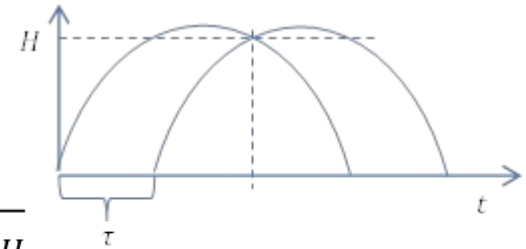


Олимпиада 11/12

1.2010. С поверхности земли бросают вверх камень, через $\tau = 2$ секунды еще один камень из той же точки с той же скоростью. Найти эту скорость, если удар произошел на высоте $H = 10$ метров.

$$H = v_0 t - g \frac{t^2}{2} \quad (1) \quad H = v_0(t - \tau) - g \frac{(t - \tau)^2}{2} \quad (2)$$



$$\text{Из (1)} \rightarrow t = \frac{2v_0 \pm \sqrt{4v_0^2 - 8gH}}{2g} \quad \text{Из (2)} \rightarrow (t - \tau) = \frac{2v_0 \pm \sqrt{4v_0^2 - 8gH}}{2g}$$

Момент столкновения – второе значение времени в (1) и первое значение времени в (2):

$$\text{т.е. } t = \frac{2v_0 + \sqrt{4v_0^2 - 8gH}}{2g} \quad \text{и } (t - \tau) = \frac{2v_0 - \sqrt{4v_0^2 - 8gH}}{2g} \quad (\text{см графики}) \rightarrow$$

$$\frac{2v_0 + \sqrt{4v_0^2 - 8gH}}{2g} - \tau = \frac{2v_0 - \sqrt{4v_0^2 - 8gH}}{2g} \rightarrow 2\sqrt{4v_0^2 - 8gH} = 2g\tau \rightarrow 4v_0^2 - 8gH = g^2\tau^2$$

$$v_0 = \sqrt{2gH + \frac{g^2\tau^2}{4}} = \mathbf{17,3 \text{ м/с}}$$

• Олимпиада Физика 9

2. 2010. Первую треть пути по прямой жук прополз со скоростью $2V$, оставшуюся часть пути - со скоростью $4V$. Найти среднюю скорость жука на всем пути и отдельно на первой половине пути.

$$v_{\text{ср}} = \frac{\text{весь путь}}{\text{все время}} = \frac{S}{T}$$

$$\frac{S}{3} \therefore 2v \rightarrow T_1 = \frac{S}{3 \cdot 2v} = \frac{S}{6v} \quad (1) \quad \frac{2S}{3} \therefore 4v \rightarrow T_2 = \frac{2S}{3 \cdot 4v} = \frac{S}{6v} \quad (2) \quad \rightarrow T = T_1 + T_2 = \frac{2S}{6v} = \frac{S}{3v}$$

$$v_{\text{ср}} = \frac{S}{T} = \frac{S \cdot 3v}{S} = 3v \quad \text{Ответ: } 3v$$

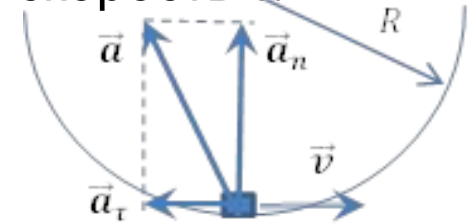
1-я половина пути $\frac{S}{2}$ состоит из $\frac{S}{3}$ и $\frac{S}{6} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{S}{3} + \frac{S}{6} = \frac{S}{2}$

$$\frac{S}{3} \therefore 2v \rightarrow T_a = \frac{S}{3 \cdot 2v} = \frac{S}{6v} \quad (1) \quad \frac{S}{6} \therefore 4v \rightarrow T_b = \frac{S}{6 \cdot 4v} = \frac{S}{24v} \quad (2) \quad \rightarrow T = T_a + T_b = \frac{5S}{24v}$$

$$v_{\text{ср}} = \frac{S}{T} = \frac{S \cdot 24v}{2 \cdot 5S} = \frac{24v}{10} = 2,4v \quad \text{Ответ: } 2,4v$$

• Олимпиада Физика 9

3.2010. В нижней точке сферической ямы радиуса $R = 5$ м находится маленькое тело. Ему ударом сообщают горизонтальную скорость. Его полное ускорение сразу после начала движения равно $a = 8 \text{ м/с}^2$. Коэффициент трения $\mu = 0,7$. Определить сообщенную скорость v .



$$a_n = \frac{v^2}{R} \quad (1) \quad ma_\tau = F_{\text{тр}} = \mu mg \quad (2) \quad a^2 = a_n^2 + a_\tau^2 \quad (3)$$

$$\text{из (2) } a_\tau = \mu g \quad \rightarrow \quad a^2 = \frac{v^4}{R^2} + \mu^2 g^2 \quad \rightarrow$$

$$v^2 = R\sqrt{a^2 - \mu^2 g^2} \quad v^2 = 5\sqrt{64 - 0,49 \cdot 96} = 20,6 \text{ м}^2/\text{с}^2 \quad v = 4,53 \text{ м/с}$$

Ответ: $v = 4,53 \text{ м/с}$

• Олимпиада Физика 9

4.2010. В легкий тонкостенный сосуд, содержащий $m_1 = 500\text{г}$ воды при начальной температуре $t_1 = +30^\circ\text{C}$, доливают еще $m_2 = 400\text{г}$ воды при температуре $t_2 = +50^\circ\text{C}$ и $m_3 = 300\text{г}$ воды при температуре $t_3 = +80^\circ\text{C}$. Пренебрегая теплообменом с окружающей средой, определить установившуюся температуру θ .

Чтобы нагреть m_1 до $+50^\circ\text{C}$, нужно получить тепло, равное $c \cdot 500 \cdot 20 = 10000c$ (1);

Чтобы охладить m_3 до $+50^\circ\text{C}$, нужно отдать тепло, равное $c \cdot 300 \cdot 30 = 9000c$ (2), что недостаточно для нагрева m_1 , следовательно, m_2 будет охлаждаться.

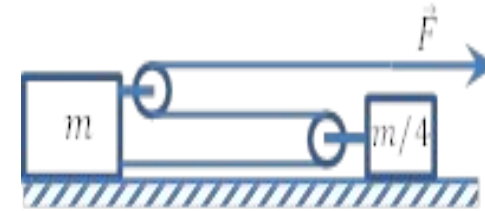
Уравнение баланса: $cm_1(\theta - t_1) = cm_2(t_2 - \theta) + cm_3(t_3 - \theta)$ или
 $\theta(m_1 + m_2 + m_3) = m_1t_1 + m_2t_2 + m_3t_3$

$$\theta = \frac{m_1t_1 + m_2t_2 + m_3t_3}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{15 + 20 + 24}{1,2} = 49,2^\circ\text{C}$$

Ответ: $\theta = 49,2^\circ\text{C}$

Олимпиада Физика 9

5.2010. На гладкой горизонтальной поверхности находятся два тела с массами m и $m/4$. К телам прикреплены невесомые блоки и они связаны невесомой и нерастяжимой нитью так, как показано на рисунке. К концу нити прикладывают постоянную силу F . Найти ускорение конца нити.



Сила натяжения нити одинакова и

равна F .

На тело m действуют три силы F , обеспечивая ему движение с

ускорением
$$a_1 = \frac{3F}{m}$$

На тело $m/4$ действуют две силы F , обеспечивая ему движение

с ускорением
$$a_2 = \frac{2F \cdot 4}{m} = \frac{8F}{m}$$

За малый промежуток времени τ тело m переместится на $s_1 = \frac{a_1 \cdot \tau^2}{2}$, а нить укоротится

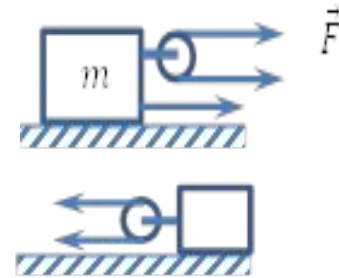
на $l_1 = 3s_1$.

За этот же промежуток времени τ тело $m/4$ переместится на $s_2 = \frac{a_2 \cdot \tau^2}{2}$, а нить укоротится

на $l_2 = 2s_2$.

Точка приложения силы переместилась на $l = l_1 + l_2 = 3s_1 + 2s_2 = \frac{(3a_1 + 2a_2)\tau^2}{2}$

При этом, $l = \frac{a \cdot \tau^2}{2} \rightarrow a = 3a_1 + 2a_2 = 3 \cdot \frac{3F}{m} + 2 \cdot \frac{8F}{m} = \frac{25F}{m}$ Ответ: $a = \frac{25F}{m}$



• Олимпиада Физика 9

1.2009. Определить массу воды, которая образовалась при таянии льда объемом $V = 1000 \text{ см}^3$. Плотность льда $\rho = 900 \text{ кг/м}^3$.

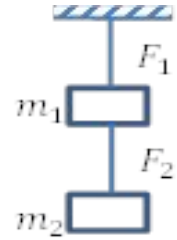
В данной задаче выполняется закон сохранения масс, то есть масса образовавшейся воды m равна массе льда $m_{\text{л}}$. \rightarrow Поэтому $m = m_{\text{л}} = \rho \cdot V$.

Выразим объём V в размерности $[\text{м}^3]$: $V = 1000 \text{ см}^3 = (1000 / 1\,000\,000) \text{ м}^3 = 0,001 \text{ м}^3$.

Тогда $m = \rho \cdot V = 900 \cdot 0,001 = 0,9$ (кг). *Ответ:* $m = 0,9$ кг.

• Олимпиада Физика 9

2.2009. Два груза подвешены на двух легких веревках так, как показано на рисунке. Отношение сил натяжений верхней и нижней веревки известно: $F_1 : F_2 = 3 : 1$. Найти отношение масс верхнего и нижнего грузов $m_1 : m_2$.



Сила натяжения верхней веревки F_1 пропорциональна сумме масс обоих грузов ($m_1 + m_2$), поскольку она компенсирует силы тяжести, действующих на оба груза. Сила натяжения нижней веревки F_2 пропорциональна массе только нижнего груза m_2 , так как она компенсирует силу тяжести нижнего груза.

$$F_2 = m_2 g ; \quad F_1 = F_2 + m_1 g = (m_1 + m_2) g ;$$

$$\frac{(m_1 + m_2)g}{m_2 g} = 3 \rightarrow \frac{m_1}{m_2} + 1 = 3 \rightarrow \frac{m_1}{m_2} = 2$$

Ответ: отношение масс 2:1

• Олимпиада Физика 9

3.2009. Из пункта А в направлении пункта В, расстояние между которыми $S = 200\text{ км}$ со скоростью $V_1 = 60\text{ км/час}$ выехал автобус. Через время $\Delta t = 2$ часа из пункта В в направлении пункта А со скоростью $V_2 = 80\text{ км/час}$ выехала машина. Через какое время после выезда автобуса машина и автобус встретятся?

$$x_1(t) = v_1 \cdot t$$

$$x_2(t) = S - v_2 \cdot (t - \Delta t)$$

$$\text{в момент встречи } x_1(t) = x_2(t) \rightarrow v_1 \cdot t = S - v_2 \cdot (t - \Delta t)$$

$$\text{находим } t: t = \frac{S + v_2 \cdot \Delta t}{v_1 + v_2} = \frac{200 + 160}{140} = 2,57 \text{ часа или } 2 \text{ часа } 34 \text{ мин.}$$

Ответ: 2,57 часа или 2 часа 34
МИН

Олимпиада Физика 9

4.2009. Тело бросили вертикально вниз с начальной скоростью $V_0 = 10\text{ м/с}$ высоты $H = 10\text{ м}$. За какое время τ тело пройдет вторую четверть пути? $g = 10\text{ м/с}^2$.



$$\frac{H}{4} = v_0 \cdot t + g \frac{t^2}{2} \rightarrow t_1 = \frac{-4v_0 + \sqrt{16v_0^2 + 8gH}}{4g}$$

$$\tau = t_2 - t_1$$

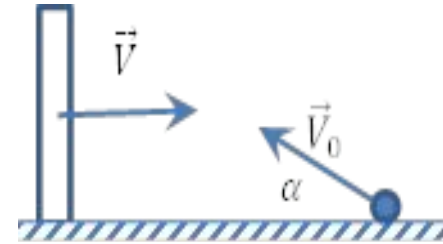
$$\frac{H}{2} = v_0 \cdot t + g \frac{t^2}{2} \rightarrow t_2 = \frac{-2v_0 + \sqrt{4v_0^2 + 4gH}}{2g}$$

$$\tau = \sqrt{\frac{v_0^2}{g^2} + \frac{H}{g}} - \sqrt{\frac{v_0^2}{g^2} + \frac{H}{2g}}$$

$$\tau = \frac{\sqrt{v_0^2 + gH} - \sqrt{v_0^2 + gH/2}}{g} = \frac{\sqrt{100 + 100} - \sqrt{100 + 50}}{10} = 1,41 - 1,22 = 0,19\text{ с}$$

• Олимпиада Физика 9

5.2009. Маленький шарик, брошенный с начальной скоростью V_0 под углом к горизонту, упруго ударяется о вертикальную стенку, движущуюся ему навстречу с постоянной скоростью V . Известно, что после упругого удара о стенку шарик возвращается в ту точку, из которой его бросили. Через какое время после броска произошло столкновение шарика со стенкой



Поскольку тело возвращается в точку бросания, то до и после столкновения оно по горизонтали проходит равномерно одно и то же расстояние:

$$v_0 \cos \alpha \cdot t_1 = v_2 \cdot t_2 \quad (1)$$

где t_1 и t_2 – времена движения до и от стенки соответственно, v_2 – проекция скорости тела на горизонтальную ось после удара.

Вертикальная проекция скорости тела при ударе о стенку не изменяется, поэтому полное время движения такое же, как если бы стенки не было:

$$t_1 + t_2 = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g} \quad (2) \quad \text{Из (1) и (2)} \quad \rightarrow \quad t_1 \left(1 + \frac{v_0 \cos \alpha}{v_2}\right) = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g} \quad (3)$$

В системе отсчёта, связанной со стенкой, модули горизонтальных проекций скоростей до и после удара равны: $(v_0 \cos \alpha + v)$, а относительно земли $(v_0 \cos \alpha)$ - туда и $(v_0 \cos \alpha + 2v)$ – обратно (это и есть v_2)

$$\text{Из (3)} \quad \rightarrow \quad t_1 = \frac{2v_0 \sin \alpha (v_0 \cos \alpha + 2v)}{g(v_0 \cos \alpha + 2v + v_0 \cos \alpha)} = \frac{v_0 \sin \alpha (v_0 \cos \alpha + 2v)}{g(v_0 \cos \alpha + v)}$$