

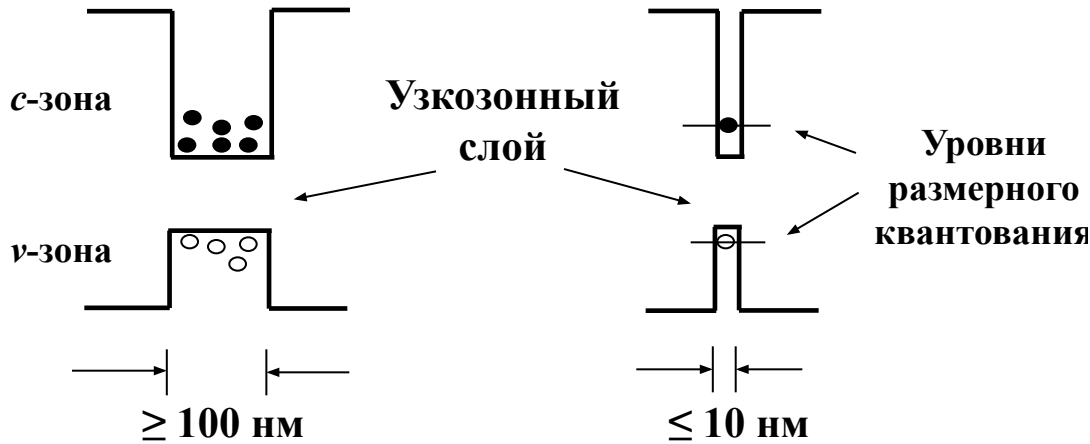
# **Оптические свойства квантоворазмерных гетероструктур**

- 1. Локализация носителей заряда в тонких («квантоворазмерных») узкозонных слоях - квантовых ямах.**
- 2. Структура зон и плотность состояний в квантовых ямах.**
- 3. Оптическое поглощение и усиление в квантовых ямах.**
- 4. За пределами элементарной модели**
- 5. Инжекционные лазеры с активным слоем в виде квантовых ям.**

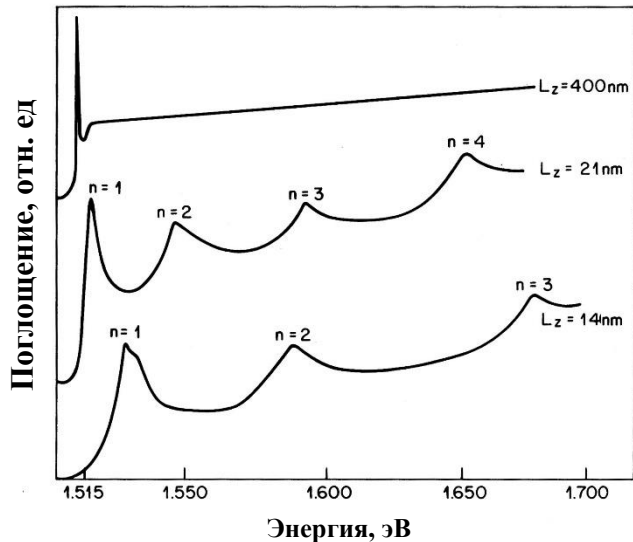
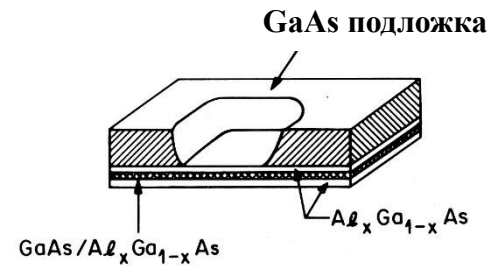
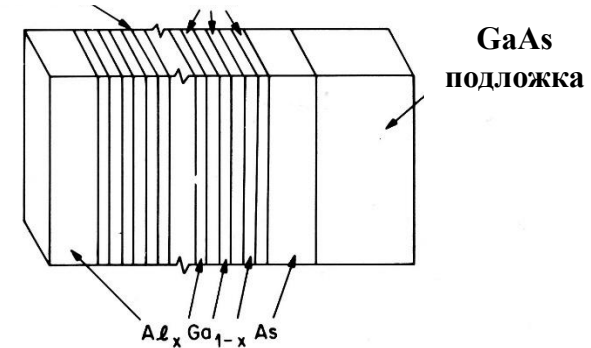
# Локализация носителей заряда в квантовых ямах

**“Объемные” ДГС:**

**ДГС с квантовой ямой:**



Многослойная структура GaAs/AlGaAs

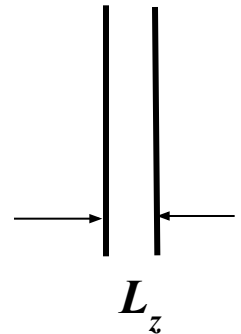


Образец многослойной гетероструктуры AlGaAs/GaAs, выращенной методом МПЭ для экспериментов по поглощению (Dingle и др).

← Впервые обнаружены особенности поглощения света в тонких слоях - квантовых ямах

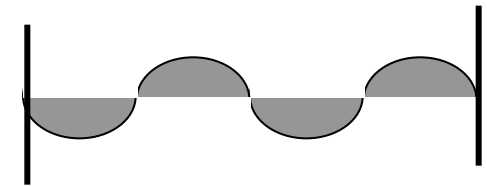
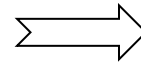
# Условия квантования носителей заряда в квантовых ямах

Важны соотношения:

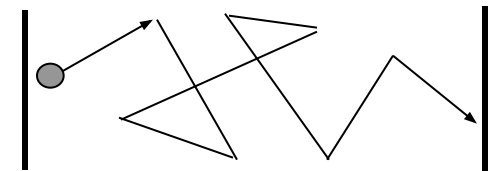
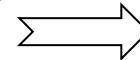


Рассмотрим различные случаи:

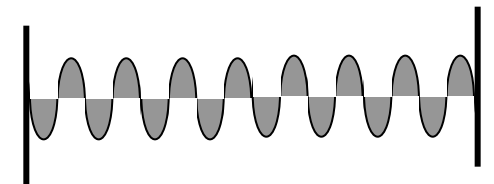
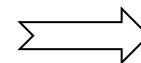
1.  $L_z \leq l_s \sim \lambda_d$  - квантование есть (результат интерференции волновой функции электронов)



2.  $L_z > l_s$  - нет квантования (нет интерференции), т.к. начальная фаза волновой функции не сохраняется при рассеянии электронов на дефектах (носителях, фононах)



3.  $l_s > L_z > \lambda_d$  - квантование слабо выражено - квазиклассика



# Оценка параметров

Оценка  $l_s$ :  $l_s \approx v_t \cdot \tau_k = 10^7 \text{ (см/с)} \cdot 10^{-13} \text{ (с)} = 10^{-6} \text{ см} = 10 \text{ нм}$

Оценка  $\lambda_d$ :  $\varepsilon = \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*}$        $k = \frac{2\pi}{\lambda_d} = \sqrt{\frac{2\varepsilon m^*}{\hbar^2}}$

$$\lambda_d = 2\pi \sqrt{\frac{\hbar^2}{2\varepsilon m^*} \frac{m_0 e^2}{m_0 e^2}} = 2\pi \sqrt{\frac{a_0 e^2}{2\varepsilon} \frac{m_0}{m^*}} = 2\pi a_0 \sqrt{\frac{Ry}{\varepsilon} \frac{m_0}{m^*}}$$

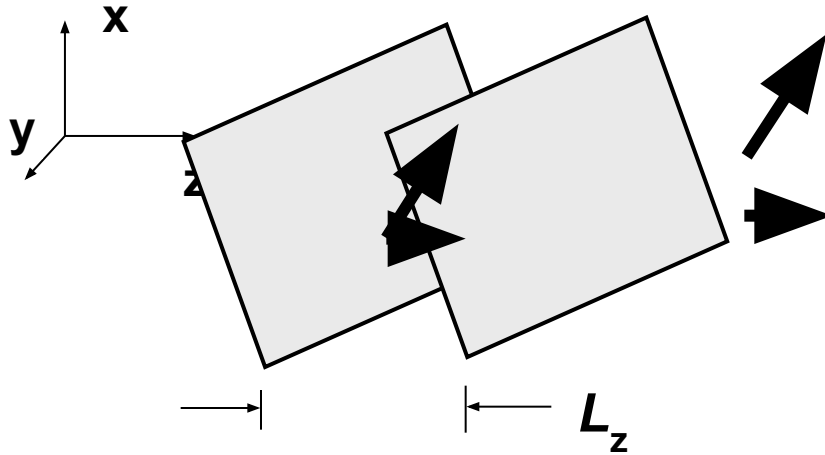
$a_0 = \frac{\hbar^2}{m_0 e^2} = 0,53 \text{ \AA}$  - Боровский радиус;       $\frac{e^2}{2a_0} = Ry = 13,6 \text{ эВ}$  – Ридберг;       $\varepsilon \approx kT$ ;       $m_0/m^* \approx 10$

Подставим числа:

$$\lambda_d = 2\pi a_0 \sqrt{\frac{Ry}{kT} \frac{m_0}{m^*}} = 6,3 \times 0,53 \text{ \AA} \sqrt{\frac{13,6 \text{ (эВ)}}{2,5 \cdot 10^{-2} \text{ (эВ)}} \times 10} \approx 10 \text{ нм}$$

**При  $L_z \leq 10 \text{ нм}$  есть квантование  
(при этих параметрах квазиклассика не реализуется)**

# Движение носителей и уровни размерного квантования в квантовых ямах



Свободное движение в плоскости слоя

Квантование в направлении поперек слоя

Энергия электрона (дырки):

$$E = E_{||} + E_n = \frac{\hbar^2}{2m^*} (k_{||}^2 + k_z^2)$$

свободное движение

энергия размерного квантования

$V_0 = \infty !$

Условие квантования в яме бесконечной глубины

$U_0 = \infty$

(определяет разрешенные значения  $k_z$ ):

$k_z L_z = n\pi$

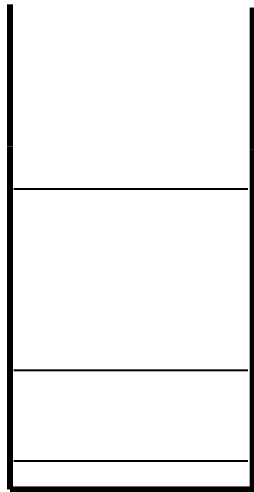


$k_z = \frac{n\pi}{L_z}$

n=3

n=2

n=1



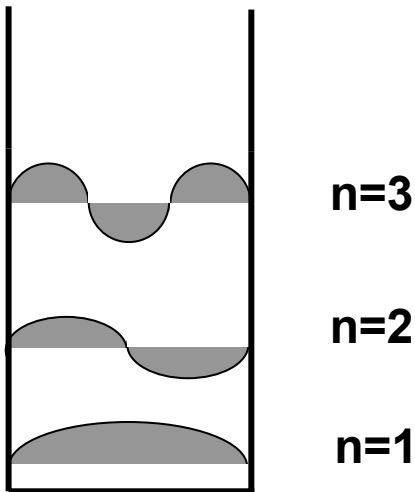
$E_n \propto n^2$

С учетом этого условия, энергия размерного квантования:

$E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m^* L_z^2} n^2 = \pi^2 \frac{m_0}{m^*} \frac{a_0^2}{L_z^2} Ry n^2$

# Волновые функции локализованных состояний

В яме бесконечно большой глубины  $U_0 = \infty$  из решения уравнения Шредингера находим :



$$\Psi_{n(c,v)} \equiv \begin{cases} \sqrt{\frac{\Omega}{V}} \sin\left(\frac{n\pi}{L_z} z\right) \exp\left(ik_{\parallel} r_{\parallel}\right) u_{c,v}(r) & - \text{ В яме} \\ 0 & - \text{ вне ямы} \end{cases}$$

Вид волновых функций различных уровней

Обычно считают, что вид функций  $u_{c,v}$  такой же, как и в объемном материале. Это оправдано, если на размере ямы содержится хотя бы несколько периодов решетки кристалла

# Уровни размерного квантования в структурах AlGaAs/GaAs (конечная глубина ямы)

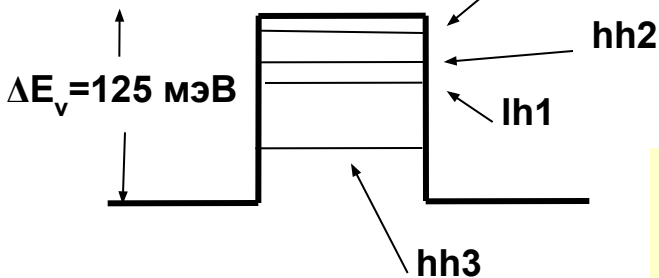
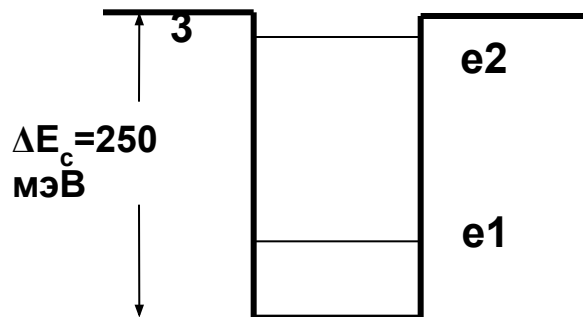
Пример: GaAs/Al<sub>0.3</sub>Ga<sub>0.7</sub>As, L<sub>z</sub>(GaAs) = 10 нм

Для этой системы:

$$\Delta E_c / \Delta E = 0,6$$

7

$$\Delta E_v / \Delta E = 0,3$$



Оценка положения уровней при U<sub>0</sub> = ∞:

$$E_n = 3.8 \text{ meV} \frac{m_0}{m^*} n^2$$

$$m_{e}^* = 0.06 m_0$$

$$m_{hh}^* = 0.45 m_0$$

$$m_{lh}^* = 0.087 m_0$$

| Уровень | Энергия, мэВ                      |
|---------|-----------------------------------|
| e1      | 58                                |
| e2      | 232 (уровень близко к краю ямы !) |
| hh1     | 8.5                               |
| hh2     | 34                                |
| lh1     | 43.5                              |
| hh3     | 76.5                              |

Расчет с  $V_0 = \infty$  справедлив до тех пор пока положение уровня размерного квантования не оказывается слишком

близко к реальному краю ямы (т.е. при  $e_n, h_n < \Delta E_{c,v}$ )

# Расчет положения уровней в ямах конечной глубины

Надо решить уравнение

Шредингера:

$$-\frac{\hbar^2}{2m_w^*} \frac{d^2\Psi}{dz^2} = E\Psi \quad \text{- внутри ямы}$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m_b^*} \frac{d^2\Psi}{dz^2} + V\Psi = E\Psi \quad \text{- вне ямы}$$

Волновая функция:

$$\Psi = \begin{cases} A \exp(k_b z) \\ B \exp(k_w z + \delta) \\ C \exp(-k_b z) \end{cases}$$

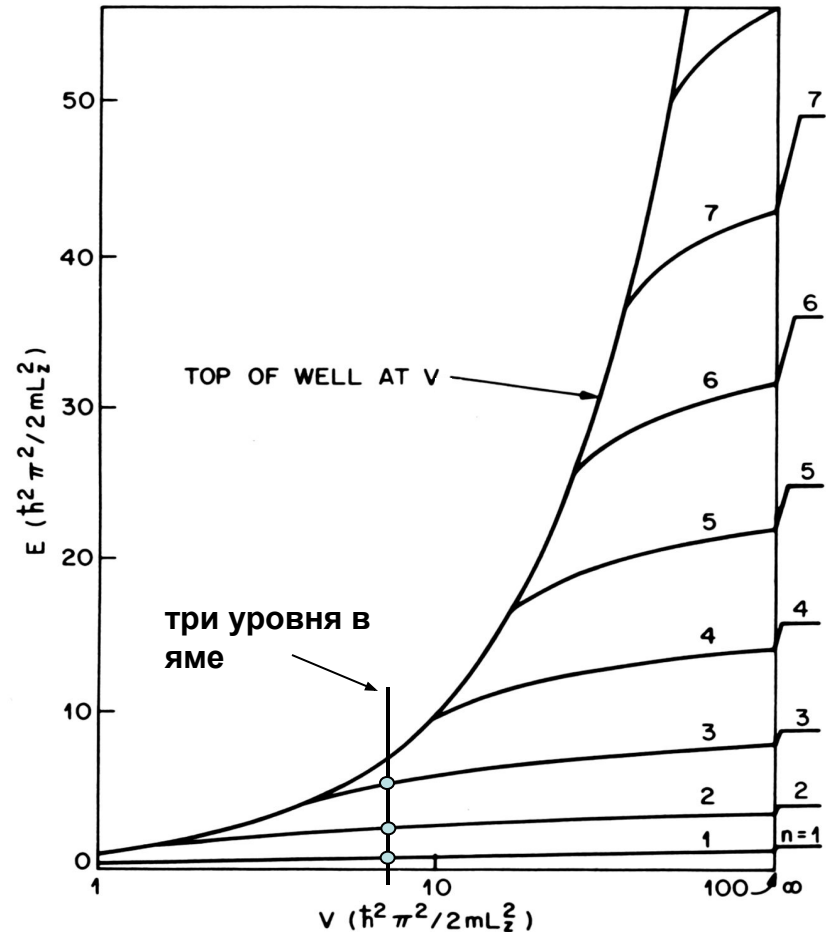
где

:

$$k_b = \left[ \frac{2m_b^* (V - E)}{\hbar^2} \right]^{1/2} \quad k_w = \left[ \frac{2m_w^* E}{\hbar^2} \right]^{1/2}$$

Уровни энергии находятся из численного решения характеристического уравнения

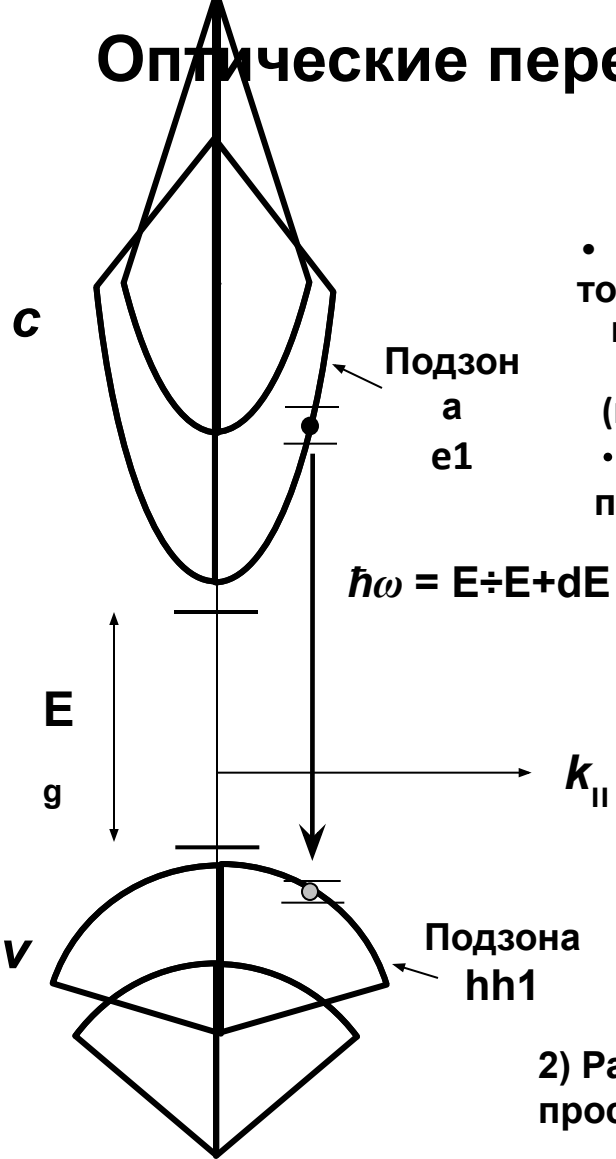
$$\operatorname{tg}(k_w L_z) = k_b / k_w$$



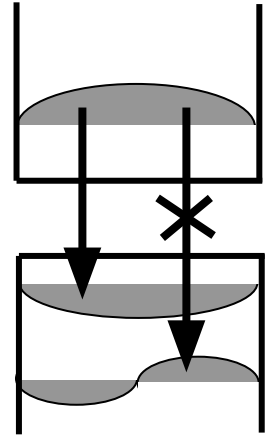
Уровни энергии в яме глубиной V



# Оптические переходы между подзонами размерного квантования



- В яме с  $V_0 = \infty$  оптические переходы разрешены только между уровнями с одинаковым "n", например  $e1 \rightarrow hh1$ ,  $e1 \rightarrow lh1$ ,  $e2 \rightarrow hh2$ , (иначе волновые функции не перекрываются).
- Рассматриваем только «вертикальные» переходы (с сохранением  $k_{||}$ )



**Сосчитаем количество пар состояний с одинаковым  $k_{||}$  разделенных по энергии на  $E \div E + dE$ :**

1) Условие квантования в плоскости:

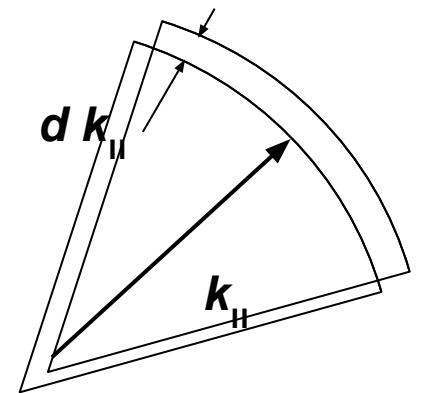
$$k_x L = 2\pi m; k_y L = 2\pi m$$

2) Размер одной ячейки в плоскости в k-пространстве

$$\delta k_x \delta k_y = \frac{(2\pi)^2}{S}$$

3) Количество состояний в кольцевом слое размером  $k_{||} \div k_{||} + d k_{||}$

$$2 \frac{2\pi k_{||} d k_{||}}{(2\pi)^2} S$$

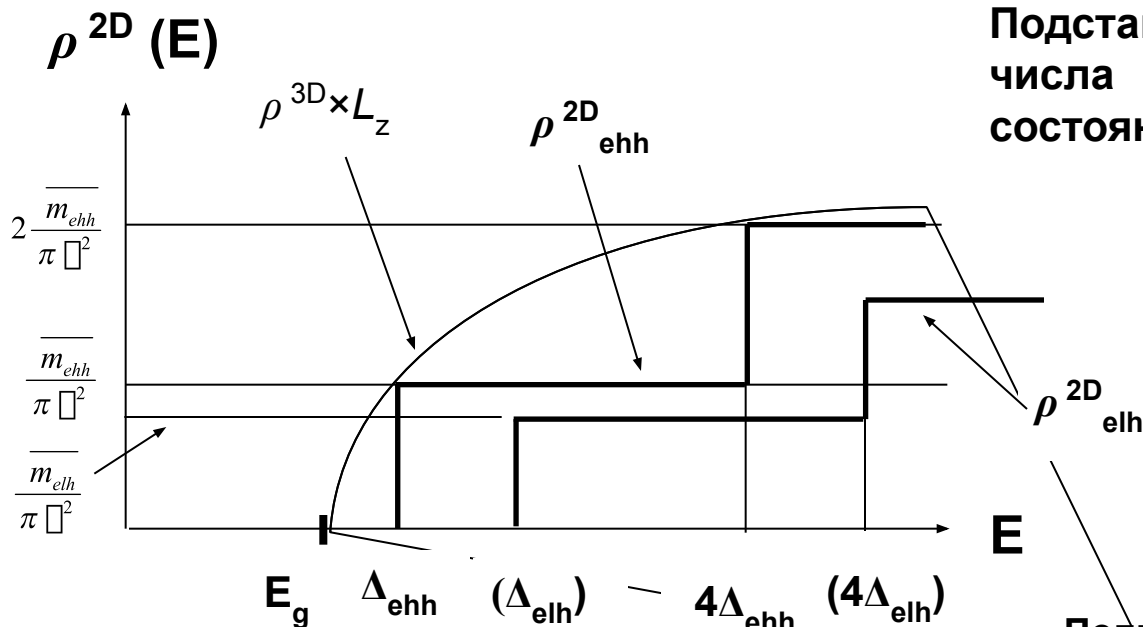


L - размер образца по плоск.  
S - площадь образца

# Вычисление двумерной плотности состояний

Воспользуемся обычным выражением для связи волнового числа и энергии (при «вертикальном» переходе):

$$k_{\parallel|ehh} = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} [E - (E_g + \Delta_{ehh})]^{1/2}} \quad dk_{\parallel|ehh} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} [E - (E_g + \Delta_{ehh})]^{-1/2}} dE$$



Подставим это в выражение для числа состояний, получим:

$$\rho_{ehh}^{2D} = \frac{m_{ehh}}{\pi \hbar^2}$$

**не зависит от энергии !**

Полная плотность состояний есть сумма:

$$\rho^{2D}(E) = \rho_{e1 \rightarrow hh1}^{2D} + \rho_{e1 \rightarrow lh1}^{2D} + \dots$$

$$\Delta_{ehh} = E_{en} + E_{hnh}$$

$$\Delta_{elh} = E_{en} + E_{lhn}$$

# Оптическое усиление в квантовой яме

По аналогии с объемным случаем можно написать:

$$r_{st}^{2D}(E) = \frac{4\pi e^2 n E}{m_0^2 \hbar^2 c^3} |M_d^{2D}(E)|^2 \sum_{c,v} \rho_{red}^{2D}(E) (f_c - f_v)$$

коэф.  
старый

матр.  
элемент  
другой

сумма берется по всем разрешенным  
переходам между подзонами в с- и v-  
зонах

двумерная приведенная  
плотность состояний  
(для разных подзон  
разная !)

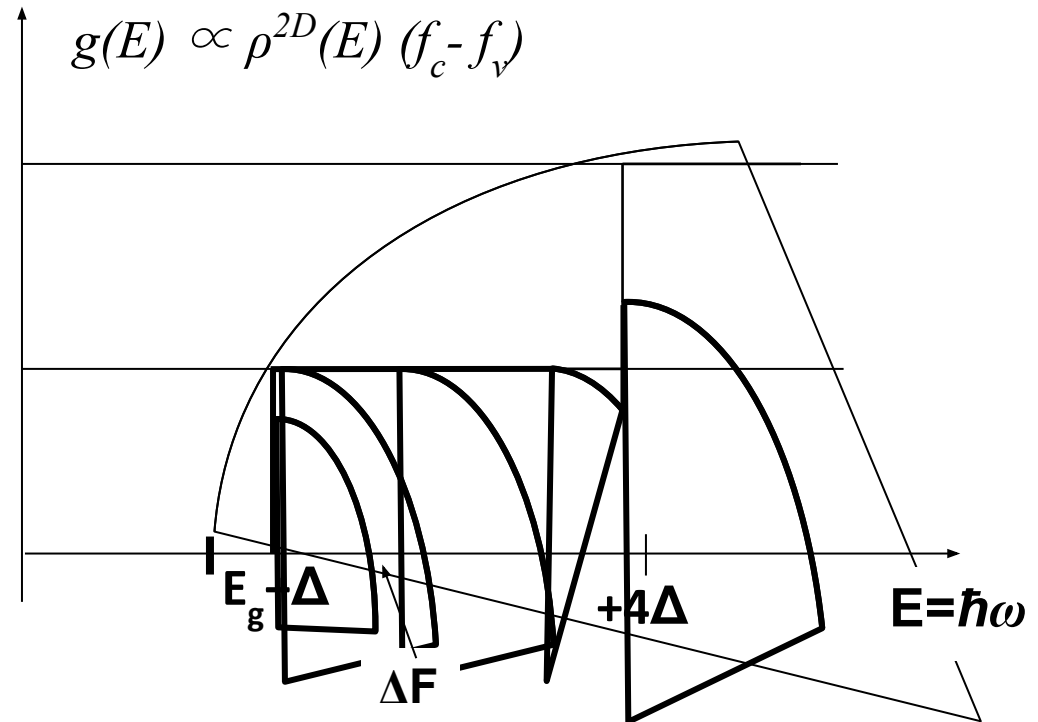
$$E = \hbar\omega$$

Связь между усилением и  
скоростью  
стимулированного излучения:

$$g(E) \propto r_{st}(E)$$

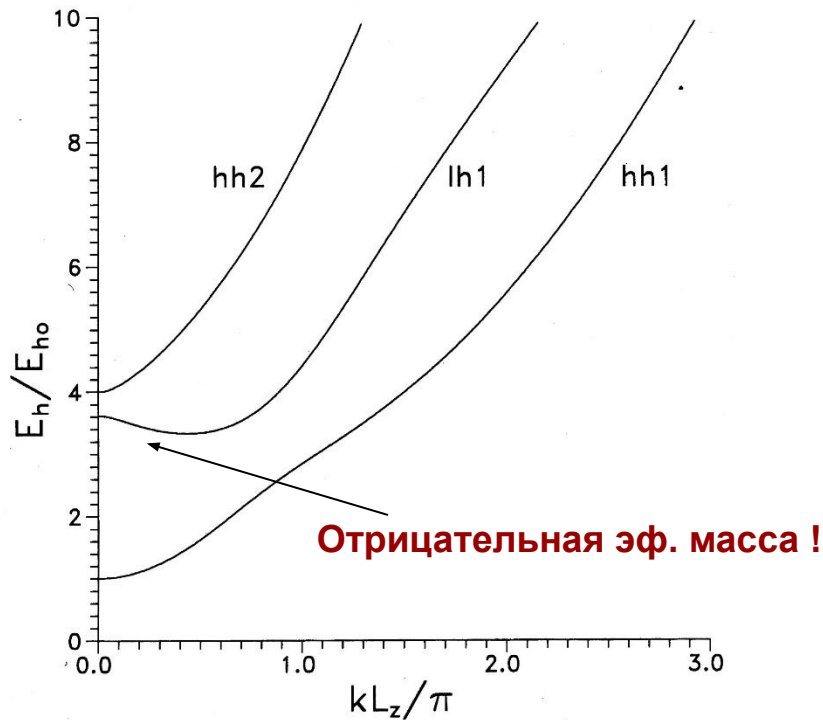
Условие инверсии для  
переходов  
с индексом подзоны n:

$$\Delta F \geq E_g + \Delta_n$$

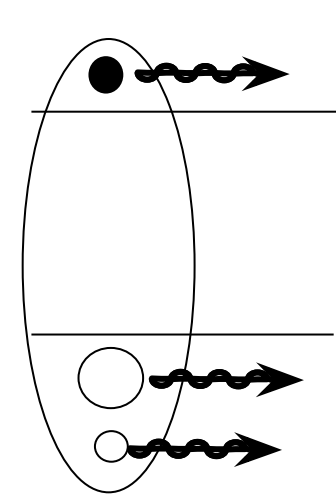


# За пределами элементарной модели: Смешивание зон и дисперсия в подзонах

I. Оказывается, что в КЯ имеет место эффект *смешивания зон*, что приводит к изменению положения уровней и сильной трансформации законов дисперсии:



Расчет дисперсии дырок в валентной зоне с учетом смешивания зон и конечной глубины ямы в GaAs



Смешивание зон происходит из-за взаимодействия волновых функций электронов и дырок на стенках ямы (в объемном случае этот эффект не играет роли)

Для перехода e1-lh1, в точке где  $m_e^* = -m_{lh}^*$

$$\rho^{2D} = \frac{\bar{m}}{\pi \square^2} = \frac{1}{\pi \square^2} \frac{m_e^* m_{lh}^*}{m_e^* + m_{lh}^*} = \infty !!!$$

# Эффект уширения уровней

II. Как и для объемного случая, в КЯ имеет место уширение уровней электронов и дырок в результате столкновений между собой и с другими частицами.

## Расчет величин уширения уровней за счет разных механизмов взаимодействия носителей

в с-подзонах:

e-e → ~1 мэВ

e-h → 5-10 мэВ

e-LO → 3 мэВ

в v-подзонах:

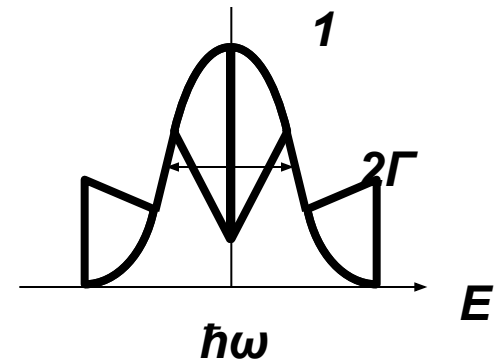
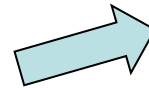
h-h → 20 мэВ

h-e → 5-10 мэВ

h-LO → 7 мэВ

Уширение линий оптических переходов описывается функцией Лоренца:

$$\delta(\hbar\omega - E) = \frac{\Gamma^2}{(\hbar\omega - E)^2 + \Gamma^2}$$

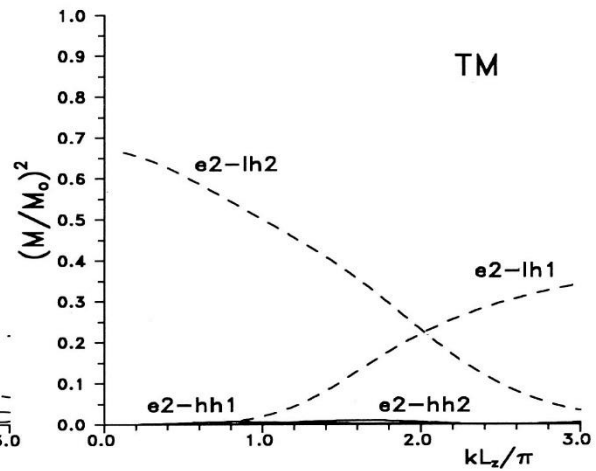
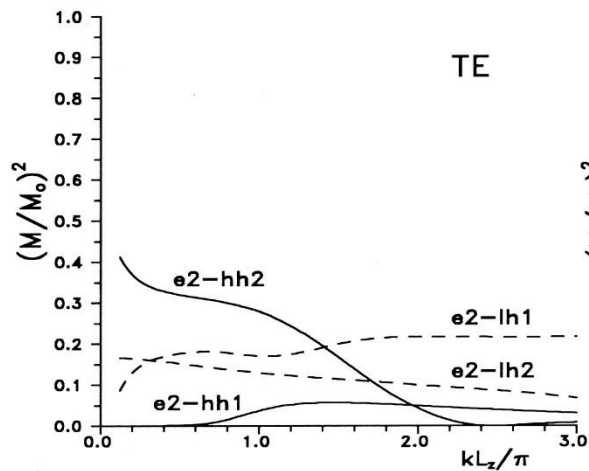
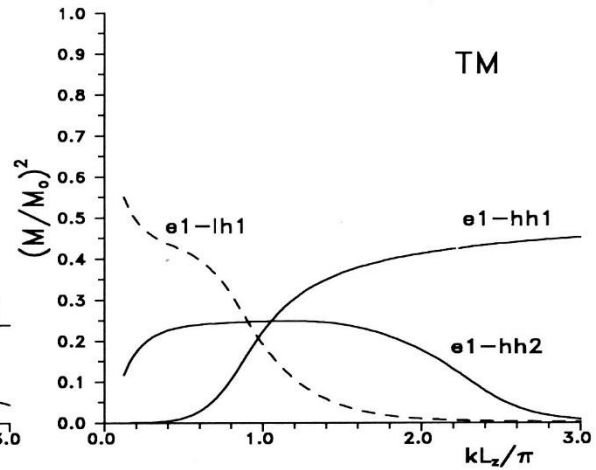
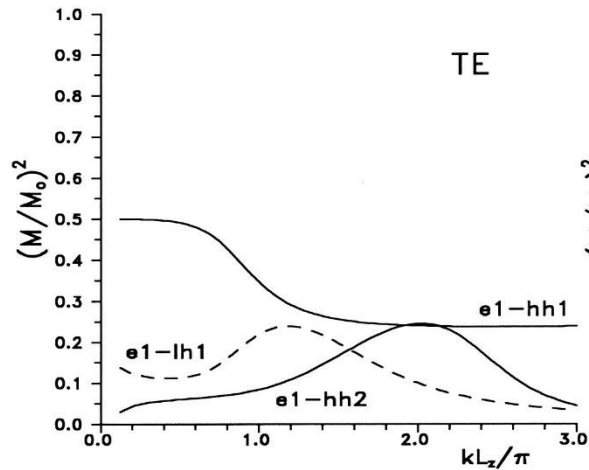


Усиление в КЯ есть свертка предыдущего выражения для  $g(\hbar\omega)$  с функцией Лоренца

$$g(\hbar\omega) = A \int dE \sum_{n \rightarrow n', \alpha} |M_{n,n'}^\alpha|^2 \rho_{2D}(E - E_g - \Delta_{n,n',\alpha}) \times [f_c - f_v] \delta(\hbar\omega - E)$$

$$\alpha = [h, l]$$

# За пределами элементарной модели: Матричные элементы переходов

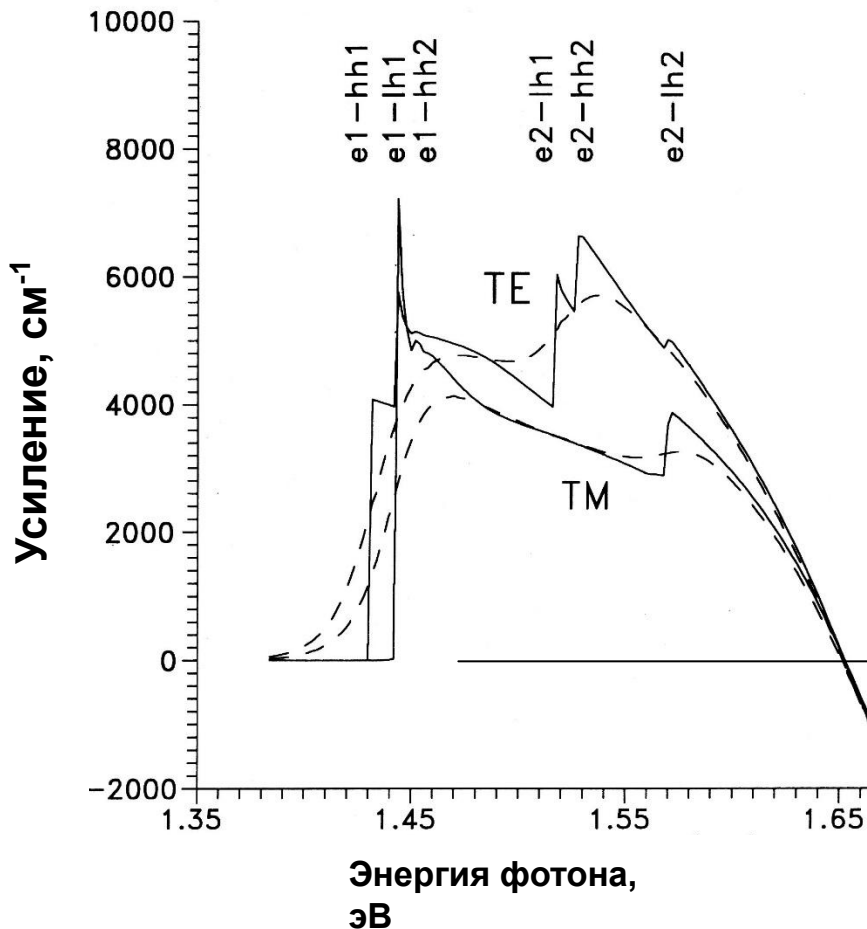


**Обратите  
внимание:**

- Поляризационная зависимость матричных элементов
- Переходы  $1 \rightarrow 2$  разрешены только при больших  $k$  (больших энергиях)

# Влияние уширения уровней на спектры усиления в квантовых ямах

Расчет спектров усиления в структуре  
GaAs/AlGaAs с  $L_z(\text{GaAs}) = 10$  нм:



Расчеты выполнены для разных  
поляризаций  
излучения с учетом эффекта  
смешивания зон:

— без  
уширения  
с учетом  
уширения

Обратите  
внимание!

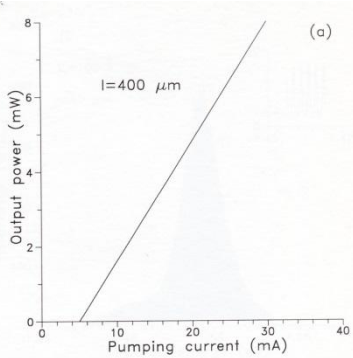
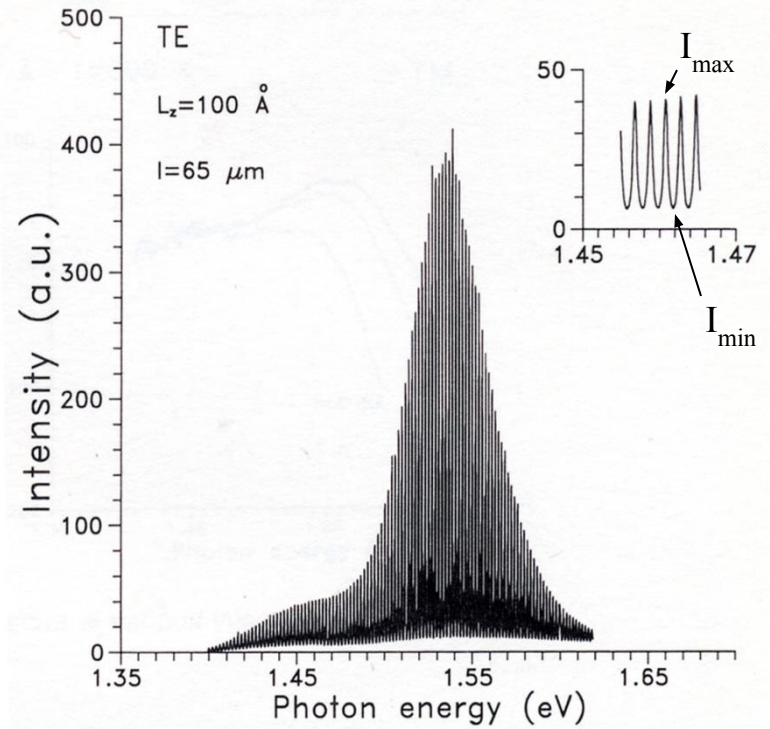
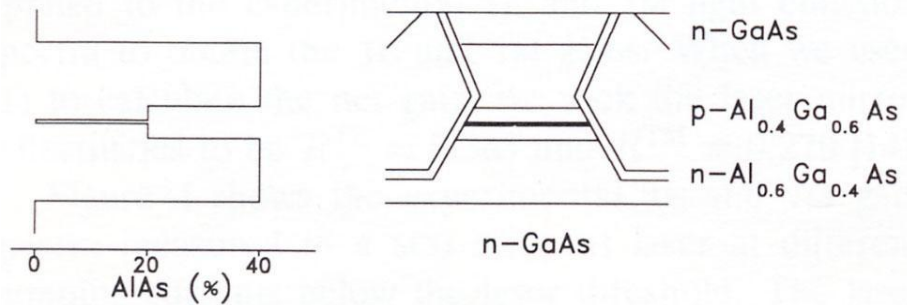
Учет уширения приводит к  
«смазыванию»  
резких особенностей в спектрах

**это соответствует эксперименту**

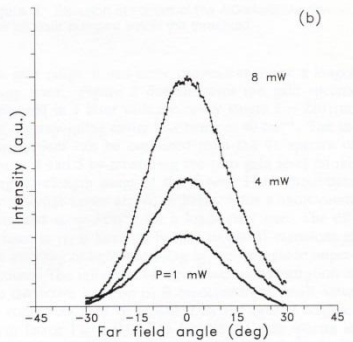
!!  
точка где  $\hbar\omega = \Delta F$

# Метод измерения коэффициента усиления

Структура лазера (МВЕ,  $L_z=10$  нм):



Ширина канала  $\approx 1$  мкм!



$$g(\lambda) - \alpha_i = \frac{1}{L} \left( \ln \frac{1}{R} + \ln \frac{\sqrt{r(\lambda)} - 1}{\sqrt{r(\lambda)} + 1} \right)$$

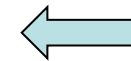
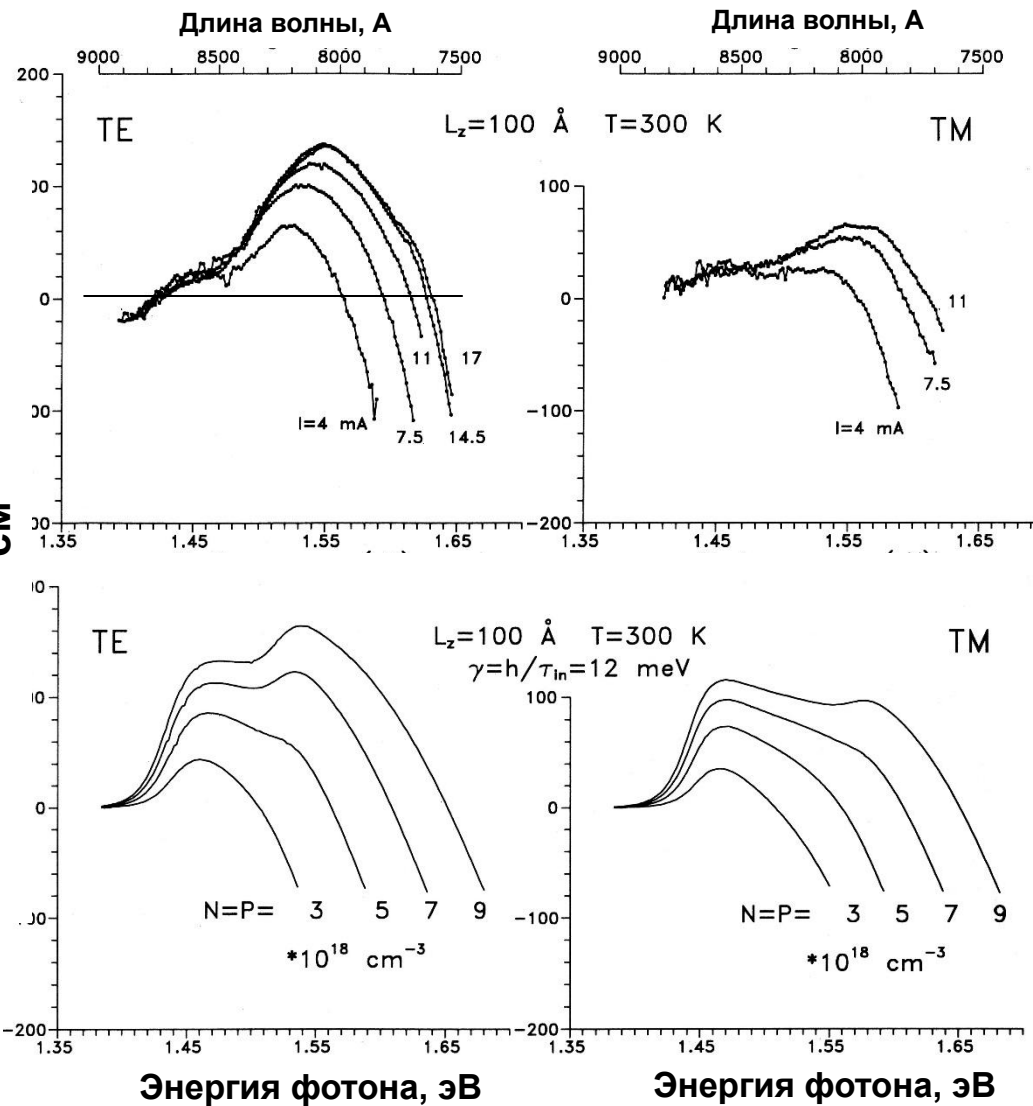
$$r(\lambda) = \frac{I_{\max}(\lambda)}{I_{\min}(\lambda)}$$

$\alpha_i$  – внутренние потери в рез-ре,  $L$  – длина рез-ра,  $R$ - коэфф. отражения



# Сравнение расчетных и экспериментальных спектров усиления

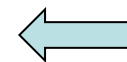
Усиление - внутр. потери ( $g - \alpha_i$ ),  $\text{см}^{-1}$



Эксперимент

Спектры усиления измерены в инжекционных лазерах AlGaAs/GaAs с активным слоем в виде одной КЯ GaAs толщиной  $L_z = 10$  нм (температура комнатная).

Измерения по методике Хакки-Паоли. Лазеры с узким ( $\sim 1$  мкм) зарощенным полсковым каналом.



Расчет

Проводился с учетом смешивания зон, уширения линий, зависимости матричных элементов от энергии фотона.

Расчеты выполнены для различных концентраций неравновесных носителей (указаны на рисунке).

**Обратите внимание:**

Из эксперимента можно определить

Потери и положение уровня