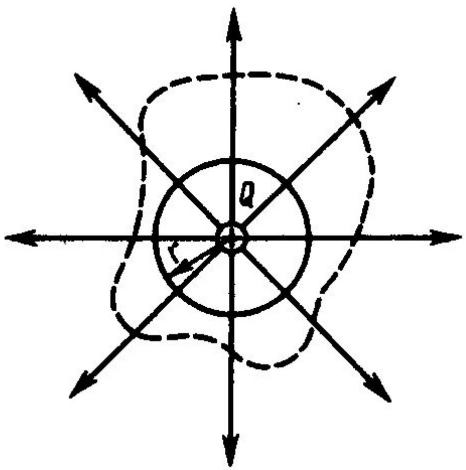
$$E_A = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2Q\,l}{r^3} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2p}{r^3}.$$

Напряженность поля на перпендикуляре, восставленном к оси из его середины, в точке *B* :

$$E_+ = E_- = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{\left(r'\right)^2 + \frac{l^2}{4}} \approx \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{\left(r'\right)^2}.$$

10.4. Теорема Гаусса для электростатического поля в вакууме

Поток вектора напряженности сквозь сферическую поверхность радиуса *r*, охватывающую точечный заряд *Q*, находящийся в ее центре, равен:



$$\Phi_E = \oint_S E_n \mathrm{d}S = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} 4\pi r^2 = \frac{Q}{\varepsilon_0}.$$

Для поверхности любой формы, если она замкнута и заключает в себя точечный заряд *Q*, поток вектора *E* будет равен:

$$\Phi_E = \oint_S E\,\mathrm{d}S = \frac{Q}{\varepsilon_0}.$$

Общий случай произвольной поверхности, окружающей n зарядов.

$$E = \sum_i E_i, \qquad \Phi_E = \oint_S E\,\mathrm{d}S = \sum_i \oint_S E_i \mathrm{d}S.$$

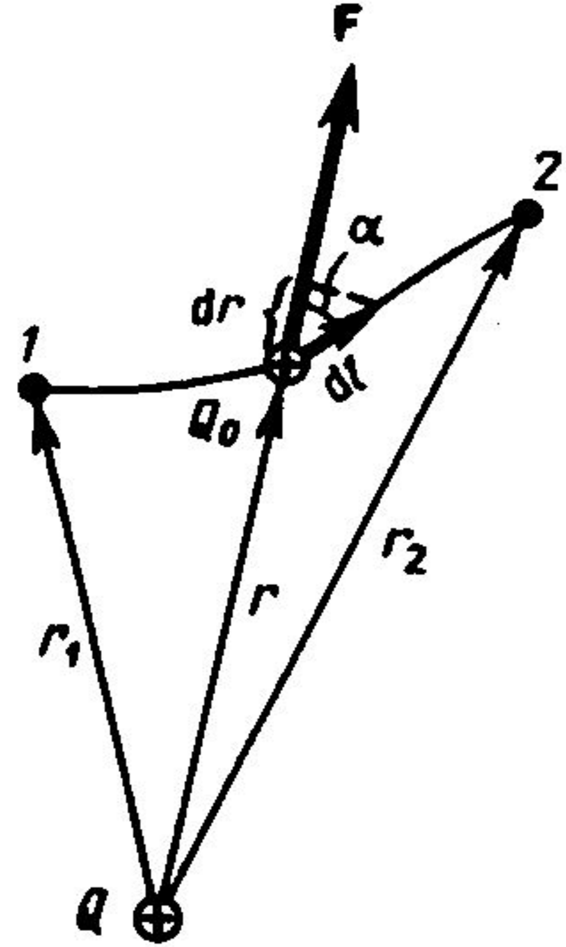
Каждый из интегралов, стоящих под знаком суммы, равен Q_i/ε_0, следовательно:

$$\oint_S E\,\mathrm{d}S = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_i Q_i$$ - теорема Гаусса.

***Теорема Гаусса для электростатического поля в вакууме*:**

«поток вектора напряженности электростатического поля *в вакууме* сквозь произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме заключенных внутри этой поверхности зарядов, деленной на ε_0.

10.5. Циркуляция вектора напряженности электростатического поля



Заряд Q_0 перемещается в электростатическом поле точечного заряда Q.

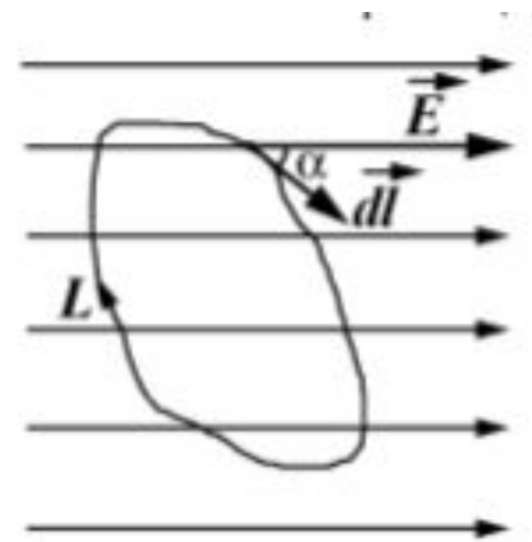
При его перемещении из точки *1* в точку *2* совершается работа:

$$A_{12} = \int_{r1}^{r2} \mathrm{d}A = \frac{QQ_0}{4\pi\varepsilon_0}\int_{r1}^{r2}\frac{\mathrm{d}r}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{QQ_0}{r_1} - \frac{QQ_0}{r_2}\right).$$

Если траектория перемещения заряда замкнута, то работа по замкнутому пути L равна нулю, т.е.:

$$\oint_L \mathrm{d}A = 0.$$

Элементарная работа сил поля на пути $\mathrm{d}l$ равна:



$$E\cos\alpha\,\mathrm{d}l = E_l\,\mathrm{d}l,$$

тогда работа по замкнутому пути L равна:

$$\oint_L \vec{E}\,\mathrm{d}l = \oint_L E_l \mathrm{d}l = 0.$$

Интеграл $$\oint_L \vec{E}\, d\vec{l} = \oint_L E_l\, dl = 0.$$

называется ***циркуляцией вектора напряженности.***

Циркуляция вектора напряженности электростатического поля вдоль любого замкнутого контура равна нулю.

Из обращения в нуль циркуляции вектора *E* следует, что линии напряженности электростатического поля не могут быть замкнутыми.

Они начинаются и кончаются на зарядах или же уходят в бесконечность.

10.6. Потенциал электростатического поля

Потенциальная энергия заряда Q_0, находящегося в поле заряда Q на расстоянии r от него, равна:

$$U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{QQ_0}{r}.$$

Работу сил электростатического поля можно представить как разность потенциальных энергий, которыми обладает точечный заряд Q_0 в начальной и конечной точках поля заряда Q:

$$A_{12} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{QQ_0}{r_1} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{QQ_0}{r_2} = U_1 - U_2.$$

Если поле создается системой *n* точечных зарядов *Q*1, *Q*2, ..., *Qn*, то:

$$U = \sum_{i=1}^{n} U_i = Q_0 \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q_i}{r_i}.$$

Отношение потенциальной энергии точечного заряда к его величине называется потенциалом:

$$\varphi = \frac{U}{Q_0}.$$

***Потенциал* φ** в какой-либо точке электростатического поля есть физическая величина, определяемая потенциальной энергией единичного положительного заряда, помещенного в эту точку.

Потенциал поля, создаваемого точечным зарядом *Q*, равен:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{r}.$$

Работа, совершаемая селами электростатического поля при перемещении заряда Q_0 из точки *1* в точку *2* :

$$A_{12} = U_1 - U_2 = Q_0(\varphi_1 - \varphi_2),$$

т. е. разность потенциалов двух точек *1* и *2* определяется работой, совершаемой силами поля, при перемещении единичного поло жительного заряда из точки *1* в точку *2*.

Работа сил поля при перемещении заряда Q_0 из точки *1* в точку *2* и разность потенциалов этих точек может быть записана через интеграл:

$$A_{12} = \int_1^2 Q_0 E dl, \qquad \varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 E\mathrm{d}l = \int_1^2 E_l \mathrm{d}l.$$

Если перемещать заряд Q_0 из произвольной точки за пределы поля в бесконечность, где, по условию, потенциал равен нулю, то:

$$\varphi = \frac{A_\infty}{Q_0}.$$

Потенциал **— физическая величина, определяемая работой по перемещению единичного положительного заряда при удалении его из данной точки поля в бесконечность.**

Единица потенциала — вольт (В):
1 В есть потенциал такой точки поля, в которой заряд в 1 Кл обладает потенциальной энергией 1 Дж (1 В = 1 Дж/Кл).

Если поле создается несколькими зарядами, то потенциал поля системы зарядов равен *алгебраической* сумме потенциалов полей всех этих зарядов:

$$\varphi = \sum_{i=1}^{n} \varphi_i = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{n} \frac{Q_i}{r_i}.$$

10.7. Напряженность как градиент потенциала. Эквипотенциальные поверхности

Напряженность является *силовой характеристикой поля,* а потенциал — *энергетической характеристикой поля.*

.

Работа по перемещению *единичного* точечного положительного заряда из одной точки поля в другую вдоль оси *x* :

$$E_x = -\frac{\partial \varphi}{\partial x}.$$

Работа вдоль осей x, y и z:

$$E_x = -\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} i + \frac{\partial \varphi}{\partial y} j + \frac{\partial \varphi}{\partial z} k\right).$$

i, j, k — единичные векторы координатных осей *x, y, z*.

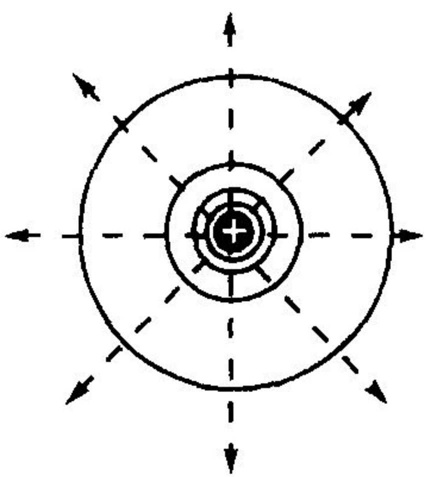
$$\boldsymbol{E} = -\mathrm{grad}\,\varphi = -\nabla\varphi$$

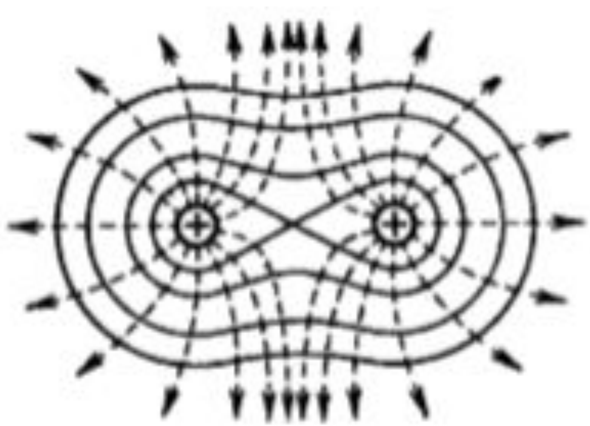
- напряженность поля $\boldsymbol{E}$ **равна градиенту потенциала со знаком минус.**

Знак минус определяется тем, что вектор напряженности $\boldsymbol{E}$ **поля направлен в сторону убывания потенциала.**

Для графического изображения потенциала электростатического поля пользуются эквипотенциальными поверхностями.

Эквипотенциальные поверхности это такие, во всех точках которых потенциал φ **имеет одно и то же значение.**





Линии напряженности *всегда нормальны* к эквипотенциальным поверхностям.

Четыре примера вычисление разности потенциалов по напряженности поля

1. **Поле равномерно заряженной бесконечной плоскости.**

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0},$$ σ — поверхностная плотность заряда.

Разность потенциалов между точками, лежащими на расстояниях x_1 и x_2 от плоскости, равна:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{x1}^{x2} E\mathrm{d}x = \int_{x1}^{x2} \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\mathrm{d}x = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}(x_2 - x_1).$$

2. Поле двух бесконечных параллельных разноименно заряженных плоскостей.

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0},$$

σ – поверхностная плотность заряда,

d **– расстояние между плоскостями.**

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_0^d E\,\mathrm{dx} = \int_0^d \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\mathrm{dx} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} d.$$

3. Поле равномерно заряженной сферической поверхности.

Напряженность поля сферической поверхности радиуса R с общим зарядом Q *вне* сферы ($r > R$) :

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}.$$

Разность потенциалов между двумя точками, лежащими на расстояниях r_1 и r_2 от центра сферы ($r_1 > R$, $r_2 > R$, $r_2 > r_1$), равна:

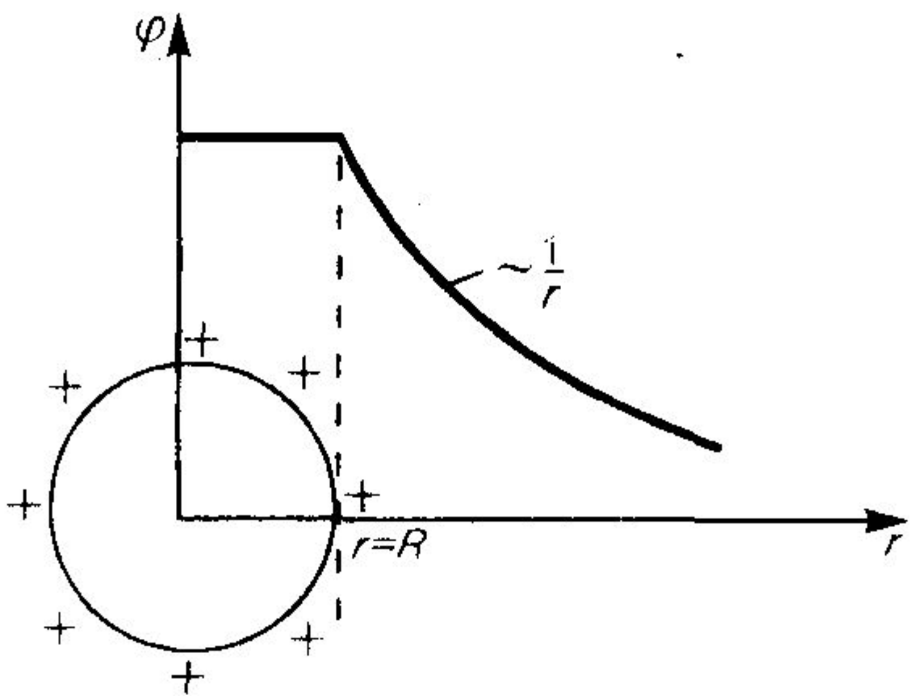
$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r1}^{r2} E\mathrm{d}r = \int_{r1}^{r2} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}\mathrm{d}r = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right).$$

Если принять r_1=r и r_2=∞, то потенциал поля вне сферической поверхности:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r}.$$

Внутри сферической поверхности потенциал всюду одинаков и равен:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R}.$$



4. Поле равномерно заряженного бесконечного цилиндра.

Напряженность вне цилиндра:

$$E = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{\tau}{r}.$$

R **– радиус цилиндра*,***

τ - линейная плотность заряда.

Разность потенциалов между двумя точками, лежащими на расстояниях r_1 м r_2 от оси заряженного цилиндра ($r_1>R$, $r_2>R$, $r_2>r_1$), равна:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r1}^{r2} E\mathrm{d}r = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0}\int_{r1}^{r2}\frac{1}{r}\mathrm{d}r = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{r_2}{r_1}.$$