Дисциплина:

Теория электрических цепей

Лекция №17

Тема: «ОСНОВЫ СИНТЕЗА ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ»

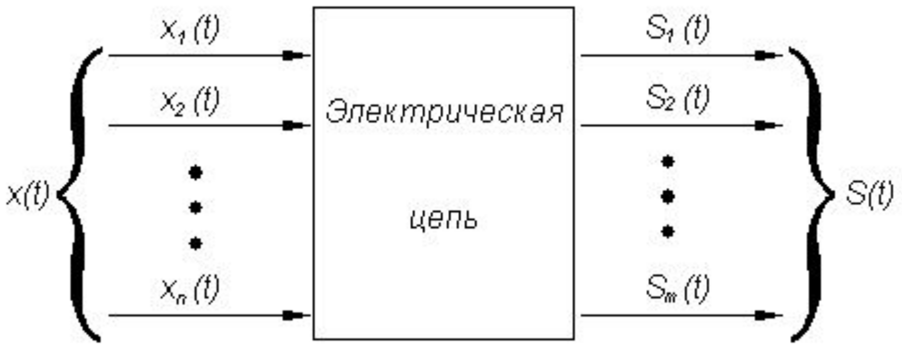
Учебные вопросы

1. Постановка задачи и этапы синтеза.
2. Условия физической реализуемости реактивных цепей.
3. Задача реализации в синтезе электрических цепей. Синтез реактивных двухполюсников.
4. Задача реализации в синтезе электрических цепей. Синтез четырехполюсников.

Литература

- 1. Попов В.П. Основы теории цепей: Учебник для вузов спец. "Радиотехника".-М.: Высшая школа, 2007, с.504-529.

Основные задачи теории цепей



$$x(t) = \{x_1(t), x_2(t), ..., x_n(t)\}$$

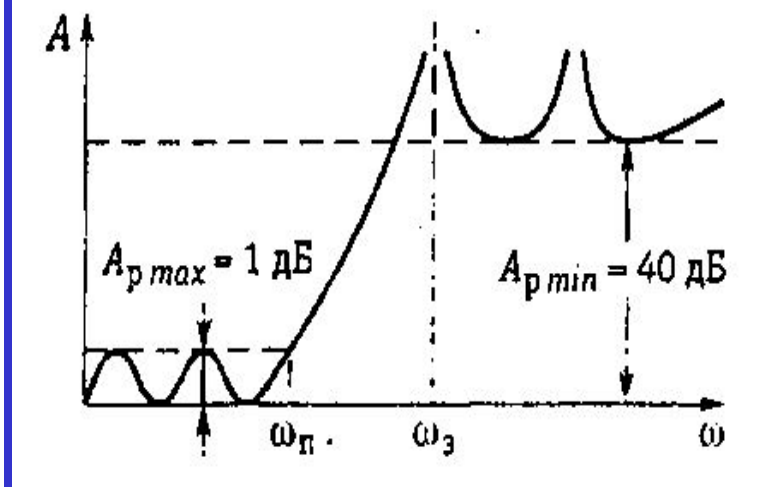
$$S(t) = \{s_1(t), s_2(t), ..., s_m(t)\}$$

Задачи анализа цепи – это задачи, в которых по известным внешнему воздействию x(t), конфигурации и параметрам цепи определяют реакцию цепи S(t).

Задачи синтеза – это задачи, в которых требуется определить структуру и параметры цепи по заданной реакции цепи S(t) на некоторое внешнее воздействие x(t).

Содержание задачи синтеза электрических цепей -

создание устройств и систем, обладающих заданными свойствами



Линейные устройства систем передачи передачи информации:

- электрические фильтры;
- корректоры линейных искажений;
- линии задержки и др.

Требования к цепи при синтезе

Основные требования определяют целевое назначение цепи и предъявляются либо к временным, либо к частотным характеристикам

Дополнительные требования определяются условиями работы цепи

Дополнительные требования к цепи:

- на массу и габариты;
- чувствительность характеристик к изменению элементов,
- температурную нестабильность,
- элементный базис (например, в ряде случаев нежелательно применение катушек индуктивности),
- требования простоты процесса настройки в условиях производства и т. д.

Задача синтеза разбивается на два этапа: задачу аппроксимации и задачу реализации

1. **Решение задачи аппроксимации** заключается в нахождении такой функции, которая, с одной стороны, удовлетворяет поставленным требованиям, а с другой - удовлетворяет условиям физической реализуемости характеристик (временных или частотных) электрических цепей.
2. **Решение задачи реализации** заключается в нахождении электрической цепи, временная или частотная характеристика которой совпадает с функцией, найденной в результате решения задачи аппроксимации.

Условия физической реализуемости передаточных функций:

$$H(p) = \frac{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \ldots + a_1 p + a_0}{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \ldots + b_1 p + b_0}.$$

1. Полюсы передаточной функции (т.е. корни знаменателя) должны находиться в левой полуплоскости; отсутствуют полюсы в нуле и бесконечности.
2. Степень полинома числителя не должна превышать степени полинома знаменателя.

Всякому ли выражению Z(p) можно сопоставить реальный, т.е. физически осуществимый двухполюсник ???

Функция *Z*(*p*) должна отвечать свойствам входного сопротивления реактивных двухполюсников:

1. *Быть дробно-рациональной с вещественными коэффициентами и степенями числителя и знаменателя, отличающимися не более чем на единицу .*

2. *Нули и полюсы этой функции должны чередоваться на мнимой оси плоскости* p.

Идея любого метода синтеза двухполюсников заключается:

в том, чтобы найти способ разложения заданной операторной функции на более простые функции, по которым уже легко восстановить схему.

ПРИМЕР

$$Z(p) = \frac{a_1 p + a_0}{b_1 p}.$$

$$Z(p) = \frac{a_1}{b_1} + \frac{1}{p(b_1/a_0)}.$$

ВЫВОД: соответствующая схема состоит из последовательного соединения резистора $a1/b1$ и емкости $b1/a0$.

Из свойств реактивных двухполюсников следует:

Идеальные LC-двухполюсники не могут рассеивать энергию, поэтому при $p = j\omega$ вещественная часть функции сопротивления и проводимости равна нулю

$$\operatorname{Re}\left[Z(j\omega)\right] = 0; \quad \operatorname{Re}\left[Y(j\omega)\right] = 0.$$

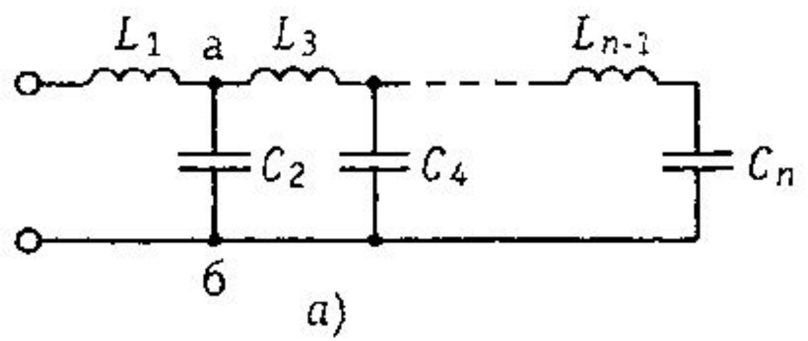
$$Z(p) = \frac{H(p - j\omega_1)(p + j\omega_1)(p - j\omega_3)(p + j\omega_3)\ldots(p - j\omega_{2n-1})(p + j\omega_{2n-1})}{p(p - j\omega_2)(p + j\omega_2)(p - j\omega_4)(p + j\omega_4)\ldots(p - j\omega_{2n-2})(p + j\omega_{2n-2})}.$$

$$Z(p) = \frac{H(p^2 + \omega_1^2)(p^2 + \omega_3^2)\ldots(p^2 + \omega_{2n-1}^2)}{p(p^2 + \omega_2^2)(p^2 + \omega_4^2)\ldots(p^2 + \omega_{2n-2}^2)}.$$

$$\omega_1 < \omega_2 < \omega_3 < \ldots < \omega_{2n-2} < \omega_{2n-1}.$$

Если заданная функция $Z(p)$ обладает свойствами входного сопротивления реактивных двухполюсников, то говорят, что **она удовлетворяет условиям физической реализуемости.**

Содержание метода Кауэра



$$Z(p) = pL_1 + \cfrac{1}{pC_2 + \cfrac{1}{pL_3 + \cfrac{1}{pC_4 + 1/\ldots}}}.$$

Катушка индуктивности *L*1 соединена последовательно с остальной частью схемы, поэтому *Z*(*p*) = *pL*1 + *Z*2(*p*). Оставшаяся справа от катушки часть схемы представляет собой параллельное соединение конденсатора и части схемы правее точек *a* - *b*. Поэтому *Y*2(*p*) = <u>1/*Z*2(*p*</u>) = *pC*2 + *Y*3(*p*).

Синтез двухполюсников по первой схеме Кауэра состоит в разложении заданной функции *Z*(*p*) в лестничную дробь. Коэффициенты при *p* являются значениями элементов схемы.

Пример использования метода Кауэра

Пусть дано выражение:

$$Z(p)=\frac{10^6\cdot p^3+1,5\cdot 10^{14}p}{p^4+2\cdot 10^8p^2+0,51\cdot 10^{16}}.$$

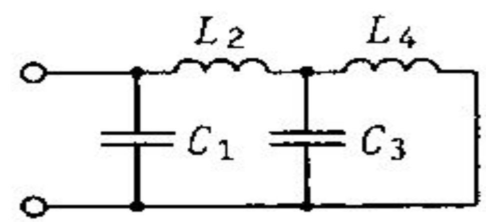
1) $$\begin{array}{l|l} p^4+2\cdot 10^8p^2+0,51\cdot 10^{16} & 10^6p^3+1,5\cdot 10^{14}p \\ \hline -\,p^4+1,5\cdot 10^8p^2 & 10^{-6}p \\ \hline 0,5\cdot 10^8p^2+0,51\cdot 10^{16} & \end{array}$$

2) $$\begin{array}{l|l} 10^6p^3+1,5\cdot 10^{14}p & 0,5\cdot 10^8p^2+0,51\cdot 10^{18} \\ \hline -\,10^6p^3+1,02\cdot 10^{14}p & 2\cdot 10^{-2}p \\ \hline 0,48\cdot 10^{14}p & \end{array}$$

3) $$\begin{array}{l|l} 0,5\cdot 10^8p^2+0,51\cdot 10^{16} & 0,48\cdot 10^{14}p \\ \hline -\,0,5\cdot 10^8p^2 & 1,04\cdot 10^{-6}p \\ \hline 0,51\cdot 10^{16} & \end{array}$$

4) $$\begin{array}{l|l} 0,48\cdot 10^{14}p & 0,51\cdot 10^{16} \\ \hline -\,0,48\cdot 10^{14}p & 0,94\cdot 10^{-2}p \\ \hline 0 & \end{array}.$$

$$Z(p)=\cfrac{1}{10^{-6}p+\cfrac{1}{2\cdot 10^{-2}p+\cfrac{1}{1,04\cdot 10^{-6}p+1/0,94\cdot 10^{-2}p}}}.$$



$C1$ = 1,0 мкФ; $L2$ = 20 мГн; $C3$ = 1,04 мкф; $L4$ = 9,4 мГн.

Алгоритм определения операторной передаточной функции по квадрату ее модуля

1. В выражении $|H(j\omega)|^2$ выполняем замену $\omega = -jp$.
2. Находим все нули и полюсы функции $|H(p)|^2$, половина из которых принадлежит функции $H(p)$. Полюсы, лежащие в левой полуплоскости относим к $H(p)$.
3. Распределение нулей функции $|H(p)|^2$ между $H(p)$ и $H(-p)$ не может быть выполнено однозначно. Если на ФЧХ никаких ограничений не накладывается, то обычно и нули выбирают в левой полуплоскости.
4. Постоянный множитель функции $H(p)$ равен квадратному корню из постоянного множителя функции $|H(p)|^2$.

Пример. Определить операторную передаточную функцию, если квадрат ее модуля имеет вид

$$|H(j\omega)|^2 = \frac{25}{4} \cdot \frac{\omega^4 + 25\omega^2 + 144}{\omega^4 + 61\omega^2 + 900}.$$

1. Записываем |*H*(*p*)|2 путем замены ω = -*jp* в выражении для |*H*(*j*ω)|2

$$|H(p)|^2 = \frac{25}{4} \cdot \frac{p^4 - 25p^2 + 144}{p^4 - 61p^2 + 900}.$$

2. Находим нуля и полюсы |*H*(*p*)|2:

***p*01 = 3, *p*02 = -3, *p*03 = 4, *p*04 = -4 - нули,**
***p*5 = 5, *p*6 = -5, *p*7 = 6, *p*8 = -6 - полюсы.**

Пример. Определить операторную передаточную функцию, если квадрат ее модуля имеет вид

Функция $H(p)$ будет иметь полюсы $p6$ и $p8$, так как они находятся в левой полуплоскости.

3. Что касается нулей, то возможны следующие сочетания:

$p01$ и $p03$, $p01$ и $p04$, $p02$ и $p03$, $p02$ и $p04$

4. Постоянный множитель $H = 5/2$.

Запишем передаточную функцию для второго возможного сочетания нулей

$$H(p) = \frac{5}{2} \cdot \frac{(p - p_{01})(p - p_{04})}{(p - p_{6})(p - p_{8})} = \frac{5}{2} \cdot \frac{(p - 3)(p + 4)}{(p + 5)(p + 6)}.$$