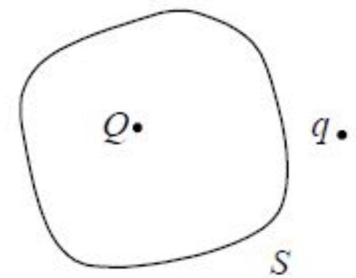
一、选择题

电学习题课

1. 点电荷 Q 被曲面 S 所包围，从无穷远处引入另一点电荷 q 至曲面外一点，如图所示，则引入前后：



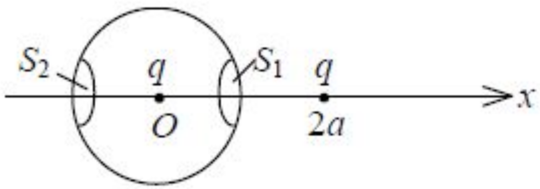
(A) 曲面 S 的电场强度通量不变，曲面上各点场强不变．

(B) 曲面 S 的电场强度通量变化，曲面上各点场强不变．

(C) 曲面 S 的电场强度通量变化，曲面上各点场强变化．

(D) 曲面 S 的电场强度通量不变，曲面上各点场强变化． [D]

2. 有两个电荷都是 $+q$ 的点电荷，相距为 $2a$．今以左边的点电荷所在处为球心，以 a 为半径作一球形高斯面．在球面上取两块相等的小面积 S_1 和 S_2，其位置如图所示．设通过 S_1 和 S_2 的电场强度通量分别为 Φ_1 和 Φ_2，通过整个球面的电场强度通量为 Φ_S，则



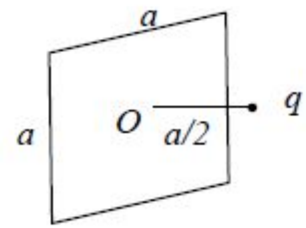
(A) $\Phi_1 > \Phi_2$，$\Phi_S = q/\varepsilon_0$．

(B) $\Phi_1 < \Phi_2$，$\Phi_S = 2q/\varepsilon_0$．

(C) $\Phi_1 = \Phi_2$，$\Phi_S = q/\varepsilon_0$．

(D) $\Phi_1 < \Phi_2$，$\Phi_S = q/\varepsilon_0$． [D]

3. 有一边长为 a 的正方形平面，在其中垂线上距中心 O 点 $a/2$ 处，有一电荷为 q 的正点电荷，如图所示，则通过该平面的电场强度通量为

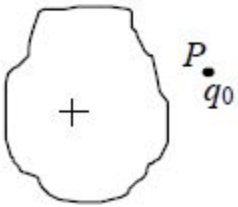


(A) $\dfrac{q}{3\varepsilon_0}$.　　(B) $\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0}$

(C) $\dfrac{q}{3\pi\varepsilon_0}$.　　(D) $\dfrac{q}{6\varepsilon_0}$

[D]

4. 有一带正电荷的大导体，欲测其附近 P 点处的场强，将一电荷量为 q_0 ($q_0>0$)的点电荷放在 P 点，如图所示，测得它所受的电场力为 F．若电荷量 q_0 不是足够小，则



(A) F/q_0 比 P 点处场强的数值大．

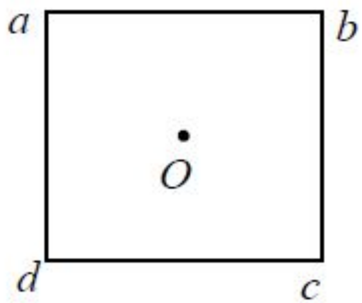
(B) F/q_0 比 P 点处场强的数值小．

(C) F/q_0 与 P 点处场强的数值相等．

(D) F/q_0 与 P 点处场强的数值哪个大无法确定．

[B]

5. 如图所示，边长为 l 的正方形，在其四个顶点上各放有等量的点电荷．若正方形中心 O 处的场强值和电势值都等于零，则：



(A) 顶点 a、b、c、d 处都是正电荷．

(B) 顶点 a、b 处是正电荷，c、d 处是负电荷．

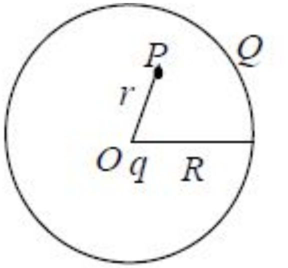
(C) 顶点 a、c 处是正电荷，b、d 处是负电荷．

(D) 顶点 a、b、c、d 处都是负电荷．

[C]

唐芙蓉

6. 真空中一半径为 R 的球面均匀带电 Q，在球心 O 处有一电荷为 q 的点电荷，如图所示．设无穷远处为电势零点，则在球内离球心 O 距离为 r 的 P 点处的电势为



(A) $\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$　　(B) $\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{q}{r}+\dfrac{Q}{R}\right)$.

(C) $\dfrac{q+Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$　　(D) $\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{q}{r}+\dfrac{Q-q}{R}\right)$.

[B]

7. 由高斯定理不难证明在一个电荷面密度为 σ 的均匀带电球面内电场强度处处为零，球面上面元 dS 带有 $\sigma \cdot dS$ 的电荷，该电荷元在球面内各点产生的电场强度 [C]

A、处处为零　　B、不一定都为零

C、处处不为零　　D、无法判断

8. 已知一个闭合的高斯面所包围的体积内电荷代数和 $\sum q=0$，则可肯定 [C]

A、高斯面上各点电场强度均为零

B、穿过高斯面上任意一个小面元的电场强度通量均为零

C、穿过闭合高斯面的电场强度通量等于零

D、说明静电场的电场线是闭合曲线

唐芙蓉

8. 关于静电场中的电位移线，下列说法中，哪一个是正确的？

(A) 起自正电荷，止于负电荷，不形成闭合线，不中断．

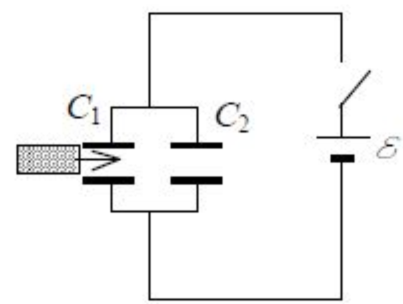
(B) 任何两条电位移线互相平行．

(C) 起自正自由电荷，止于负自由电荷，任何两条电位移线在无自由电荷的空间不相交．

(D) 电位移线只出现在有电介质的空间．

[C]

9. C_1 和 C_2 两空气电容器并联起来接上电源充电．然后将电源断开，再把一电介质板插入 C_1 中，如图所示，则



(A) C_1 和 C_2 极板上电荷都不变．

(B) C_1 极板上电荷增大，C_2 极板上电荷不变．

(C) C_1 极板上电荷增大，C_2 极板上电荷减少．

(D) C_1 极板上电荷减少，C_2 极板上电荷增大．

[C]

10. 如果在空气平行板电容器的两极板间平行地插入一块与极板面积相同的金属板，则由于金属板的插入及其相对极板所放位置的不同，对电容器电容的影响为：

(A) 使电容减小，但与金属板相对极板的位置无关．

(B) 使电容减小，且与金属板相对极板的位置有关．

(C) 使电容增大，但与金属板相对极板的位置无关．

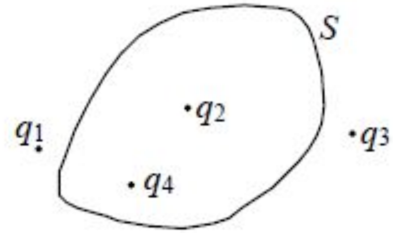
(D) 使电容增大，且与金属板相对极板的位置有关．

[C]

唐芙蓉

二、填空题

1. 点电荷 q_1、q_2、q_3 和 q_4 在真空中的分布如图所示．图中 S 为闭合曲面，则通过该闭合曲面的电场强度通量 $\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=$____________，式中的 $\vec{E}$ 是点电荷________在闭合曲面上任一点产生的场强的矢量和．



$(q_2+q_4)/\varepsilon_0$

q_1、q_2、q_3、q_4

2 分

2 分

2. 一半径为 R，长为 L 的均匀带电圆柱面，其单位长度带有电荷 λ．在带电圆柱的中垂面上有一点 P，它到轴线距离为 $r(r>R)$，则 P 点的电场强度的大小：

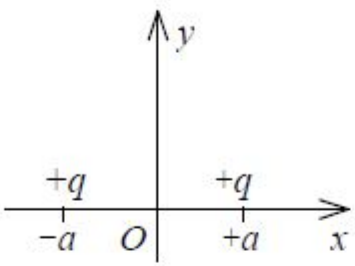
当 $r \ll L$ 时，$E=$__ $\lambda/(2\pi\varepsilon_0 r)$ __；当 $r \gg L$ 时，$E=$_ $\lambda L/(4\pi\varepsilon_0 r^2)$

2 分

2 分

3. 电荷均为 $+q$ 的两个点电荷分别位于 x 轴上的 $+a$ 和 $-a$ 位置，如图所示．则 y 轴上各点电场强度的表示式为

$\vec{E}=$____________________，场强最大值的位置在 $y=$______



3 分

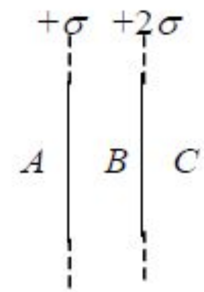
2 分

$$\frac{2qy}{4\pi\varepsilon_0\left(a^2+y^2\right)^{3/2}}\vec{j}\,,\quad (\vec{j}\text{ 为 } y \text{ 方向单位矢量})$$

$\pm a/\sqrt{2}$

唐芙蓉

4. 两个平行的“无限大”均匀带电平面， 其电荷面密度分别为$+\sigma$和$+2\sigma$，如图所示，则A、B、C三个区域的电场强度分别为：



2 分
2 分
1 分

$E_A=$__________________，$E_B=$__________________，$E_C=$_______________(设方向向右为正).

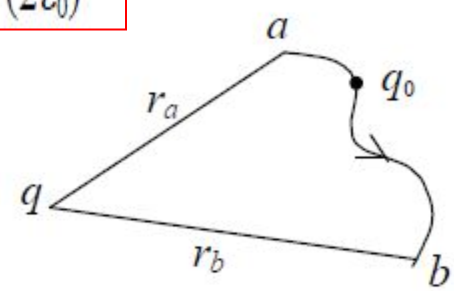
$-3\sigma/(2\varepsilon_0)$

$-\sigma/(2\varepsilon_0)$

$3\sigma/(2\varepsilon_0)$

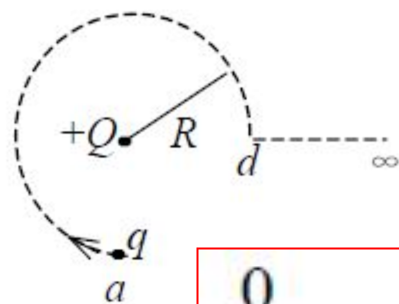
5. 如图所示，在电荷为q的点电荷的静电场中，将一电荷为q_0的试验电荷从a点经任意路径移动到b点，电场力所作的功$A=$________

$$\frac{q_0 q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_a}-\frac{1}{r_b}\right)$$



3 分

6. 如图所示．试验电荷q， 在点电荷$+Q$产生的电场中，沿半径为R的整个圆弧的3/4圆弧轨道由a点移到d点的过程中电场力作功为_________________；从d点移到无穷远处的过程中，电场力作功为_____________.



2 分
2 分

0

$qQ/(4\pi\varepsilon_0 R)$

唐芙蓉

7. 一半径为 R 的均匀带电球面，其电荷面密度为σ. 若规定无穷远处为电势零点，则该球面上的电势 U=___$R\sigma/\varepsilon_0$___. 3 分

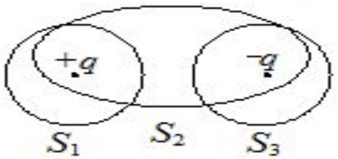
8. 一平行板电容器，充电后切断电源，然后使两极板间充满相对介电常量为ε_r 的各向同性均匀电介质. 此时两极板间的电场强度是原来的___$1/\varepsilon_r$___倍；电场能量是原来的___$1/\varepsilon_r$___倍.

1 分
2 分

9. 一平行板电容器，两板间充满各向同性均匀电介质，已知相对介电常量为ε_r．若极板上的自由电荷面密度为σ，则介质中电位移的大小 D =___σ___，电场强度的大小 E =___$\sigma/(\varepsilon_0\varepsilon_r)$___.

2 分
2 分

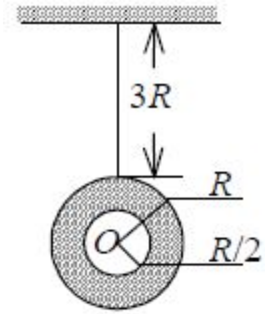
10. 在点电荷 $+q$ 和 $-q$ 的静电场中，作出如图所示的三个闭合面 S_1、S_2、S_3，则通过这些闭合面的电场强度通量分别是：Φ_1=________，Φ_2=________，Φ_3=________.



唐芙蓉

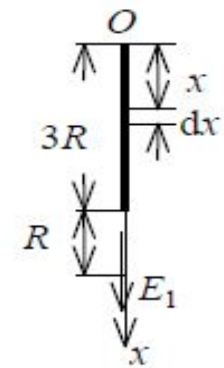
三、计算题

1. 一环形薄片由细绳悬吊着，环的外半径为 R，内半径为 $R/2$，并有电荷 Q 均匀分布在环面上．细绳长 $3R$，也有电荷 Q 均匀分布在绳上，如图所示，试求圆环中心 O 处的电场强度(圆环中心在细绳延长线上)．



解：先计算细绳上的电荷在 O 点产生的场强．选细绳顶端作坐标原点 O，x 轴向下为正．在 x 处取一电荷元

$$\mathrm{d}q = \lambda \mathrm{d}x = Q\mathrm{d}x/(3R)$$



它在环心处的场强为

$$\mathrm{d}E_1 = \frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0(4R-x)^2} = \frac{Q\,\mathrm{d}x}{12\pi\varepsilon_0 R(4R-x)^2}$$ 2 分

整个细绳上的电荷在环心处的场强

$$E_1 = \frac{Q}{12\pi\varepsilon_0 R}\int_0^{3R}\frac{dx}{(4R-x)^2} = \frac{Q}{16\pi\varepsilon_0 R^2}$$ 2 分

圆环上的电荷分布对环心对称，它在环心处的场强

$$E_2=0$$ 2 分

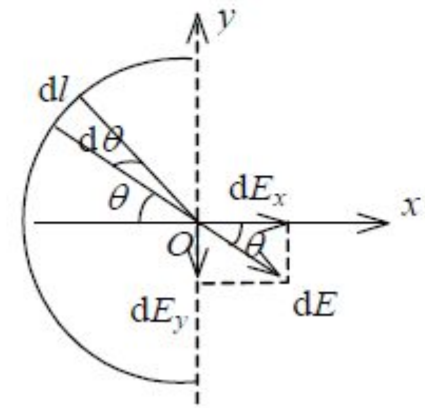
由此，合场强 $\vec{E} = E_1\vec{i} = \dfrac{Q}{16\pi\varepsilon_0 R^2}\vec{i}$ 2 分

方向竖直向下．

2. 用绝缘细线弯成的半圆环，半径为 R，其上均匀地带有正电荷 Q，试求圆心 O 点的电场强度．

解：　选取圆心 O 为原点，坐标 Oxy 如图所示，其中 Ox 轴沿半圆环的对称轴．在环上任意取一小段圆弧 $\mathrm{d}l=R\mathrm{d}\theta$，其上电荷 $\mathrm{d}q=(Q\mathrm{d}l)/(\pi R)=(Q\mathrm{d}\theta)/\pi$，它在 O 点产生的场强为

$$\mathrm{d}E=\frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 R^2}=\frac{Q\,\mathrm{d}\theta}{4\pi^2\varepsilon_0 R^2}$$ 2 分



在 x、y 轴方向的两个分量

$$dE_x=dE\cos\theta=\frac{Q}{4\pi^2\varepsilon_0 R^2}\cos\theta\,\mathrm{d}\theta$$ 1 分

$$dE_y=dE\sin\theta=\frac{Q}{4\pi^2\varepsilon_0 R^2}\sin\theta\,\mathrm{d}\theta$$ 1 分

对两个分量分别积分

$$E_x=\int dE_x=\frac{Q}{4\pi^2\varepsilon_0 R^2}\int_{-\pi/2}^{\pi/2}\cos\theta\,\mathrm{d}\theta=\frac{Q}{2\pi^2\varepsilon_0 R^2}$$ 2 分

$$E_y=\int dE_y=\frac{Q}{4\pi^2\varepsilon_0 R^2}\int_{-\pi/2}^{\pi/2}\sin\theta\,\mathrm{d}\theta=0$$ 2 分

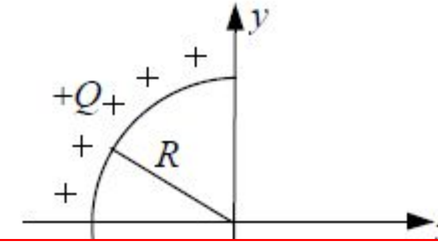
由此得

$$\vec{E}=E_x\vec{i}=\frac{Q}{2\pi^2\varepsilon_0 R^2}\vec{i}$$ 2 分

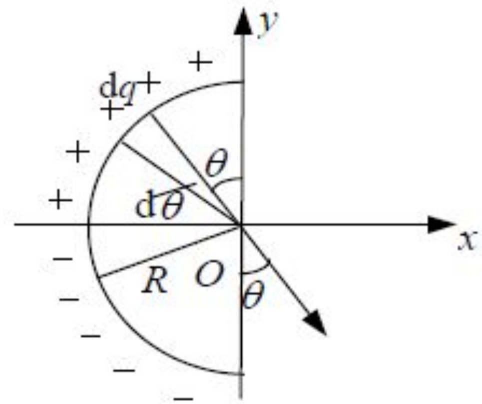
$\vec{i}$ 为 x 轴正向的单位矢量．

唐芙蓉

3. 一个细玻璃棒被弯成半径为 R 的半圆形，沿其上半部分均匀分布有电荷 $+Q$，沿其下半部分均匀分布有电荷 $-Q$，如图所示．试求圆心 O 处的电场强度．



解：把所有电荷都当作正电荷处理．在 θ 处取微小电荷 $\mathrm{d}q = \lambda \mathrm{d}l = 2Q\mathrm{d}\theta / \pi$



它在 O 处产生场强

$$\mathrm{d}E = \frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 R^2} = \frac{Q}{2\pi^2\varepsilon_0 R^2}\mathrm{d}\theta$$ 2 分

按 θ 角变化，将 $\mathrm{d}E$ 分解成二个分量：

$$\mathrm{d}E_x = \mathrm{d}E\sin\theta = \frac{Q}{2\pi^2\varepsilon_0 R^2}\sin\theta\,\mathrm{d}\theta$$

$$\mathrm{d}E_y = -\mathrm{d}E\cos\theta = -\frac{Q}{2\pi^2\varepsilon_0 R^2}\cos\theta\,\mathrm{d}\theta$$ 3 分

对各分量分别积分，积分时考虑到一半是负电荷

$$E_x = \frac{Q}{2\pi^2\varepsilon_0 R^2}\left[\int_0^{\pi/2}\sin\theta\,\mathrm{d}\theta - \int_{\pi/2}^{\pi}\sin\theta\,\mathrm{d}\theta\right] = 0$$ 2 分

$$E_y = \frac{-Q}{2\pi^2\varepsilon_0 R^2}\left[\int_0^{\pi/2}\cos\theta\,\mathrm{d}\theta - \int_{\pi/2}^{\pi}\cos\theta\,\mathrm{d}\theta\right] = -\frac{Q}{\pi^2\varepsilon_0 R^2}$$ 2 分

所以 $$\vec{E} = E_x\vec{i} + E_y\vec{j} = \frac{-Q}{\pi^2\varepsilon_0 R^2}\vec{j}$$ 1 分

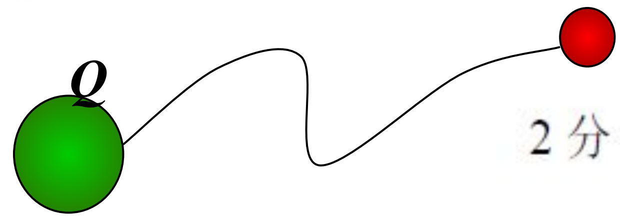
芙蓉

4. 半径分别为 1.0 cm 与 2.0 cm 的两个球形导体，各带电荷 1.0×10^{-8} C，两球相距很远．若用细导线将两球相连接．求(1) 每个球所带电荷；(2) 每球的电势．($\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}=9\times10^9\ \mathrm{N\cdot m^2/C^2}$)

解：两球相距很远，可视为孤立导体，互不影响．球上电荷均匀分布．设两球半径分别为 r_1 和 r_2，导线连接后的电荷分别为 q_1 和 q_2，而 $q_1+q_1=2q$，则两球电势分别是

$$U_1=\frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_1},\qquad U_2=\frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_2}$$ 2 分

两球相连后电势相等，$U_1=U_2$，则有



$$\frac{q_1}{r_1}=\frac{q_2}{r_2}=\frac{q_1+q_2}{r_1+r_2}=\frac{2q}{r_1+r_2}$$ 2 分

由此得到

$$q_1=\frac{r_1 2q}{r_1+r_2}=6.67\times10^{-9}\ \mathrm{C}$$ 1 分

$$q_2=\frac{r_2 2q}{r_1+r_2}=13.3\times10^{-9}\ \mathrm{C}$$ 1 分

两球电势

$$U_1=U_2=\frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_1}=6.0\times10^3\ \mathrm{V}$$ 2 分

5. 若电荷以相同的面密度σ均匀分布在半径分别为 $r_1=10$ cm 和 $r_2=20$ cm 的两个同心球面上，设无穷远处电势为零，已知球心电势为 300 V，试求两球面的电荷面密度σ的值．　($\varepsilon_0=8.85\times10^{-12}\text{C}^2/\text{N}\cdot\text{m}^2$)

解：球心处总电势应为两个球面电荷分别在球心处产生的电势叠加，即

$$U=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1}{r_1}+\frac{q_2}{r_2}\right)=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{4\pi r_1^2\sigma}{r_1}+\frac{4\pi r_2^2\sigma}{r_2}\right)=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}(r_1+r_2)$$ 3 分

故得

$$\sigma=\frac{\varepsilon_0 U}{r_1+r_2}=8.85\times10^{-9}\ \text{C/m}^2$$ 2 分

唐芙蓉

6. 电荷以相同的面密度σ分布在半径为 r_1=10 cm 和 r_2=20 cm 的两个同心球面上．设无限远处电势为零，球心处的电势为 U_0=300 V.

(1) 求电荷面密度σ.

(2) 若要使球心处的电势也为零，外球面上应放掉多少电荷？

[ε_0=8.85×10^{-12} C^2/(N·m^2)]

解：(1) 球心处的电势为两个同心带电球面各自在球心处产生的电势的叠加，即

$$U_0=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1}{r_1}+\frac{q_2}{r_2}\right)=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{4\pi r_1^2\sigma}{r_1}-\frac{4\pi r_2^2\sigma}{r_2}\right)$$

$$=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}(r_1+r_2)$$ 3 分

$$\sigma=\frac{U_0\varepsilon_0}{r_1+r_2}=8.85\times10^{-9}\ \mathrm{C/m^2}$$ 2 分

(2) 设外球面上放电后电荷面密度为σ'，则应有

$$U_0'=\frac{1}{\varepsilon_0}(\sigma r_1+\sigma' r_2)=0$$

即 $$\sigma'=-\frac{r_1}{r_2}\sigma$$ 2 分

外球面上应变成带负电，共应放掉电荷

$$q'=4\pi r_2^2(\sigma-\sigma')=4\pi r_2^2\sigma\left(1+\frac{r_1}{r_2}\right)$$

$$=4\pi\sigma r_2(r_1+r_2)=4\pi\varepsilon_0U_0r_2=6.67\times10^{-9}\ \mathrm{C}$$ 3 分

唐芙蓉

7. 在盖革计数器中有一直径为2.00 cm的金属圆筒，在圆筒轴线上有一条直径为0.134 mm的导线. 如果在导线与圆筒之间加上850 V的电压，试分别求：(1) 导线表面处 (2) 金属圆筒内表面处的电场强度的大小.

解：设导线上的电荷线密度为λ，与导线同轴作单位长度的、半径为r的(导线半径R_1<r<圆筒半径R_2)高斯圆柱面，则按高斯定理有

$$2\pi rE = \lambda / \varepsilon_0$$

得到 $E = \lambda / (2\pi\varepsilon_0 r) \quad (R_1 < r < R_2)$ 2分

方向沿半径指向圆筒. 导线与圆筒之间的电势差

$$U_{12} = \int_{R_1}^{R_2} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{r} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\int_{R_1}^{R_2} \frac{\mathrm{d}r}{r} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \ln\frac{R_2}{R_1}$$ 2分

则 $E = \dfrac{U_{12}}{r\ln(R_2/R_1)}$ 2分

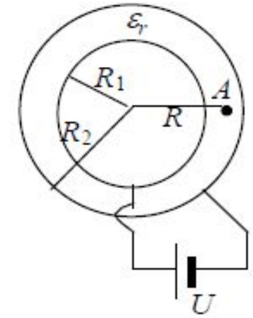
代入数值，则：

(1) 导线表面处 $E_1 = \dfrac{U_{12}}{R_1\ln(R_2/R_1)} = 2.54 \times 10^6$ V/m 2分

(2) 圆筒内表面处 $E_2 = \dfrac{U_{12}}{R_2\ln(R_2/R_1)} = 1.70 \times 10^4$ V/m 2分

唐芙蓉

8. 一电容器由两个很长的同轴薄圆筒组成，内、外圆筒半径分别为 $R_1 = 2$ cm，$R_2 = 5$ cm，其间充满相对介电常量为ε_r 的各向同性、均匀电介质．电容器接在电压 $U = 32$ V 的电源上，(如图所示)，试求距离轴线 $R = 3.5$ cm 处的 A 点的电场强度和 A 点与外筒间的电势差．



解：设内外圆筒沿轴向单位长度上分别带有电荷$+\lambda$和$-\lambda$，根据高斯定理可求得两圆筒间任一点的电场强度为 $E = \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r}$ 2 分

则两圆筒的电势差为 $U = \displaystyle\int_{R_1}^{R_2} \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{r} = \int_{R_1}^{R_2} \frac{\lambda\,\mathrm{d}r}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\ln\frac{R_2}{R_1}$

解得 $\lambda = \dfrac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r U}{\ln\dfrac{R_2}{R_1}}$ 3 分

于是可求得A点的电场强度为 $E_A = \dfrac{U}{R\ln(R_2/R_1)}$

$= 998$ V/m　方向沿径向向外 2 分

A 点与外筒间的电势差： $U' = \displaystyle\int_{R}^{R_2} E\,\mathrm{d}r = \frac{U}{\ln(R_2/R_1)}\int_{R}^{R_2}\frac{\mathrm{d}r}{r}$

$= \dfrac{U}{\ln(R_2/R_1)}\ln\dfrac{R_2}{R} = 12.5$ V 3 分

唐芙蓉