

## **Тема 1. Основные понятия и законы электростатики**

- 1. Электродинамика, электрические заряды, закон сохранения электрических зарядов**
- 2. Закон Кулона**
- 3. Электростатическое поле и его характеристики**
- 4. Теорема Остроградского - Гаусса**
- 5. Потенциал. Работа электростатического поля. Связь между напряжённостью и потенциалом**

### **Литература**

- 1. Трофимова Т.И. Курс физики. – § 77 – 86.**
- 2. Савельев И. В. Курс общей физики, том 2. - § 1 – 12**
- 3. Касьянов В. А. Физика. 10 класс. - § 75 - 84**

**Электромагнитные силы** – силы притяжения и отталкивания, возникающие между электрически заряженными частицами и телами.

- **Электродинамика** – раздел физики, изучающий электромагнитное взаимодействие электрически заряженных частиц и тел.
- **Электростатика** – раздел электродинамики, в котором изучаются взаимодействие и свойства неподвижных электрически заряженных частиц и тел.
- **Электрический заряд  $Q, q$**  – физическая величина, определяющая силу электрического (электромагнитного) взаимодействия частиц или тел.
- **Единица измерения** – 1 Кл (кулон) = 1 А·с

## Фундаментальные свойства зарядов

- Существуют два вида электрических зарядов (положительные и отрицательные)
- Электрический заряд инвариантен
- Дискретен. Заряд любого тела составляет целое число, кратное элементарному заряду  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл
- Аддитивен
- Закон сохранения заряда

$$Q = \sum_{i=1}^n Q_i = const$$

- **Электрон – носитель элементарного отрицательного заряда**

$$Q = - e = - 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$$

$$m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ Кг}$$

- **Протон – носитель элементарного положительного заряда**

$$Q = + e = + 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$$

$$m = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ Кг}$$

- **Обычно тела электронейтральны**
- **Электризация - процесс заряжения тела**

**Закон Кулона, 1785 г.** – закон взаимодействия точечных зарядов.

**Точечный заряд** – заряженное тело, размеры которого много меньше расстояний до других заряженных тел, с которыми оно взаимодействует.

- *Сила взаимодействия  $F$  между двумя неподвижными точечными зарядами, находящимися в вакууме, прямо пропорциональна произведению величин зарядов  $Q_1$  и  $Q_2$ , обратно пропорциональна квадрату расстояния между  $r^2$  и направлена вдоль линии, соединяющей заряды.*

$$F = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}$$

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}$$

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \left( \frac{H \cdot m^2}{Kл^2} \right)$$

$$\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \left( \frac{Kл^2}{H \cdot m^2} \right)$$

← Электрическая постоянная

**Закон Кулона** для точечных зарядов, находящихся в диэлектрической среде (веществе).

$$F = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{\varepsilon \cdot r^2} \qquad F = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}$$

$\varepsilon$  - диэлектрическая проницаемость среды. Величина, показывающая во сколько раз сила взаимодействия зарядов в среде  $F$  меньше, чем в вакууме  $F_0$ .

$$\varepsilon = F_0 / F$$

- **Электрическое (электромагнитное) поле** – особый вид материи, посредством которого электрические заряды взаимодействуют друг с другом.
- **Электростатическое поле** – электрическое поле, созданное неподвижными электрическими зарядами и не изменяющееся со временем.
- **Основное свойство** – действовать на другие электрические заряды, находящиеся в нем.
- **Пробный заряд  $Q_0$**  – небольшой по величине, точечный положительный заряд, который не искажает исследуемое электрическое поле.



- Напряженность электрического поля  $E$  – векторная физическая величина, численно равная силе, с которой поле действует на единичный положительный заряд, помещенный в данную точку поля.

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{Q_0}$$

Направление вектора напряженности  $E$  совпадает с направлением вектора силы  $F$ , с которой поле действует на положительный заряд.

Единица измерения –  $1 \text{ Н/Кл} = 1 \text{ В/м}$

## Напряженность поля точечного заряда $Q$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2} \quad - \text{ в скалярной форме}$$

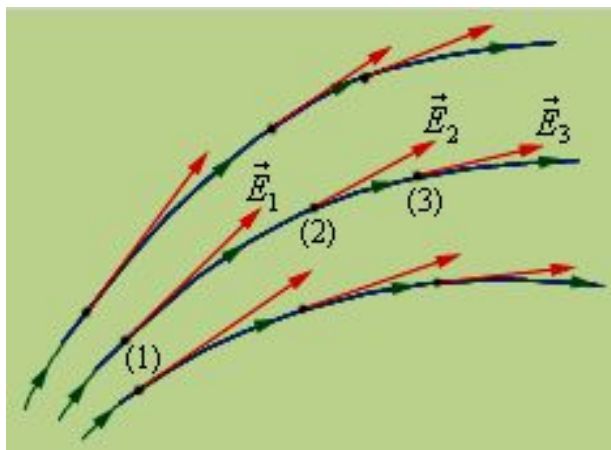
$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r} \quad \vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2} \cdot \vec{r}_0 \quad - \text{ в векторной форме}$$

$\vec{r}$  - радиус – вектор, направленный от заряда  $Q$  в точку поля  $A$

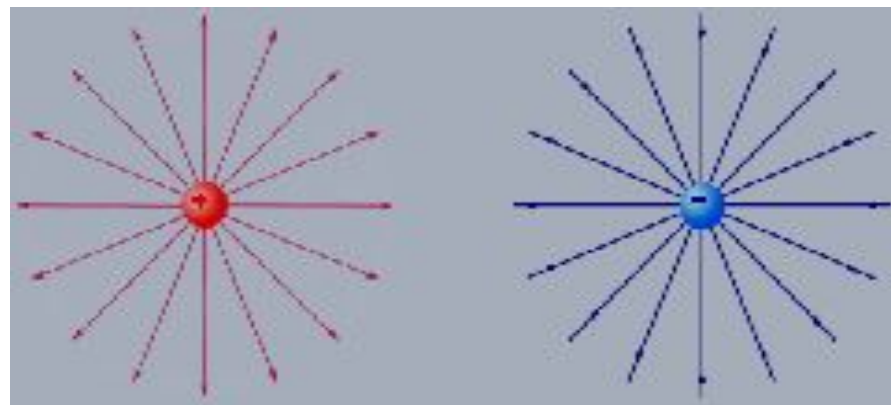
$$\vec{r}_0 = \frac{\vec{r}}{r} \quad - \text{ единичный вектор}$$

**Линии напряженности** – линии, касательные к которым в каждой точке пространства (поля) совпадают с направлением вектора напряженности. Эти линии:

- указывают направление вектора напряженности
- напряженность поля  $E$  равна числу линий, проходящих через единичную площадку, перпендикулярную линиям
- начинаются на положительных зарядах и заканчиваются только на отрицательных зарядах
- никогда не пересекаются



Линии напряженности



Линии напряженности полей, созданных точечными зарядами

## Принцип суперпозиции электростатических полей

**Напряженность результирующего поля  $E$ , создаваемого системой зарядов  $Q_i$ , равна векторной сумме напряженностей полей  $E_i$ , создаваемых в данной точке каждым из зарядов в отдельности.**

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i$$

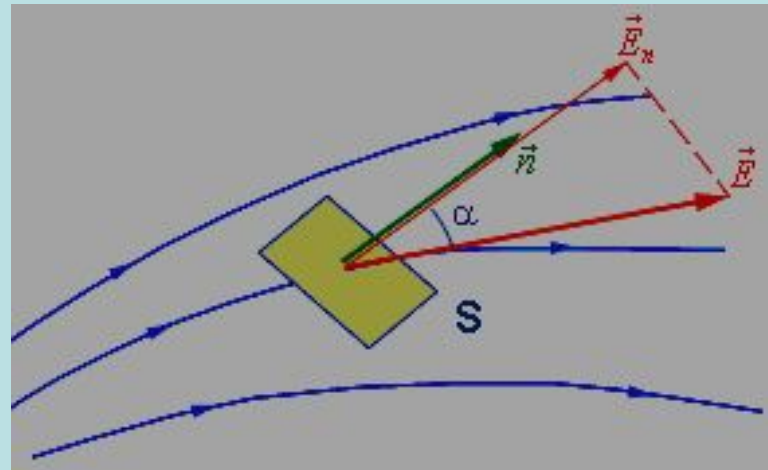
- Поток  $\Phi_E$  вектора напряженности  $E$  электрического поля через плоскую поверхность площадью  $S$  - величина, равная произведению модуля вектора  $E$  на площадь  $S$  и косинус угла  $\alpha$  между векторами  $E$  и  $n$  (нормалью к поверхности). Единица измерения -  $1 \text{ В} \cdot \text{м}$

$$\Phi_E = E \cdot S \cdot \cos \alpha$$

$$\Phi_E = E_n \cdot S$$

$$E_n = E \cdot \cos \alpha$$

Проекция вектора  $E$  на направление вектора нормали  $n$



$$\Phi_E = \vec{E} \cdot \vec{S}$$

- другая формула потока

$$\vec{S} = S \cdot \vec{n}$$

- вектор площадки

Поток  $\Phi_E$  численно равен количеству линий напряженности, пронизывающих поверхность  $S$ , является алгебраической величиной,

Определение потока напряженности  $\Phi_E$  в неоднородном электрическом поле через произвольную (искривленную) поверхность  $S$ .

$$\Phi_E = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \int_S E_n \cdot dS$$

$$d\Phi_E = \vec{E} \cdot d\vec{S} = E_n \cdot dS$$

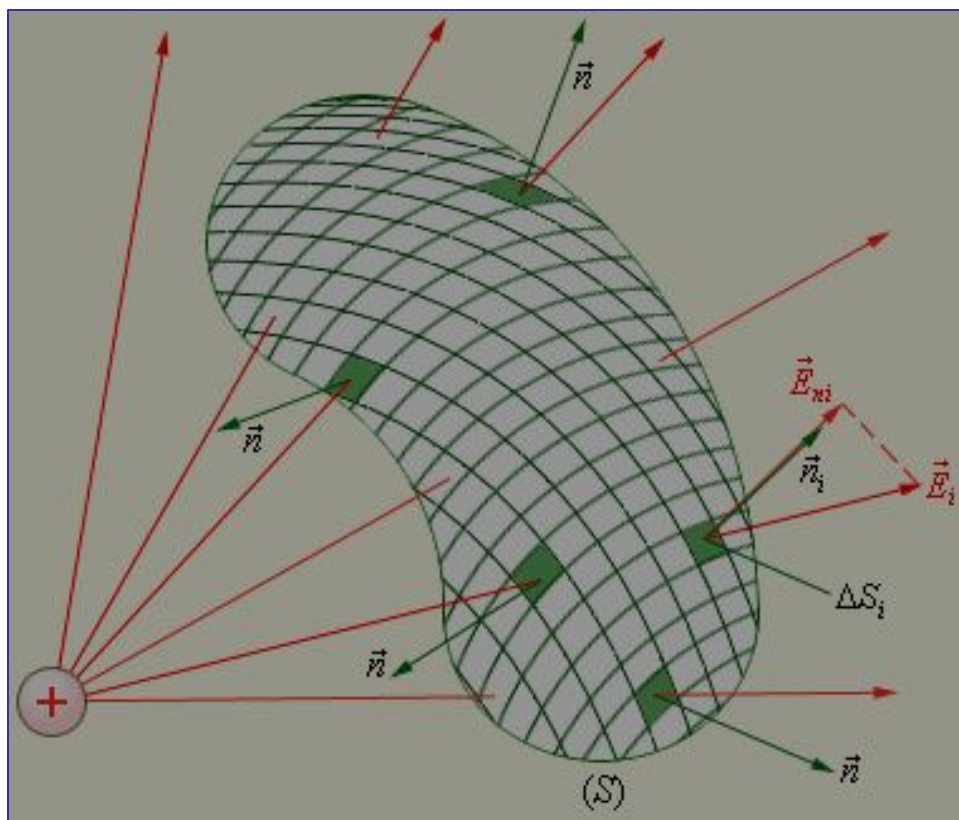
поток напряженности через  
элементарную площадку  $dS$

$$d\vec{S} = dS \cdot \vec{n}$$

- вектор элементарной площадки



# Вычисление потока $\Phi_E$ через замкнутую поверхность $S$



## Теорема Остроградского – Гаусса

- Поток вектора напряженности электростатического поля  $E$  в вакууме сквозь замкнутую поверхность равен алгебраической сумме электрических зарядов, заключенных внутри этой поверхности, деленной на  $\epsilon_0$

$$\Phi_E = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \cdot \sum_{i=1}^n Q_i$$

Теорема справедлива для любого распределения зарядов внутри любой замкнутой поверхности; заряды вне поверхности не учитываются.

# Электрическое поле равномерно заряженной бесконечной плоскости

## Вывод

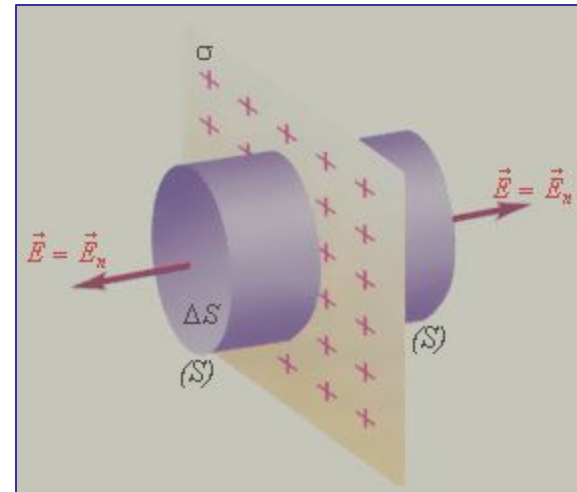
$$\Phi_E = \frac{Q}{\varepsilon_0} \Rightarrow E \cdot 2 \Delta S = \frac{\sigma \cdot \Delta S}{\varepsilon_0}$$

$$Q = \sigma \cdot \Delta S$$

величина заряда  
внутри цилиндра

$$\Phi_E = E \cdot 2 \Delta S$$

Поток через цилиндр



## Формулы

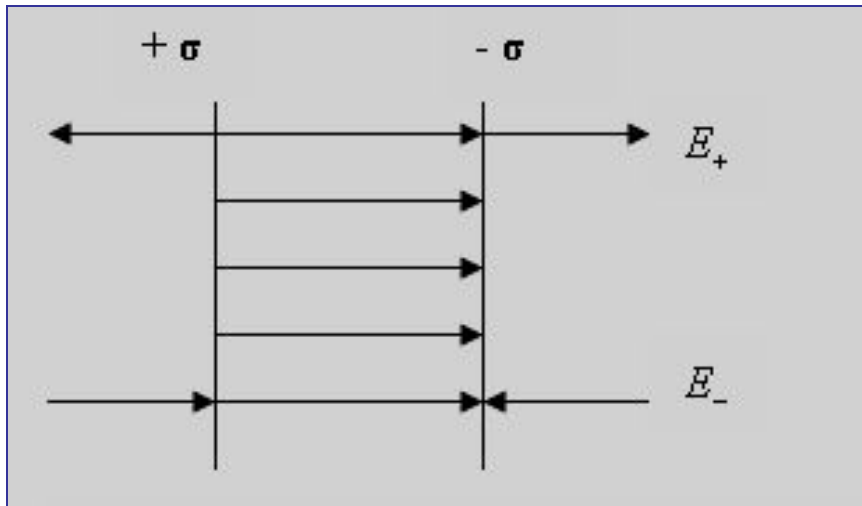
$$E = \frac{\sigma}{2 \varepsilon_0}$$

- в вакууме

$$E = \frac{\sigma}{2 \varepsilon \varepsilon_0}$$

- в среде с  $\varepsilon$

## Поле двух бесконечных параллельных плоскостей, заряженных разноимённо



Поле системы есть суперпозиция полей, создаваемых каждой из плоскостей в отдельности. Поле однородное.

$$E = E_+ + E_- = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0}$$

## Поле равномерно заряженной сферической поверхности

а) Область пространства на поверхности сферы и вне её.

Если  $r \geq R$ , то

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2}$$

Поле заряженной сферы совпадает с полем точечного заряда, равного заряду сферы и находящегося в центре сферы.

б) Область внутри сферы. Если  $r < R$ , то  $E = 0$ .

## Потенциал. Работа электростатического поля.

- **Электростатическое поле является потенциальным.**
- **Работа сил электростатического поля по перемещению электрического заряда не зависит от вида (формы) траектории, а определяется только начальным и конечным положениями заряда в поле.**
- **При перемещении в электростатическом поле заряда по замкнутой траектории работа сил поля равна нулю.**
- **Потенциальность электростатического поля имеет математическое определение с помощью понятия циркуляция вектора напряженности .**

$$dA = \vec{F} \cdot d\vec{l} = Q_0 \cdot \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

- работа на элементарном перемещении

$$dA = \vec{E} \cdot d\vec{l} = E \cdot dl \cdot \cos \alpha = E_l \cdot dl$$

работа по перемещению единичного заряда

$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = \oint_L E_l \cdot dl$$

циркуляция вектора напряжённости электростатического поля по замкнутому контуру (кривой)  $L$

Эта величина представляет собой полную работу  $A$  электрических сил по перемещению единичного положительного заряда  $Q_0 = + 1\text{Кл}$  по замкнутому пути ( вдоль кривой  $L$  )

- **Циркуляция вектора напряженности** электростатического контура равна нулю

$$A = \oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = \oint_L E_t \cdot dl = 0$$

Работа электростатических сил по перемещению заряда  $Q$  из одного положения (точки 1) в другое положение (точку 2) равна убыли потенциальной энергии заряда и не зависит от пути перемещения заряда.

$$A_{12} = - (U_2 - U_1) = U_1 - U_2$$



- **Потенциал электростатического поля  $\varphi$**  - скалярная физическая величина, численно равная потенциальной энергии единичного положительного заряда, помещенного в данную точку поля. **Единица измерения - 1 В = 1 Дж/Кл.**

$$\varphi = \frac{U}{Q_0} \quad A_{12} = Q \cdot (\varphi_1 - \varphi_2)$$

Работа сил электростатического поля  $A_{12}$  равна произведению величины перемещаемого заряда  $Q$  на разность потенциалов в начальном (1) и конечном (2) положениях заряда.

- **Разность потенциалов** между двумя точками 1 и 2 электростатического поля равна работе, совершаемой силами поля при перемещении единичного положительного заряда из одной точки поля (начальной) в другую точку поля (конечную).

$$A_{12} = (\varphi_1 - \varphi_2)$$

**Второе определение потенциала.** Потенциал поля в данной точке пространства – физическая величина, определяемая работой по перемещению единичного положительного заряда из данной точки поля в бесконечность.

$$\varphi = A_{\infty}$$

**Потенциал электростатического поля точечного заряда  $Q$   
( на расстоянии  $r$  от него )**

$$\varphi = \varphi_{\infty} = \frac{1}{Q_0} \cdot \int_r^{\infty} E dr = \frac{Q}{4\pi \varepsilon_0} \int_r^{\infty} \frac{dr}{r^2} = \frac{1}{4\pi \varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{r}$$

$$\varphi = \varphi_{\infty} = \frac{1}{4\pi \varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{r}$$

- Потенциал бесконечно удалённой точки считается равным нулю
- Эта формула выражает потенциал равномерно заряженного шара (или сферы) при  $r \geq R$ , где  $R$  - радиус шара (или сферы)

## Принцип суперпозиции для потенциалов

Потенциал результирующего поля, созданного системой электрических зарядов, равен алгебраической сумме потенциалов полей всех этих зарядов.

$$\varphi = \sum_{i=1}^n \varphi_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \sum_{i=1}^n \frac{Q_i}{r_i}$$

## Связь между напряжённостью и потенциалом электростатического поля

Работа при перемещении заряда  $Q = +1$  Кл из точки 1 в точку 2

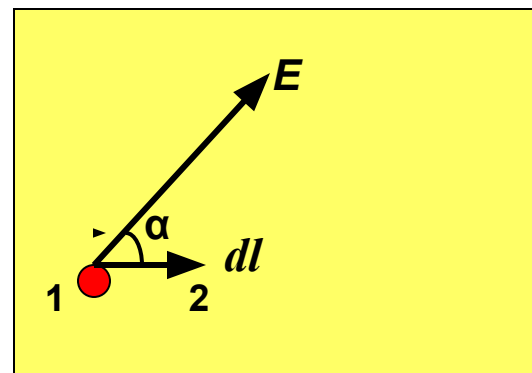
$$dA = \vec{E} \cdot d\vec{l} = E \cdot dl \cdot \cos \alpha$$

$$dA = -d\varphi$$

Приравниваем  $E \cdot dl \cdot \cos \alpha = -d\varphi$

Отсюда  $E \cdot \cos \alpha = -\frac{d\varphi}{dl}$

$$E_l = -\frac{d\varphi}{dl}$$



- В окрестности какой - либо точки электростатического поля потенциал поля  $\varphi$  наиболее быстро изменяется в направлении линии напряженности.

$$E = - \frac{d\varphi}{dl}$$

$d\varphi$  - изменение потенциала, вызванное перемещением единичного заряда на  $dl$  вдоль линии напряжённости

$\frac{d\varphi}{dl}$  - это величина (модуль) градиента потенциала **grad  $\varphi$**  электростатического поля, характеризующего быстроту изменения потенциала  $\varphi$  в пространстве

- В векторном виде связь между напряженностью  $E$  и потенциалом  $\varphi$  имеет вид:

$$\vec{E} = -grad \varphi$$

или в декартовых координатах

$$\vec{E} = -\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \cdot \vec{i} + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \cdot \vec{j} + \frac{\partial \varphi}{\partial z} \cdot \vec{k}\right)$$

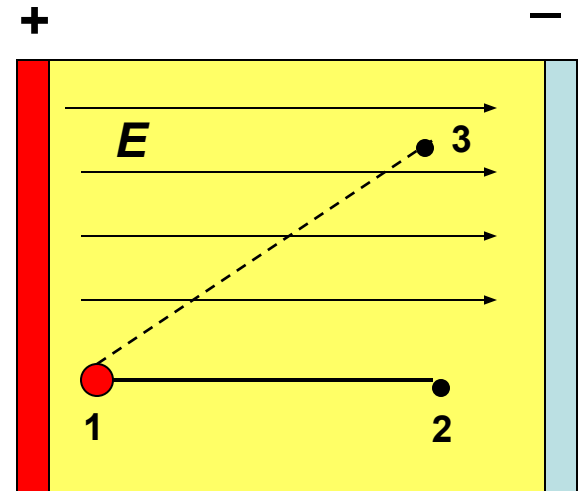
$$\text{где } grad \varphi = \frac{\partial \varphi}{\partial x} \cdot \vec{i} + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \cdot \vec{j} + \frac{\partial \varphi}{\partial z} \cdot \vec{k}$$

**Физический смысл.** Напряжённость поля в данной точке (месте) электростатического поля измеряется уменьшением потенциала поля, приходящимся на единицу длины линии напряжённости.

В случае однородного электростатического поля

$$E = -\frac{d\varphi}{dl} = \frac{\Delta\varphi}{\Delta l} = -\frac{\varphi_2 - \varphi_1}{\Delta l} = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{\Delta l}$$

$$E = -\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{\Delta l}$$



$\varphi_1$  и  $\varphi_2$  - потенциалы в точках 1 и 2

$\Delta l$  - расстояние между точками 1 и 2 вдоль линии напряжённости поля (расстояние между эквипотенциальными поверхностями)



- **Эквипотенциальная поверхность** - это поверхность, во всех точках которой потенциал  $\varphi$  имеет одинаковое значение.
1. Работа, совершаемая при перемещении заряда по одной и той же эквипотенциальной поверхности, равна нулю.
  2. Линии напряжённости всегда перпендикулярны к ним.
  3. Эти поверхности проводят с определённой густотой, так, чтобы разность потенциалов между любыми двумя соседними поверхностями была одинакова ( через 1 В ).

