

МБОУ СОШ с. Камышки

# Тема : «Объёмы тел»



Учитель: Мурзагалиева Акмоншак Хасеновна.

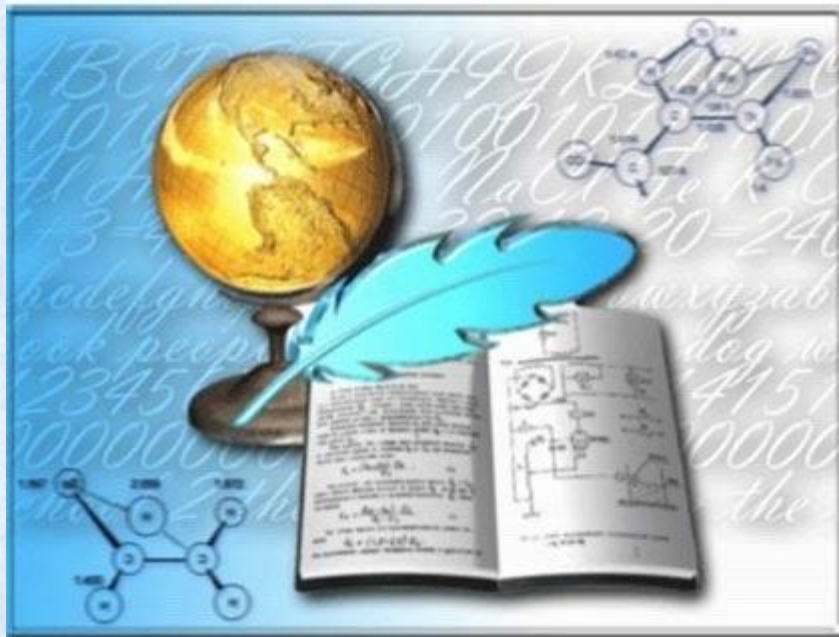
Если бы я родился музыкантом,  
Я бы стремился перебороть шумы мира  
С помощью стройных звуков.

Если бы я родился архитектором,  
Я бы строил людям не квартиры, а  
домашние очаги.

Я одарил бы их светом, цветом и тишиной,  
Но поскольку я поэт,  
Я хотел бы так же четко и ясно  
Говорить на языке слов,  
Как математики говорят на языке чисел.



# Объёмы тел



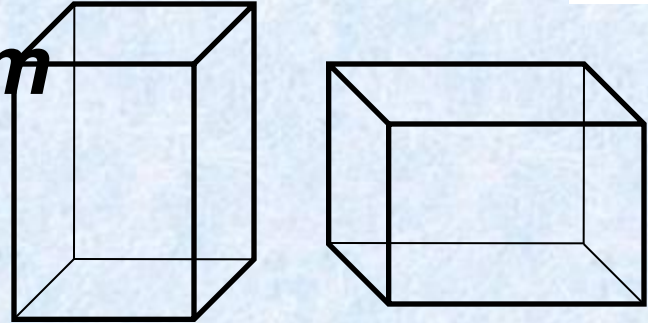
**Объём** — количественная характеристика пространства, занимаемого телом или веществом. Объём тела или вместимость сосуда определяется его формой и линейными размерами



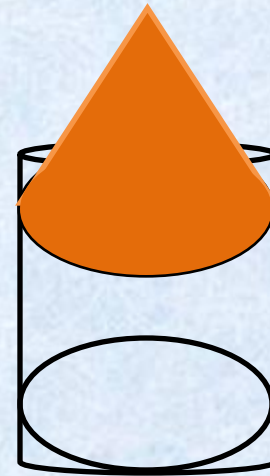


# **Свойства объёмов:**

**1. Равные тела имеют равные объёмы**



**2. Если тело составлено из нескольких тел, то его объём равен сумме объёмов этих тел**





- Симпсон Томас - английский математик. В 1743 вывел формулу приближённого интегрирования. В 1746 году Симпсон избран в члены Лондонского королевского общества, а ранее — в члены основанного в 1717 году в Лондоне Математического общества. Назначенный профессором в Вульвич, Симпсон составил учебники по элементарной математике. В особых отделах геометрии рассматриваются задачи о наибольших и наименьших величинах, решаемые с помощью элементарной геометрии, правильные многогранники, измерение поверхностей, объёмы тел и, наконец, смешанные задачи.





# Формула Симпсона



$$V = \frac{b - a}{6} (S_{\text{н.о.}} + 4S_{\text{ср.сеч.}} + S_{\text{в.о.}})$$

***$b, a$***  – предельные значения высоты геометрического тела, ***среднее сечение*** – сечение тела плоскостью, параллельной основанию, и проходящей через середину высоты

Как найти объем у куба?

Есть у куба 3 стены,

В них по три величины.

Я возьму их, перемножу.

Ведь не так все это сложно.

С первой стенки взял длину,

Со второй взял ширину,

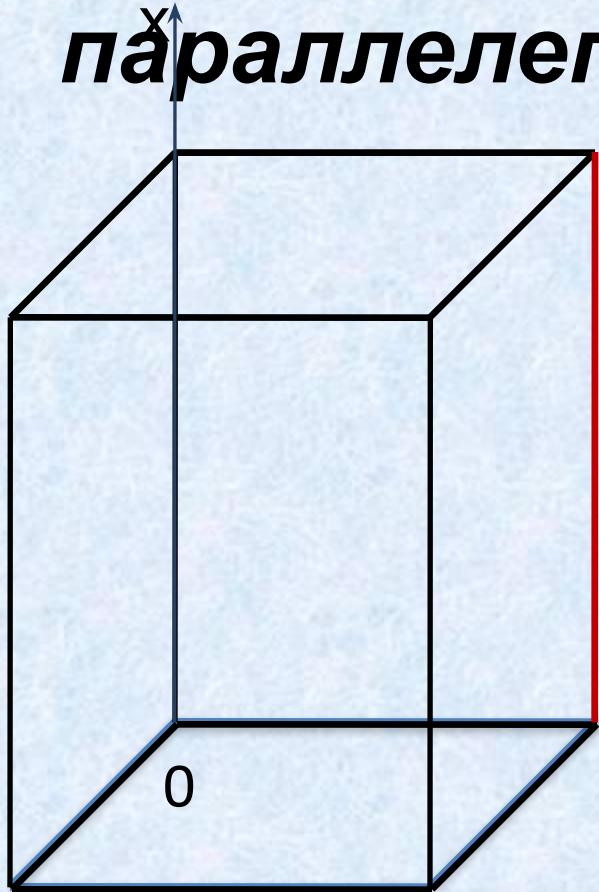
С третьей вышла высота.

Получилась красота!





# Объём прямого параллелепипеда



$$V = \frac{b - a}{6} (S_{\text{н.о.}} + 4S_{\text{ср.сеч.}} + S_{\text{в.о.}})$$

$$S_{\text{н.о.}} = S_{\text{ср.сеч.}} = S_{\text{в.о.}} = S$$

$h$

$$b = h, a = 0$$

$$V = \frac{h - 0}{6} \cdot 6S = Sh$$

$$V = Sh$$



# Объём прямой призмы.

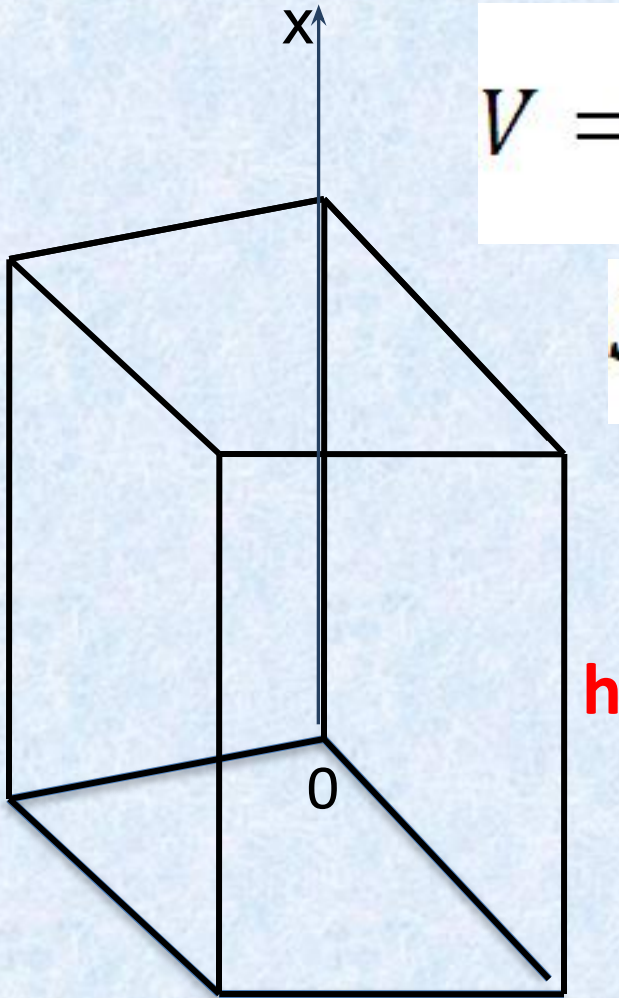
$$V = \frac{b - a}{6} (S_{\text{н.о.}} + 4S_{\text{ср.сеч.}} + S_{\text{в.о.}})$$

$$S_{\text{н.о.}} = S_{\text{ср.сеч.}} = S_{\text{в.о.}} = S$$

$$b = h, a = 0$$

$$V = \frac{h - 0}{6} \cdot 6S = Sh$$

$$V = Sh$$





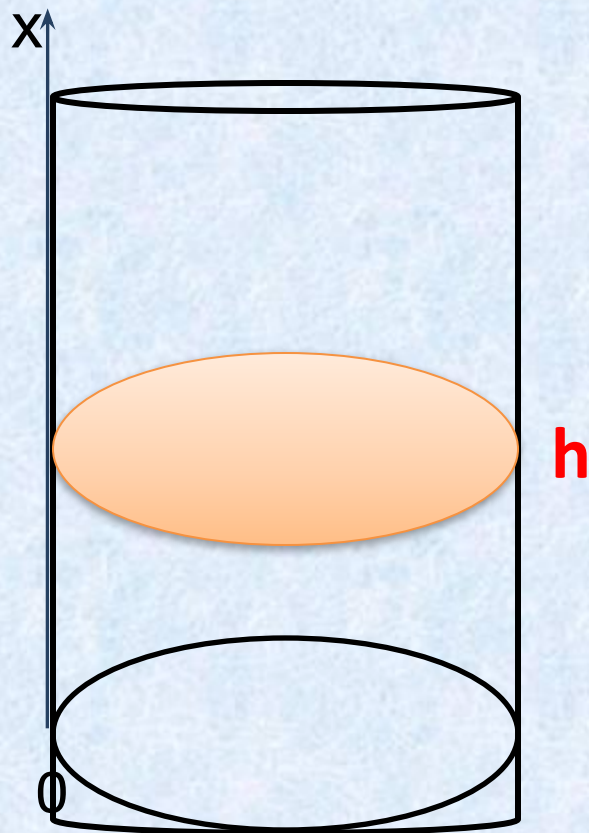


-Цилиндр, что такое? -  
спросил я у папы.  
Отец рассмеялся : -  
Цилиндр, это шляпа.  
Чтобы иметь представление  
верное,  
Цилиндр, скажем так, это  
банка консервная.  
Труба парохода- цилиндр,  
Труба на нашей крыше -  
тоже,  
Все трубы на цилиндр  
похожи.  
А я привёл пример такой -  
Калейдоскоп любимый мой  
Глаз от него не оторвёшь,  
И тоже на цилиндр похож.





## Объём цилиндра.



$$V = \frac{b - a}{6} (S_{\text{н.о.}} + 4S_{\text{ср.сеч.}} + S_{\text{в.о.}})$$

$$S_{\text{н.о.}} = S_{\text{ср.сеч.}} = S_{\text{в.о.}} = S$$

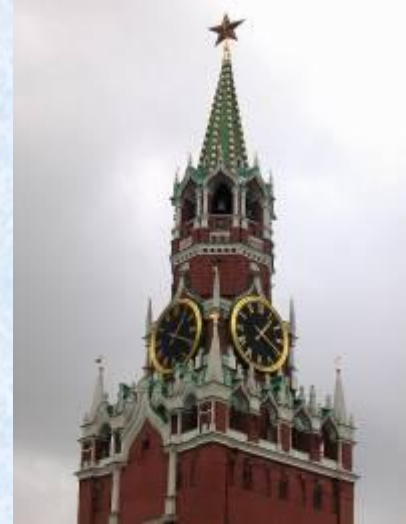
$$b = h, a = 0$$

$$V = \frac{h - 0}{6} \cdot 6S = Sh$$

$$V = Sh = \pi R^2 h$$



Я видел картину. На этой  
картине  
Стоит ПИРАМИДА в песчаной  
пустыне.  
Всё в пирамиде необычайно,  
Какая-то  
есть в ней загадка и тайна.  
А Спасская башня на площади  
Красной  
И детям, и взрослым знакома  
прекрасно.  
Посмотришь на башню,  
обычная с виду,  
А что на вершине у ней?  
Пирамида!





# Объём пирамиды.

$$V = \frac{b - a}{6} (S_{\text{н.о.}} + 4S_{\text{ср.сеч.}} + S_{\text{в.о.}})$$

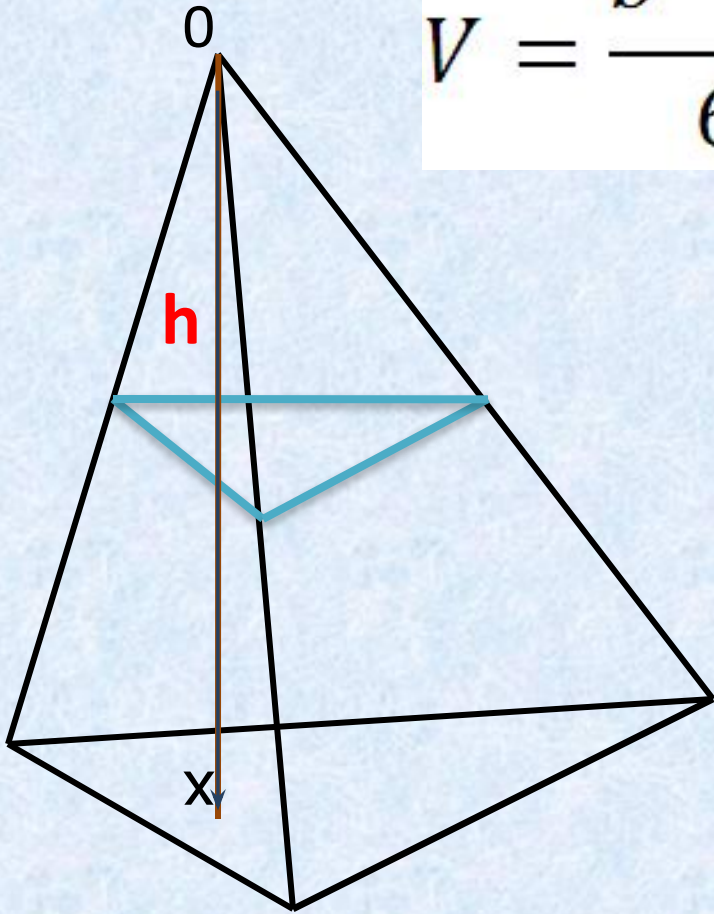
$$S_{\text{н.о.}} = S \quad S_{\text{ср.с.}} = \frac{1}{4}S$$

$$S_{\text{в.о.}} = 0$$

$$b = h, a = 0$$

$$V = \frac{h}{6} \left( S + 4 \cdot \frac{1}{4}S \right) = \frac{h}{6} \cdot 2S$$

$$V = \frac{1}{3}Sh$$



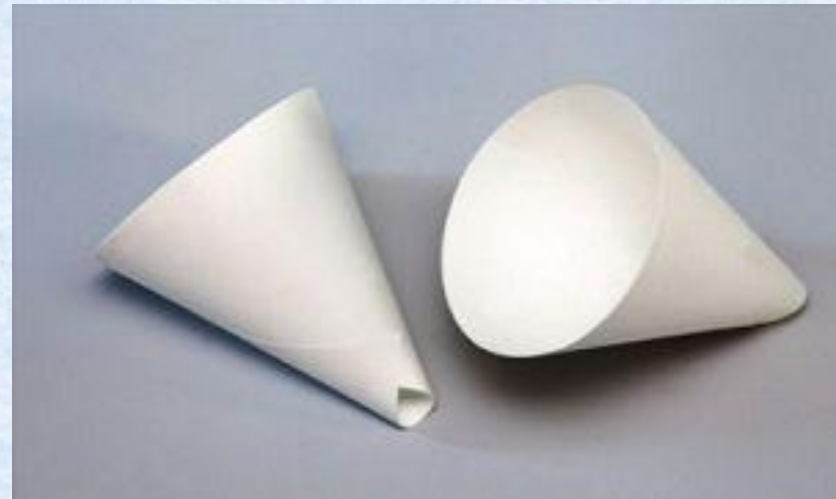


Сказала мама: - А сейчас  
Про конус будет мой рассказ.  
В высокой шапке звездочёт  
Считает звёзды круглый год.  
КОНУС- шляпа звездочёта.  
Вот какой он. Понял? То-то.

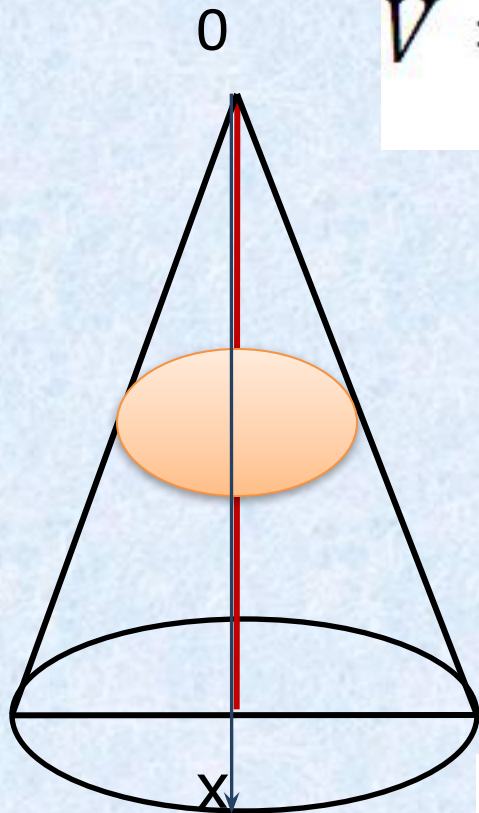
Мама у стола стояла  
В бутылки масло разливала.  
- Где воронка? Нет воронки.  
Поищи. Не стой в сторонке.  
-Мама, с места я не тронусь ,  
Расскажи ещё про конус.  
-Воронка и есть в виде конуса  
лейка.

Ну-ка, найди мне её поскорей-ка.

Воронку я найти не смог,  
Но мама сделала кулёк,  
Картон вокруг пальца обкрутила  
И ловко скрепкой закрепила.  
Масло льётся, мама рада,  
Конус вышел то, что надо.



# Объём конуса .



$$V = \frac{b - a}{6} (S_{\text{н.о.}} + 4S_{\text{ср.сеч.}} + S_{\text{в.о.}})$$

$$S_{\text{н.о.}} = S \quad S_{\text{ср.с.}} = \frac{1}{4} S$$

$$S_{\text{в.о.}} = 0$$

$$b = h, a = 0$$

$$V = \frac{h}{6} \left( S + 4 \cdot \frac{1}{4} S \right) = \frac{h}{6} \cdot 2S$$

$$V = \frac{1}{3} Sh$$

$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 h$$

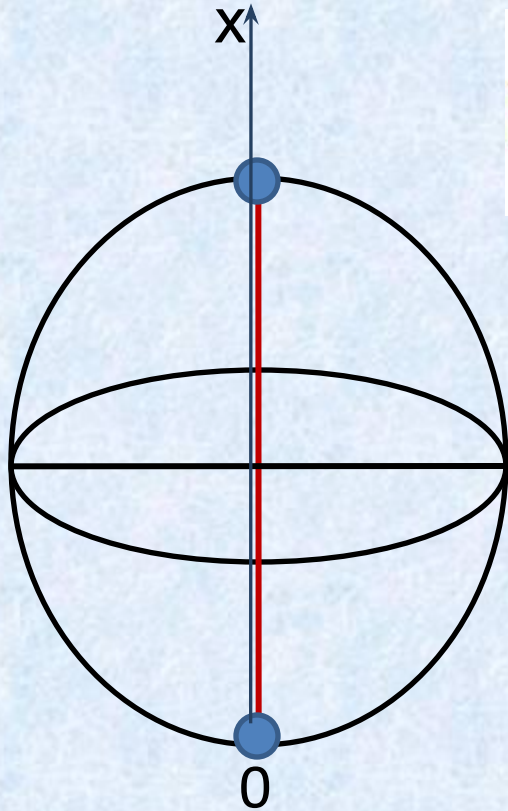




Удар! Удар! Ещё удар!  
Летит в ворота мячик - ШАР!  
А это- шар арбузный  
Зелёный, круглый, вкусный.  
Вглядитесь лучше - шар каков!  
Он сделан из одних кругов.  
Разрежьте на круги арбуз  
И их попробуйте на вкус.



# Объём шара



$$V = \frac{b - a}{6} (S_{\text{H.O.}} + 4S_{\text{ср.сеч.}} + S_{\text{B.O.}})$$

$$S_{\text{H.O.}} = S_{\text{B.O.}} = 0$$

$$S_{\text{ср.сеч.}} = \pi R^2$$

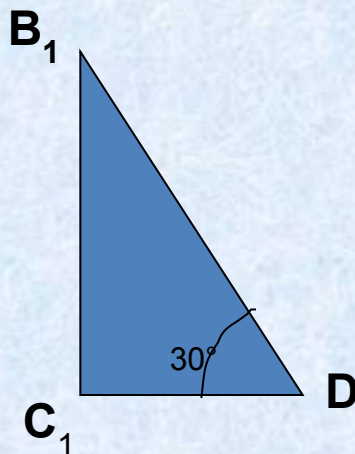
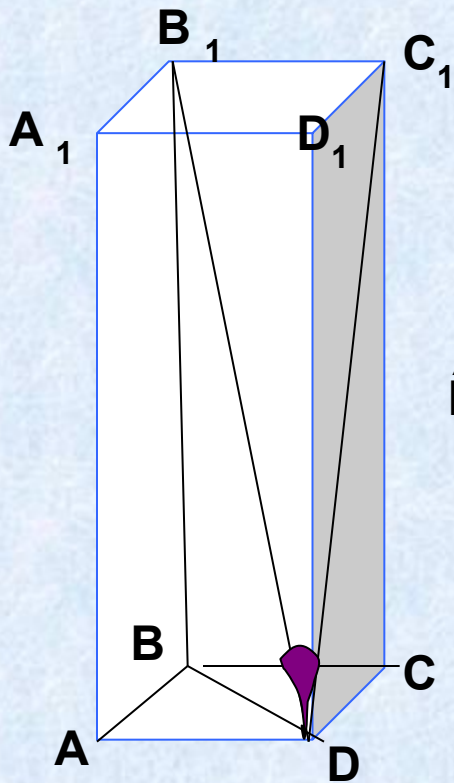
$$b = 2R, a = 0$$

$$V = \frac{2R}{6} \cdot 4\pi R^2$$

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3$$



Длина стороны основания правильной четырехугольной призмы равна 3см.  
 Диагональ призмы образует с плоскостью боковой грани угол  $30^\circ$ .  
 Вычислить объем призмы.



Дано: ABCD- квадрат,  
 $AB=3\text{см}$ , угол  $B_1DC_1=30^\circ$

Найти:  $V$

Решение.

$$V=SH, H=CC_1$$

$$S=a^2$$

$$S=9\text{см}^2$$

$$\triangle B_1C_1D\text{-прямоугольный}$$

$$DC_1=B_1C_1 \cdot \text{ctg}30^\circ=3\sqrt{3}\text{см},$$

$$B_1C_1=BC=AB=3\text{см}$$

$$\triangle C_1C D\text{-прямоугольный}$$

$$CC_1^2=DC_1^2 - DC^2, \quad CC_1=3\sqrt{2}\text{ см}$$

$$V=27\sqrt{2}\text{см}^3$$

# Практическая задача.

Надо найти объём воды проходящей за день в водонапорной вышке такого типа:





# Решение.

Во-первых это цилиндр. Объём цилиндра равен

$$V = Sh = \pi R^2 h$$

Сложность тут может доставить нахождение радиуса, но только с практической точки зрения.  $R = L/2\pi$ , где  $L$ -длина окружности, которую можно измерить верёвочкой.

Установив все данные, подставим в формулу объёма. Но это ещё не всё, теперь умножаем объём на количество полных закачек за день, и мы получим полный объём воды проходящей через водонапорную башню.

# Задачник.

- №1. Найдите объём правильной четырёхугольной пирамиды, если её диагональное сечение – равносторонний треугольник, площадь которого  $12\sqrt{3}$
- №2. В правильной четырёхугольной призме  $ABCD A'B'C'D'$  высота в два раза длиннее стороны основания. Найдите объём призмы, если расстояние между серединами рёбер  $A'B'$  и  $BC$  равно  $3\sqrt{2}$ .
- №3. Через две образующие конуса, угол между которыми равен  $30^\circ$  проведено сечение, имеющее площадь  $25 \text{ дм}^2$ . найти объём конуса, если радиус основания  $6 \text{ дм}$ .
- №4. В конус вписан шар. Найти объём шара, если радиус основания конуса равен  $3$ , а образующая равна  $4$ .
- №5. Через точку  $A$ , лежащую на окружности основания цилиндра, проведена прямая, пересекающая окружность второго основания в точке  $B$ . Радиус цилиндра равен  $5$ , длина отрезка  $AB$  равна  $4\sqrt{5}$ , расстояние между осью цилиндра и прямой  $AB$  равно  $3$ . найти объём цилиндра.





**Формулой Симпсона** называется интеграл от интерполяционного многочлена второй степени на отрезке  $[a, b]$

$$\int_a^b f(x) dx \approx \int_a^b p_2(x) dx = \frac{b-a}{6} \left( f(a) + 4f\left(\frac{a+b}{2}\right) + f(b) \right),$$

где  $f(a)$ ,  $f\left(\frac{a+b}{2}\right)$  и  $f(b)$  - значения функции в соответствующих точках (на концах отрезка и в его середине).  
Получила название в честь британского математика Томаса Симпсона (1710—1761).



# Использованы ресурсы:

1. [http://mathprofi.ru/formula\\_simpsona\\_metod\\_trapecij.html](http://mathprofi.ru/formula_simpsona_metod_trapecij.html)
2. [http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A4%D0%BE%D1%80%D0%BC%D1%83%D0%BB%D0%B0\\_%D0%A1%D0%B8%D0%BC%D0%BF%D1%81%D0%BE%D0%BD%D0%B0](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A4%D0%BE%D1%80%D0%BC%D1%83%D0%BB%D0%B0_%D0%A1%D0%B8%D0%BC%D0%BF%D1%81%D0%BE%D0%BD%D0%B0)