

# Дисциплина:

# Теория электрических цепей





# Лекция №17

---

**Тема: «ОСНОВЫ  
СИНТЕЗА ЛИНЕЙНЫХ  
ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ  
ЦЕПЕЙ»»**



# Учебные вопросы

---

1. Постановка задачи и этапы синтеза.
2. Условия физической реализуемости реактивных цепей.
3. Задача реализации в синтезе электрических цепей. Синтез реактивных двухполюсников.
4. Задача реализации в синтезе электрических цепей. Синтез четырехполюсников.

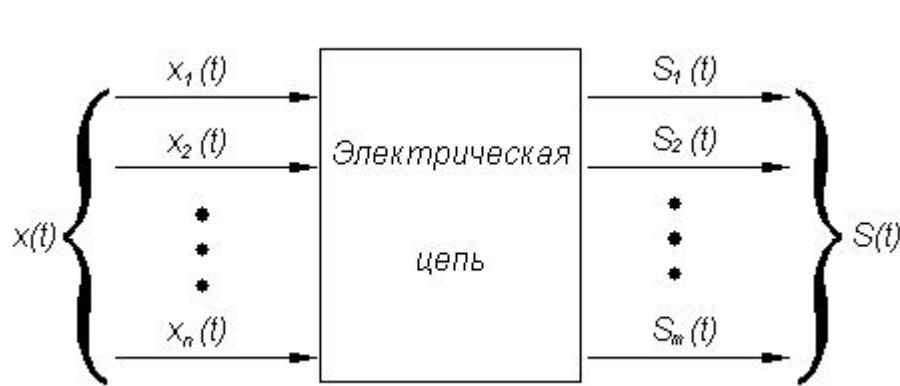


# Литература

---

- **1. Попов В.П. Основы теории цепей: Учебник для вузов спец. "Радиотехника".-М.: Высшая школа, 2007, с.504-529.**

# Основные задачи теории цепей



$$x(t) = \{x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)\}$$

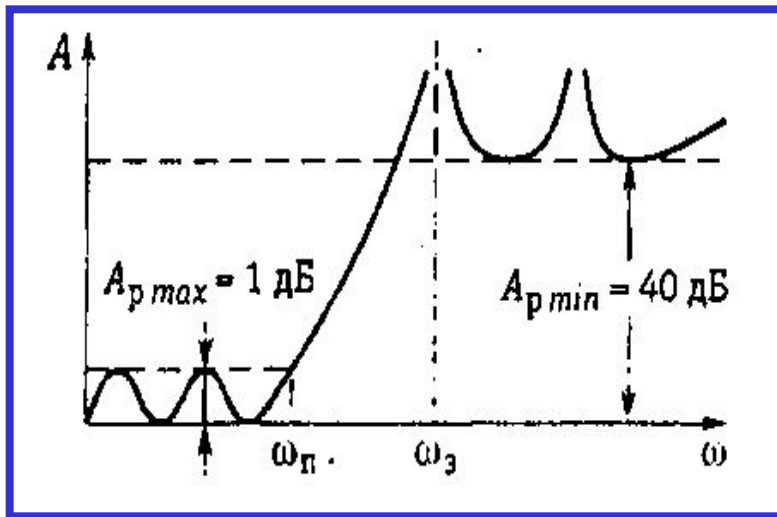
$$S(t) = \{s_1(t), s_2(t), \dots, s_m(t)\}$$

**Задачи анализа цепи** – это задачи, в которых по известным внешнему воздействию  $x(t)$ , конфигурации и параметрам цепи определяют реакцию цепи  $S(t)$ .

**Задачи синтеза** – это задачи, в которых требуется определить структуру и параметры цепи по заданной реакции цепи  $S(t)$  на некоторое внешнее воздействие  $x(t)$ .

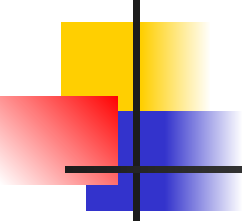
# Содержание задачи синтеза электрических цепей -

создание устройств и систем, обладающих заданными свойствами



Линейные устройства систем передачи информации:

- электрические фильтры;
- корректоры линейных искажений;
- линии задержки и др.



```
graph TD; A[Требования к цепи при синтезе] --- B[Основные требования определяют целевое назначение цепи и предъявляются либо к временным, либо к частотным характеристикам]; A --- C[Дополнительные требования определяются условиями работы цепи];
```

# Требования к цепи при синтезе

**Основные требования** определяют целевое назначение цепи и предъявляются либо к временным, либо к частотным характеристикам

**Дополнительные требования** определяются условиями работы цепи



# **Дополнительные требования к цепи:**

- на массу и габариты;**
- чувствительность характеристик к изменению элементов,**
- температурную нестабильность,**
- элементный базис (например, в ряде случаев нежелательно применение катушек индуктивности),**
- требования простоты процесса настройки в условиях производства и т. д.**





# **Задача синтеза разбивается на два этапа: задачу аппроксимации и задачу реализации**

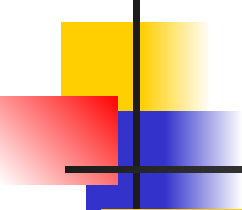
---

- 1. Решение задачи аппроксимации** заключается в нахождении такой функции, которая, с одной стороны, удовлетворяет поставленным требованиям, а с другой - удовлетворяет условиям физической реализуемости характеристик (временных или частотных) электрических цепей.
- 2. Решение задачи реализации** заключается в нахождении электрической цепи, временная или частотная характеристика которой совпадает с функцией, найденной в результате решения задачи аппроксимации.

# **Условия физической реализуемости передаточных функций:**

$$H(p) = \frac{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0}{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_1 p + b_0}$$

- 1. Полюсы передаточной функции (т.е. корни знаменателя) должны находиться в левой полуплоскости; отсутствуют полюсы в нуле и бесконечности.**
- 2. Степень полинома числителя не должна превышать степени полинома знаменателя.**



***Всякому ли выражению  $Z(p)$  можно сопоставить реальный, т.е. физически осуществимый двухполюсник ???***

***Функция  $Z(p)$  должна отвечать свойствам входного сопротивления реактивных двухполюсников:***

- 1. Быть дробно-рациональной с вещественными коэффициентами и степенями числителя и знаменателя, отличающимися не более чем на единицу .***
- 2. Нули и полюсы этой функции должны чередоваться на мнимой оси плоскости  $p$ .***

# Идея любого метода синтеза двухполюсников заключается:

в том, чтобы найти способ разложения заданной операторной функции на более простые функции, по которым уже легко восстановить схему.

## ПРИМЕР

$$Z(p) = \frac{a_1 p + a_0}{b_1 p}$$

$$Z(p) = \frac{a_1}{b_1} + \frac{1}{p(b_1/a_0)}$$

**ВЫВОД:** соответствующая схема состоит из последовательного соединения резистора  $a_1/b_1$  и емкости  $b_1/a_0$ .

# Из свойств реактивных двухполюсников следует:

Идеальные LC-двухполюсники не могут рассеивать энергию, поэтому при  $p = j\omega$  вещественная часть функции сопротивления и проводимости равна нулю

$$\operatorname{Re}[Z(j\omega)] = 0; \operatorname{Re}[Y(j\omega)] = 0.$$

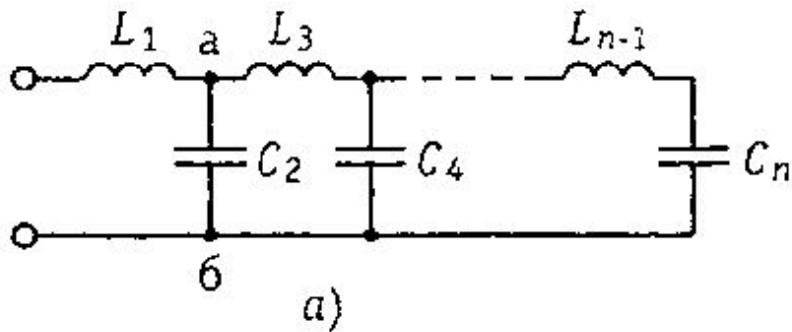
$$Z(p) = \frac{H(p - j\omega_1)(p + j\omega_1)(p - j\omega_3)(p + j\omega_3) \dots (p - j\omega_{2n-1})(p + j\omega_{2n-1})}{p(p - j\omega_2)(p + j\omega_2)(p - j\omega_4)(p + j\omega_4) \dots (p - j\omega_{2n-2})(p + j\omega_{2n-2})}$$

$$Z(p) = \frac{H(p^2 + \omega_1^2)(p^2 + \omega_3^2) \dots (p^2 + \omega_{2n-1}^2)}{p(p^2 + \omega_2^2)(p^2 + \omega_4^2) \dots (p^2 + \omega_{2n-2}^2)}$$

$$\omega_1 < \omega_2 < \omega_3 < \dots < \omega_{2n-2} < \omega_{2n-1}$$

Если заданная функция  $Z(p)$  обладает свойствами входного сопротивления реактивных двухполюсников, то говорят, что она удовлетворяет условиям физической реализуемости.

# Содержание метода Кауэра



$$Z(p) = pL_1 + \frac{1}{pC_2 + \frac{1}{pL_3 + \frac{1}{pC_4 + 1/\dots}}}$$

Катушка индуктивности  $L_1$  соединена последовательно с остальной частью схемы, поэтому  $Z(p) = pL_1 + Z_2(p)$ . Оставшаяся справа от катушки часть схемы представляет собой параллельное соединение конденсатора и части схемы правее точек  $a - b$ . Поэтому  $Y_2(p) = \underline{1/Z_2(p)} = pC_2 + Y_3(p)$ .

**Синтез двухполюсников по первой схеме Кауэра состоит в разложении заданной функции  $Z(p)$  в лестничную дробь. Коэффициенты при  $p$  являются значениями элементов схемы.**

# Пример использования метода Кауэра

Пусть дано выражение:

$$Z(p) = \frac{10^6 \cdot p^3 + 1,5 \cdot 10^{14} p}{p^4 + 2 \cdot 10^8 p^2 + 0,51 \cdot 10^{16}}$$

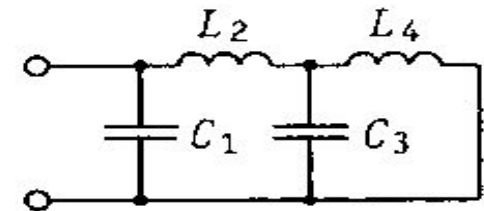
$$1) \quad \begin{array}{r} p^4 + 2 \cdot 10^8 p^2 + 0,51 \cdot 10^{16} \\ - \\ p^4 + 1,5 \cdot 10^8 p^2 \\ \hline 0,5 \cdot 10^8 p^2 + 0,51 \cdot 10^{16} \end{array} \quad \left| \begin{array}{r} 10^6 p^3 + 1,5 \cdot 10^{14} p \\ \hline 10^{-6} p \end{array} \right.$$

$$2) \quad \begin{array}{r} 10^6 p^3 + 1,5 \cdot 10^{14} p \\ - \\ 10^6 p^3 + 1,02 \cdot 10^{14} p \\ \hline 0,48 \cdot 10^{14} p \end{array} \quad \left| \begin{array}{r} 0,5 \cdot 10^8 p^2 + 0,51 \cdot 10^{16} \\ \hline 2 \cdot 10^{-2} p \end{array} \right.$$

$$3) \quad \begin{array}{r} 0,5 \cdot 10^8 p^2 + 0,51 \cdot 10^{16} \\ - \\ 0,5 \cdot 10^8 p^2 \\ \hline 0,51 \cdot 10^{16} \end{array} \quad \left| \begin{array}{r} 0,48 \cdot 10^{14} p \\ \hline 1,04 \cdot 10^{-6} p \end{array} \right.$$

$$4) \quad \begin{array}{r} 0,48 \cdot 10^{14} p \\ - \\ 0,48 \cdot 10^{14} p \\ \hline 0 \end{array} \quad \left| \begin{array}{r} 0,51 \cdot 10^{16} \\ \hline 0,94 \cdot 10^{-2} p \end{array} \right.$$

$$Z(p) = \frac{1}{10^{-6} p + \frac{1}{2 \cdot 10^{-2} p + \frac{1}{1,04 \cdot 10^{-6} p + 1/0,94 \cdot 10^{-2} p}}}$$

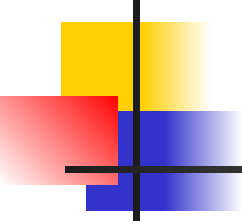


$$C_1 = 1,0 \text{ мкФ}; L_2 = 20 \text{ мГн}; C_3 = 1,04 \text{ мкФ}; L_4 = 9,4 \text{ мГн}.$$

# Алгоритм определения операторной передаточной функции по квадрату ее модуля

1. В выражении  $|H(j\omega)|^2$  выполняем замену  $\omega = -jr$ .
2. Находим все нули и полюсы функции  $|H(p)|^2$ , половина из которых принадлежит функции  $H(p)$ . Полюсы, лежащие в левой полуплоскости относим к  $H(p)$ .
3. Распределение нулей функции  $|H(p)|^2$  между  $H(p)$  и  $H(-p)$  не может быть выполнено однозначно. Если на ФЧХ никаких ограничений не накладывается, то обычно и нули выбирают в левой полуплоскости.
4. Постоянный множитель функции  $H(p)$  равен квадратному корню из постоянного множителя функции  $|H(p)|^2$ .





**Пример.** Определить операторную передаточную функцию, если квадрат ее модуля имеет вид

$$|H(j\omega)|^2 = \frac{25}{4} \cdot \frac{\omega^4 + 25\omega^2 + 144}{\omega^4 + 61\omega^2 + 900}$$

1. Записываем  $|H(p)|^2$  путем замены  $\omega = -jp$  в выражении для  $|H(j\omega)|^2$

$$|H(p)|^2 = \frac{25}{4} \cdot \frac{p^4 - 25p^2 + 144}{p^4 - 61p^2 + 900}$$

2. Находим нули и полюсы  $|H(p)|^2$ :

$p_{01} = 3, \quad p_{02} = -3, \quad p_{03} = 4, \quad p_{04} = -4$  - нули,  
 $p_5 = 5, \quad p_6 = -5, \quad p_7 = 6, \quad p_8 = -6$  - полюсы.

**Пример.** Определить операторную передаточную функцию, если квадрат ее модуля имеет вид

Функция  $H(p)$  будет иметь полюсы  $p_6$  и  $p_8$ , так как они находятся в левой полуплоскости.

3. Что касается нулей, то возможны следующие сочетания:

$p_{01}$  и  $p_{03}$ ,  $p_{01}$  и  $p_{04}$ ,  $p_{02}$  и  $p_{03}$ ,  $p_{02}$  и  $p_{04}$

4. Постоянный множитель  $H = 5/2$ .

Запишем передаточную функцию для второго возможного сочетания нулей

$$H(p) = \frac{5}{2} \cdot \frac{(p - p_{01})(p - p_{04})}{(p - p_6)(p - p_8)} = \frac{5}{2} \cdot \frac{(p - 3)(p + 4)}{(p + 5)(p + 6)}$$