
Определение реакций связей твердого тела

Практическое занятие №3

Составитель: Солодовник Е.В.

ТОГУ, кафедра Теоретической механики

<mailto:esolodovnik@yandex.ru>

*Решение задач на
равновесие твердого тела
для плоской системы сил*

Уравнения равновесия

Три формы уравнений равновесия для ППСС

*Основная форма
условий равновесия
(I форма)*

$$\begin{cases} \sum F_{kx} = 0 \\ \sum F_{ky} = 0 \\ \sum \dot{I}_O(F_k) = 0 \end{cases}$$

*II форма
условий равновесия*

$$\begin{cases} \sum \dot{I}_A(F_k) = 0 \\ \sum \dot{I}_B(F_k) = 0 \\ \sum F_{kx} = 0 \end{cases}$$

*Ось x не должна быть
перпендикулярной к
прямой, проходящей
через центры A и B*

*III форма
условий равновесия*

$$\begin{cases} \sum \dot{I}_A(F_k) = 0 \\ \sum \dot{I}_B(F_k) = 0 \\ \sum \dot{I}_C(F_k) = 0 \end{cases}$$

*Центры A, B и C не
должны лежать на
одной прямой*

Методика решения задач:

1. Выделить тело, равновесие которого рассматривается.



2. Изобразить активные (заданные) силы.



3. Освободить тело от связей, приложив соответствующие реакции.



4. Направить оси координат и выбрать моментные точки.



5. Составить уравнения равновесия произвольной плоской системы сил



6. Решить систему полученных уравнений равновесия. Найти неизвестные величины.

Рекомендации:

При решении задачи на равновесие тела под действием произвольной плоской системы сил следует учесть, что:

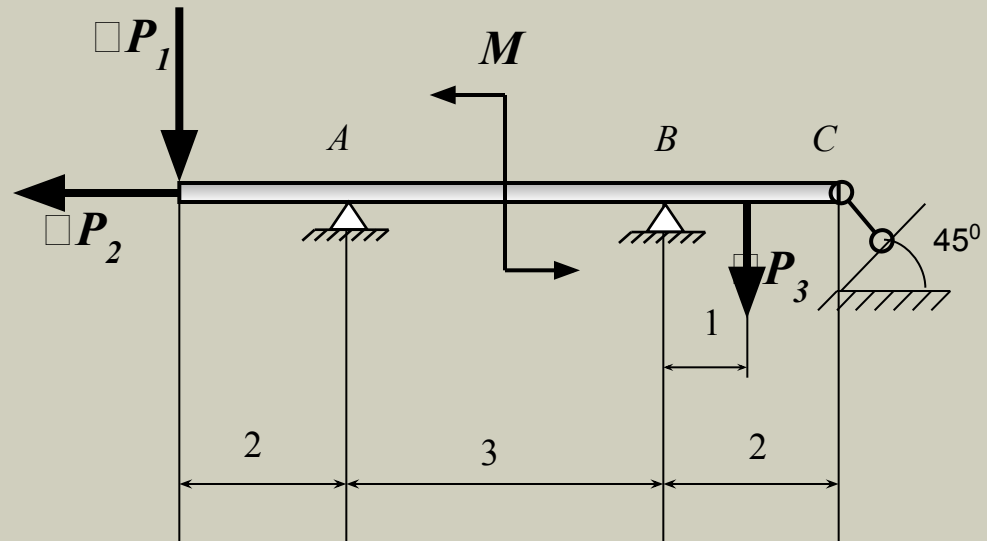
- задача является статически определимой если число неизвестных величин не больше трех (для системы параллельных или сходящихся сил не более двух).
- натяжения обеих ветвей нити, перекинутой через блок, когда трением пренебрегают, будут одинаковыми.
- уравнение моментов будет более простым (содержать меньше неизвестных), если брать моменты относительно точки, где пересекаются линии действия двух реакций связей.
- при вычислении момента силы часто удобно разложить ее на составляющие F_x и F_y , для которых плечи легко определяются, и воспользоваться теоремой Вариньона; тогда
$$I_o(\bar{F}) = I_o(\bar{F}_x) + I_o(\bar{F}_y).$$

Пример 1.

Дано: $P_1 = 30$ кН, $P_2 = 20$ кН, $P_3 = 50$ кН, $M = 150$ кН·м.

На балку, свободно опирающуюся в точках A и B и имеющую подвижный шарнир в точке C , действуют: силы $P_1 = 30$ кН, $P_2 = 20$ кН и $P_3 = 50$ кН, и сосредоточенный момент $M = 150$ кН·м.
Размеры заданы в метрах.

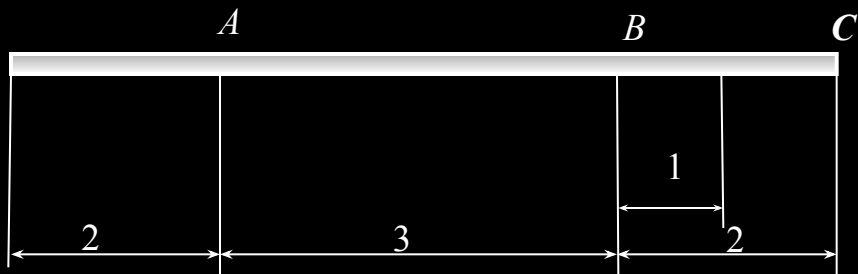
Определить реакции в опорах



Найти: реакции связей.

Пример 1.

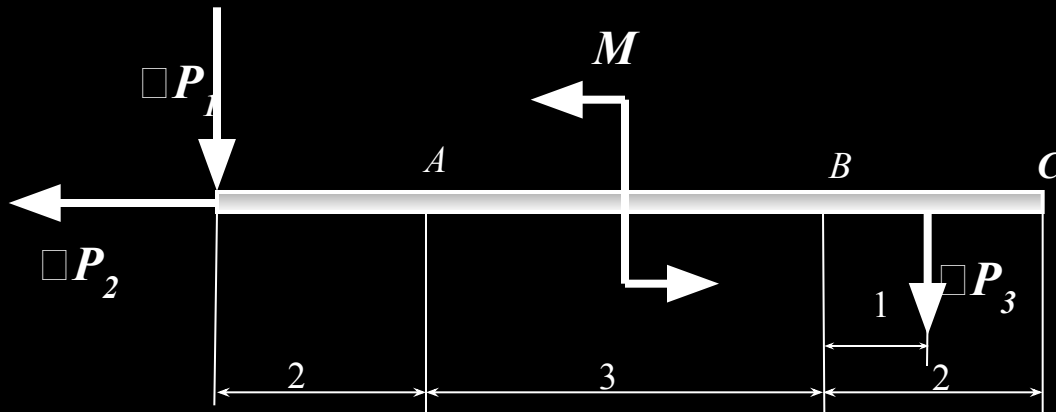
Решение: 1. Рассмотрим равновесие балки AC.



...

Пример 1.

Решение:



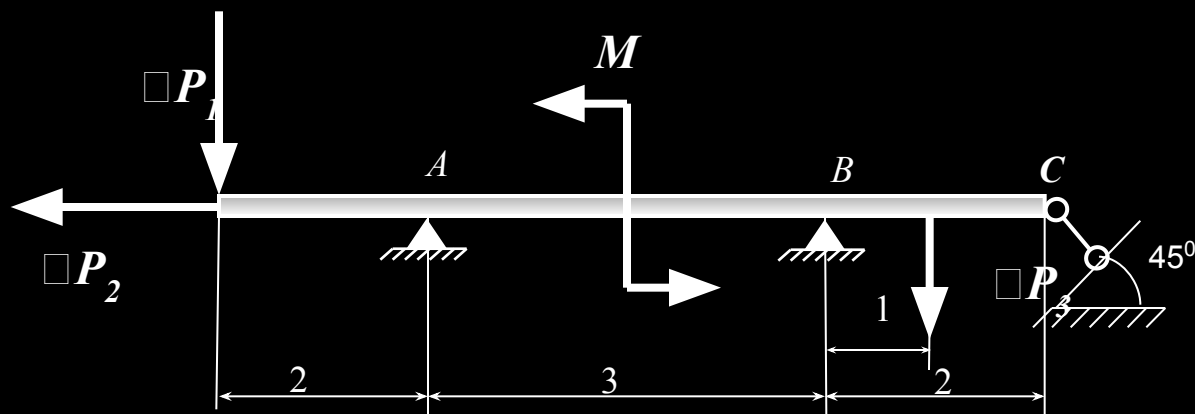
2. К ней приложены активные нагрузки

P_1 , P_2 , P_3 и момент M .

...

Пример 1.

Решение:



3. Связи в точках А и В являются точечные опоры, в точке С – стержень.

...

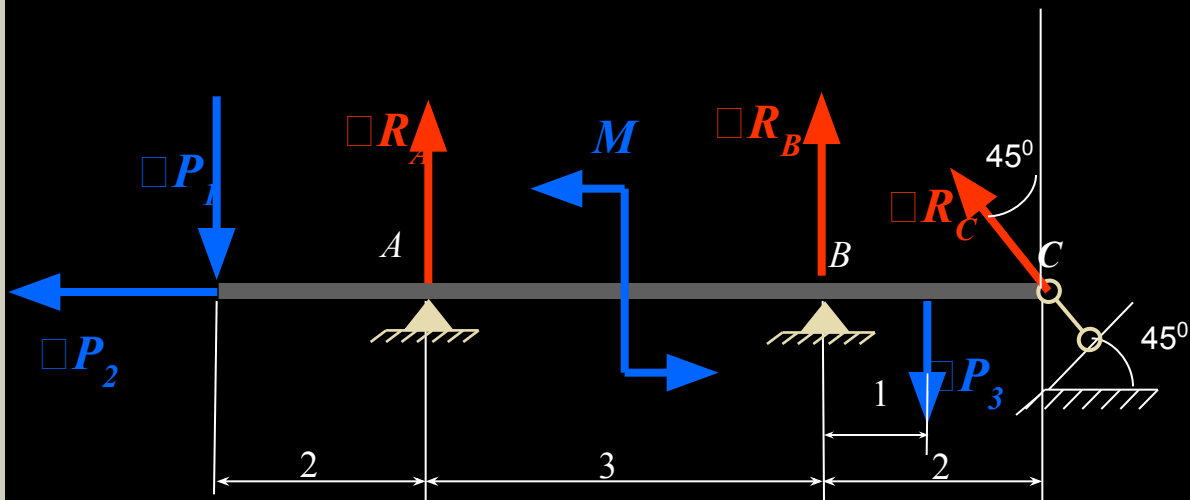
Пример 1.

Решение:

4. Сделаем расчетную схему.

Для этого отбросим связи, заменив их тремя реакциями

$\square R_A$ $\square R_B$, $\square R_C$;



изобразим всю нагрузку; обозначим размеры.

...

Пример 1. Решение:
уравнения равновесия:

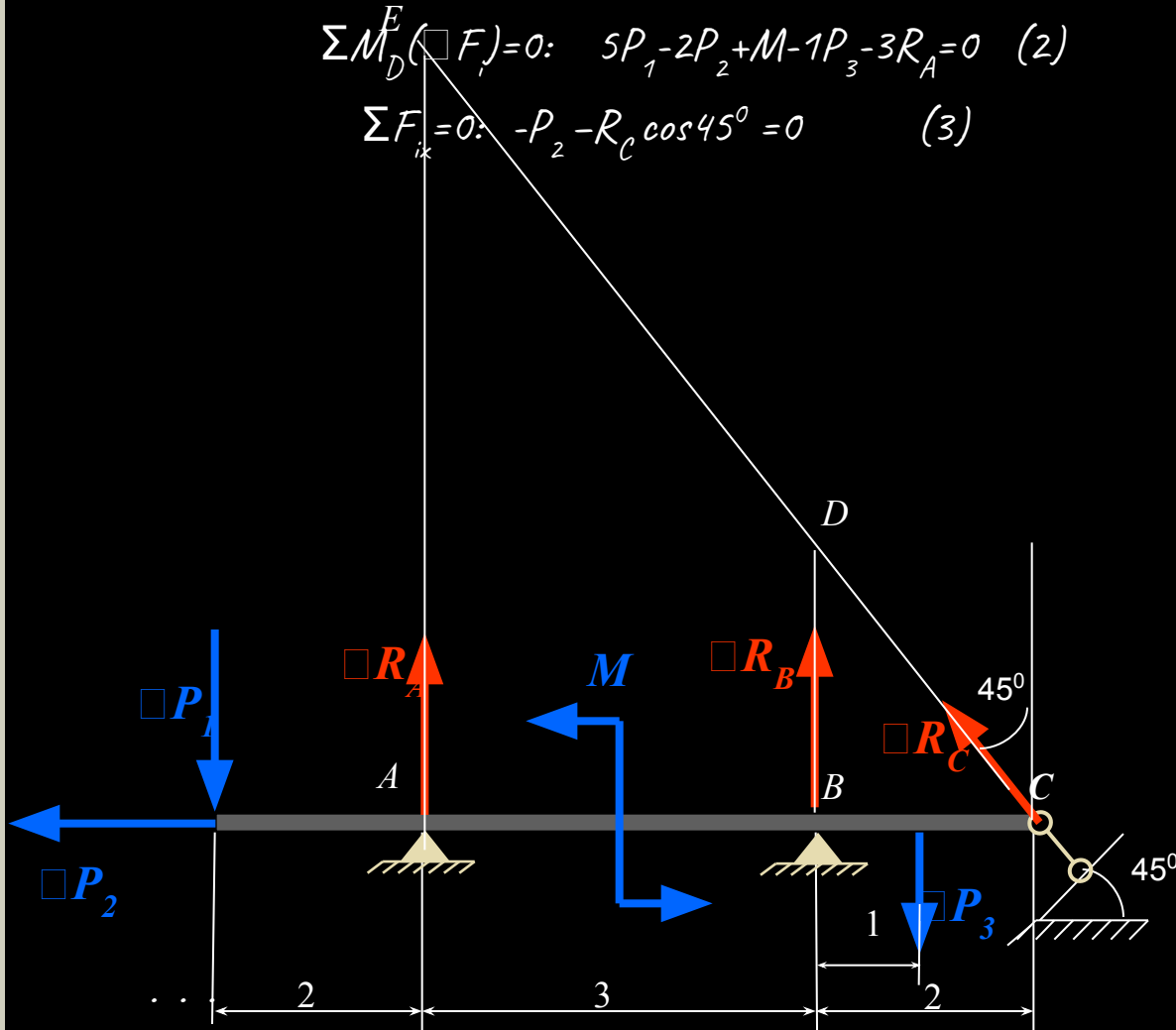
5. Направим оси координат и

составим

$$\sum M_E(\square F_i) = 0: 2P_1 - 5P_2 + M - 4P_3 + 3R_B = 0 \quad (1)$$

$$\sum M_D^E(\square F_i) = 0: 5P_1 - 2P_2 + M - 1P_3 - 3R_A = 0 \quad (2)$$

$$\sum F_{ix} = 0: -P_2 - R_C \cos 45^\circ = 0 \quad (3)$$



Составлять уравнение проекций на ось x можно потому, что ось не перпендикулярна к прямой, соединяющей моментные точки E и D . При таком выборе моментных точек и оси x в каждом уравнении получаем по одному неизвестному.

Пример 1.

Решение:

6. Решая полученные уравнения (1), (2), (3) относительно искомых реакций, получим:

$$R_B = (-2P_1 + 5P_2 - M + 4P_3) / 3 = 30 \text{ кН}$$

$$R_A = (5P_1 - 2P_2 + M - P_3) / 3 = 70 \text{ кН}$$

$$R_C = -P_2 / \cos 45^\circ = 28,28 \text{ кН}$$

...

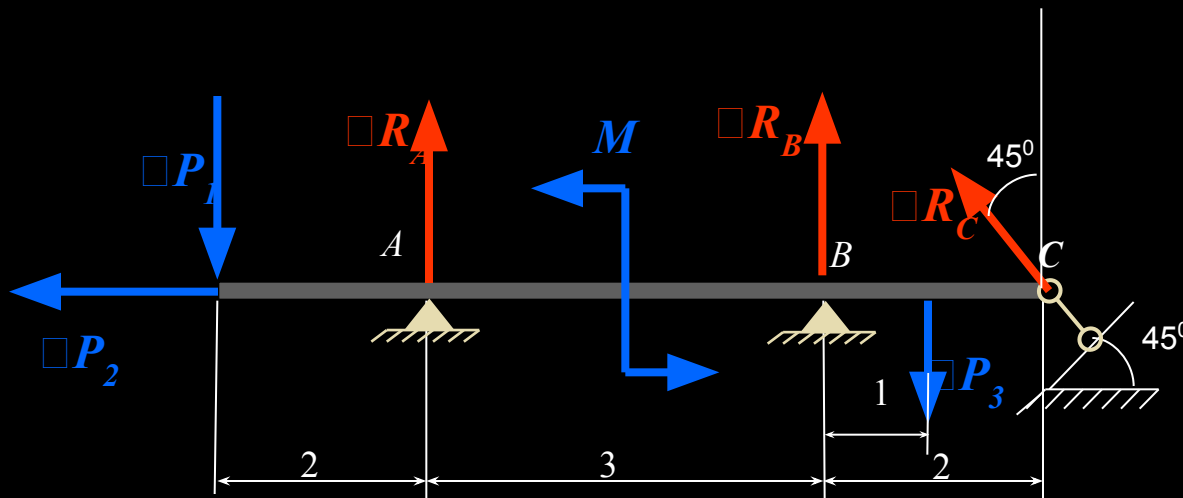
Пример 1. Решение:

ось y :

6. Для проверки составим

$$\begin{aligned} \sum F_{iy} = 0: & -P_1 + R_A + R_B - P_3 + R_C \cos 45^\circ = \\ & = -30 + 70 + 30 - 50 - 28,28 \cdot 0,707 = 0 \end{aligned}$$

уравнения проекций на



Условие равновесия выполняется: реакции найдены верно.