

## Лекция 5

# Применение первого начала термодинамики к изопроцессам

Среди равновесных процессов, происходящих с термодинамическими системами, выделяются **изопроцессы**, при которых один из основных параметров состояния системы сохраняется постоянным.

## Изохорный процесс $V = \text{const}$

Диаграмма этого процесса (**изохора**) в координатах  $p, V$  изображается прямой, параллельной оси ординат (см. рис.), где процесс 2-1 есть **изохорное нагревание**, а 2-3 - **изохорное охлаждение**. При изохорном процессе газ не совершает работы над внешними телами, т.е.

$$\delta A = p dV = 0$$

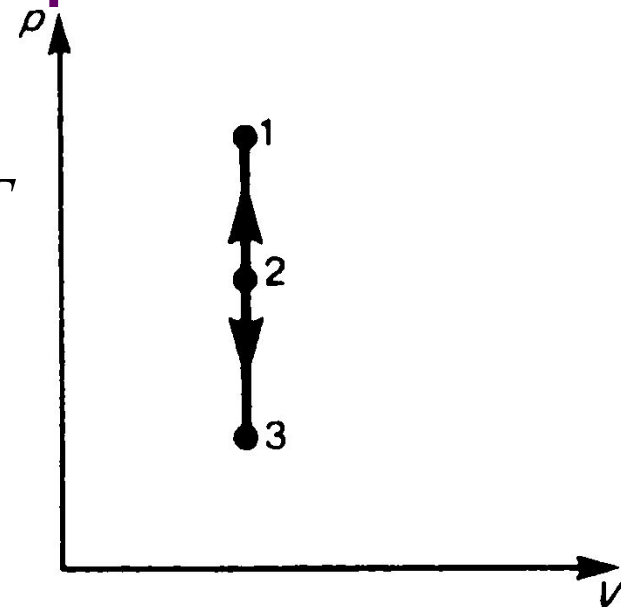
Из первого начала термодинамики для изохорного процесса следует, что **вся теплота, сообщаемая газу, идет на увеличение его внутренней энергии**:

$$\delta Q = dU$$

Согласно формуле (53.4)  $dU_m = C_V \cdot dT$

Тогда для произвольной массы газа получим

$$\delta Q = dU = \frac{m}{\mu} C_V \cdot dT \quad (54.1)$$



## Изобарный процесс $p = \text{const}$

Диаграмма этого процесса (**изобара**) в координатах  $p, V$  изображается прямой, параллельной оси  $V$

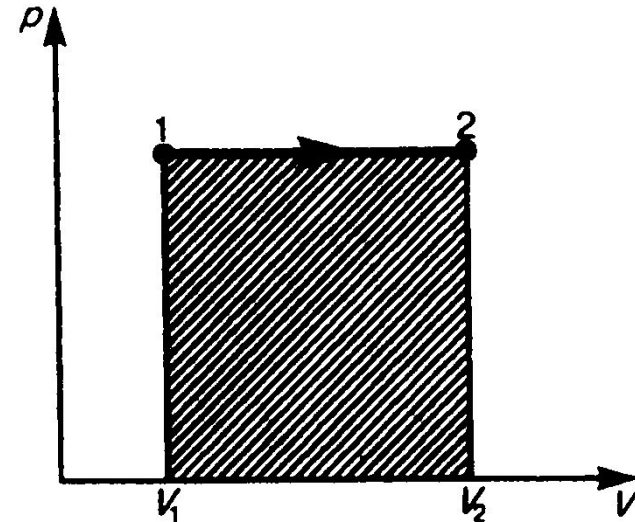
При изобарном процессе работа газа при увеличении объема от  $V_1$  до  $V_2$  равна

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV = p(V_2 - V_1) \quad (54.2)$$

и определяется площадью заштрихованного прямоугольника (см. рис.). Если использовать уравнение Клапейрона-Менделеева для выбранных двух состояний, то

$$pV_1 = \frac{m}{\mu} RT_1 \quad \text{и} \quad pV_2 = \frac{m}{\mu} RT_2, \quad \text{откуда}$$

$$V_2 - V_1 = \frac{m \cdot R}{\mu \cdot p} (T_2 - T_1)$$



Тогда выражение (54.2) для работы изобарного расширения примет вид

$$A = \frac{m \cdot R}{\mu} (T_2 - T_1) \quad (54.3)$$

Из этого выражения вытекает физический смысл молярной газовой постоянной  $R$

Если  $T_2 - T_1 = 1$ , то для 1 моль газа  $R = A$ , т.е.

$R$  численно равна работе изобарного расширения 1 моль идеального газа при нагревании его на 1 К.

В изобарном процессе при сообщении газу массой  $m$

количества теплоты  $\delta Q = \frac{m}{\mu} C_p \cdot dT$ , его внутренняя

энергия возрастает на величину  $dU = \frac{m}{\mu} C_v \cdot dT$

При этом газ совершит работу, определяемую выражением

$$dA = \frac{m \cdot R}{\mu} dT$$

## Изотермический процесс $T = \text{const}$

Изотермический процесс описывается законом Бойля-Мариотта:

$$pV = \text{const}$$

Диаграмма этого процесса (**изотерма**) в координатах  $p, V$  представляет собой гиперболу, расположенную на диаграмме тем выше, чем выше температура, при которой происходит процесс.

Исходя из выражений (52.2) и (42.5) найдем работу изотермического расширения газа:

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{m}{\mu} RT \frac{dV}{V} = \frac{m}{\mu} RT \ln \frac{V_2}{V_1} = \frac{m}{\mu} RT \ln \frac{p_1}{p_2}$$

Так как при  $T = \text{const}$  внутренняя энергия идеального газа не изменяется:

$$dU = \frac{m}{\mu} C_V dT = 0$$

то из первого начала термодинамики следует, что для изотермического процесса

$$\delta Q = \delta A$$

т.е. все количество теплоты, сообщаемое газу, расходуется на совершение им работы против внешних сил:

$$A = Q = \frac{m}{\mu} RT \ln \frac{V_2}{V_1} = \frac{m}{\mu} RT \ln \frac{p_1}{p_2} \quad (54.4)$$

Следовательно, для того чтобы при расширении газа температура не понижалась, к газу в течение изотермического процесса необходимо подводить количество теплоты, эквивалентное внешней работе расширения.

## Адиабатический и политропный процессы.

**Адиабатическим** называется процесс, при котором отсутствует теплообмен ( $\delta Q = 0$ ) между системой и окружающей средой. К адиабатическим процессам можно отнести все быстропротекающие процессы. Например, процесс распространения звука в среде, так как скорость распространения звуковой волны настолько велика, что обмен энергией между волной и средой произойти не успеваает. Адиабатические процессы применяются в ДВС (расширение и сжатие горючей смеси в цилиндрах), в холодильных установках и т.д.

Из первого начала термодинамики для адиабатического процесса следует, что

$$\delta A = -dU \quad (55.1)$$

т.е. **внешняя работа совершается за счет изменения внутренней энергии системы.**

Используя выражения (52.1) и (53.4), для произвольной массы газа перепишем уравнение (55.1) в виде

$$pdV = -\frac{m}{\mu} C_V dT \quad (55.2)$$

Продифференцировав уравнение состояния для идеального газа  $pV = \frac{m}{\mu} RT$  получим

$$pdV + Vdp = \frac{m}{\mu} R dT \quad (55.3)$$

Исключим из (55.2) и (55.3) температуру  $T$

$$\frac{pdV + Vpd}{pdV} = -\frac{R}{C_V} = -\frac{C_p - C_V}{C_V}$$

Разделив переменные и учитывая, что  $C_p / C_V = \gamma$ ,

найдем 
$$\frac{dp}{p} = -\gamma \frac{dV}{V}$$



Интегрируя это уравнение в пределах от  $p_1$  до  $p_2$  и соответственно от  $V_1$  до  $V_2$ , а затем потенцируя, приходим к выражению

$$\frac{p_2}{p_1} = \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^\gamma \quad \text{или} \quad p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma$$

Так как состояния 1 и 2 выбраны произвольно, то можно записать

$$pV^\gamma = \text{const} \quad (55.4)$$

Полученное выражение есть уравнение адиабатического процесса, называемое также уравнением Пуассона.

Для перехода к переменным  $p, T$  или  $T, V$  исключим из (55.4) с помощью уравнения Клапейрона-

Менделеева  $pV = \frac{m}{\mu} RT$

соответственно давление  $p$  или объем:

$$TV^{\gamma-1} = \text{const} \quad (55.5)$$

$$T^{\gamma} p^{1-\gamma} = \text{const} \quad (55.6)$$

Выражения (55.4)-(55.6) представляют собой уравнения адиабатического процесса. В этих уравнениях безразмерная величина

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{c_p}{c_V} = \frac{(i+2)}{i} \quad (55.7)$$

называется показателем адиабаты (или коэффициентом Пуассона).

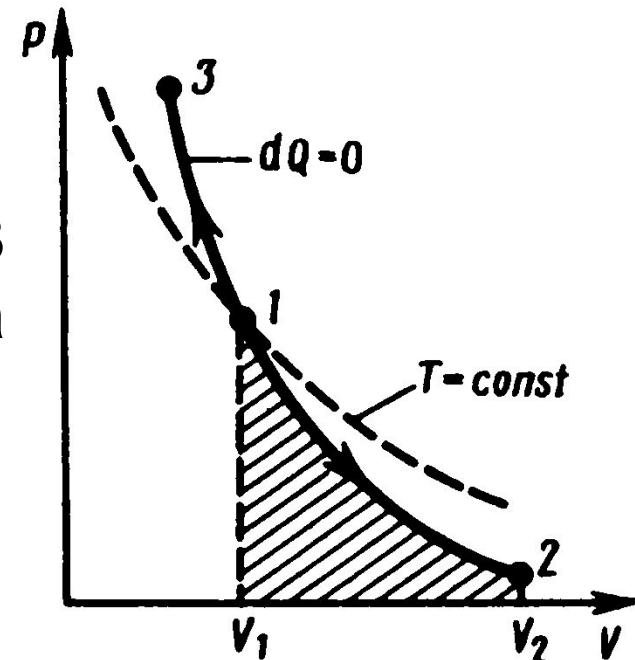
Для одноатомных газов ( $Ne, He$  и др.), достаточно хорошо удовлетворяющих условию идеальности,  $i = 3$  и  $\gamma = 1,67$

Для двухатомных газов ( $H_2, N_2, O_2$  и др.),  $i = 5$  и  $\gamma = 1,4$

Значения  $\gamma$ , вычисленные по формуле (55.7), хорошо подтверждаются экспериментом.

Диаграмма адиабатического процесса (адиабата) в координатах  $p, V$  изображается **гиперболой** (см. рис.). На рисунке видно, что адиабата  $pV^\gamma = const$  более **крута**, чем изотерма  $pV = const$

Это объясняется тем, что при адиабатическом сжатии 1-3 увеличение давления газа обусловлено не только уменьшением его объема, как при изотермическом сжатии, но и повышением температуры.



Вычислим работу, совершаемую газом в адиабатическом процессе. Запишем уравнение (55.1) в виде

$$\delta A = -\frac{m}{\mu} C_V dT$$

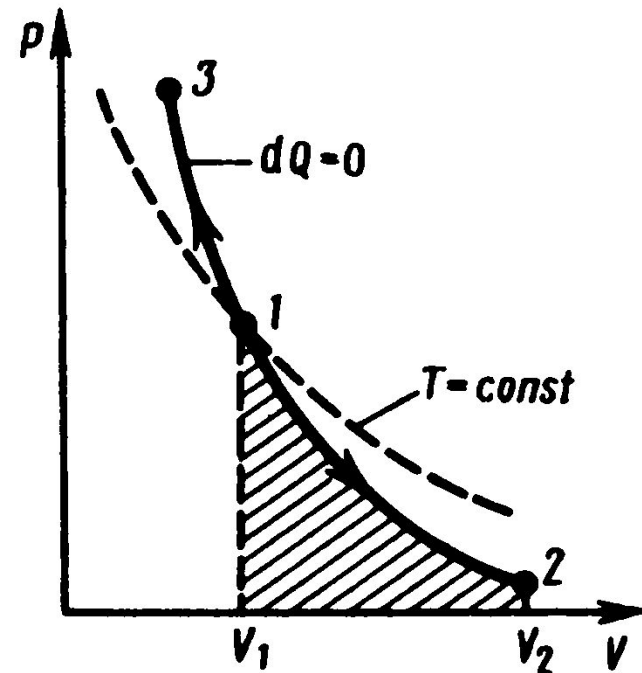
Если газ адиабатически расширяется от объема  $V_1$  до  $V_2$  то его температура уменьшается от  $T_1$  до  $T_2$  и работа расширения идеального газа

$$A = -\frac{m}{\mu} C_V \int_{T_1}^{T_2} dT = \frac{m}{\mu} C_V (T_1 - T_2) \quad (55.8)$$

Применяя те же приемы, что и при выводе формулы (55.5), выражение (55.8) для работы при адиабатическом расширении можно преобразовать к виду

$$A = \frac{p_1 V_1}{\gamma - 1} \left[ 1 - \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma - 1} \right] = \frac{RT_1}{\gamma - 1} \frac{m}{\mu} \left[ 1 - \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma - 1} \right] \quad \text{где} \quad p_1 V_1 = \frac{RT_1}{\gamma - 1} \frac{m}{\mu}$$

Работа, совершаемая газом при адиабатическом расширении 1-2 (определяется площадью, заштрихованной на рис.), меньше, чем при изотермическом. Это объясняется тем, что при адиабатическом расширении происходит **охлаждение** газа, тогда как при изотермическом – температура поддерживается постоянной за счет притока извне эквивалентного количества теплоты.



Рассмотренные изохорный, изобарный, изотермический и адиабатический процессы имеют общую особенность - они происходят при постоянной теплоемкости.

В первых двух процессах теплоемкости соответственно равны  $C_V$  и  $C_p$ ,

в изотермическом процессе (  $dT = 0$  ) теплоемкость равна  $+\infty$

в адиабатическом (  $\delta Q = 0$  ) теплоемкость равна нулю.

Процесс, в котором теплоемкость остается постоянной, называется политропным.

Исходя из первого начала термодинамики при условии постоянства теплоемкости ( $C = \text{const}$ ) можно вывести уравнение политропы:

$$pV^n = \text{const} \quad (55.9)$$

где  $n = \frac{C - C_p}{C - C_v}$  - показатель политропы.

Очевидно, что

при  $C = 0 \Rightarrow n = \gamma$  - уравнение адиабаты (см. (55.9));

при  $C = \infty \Rightarrow n = 1$  - уравнение изотермы;

при  $C = C_p \Rightarrow n = 0$  - уравнение изобары;

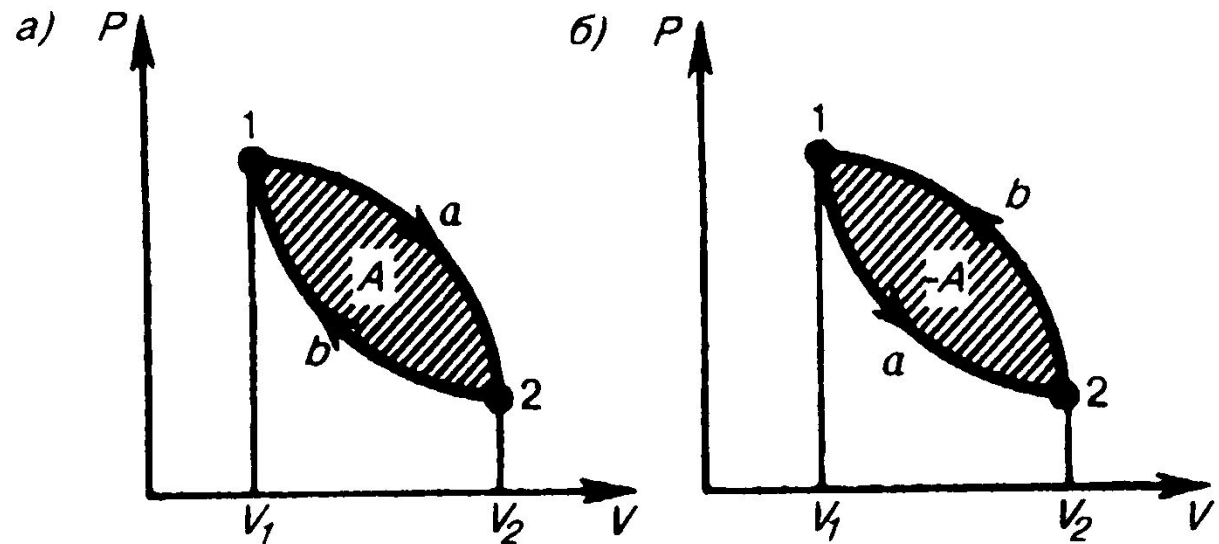
при  $C = C_v \Rightarrow n = +\infty$  - уравнение изохоры.

Таким образом, все рассмотренные процессы являются **частными** случаями политропного процесса.

# Круговой процесс (цикл). Обратимые и необратимые процессы.

**Круговым процессом** (или **циклом**) называется процесс, при котором система, пройдя через ряд состояний, возвращается в исходное. На диаграмме процессов цикл изображается замкнутой кривой (см. рис.).

Цикл, совершаемый идеальным газом, можно разбить на процессы расширения (1-2) и сжатия (2-1) газа.





Работа расширения (определяется площадью фигуры  $1a2V_2V_11$ ) положительна ( $dV > 0$ ), работа сжатия (определяется площадью фигуры  $2b1V_1V_22$ ) отрицательна ( $dV < 0$ ).

Следовательно, работа, совершаемая газом за цикл, определяется площадью, охватываемой замкнутой кривой.

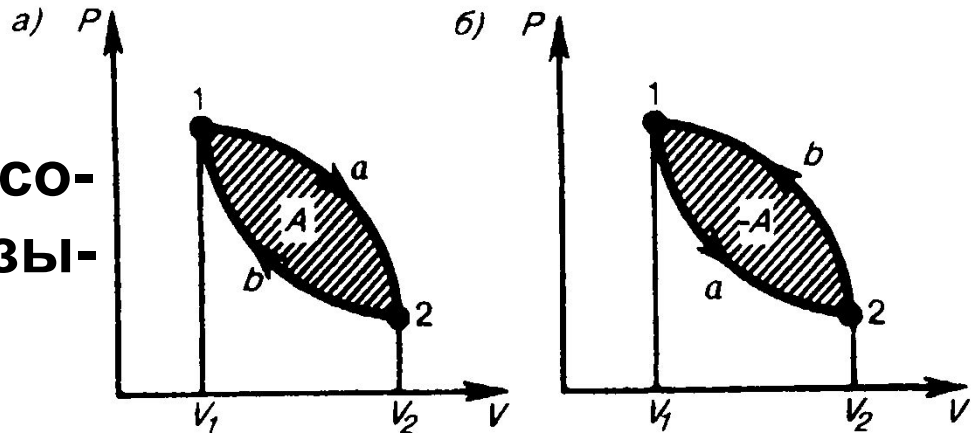
Если за цикл совершается положительная работа

$$A = \oint pdV > 0$$

(цикл протекает по часовой стрелке), то он называется **прямым** (рис. а), если за цикл совершается отрицательная работа

$$A = \oint pdV < 0$$

(цикл протекает против часовой стрелки), то он называется **обратным** (рис. б).



Прямой цикл используется в тепловых двигателях – периодически действующих установках, совершающих работу за счет получения извне теплоты. Обратный цикл используется в холодильных машинах периодически действующих установках, в которых за счет работы внешних сил теплота переносится к телу с более высокой температурой.

В результате кругового процесса система возвращается в исходное состояние и, следовательно, полное изменение внутренней энергии газа равно нулю. Поэтому первое начало термодинамики (51.1) для кругового процесса

$$Q = \Delta U + A = A \quad (56.1)$$

т.е. работа, совершаемая за цикл, равна количеству полученной извне теплоты. Однако в результате кругового процесса система может теплоту, как получать, так и отдавать, поэтому  $Q = Q_1 - Q_2$  где

$Q_1$  - количество теплоты, полученное системой,

$Q_2$  - количество теплоты, отданное системой.

Поэтому термический коэффициент полезного действия для кругового процесса

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} \quad (56.2)$$

Термический процесс называется **обратимым**, если он может происходить как в прямом, так и в обратном направлении. Причем, если такой процесс происходит сначала в прямом, а затем в обратном направлении и система возвращается в исходное состояние, то в окружающей среде и в этой системе не происходит никаких изменений.

Всякий процесс, не удовлетворяющий этим условиям, является **необратимым**.

**Любой равновесный процесс является обратимым.**

Обратимость равновесного процесса, происходящего в системе, следует из того, что ее любое промежуточное состояние есть состояние термодинамического равновесия; для него "безразлично", идет процесс в прямом или обратном направлении.

**Реальные процессы сопровождаются диссипацией энергии (из-за трения, теплопроводности и т.д.).**

**Обратимые процессы - это идеализация реальных процессов.**

**Их рассмотрение важно по двум причинам:**

- 1) многие процессы в природе и технике практически обратимы;**
- 2) обратимые процессы являются наиболее экономичными;**

**Они имеют максимальный термический коэффициент полезного действия, что позволяет указать пути повышения КПД реальных тепловых двигателей.**