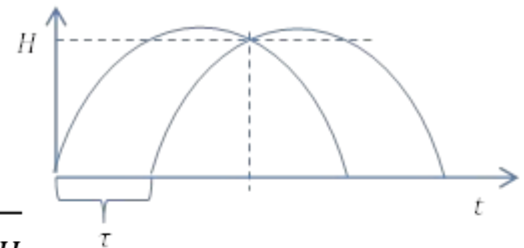
Олимпиада 11/12

1.2010. С поверхности земли бросают вверх камень, через τ = 2 секунды еще один камень из той же точки с той же скоростью. Найти эту скорость, если удар произошел на высоте H = 10 метров.



$H = v_0 t - g\frac{t^2}{2}$ (1) $\quad H = v_0(t-\tau) - g\frac{(t-\tau)^2}{2}$ (2)

Из (1) $\rightarrow t = \frac{2v_0 \pm \sqrt{4v_0^2 - 8gH}}{2g}$ $\quad$ Из (2) $\rightarrow (t-\tau) = \frac{2v_0 \pm \sqrt{4v_0^2 - 8gH}}{2g}$

Момент столкновения – второе значение времени в (1) и первое значение времени в (2):

т.е. $t = \frac{2v_0 + \sqrt{4v_0^2 - 8gH}}{2g}$ и $(t-\tau) = \frac{2v_0 - \sqrt{4v_0^2 - 8gH}}{2g}$ (см графики) $\rightarrow$

$$\frac{2v_0 + \sqrt{4v_0^2 - 8gH}}{2g} - \tau = \frac{2v_0 - \sqrt{4v_0^2 - 8gH}}{2g} \rightarrow 2\sqrt{4v_0^2 - 8gH} = 2g\tau \rightarrow 4v_0^2 - 8gH = g^2\tau^2$$

$v_0 = \sqrt{2gH + \frac{g^2\tau^2}{4}}$ = **17,3м/с**

2. 2010. Первую треть пути по прямой жук прополз со скоростью 2V, оставшуюся часть пути - со скоростью 4V. Найти среднюю скорость жука на всем пути и отдельно на первой половине пути.

$$\boldsymbol{v}_{\text{ср}} = \frac{\text{весь путь}}{\text{все время}} = \frac{\boldsymbol{S}}{\boldsymbol{T}}$$

$$\frac{S}{3} \therefore \ 2v \rightarrow T_1 = \frac{S}{3 \cdot 2v} = \frac{S}{6v} \ (1) \qquad \frac{2S}{3} \therefore \ 4v \rightarrow T_2 = \frac{2S}{3 \cdot 4v} = \frac{S}{6v} \ (2) \ \rightarrow T = T_1 + T_2 = \frac{2S}{6v} = \frac{S}{3v}$$

$$v_{\text{ср}} = \frac{S}{T} = \frac{S \cdot 3v}{S} = 3v \qquad \text{Ответ: } 3v$$

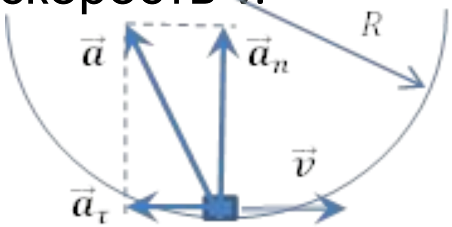
1-я половина пути $\frac{S}{2}$ состоит из $\frac{S}{3}$ и $\frac{S}{6}$ $\leftrightarrow$ $\frac{S}{3} + \frac{S}{6} = \frac{S}{2}$

$$\frac{S}{3} \therefore \ 2v \rightarrow T_a = \frac{S}{3 \cdot 2v} = \frac{S}{6v} \ (1) \quad \frac{S}{6} \therefore \ 4v \rightarrow T_b = \frac{S}{6 \cdot 4v} = \frac{S}{24v} \ (2) \ \rightarrow T = T_a + T_b = \frac{5S}{24v}$$

$$v_{\text{ср}} = \frac{S}{T} = \frac{S \cdot 24v}{2 \cdot 5S} = \frac{24v}{10} = 2{,}4v \qquad \text{Ответ: } 2{,}4v$$

• Олимпиада Физика 9

3.2010.В нижней точке сферической ямы радиуса R =5 м находится маленькое тело. Ему ударом сообщают горизонтальную скорость. Его полное ускорение сразу после начала движения равно a = 8м/с^2. Коэффициент трения μ = 0,7. Определить сообщенную скорость V.



$a_n = \frac{v^2}{R}$ (1) $ma_\tau = F_{\text{тс}} = \mu mg$ (2) $a^2 = a_n^2 + a_\tau^2$ (3)

из (2) $a_\tau = \mu g \quad \rightarrow \quad a^2 = \frac{v^4}{R^2} + \mu^2 g^2 \quad \rightarrow$

$v^2 = R\sqrt{a^2 - \mu^2 g^2} \qquad v^2 = 5\sqrt{64 - 0{,}49 \cdot 96} = 20{,}6\ \text{м}^2/\text{с}^2 \quad v = 4{,}53\text{м/с}$

Ответ: $v = 4{,}53\text{м/с}$

• Олимпиада Физика 9

4.2010. В легкий тонкостенный сосуд, содержащий m_1 =500г воды при начальной температуре t_1 = +30^{0}С, доливают еще m_2 = 400г воды при температуре t_2 = +50^{0}С и m_3 = 300г воды при температуре t_3 = +80^{0}С. Пренебрегая теплообменом с окружающей средой, определить установившуюся температуру θ.

Чтобы нагреть m_1 до +50^{0}С, нужно получить тепло, равное с·500·20 = 10000с (1);

Чтобы охладить m_3 до +50^{0}С, нужно отдать тепло, равное с·300·30 = 9000с (2), что недостаточно для нагрева m_1, следовательно, m_2 будет охлаждаться.

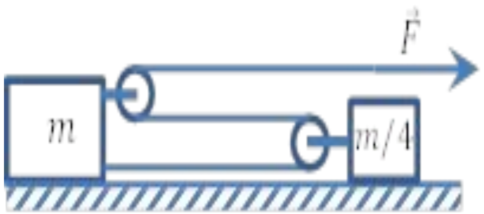
Уравнение баланса: $cm_1(\theta - t_1) = cm_2(t_2 - \theta) + cm_3(t_3 - \theta)$ или
$\theta(m_1 + m_2 + m_3) = m_1t_1 + m_2t_2 + m_3t_3$

$$\theta = \frac{m_1t_1+m_2t_2+m_3t_3}{m_1+m_2+m_3} = \frac{15+20+24}{1{,}2} = 49{,}2^0\text{C}$$

Ответ: θ = 49,2^{0}С

• Олимпиада Физика 9

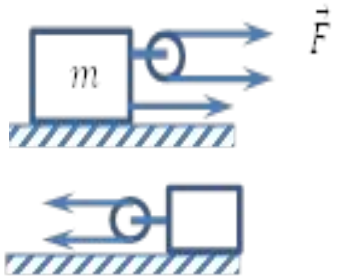
5.2010. На гладкой горизонтальной поверхности находятся два тела с массами m и m/4. К телам прикреплены невесомые блоки и они связаны невесомой и нерастяжимой нитью так, как показано на рисунке. К концу нити прикладывают постоянную силу F. Найти ускорение конца нити.



Сила натяжения нити одинакова и равна F.

На тело m действуют три силы F, обеспечивая ему движение с ускорением $a_1 = \frac{3F}{m}$

На тело m/4 действуют две силы F, обеспечивая ему движение с ускорением $a_2 = \frac{2F\cdot 4}{m} = \frac{8F}{m}$



За малый промежуток времени τ тело m переместится на $s_1 = \frac{a_1\cdot\tau^2}{2}$, а нить укоротится на $l_1 = 3s_1$.

За этот же промежуток времени τ тело m/4 переместится на $s_2 = \frac{a_2\cdot\tau^2}{2}$, а нить укоротится на $l_2 = 2s_2$.

Точка приложения силы переместилась на $l = \ l_1 + l_2 = 3s_1 + 2s_2 = \frac{(3a_1+2a_2)\tau^2}{2}$

При этом, $l = \frac{a\cdot\tau^2}{2}$ $\quad\rightarrow\quad$ $a = 3a_1 + 2a_2 = 3\cdot\frac{3F}{m} + 2\cdot\frac{8F}{m} = \frac{25F}{m}$ Ответ: $a = \frac{25F}{m}$

• Олимпиада Физика 9

1.2009. Определить массу воды, которая образовалась при таянии льда объемом V =1000см^3. Плотность льда ρ =900кг/м^3.

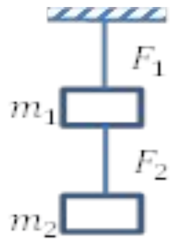
В данной задаче выполняется закон сохранения масс, то есть масса образовавшейся воды m равна массе льда $m_л$. → Поэтому $m = m_л = \rho \cdot V$.

Выразим объём V в размерности [м^3]: $V = 1000$ см^3 = (1000 / 1 000 000) м^3 = 0,001м^3.

Тогда $\boldsymbol{m = \rho \cdot V}$ **=** 900· 0,001= 0,9 (кг). *Ответ:* m = 0,9 кг.

• Олимпиада Физика 9

2.2009. Два груза подвешены на двух легких веревках так, как показано на рисунке. Отношение сил натяжений верхней и нижней веревки известно: $F_1 : F_2 = 3 : 1$. Найти отношение масс верхнего и нижнего грузов $m_1 : m_2$.



Сила натяжения верхней веревки F_1 пропорциональна сумме масс обоих грузов ($m_1 + m_2$), поскольку она компенсирует силы тяжести, действующих на оба груза. Сила натяжения нижней веревки F_2 пропорциональна массе только нижнего груза m_2, так как она компенсирует силу тяжести нижнего груза.

$$F_2 = m_2 g \quad ; \qquad F_1 = F_2 + m_1 g = (m_1 + m_2)g \quad ;$$

$$\frac{(m_1+m_2)g}{m_2 g} = 3 \ \rightarrow \frac{m_1}{m_2} + 1 = 3 \ \rightarrow \frac{m_1}{m_2} = 2$$

Ответ: отношение масс 2:1

• Олимпиада Физика 9

3.2009. Из пункта А в направлении пункта В, расстояние между которыми S = 200км со скоростью V_1 =60км/час выехал автобус. Через время Δt = 2 часа из пункта В в направлении пункта А со скоростью V_2 =80км/час выехала машина. Через какое время после выезд=а автобуса машина и автобус встретятся?

$x_1(t) = v_1 \cdot t$ $\qquad$ $x_2(t) = S - v_2 \cdot (t - \Delta t)$

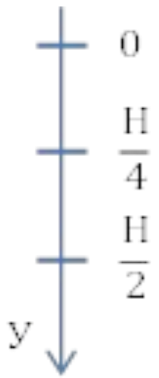
в момент встречи $x_1(t) = x_2(t) \quad \rightarrow \quad v_1 \cdot t = S - v_2 \cdot (t - \Delta t)$

находим t: $\quad t = \frac{S + v_2 \cdot \Delta t}{v_1 + v_2} = \frac{200+160}{140}$ = 2,57 часа или 2 часа 34 мин.

Ответ: 2,57 часа или 2 часа 34 мин

• Олимпиада Физика 9

4.2009. Тело бросили вертикально вниз с начальной скоростью V_0 = 10м/с высоты H – 10м. За какое время τ тело пройдет вторую четверть пути? g = 10м/с^2.



$$\frac{H}{4} = v_0 \cdot t + g\frac{t^2}{2} \rightarrow t_1 = \frac{-4v_0 + \sqrt{16v_0^2 + 8gH}}{4g}$$

$$\tau = t_2 - t_1$$

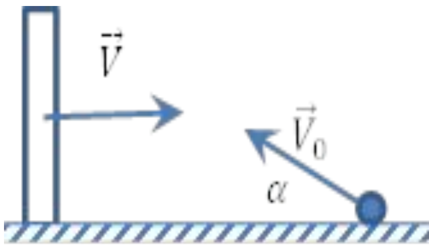
$$\frac{H}{2} = v_0 \cdot t + g\frac{t^2}{2} \rightarrow t_2 = \frac{-2v_0 + \sqrt{4v_0^2 + 4gH}}{2g}$$

$$\tau = \sqrt{\frac{v_0^2}{g^2} + \frac{H}{g}} - \sqrt{\frac{v_0^2}{g^2} + \frac{H}{2g}}$$

$$\tau = \frac{\sqrt{v_0^2 + gH} - \sqrt{v_0^2 + gH/2}}{g} = \frac{\sqrt{100+100} - \sqrt{100+50}}{10} = 1{,}41 - 1{,}22 = 0{,}19\text{с}$$

• Олимпиада Физика 9

5.2009. Маленький шарик, брошенный с начальной скоростью V_0 под углом к горизонту, упруго ударяется о вертикальную стенку, движущуюся ему навстречу с постоянной скоростью V. Известно, что после упругого удара о стенку шарик возвращается в ту точку, из которой его бросили. Через какое время после броска произошло столкновение шарика со стенкой



Поскольку тело возвращается в точку бросания, то до и после столкновения оно по горизонтали проходит равномерно одно и то же расстояние:

$$v_0 cos\alpha \cdot t_1 = v_2 \cdot t_2 \qquad (1)$$

где t_1 и t_2 – времена движения до и от стенки соответственно, v_2 – проекция скорости тела на горизонтальную ось после удара.

Вертикальная проекция скорости тела при ударе о стенку не изменяется, поэтому полное время движения такое же, как если бы стенки не было:

$$t_1 + t_2 = \frac{2v_0 sin\alpha}{g} \qquad (2) \qquad \text{Из (1) и (2)} \rightarrow \qquad t_1\left(1 + \frac{v_0 cos\alpha}{v_2}\right) = \frac{2v_0 sin\alpha}{g} \qquad (3)$$

В системе отсчёта, связанной со стенкой, модули горизонтальных проекций скоростей до и после удара равны: $(v_0 cos\alpha + v)$, а относительно земли $(v_0 cos\alpha)$ - туда и $(v_0 cos\alpha + 2v)$ – обратно (это и есть v_2)

$$\text{Из (3)} \rightarrow \qquad t_1 = \frac{2v_0 sin\alpha(v_0 cos\alpha + 2v)}{g(v_0 cos\alpha + 2v + v_0 cos\alpha)} = \frac{v_0 sin\alpha(v_0 cos\alpha + 2v)}{g(v_0 cos\alpha + v)}$$