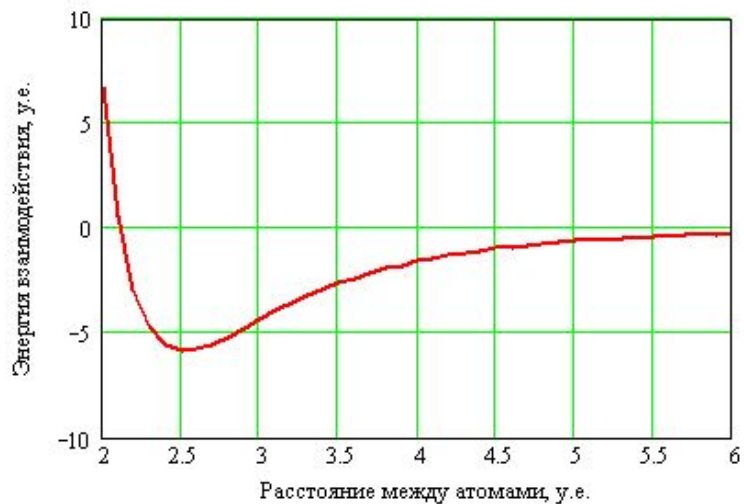


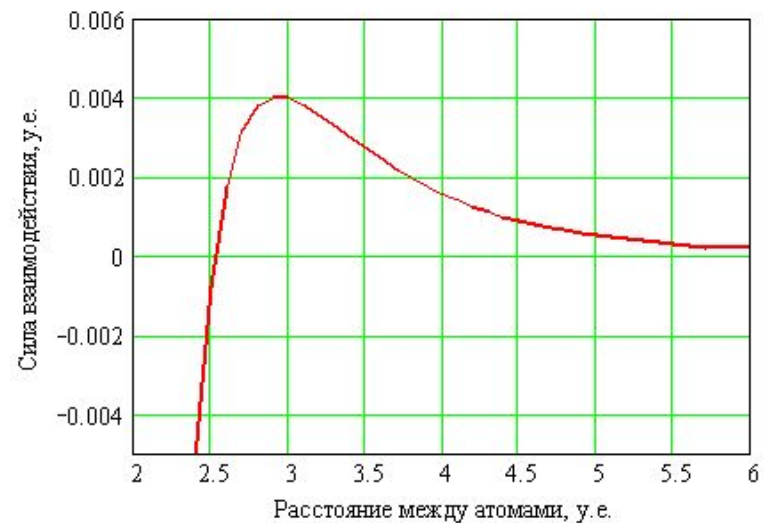
# Лекция 15. Основы физики прочности и пластичности

## Взаимодействие атомов кристаллической решетки

Механическая прочность твердых тел имеет атомарную природу. При сближении двух атомов возникает взаимное притяжение, которое сменяется состоянием равновесия. Этому соответствует минимум потенциальной энергии взаимодействия. При дальнейшем сближении атомов потенциальная энергия возрастает, и возникают силы отталкивания.



Энергия взаимодействия двух атомов

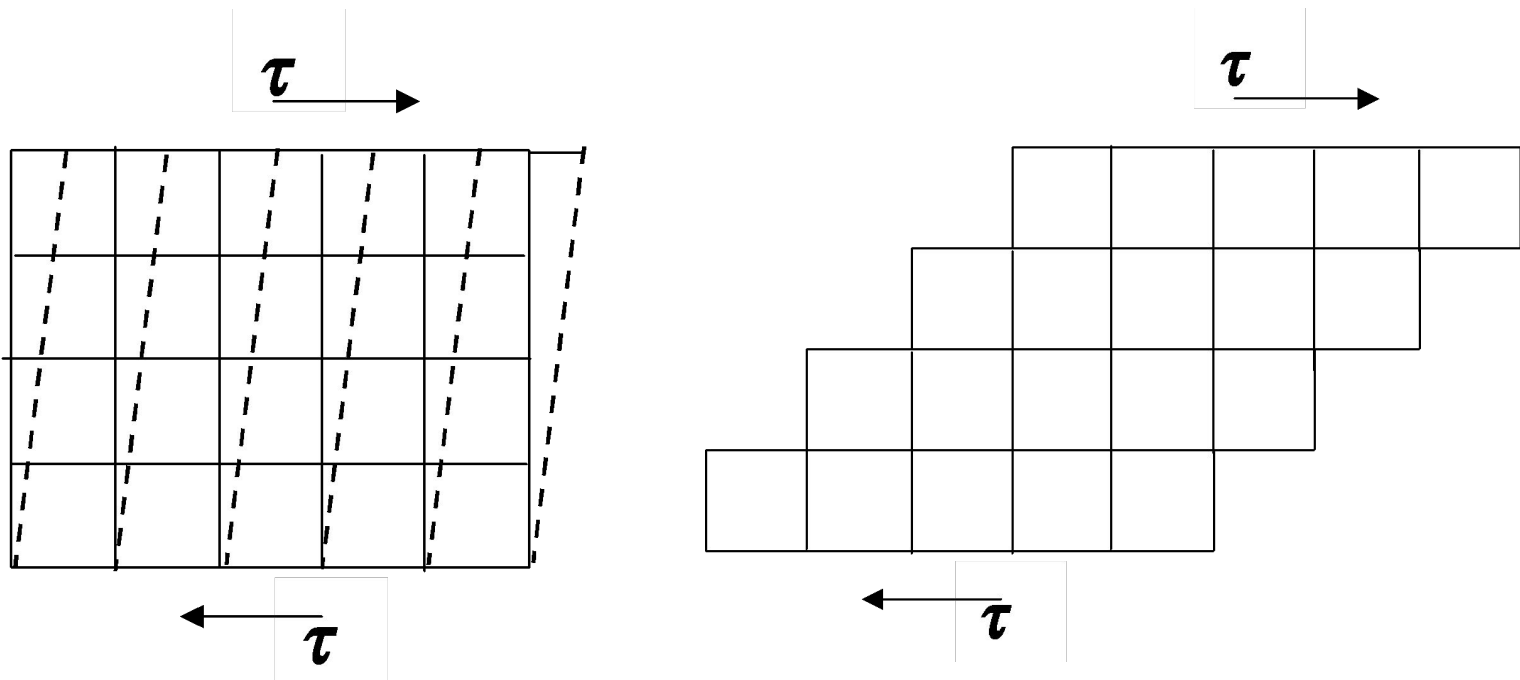


Сила взаимодействия двух атомов

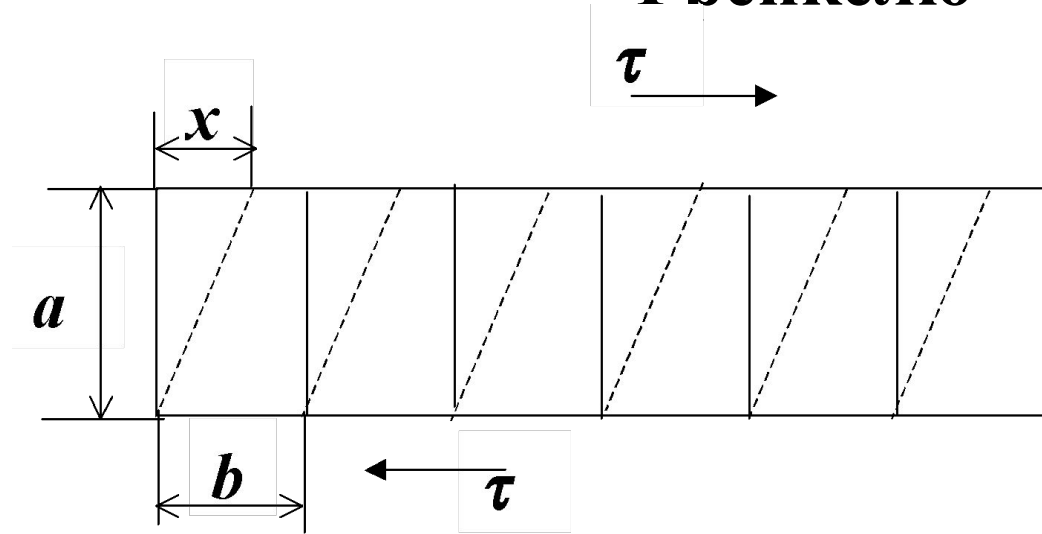
# Упругая и пластическая деформация МОНОКРИСТАЛЛОВ

Если смещения атомов не будут сопровождаться изменением их ближайших соседей, то деформация кристалла будет упругой. Межатомные связи напрягаются, возникают напряжения, но после разгрузки кристалл восстанавливает свои размеры и форму.

При пластическом деформировании межатомные связи пересоединяются, некоторые атомы меняют своих соседей, происходит необратимая деформация.



# Теоретическое сопротивление сдвигу по Я. Френкелю



$$\tau = \tau(x)$$

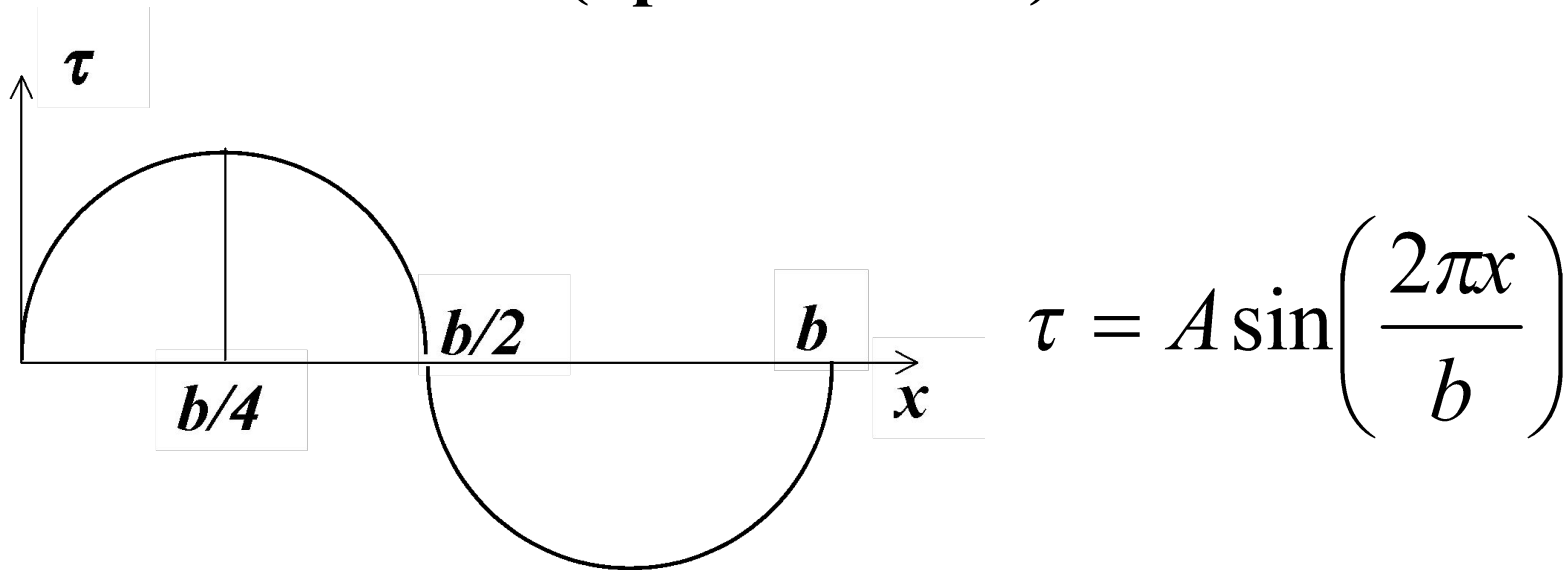
При  $x = 0$ ,  $\tau = 0$  (положение равновесия)

При  $x = b$ ,  $\tau = 0$  (новое состояние равновесия)

При  $x = b/2$ ,  $\tau = 0$  (состояние неустойчивого равновесия)

$$\tau = A \sin\left(\frac{2\pi x}{b}\right)$$

# Теоретическое сопротивление сдвигу (продолжение)



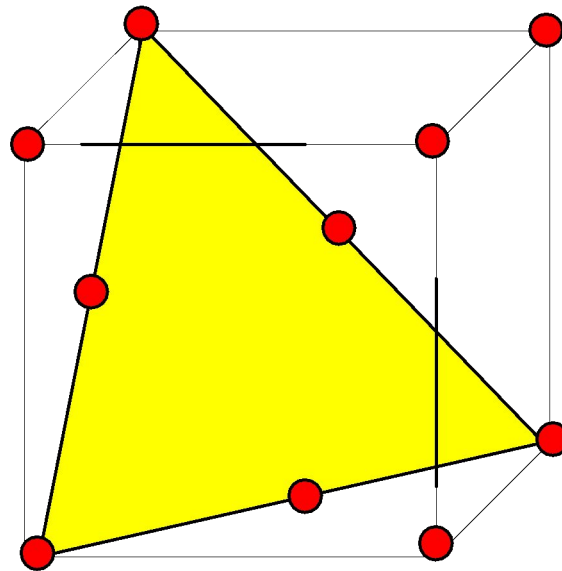
При  $x < b/2$  деформация упругая и справедлив закон Гука:

$$\tau = G\gamma \quad \gamma = \frac{x}{a} \quad \tau = G \frac{x}{a} \quad \tau = A \left(\frac{2\pi x}{b}\right) \quad A = G \frac{b}{2\pi a}$$

$$\tau = \frac{Gb}{2\pi a} \sin\left(\frac{2\pi x}{b}\right) \quad \tau_{\max} = \frac{Gb}{2\pi a} \quad \tau_T = \frac{Gb}{2\pi a} \approx 0,1G$$

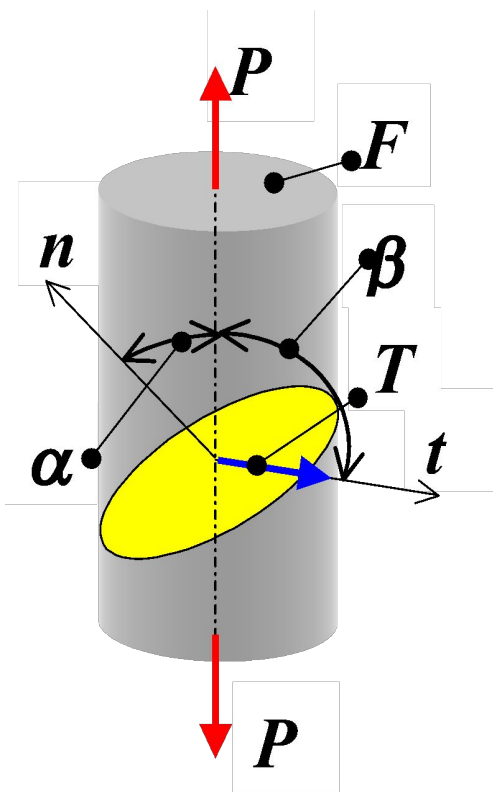
# Закономерности пластической деформации монокристаллов

Пластическая деформация монокристаллов осуществляется посредством скольжения по наиболее плотноупакованным кристаллографическим плоскостям. Совокупность плоскости скольжения и направления скольжения образует систему скольжения



# Закономерности пластической деформации монокристаллов (продолжение 1)

Скольжение идет по системе, вдоль которой действует наибольшее приведенное касательное напряжение  $\tau = \tau_{np}$ . Скольжение начинается, когда приведенное касательное напряжение  $\tau_{np}$  достигает критического значения  $\tau_s$ .



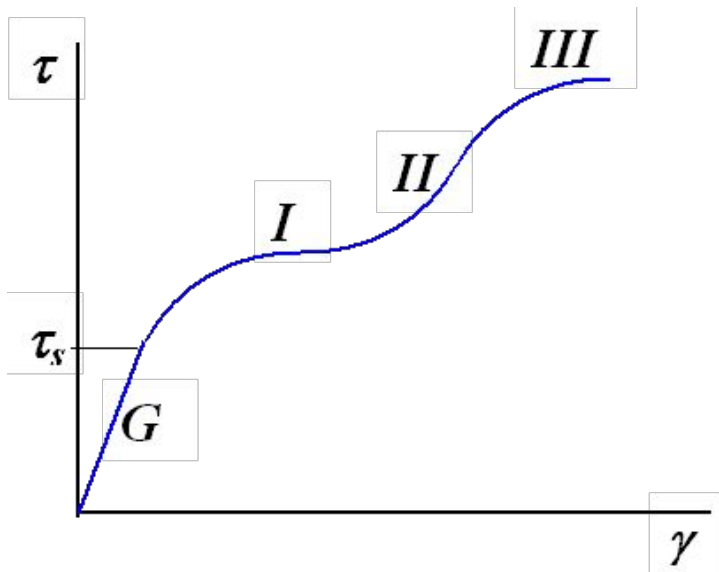
$$T = P \cos(\beta)$$

$$\tau = \frac{F}{F_{ск}} \quad F_{ск} = \frac{F}{\cos(\alpha)}$$

$$\tau_{np} = \frac{P}{F} \cos(\alpha) \cos(\beta)$$

# Закономерности пластической деформации монокристаллов (продолжение 2)

Кривая деформирования монокристаллов имеет вид. Напряжения  $\tau$  и угловая деформация  $\gamma$  - это приведенное напряжение  $\tau_{np}$  и приведенный сдвиг  $\gamma_{np}$  в одной плоскости скольжения



I - стадия легкого скольжения:

$$\frac{d\tau}{d\gamma} \approx (10^{-5} - 10^{-4})G$$

II - стадия быстрого упрочнения :

$$\frac{d\tau}{d\gamma} \approx 10^{-3}G$$

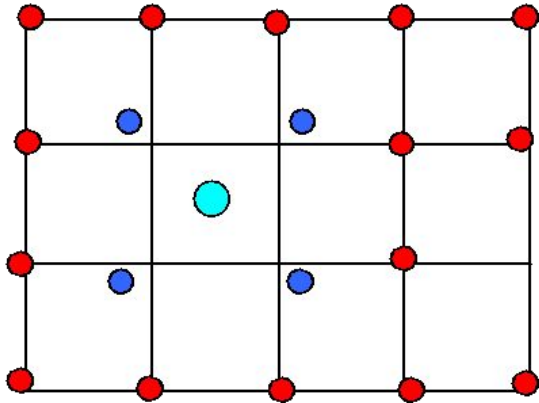
III - стадия динамического отдыха :

$$\frac{d\tau}{d\gamma} \approx \rightarrow 0$$

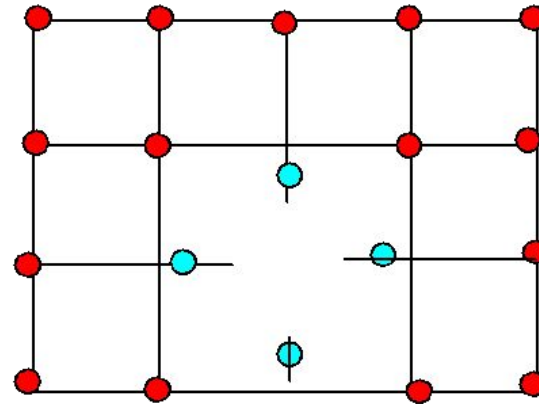
# Дефекты кристаллической решетки.

## Геометрическая классификация

- Нульмерные или точечные дефекты. Это межузельные атомы и вакансии. Это самое простое нарушение идентичности окружения данного атома соседями.



Межузельный атом



Вакансия

- Одномерные и линейные дефекты. Это специфические дефекты – дислокации, цепочки точечных дефектов.
- Двухмерные или поверхностные дефекты. Это границы зерен, блоков, двойников и сама поверхность кристалла.
- Трехмерные или объемные. Это поры, выделения и т.п. образования, размеры которых во всех направлениях больше расстояния между соседними атомами кристаллической решетки.

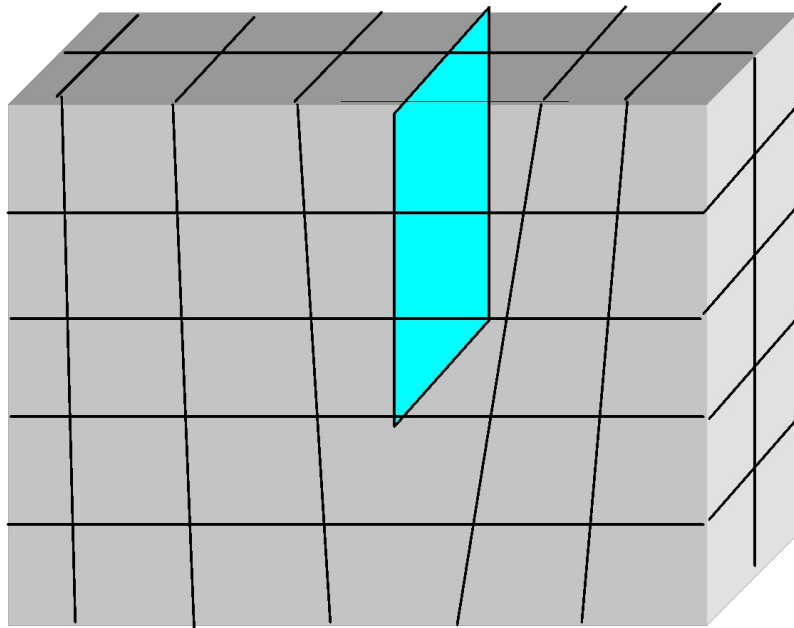


# Дислокации

*Дислокация* – специфический линейный дефект, нарушающий правильное расположение атомных плоскостей кристалла.

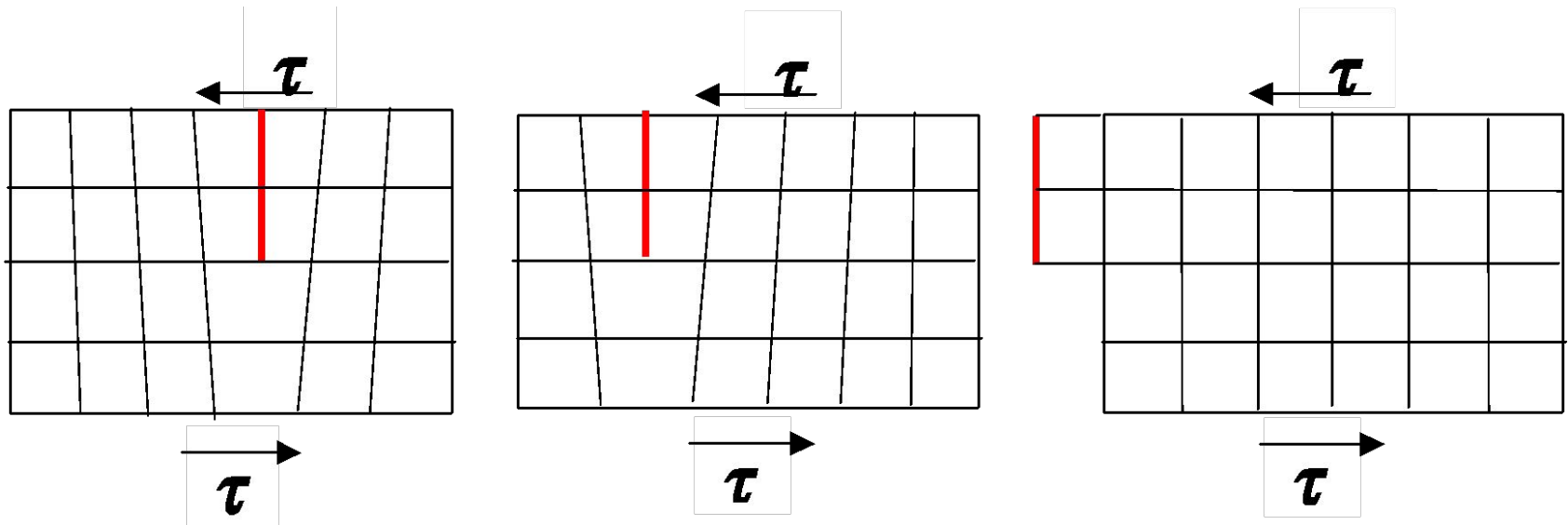
Различают краевые дислокации и винтовые дислокации.

**Краевая дислокация** представляет собой край разорванной атомной плоскости



# Движение дислокаций и пластическая деформация

Движение краевой дислокации происходит посредством двух механизмов: скольжения и переползания.

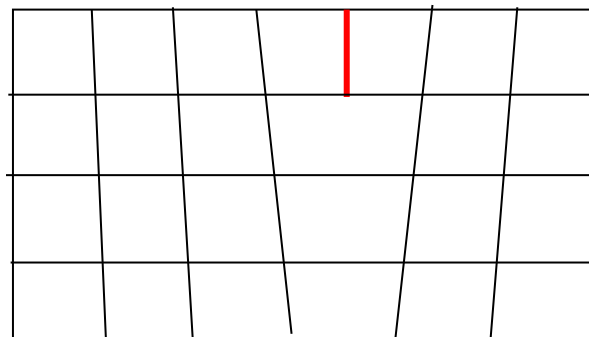
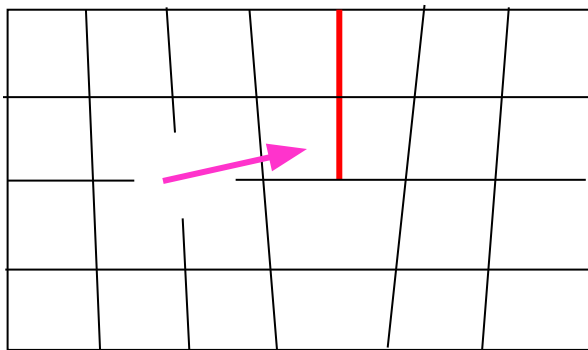
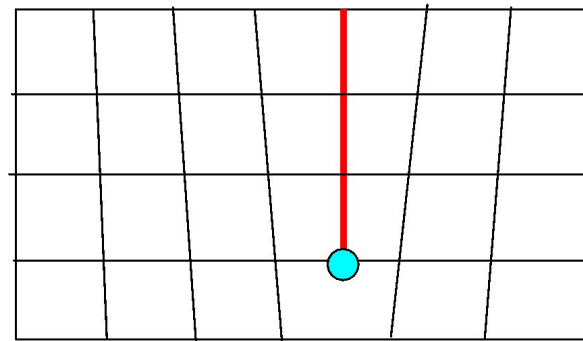
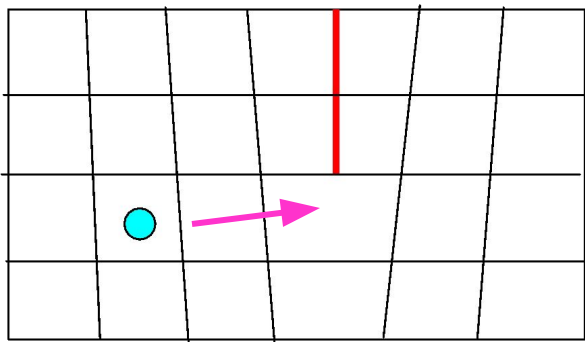


Скольжение дислокаций – это явление движения дислокаций по поверхности скольжения.

Переползание краевой дислокации – это движение дислокации по нормали к плоскости скольжения.

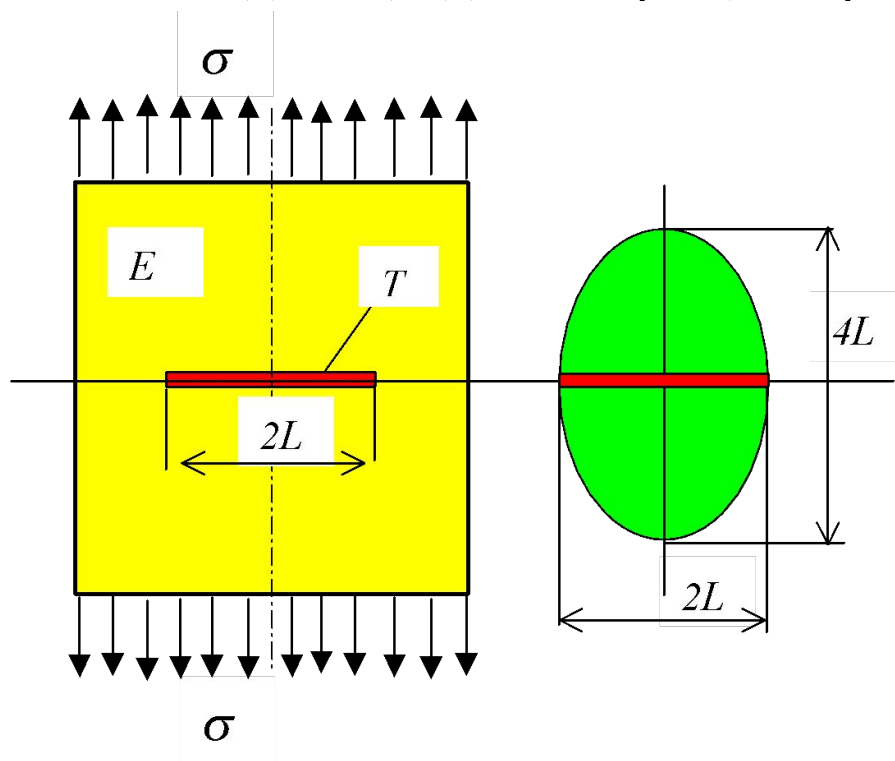
# Переползание дислокаций

Переползание дислокаций осуществляется посредством диффузии точечных дефектов – межузельных атомов и вакансий.



# Теория хрупкого разрушения Гриффитса

Гриффитс рассматривал энергетическое состояние бесконечной пластины единичной толщины с трещиной  $2L$ , нагруженной вдали напряжением  $\sigma$ . Он принял, что затраты энергии на образование единицы длины трещины равны  $T$ .



# Теория хрупкого разрушения Гриффитса (продолжение)

$U = U_0 + U_1 + U_2$  - энергия тела с трещиной

$U_0$  - энергия тела без трещины

$U_1 = \frac{-\sigma^2}{2E} \pi L \cdot 2L$  - энергия, выделенная в области трещины (эллипс)

$U_2 = 4TL$  - энергия, поглощенная при образовании трещины  $2L$

$U = U_0 - \frac{\sigma^2}{E} \pi L^2 + 4TL$  - баланс энергий

$$\frac{dU}{dL} = 0$$

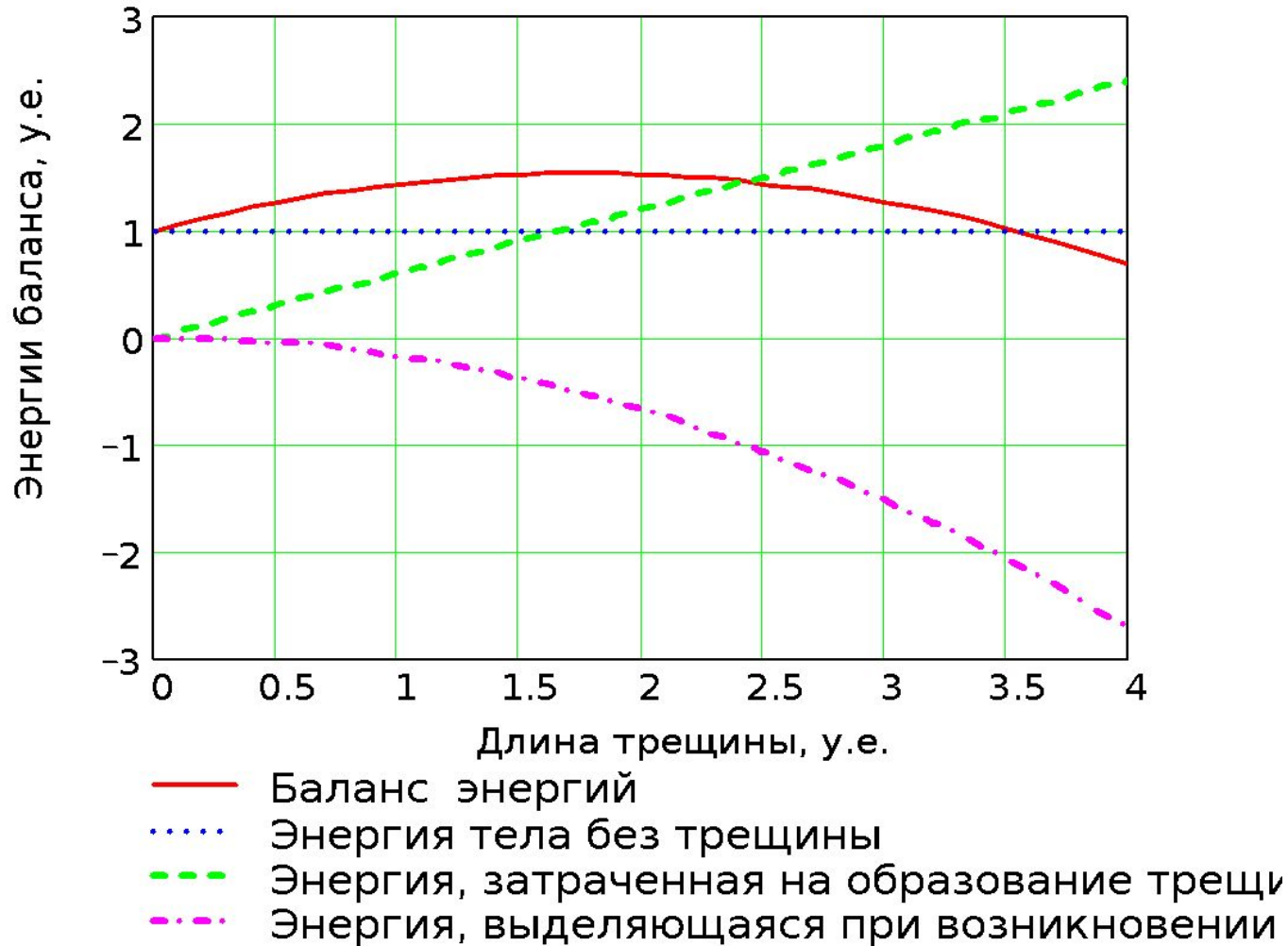
$$L_c = \frac{2TE}{\pi\sigma_c^2}$$

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{2TE}{\pi L_c}}$$

$$\sigma_c \sqrt{\pi L_c} = \sqrt{2TE} = const$$

# Графическая интерпретация теории Гриффитса

$$U(L) := U_0 + U_1(L) - U_2(L)$$



# Критическая диаграмма разрушения

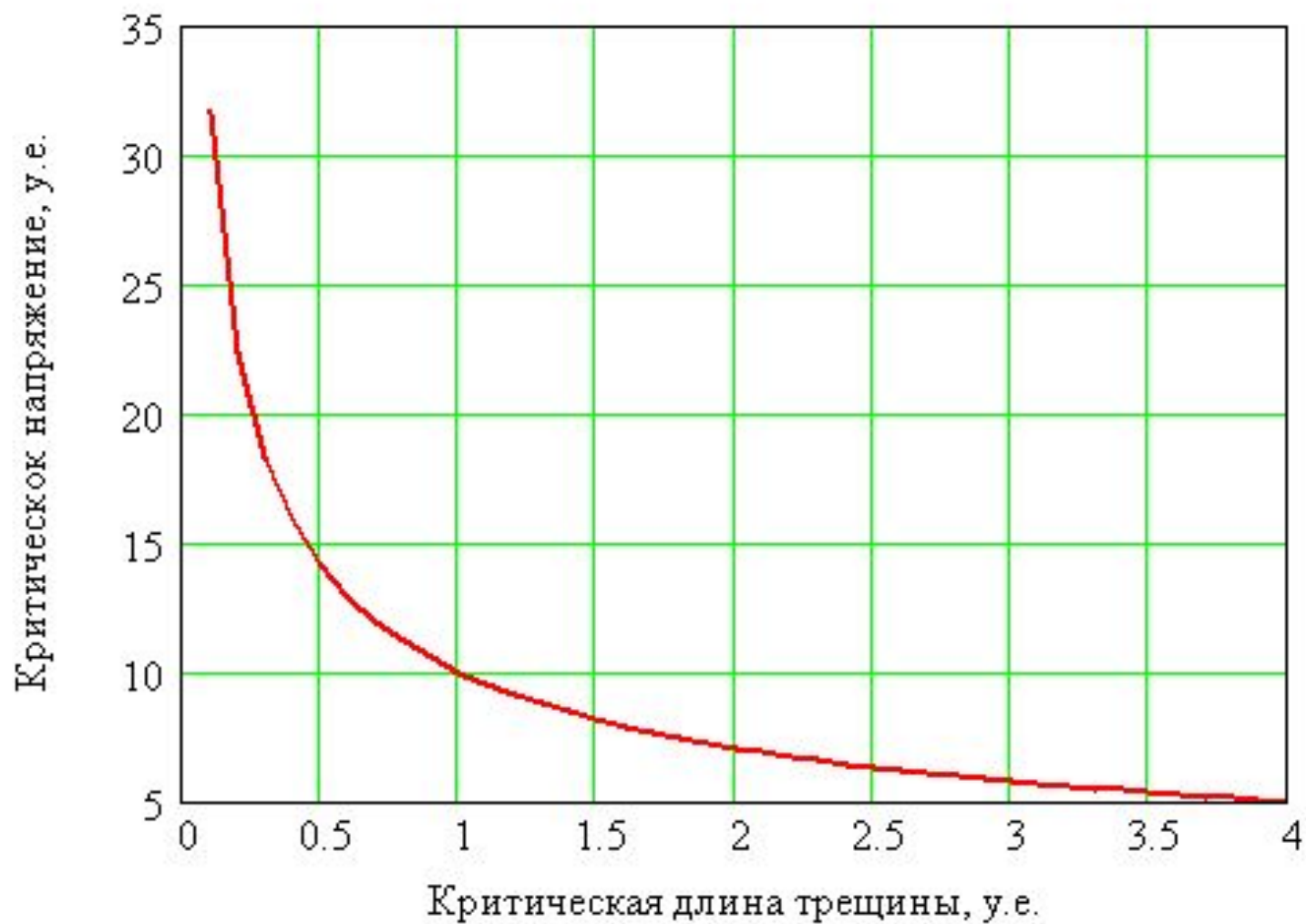


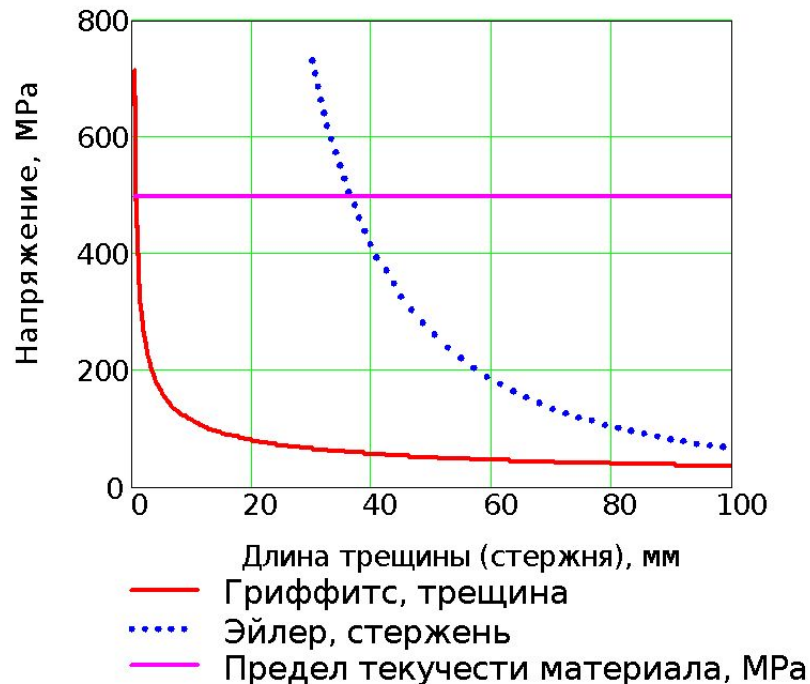
Диаграмма разрушения

# Гриффитс и Эйлер

*1921 год, Гриффитс, решение задачи об устойчивости трещины.  
Это вторая классическая задача. Первая – задача Эйлера об устойчивости сжатого стержня, 1740 год.*

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{2TE}{\pi L_c}}$$

$$\sigma_k = \frac{\pi^2 E h^2}{12 L^2}$$



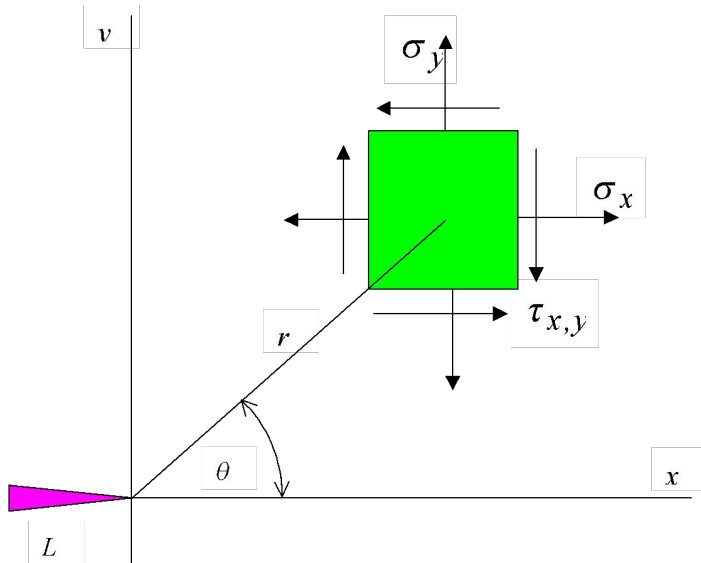


# Эйлер и Гриффитс (заключение)

1. И теория Эйлера и теория Гриффитса неприменимы для малых размеров длин стержней или трещин. Предел их применимости определяется пластичностью материала – в данном случае пределом текучести 500 МПа.
2. Механика разрушения качественно отличается от теории упругости тем, что в нее введена новая физическая величина – поверхностная энергия  $T$ .
3. Попытки экспериментального определения значений  $T$  и применения их для расчетов на прочность металлических материалов с трещинами потерпели неудачу – измеренные значения  $T$  на два-три порядка превышают расчетные.

# Механика разрушения

Ирвин, 1957 год. Анализ напряжений в области перед кончиком трещины.



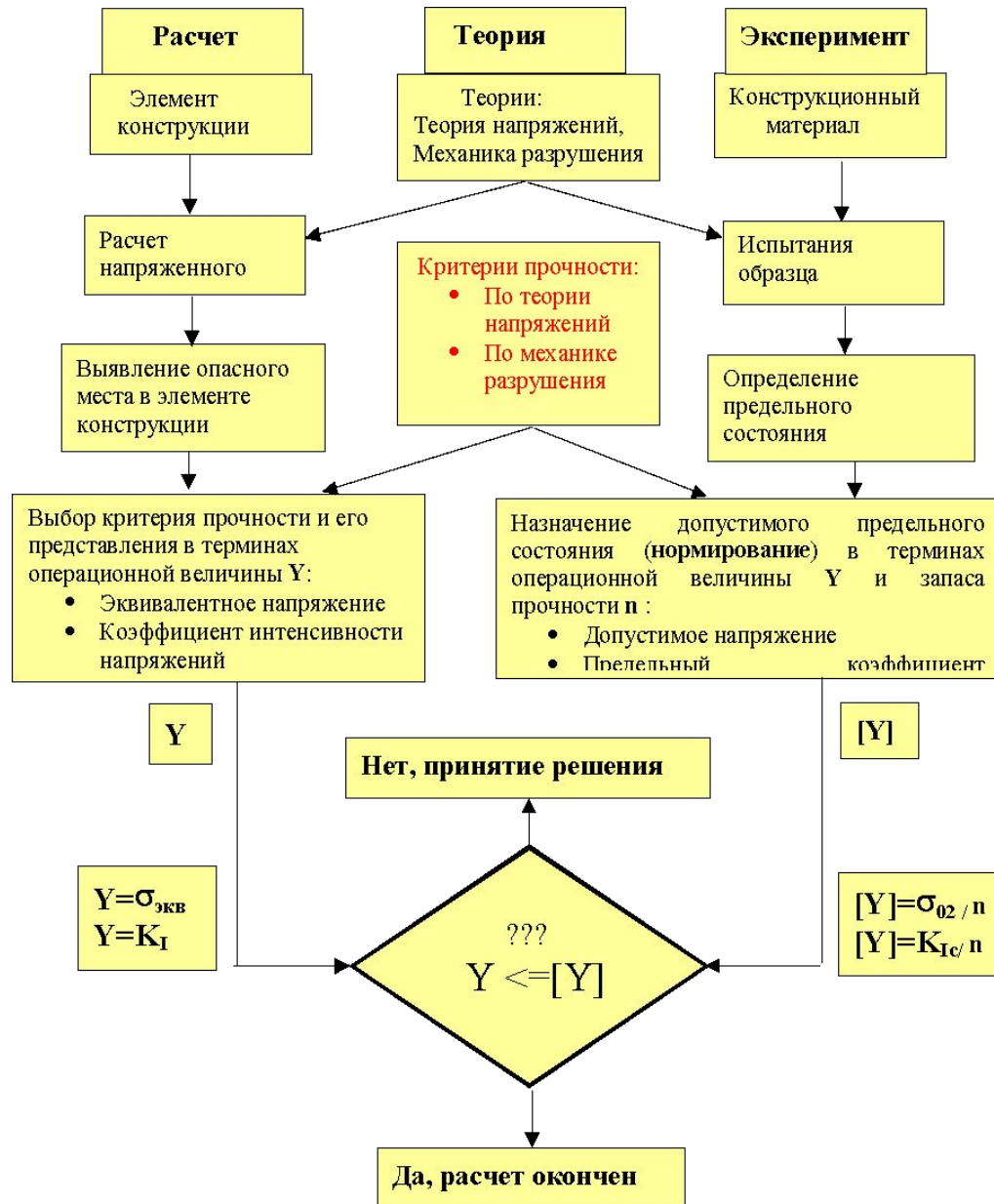
$$\begin{cases} \sigma_x = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left(1 + \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right) \\ \sigma_y = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left(1 - \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right) \\ \tau_{x,y} = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left(\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right) \end{cases}$$

Постоянная величина ***K*** получила название –  
***коэффициент интенсивности напряжений***

Критерий трещиностойкости

$$K \leq K_{Ic}$$

# Алгоритм расчета на прочность в исходном и поврежденном состоянии



# Комментарии к алгоритму расчетов

- Алгоритм имеет две главных ветви – левую расчетную и правую экспериментальную.
- Расчетная ветвь предусматривает или анализ напряженного состояния или расчет коэффициента интенсивности напряжений.
- Экспериментальная ветвь дает границы применимости теорий и формирует допустимые значения операционной величины с учетом запаса прочности.
- Обе ветви объединены одной теорией. Это или теория упругости или механика разрушения. Операционные величины – напряжение или коэффициент интенсивности напряжений.
- Критерии прочности тел, в том числе и тел с трещинами, не следуют из теории. Они формулируются на основе гипотез и записываются в терминах операционной величины – напряжение или коэффициент интенсивности напряжений

