

Лекция 5

Применение первого начала термодинамики к изопроцессам

Среди равновесных процессов, происходящих с термодинамическими системами, выделяются **изопроцессы**, при которых один из основных параметров состояния системы сохраняется постоянным.

Изохорный процесс $V = \text{const}$

Диаграмма этого процесса (**изохора**) в координатах p, V изображается прямой, параллельной оси ординат (см. рис.), где процесс 2-1 есть **изохорное нагревание**, а 2-3 - **изохорное охлаждение**. При изохорном процессе газ не совершает работы над внешними телами, т.е.

$$\delta A = p dV = 0$$

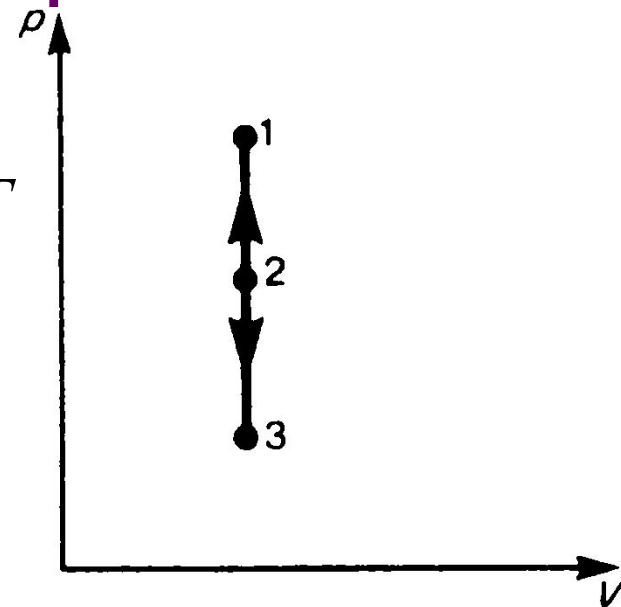
Из первого начала термодинамики для изохорного процесса следует, что **вся теплота, сообщаемая газу, идет на увеличение его внутренней энергии**:

$$\delta Q = dU$$

Согласно формуле (53.4) $dU_m = C_V \cdot dT$

Тогда для произвольной массы газа получим

$$\delta Q = dU = \frac{m}{\mu} C_V \cdot dT \quad (54.1)$$



Изобарный процесс $p = \text{const}$

Диаграмма этого процесса (**изобара**) в координатах p, V изображается прямой, параллельной оси V

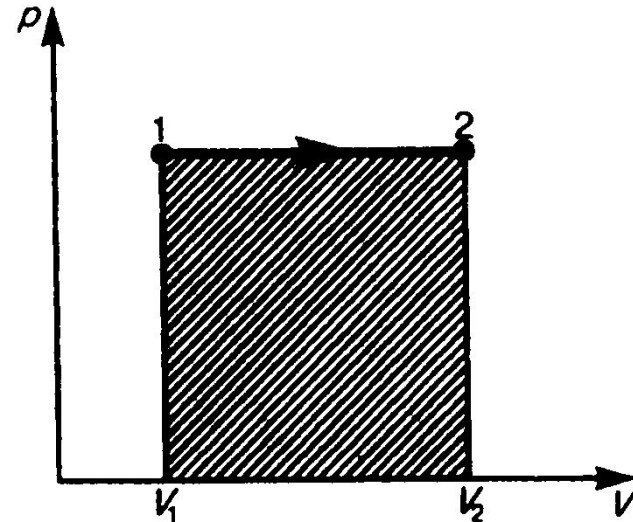
При изобарном процессе работа газа при увеличении объема от V_1 до V_2 равна

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV = p(V_2 - V_1) \quad (54.2)$$

и определяется площадью заштрихованного прямоугольника (см. рис.). Если использовать уравнение Клапейрона-Менделеева для выбранных двух состояний, то

$$pV_1 = \frac{m}{\mu} RT_1 \quad \text{и} \quad pV_2 = \frac{m}{\mu} RT_2, \quad \text{откуда}$$

$$V_2 - V_1 = \frac{m \cdot R}{\mu \cdot p} (T_2 - T_1)$$



Тогда выражение (54.2) для работы изобарного расширения примет вид

$$A = \frac{m \cdot R}{\mu} (T_2 - T_1) \quad (54.3)$$

Из этого выражения вытекает физический смысл молярной газовой постоянной R

Если $T_2 - T_1 = 1$, то для 1 моль газа $R = A$, т.е.

R численно равна работе изобарного расширения 1 моль идеального газа при нагревании его на 1 К.

В изобарном процессе при сообщении газу массой m

количества теплоты $\delta Q = \frac{m}{\mu} C_p \cdot dT$, его внутренняя

энергия возрастает на величину $dU = \frac{m}{\mu} C_v \cdot dT$

При этом газ совершит работу, определяемую выражением

$$dA = \frac{m \cdot R}{\mu} dT$$

Изотермический процесс $T = \text{const}$

Изотермический процесс описывается законом Бойля-Мариотта:

$$pV = \text{const}$$

Диаграмма этого процесса (**изотерма**) в координатах p, V представляет собой гиперболу, расположенную на диаграмме тем выше, чем выше температура, при которой происходит процесс.

Исходя из выражений (52.2) и (42.5) найдем работу изотермического расширения газа:

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{m}{\mu} RT \frac{dV}{V} = \frac{m}{\mu} RT \ln \frac{V_2}{V_1} = \frac{m}{\mu} RT \ln \frac{p_1}{p_2}$$

Так как при $T = \text{const}$ внутренняя энергия идеального газа не изменяется:

$$dU = \frac{m}{\mu} C_V dT = 0$$

то из первого начала термодинамики следует, что для изотермического процесса

$$\delta Q = \delta A$$

т.е. все количество теплоты, сообщаемое газу, расходуется на совершение им работы против внешних сил:

$$A = Q = \frac{m}{\mu} RT \ln \frac{V_2}{V_1} = \frac{m}{\mu} RT \ln \frac{p_1}{p_2} \quad (54.4)$$

Следовательно, для того чтобы при расширении газа температура не понижалась, к газу в течение изотермического процесса необходимо подводить количество теплоты, эквивалентное внешней работе расширения.

Адиабатический и политропный процессы.

Адиабатическим называется процесс, при котором отсутствует теплообмен ($\delta Q = 0$) между системой и окружающей средой. К адиабатическим процессам можно отнести все быстропротекающие процессы. Например, процесс распространения звука в среде, так как скорость распространения звуковой волны настолько велика, что обмен энергией между волной и средой произойти не успеваает. Адиабатические процессы применяются в ДВС (расширение и сжатие горючей смеси в цилиндрах), в холодильных установках и т.д.

Из первого начала термодинамики для адиабатического процесса следует, что

$$\delta A = -dU \quad (55.1)$$

т.е. **внешняя работа совершается за счет изменения внутренней энергии системы.**

Используя выражения (52.1) и (53.4), для произвольной массы газа перепишем уравнение (55.1) в виде

$$pdV = -\frac{m}{\mu} C_V dT \quad (55.2)$$

Продифференцировав уравнение состояния для идеального газа $pV = \frac{m}{\mu} RT$ получим

$$pdV + Vdp = \frac{m}{\mu} R dT \quad (55.3)$$

Исключим из (55.2) и (55.3) температуру T

$$\frac{pdV + Vpd}{pdV} = -\frac{R}{C_V} = -\frac{C_p - C_V}{C_V}$$

Разделив переменные и учитывая, что $C_p / C_V = \gamma$,

найдем
$$\frac{dp}{p} = -\gamma \frac{dV}{V}$$

Интегрируя это уравнение в пределах от p_1 до p_2 и соответственно от V_1 до V_2 , а затем потенцируя, приходим к выражению

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^\gamma \quad \text{или} \quad p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma$$

Так как состояния 1 и 2 выбраны произвольно, то можно записать

$$pV^\gamma = \text{const} \quad (55.4)$$

Полученное выражение есть уравнение адиабатического процесса, называемое также уравнением Пуассона.

Для перехода к переменным p, T или T, V исключим из (55.4) с помощью уравнения Клапейрона-

Менделеева $pV = \frac{m}{\mu} RT$

соответственно давление p или объем:

$$TV^{\gamma-1} = \text{const} \quad (55.5)$$

$$T^{\gamma} p^{1-\gamma} = \text{const} \quad (55.6)$$

Выражения (55.4)-(55.6) представляют собой уравнения адиабатического процесса. В этих уравнениях безразмерная величина

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{c_p}{c_V} = \frac{(i+2)}{i} \quad (55.7)$$

называется показателем адиабаты (или коэффициентом Пуассона).

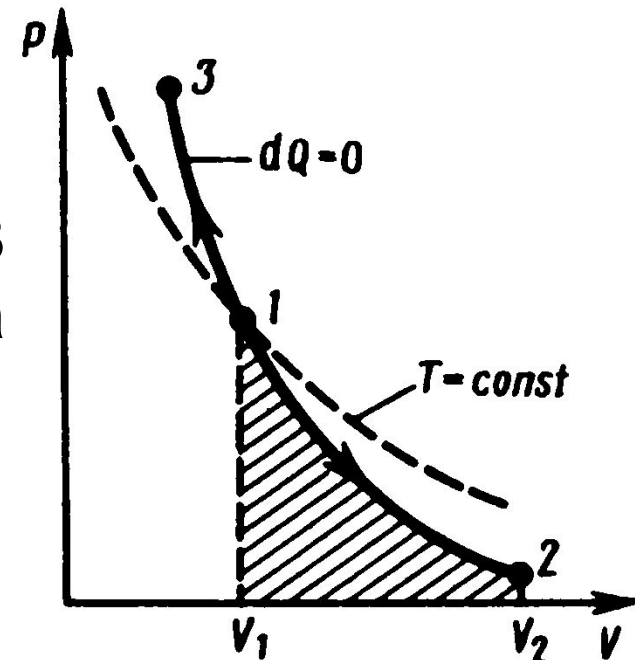
Для одноатомных газов (Ne, He и др.), достаточно хорошо удовлетворяющих условию идеальности, $i = 3$ и $\gamma = 1,67$

Для двухатомных газов (H_2, N_2, O_2 и др.), $i = 5$ и $\gamma = 1,4$

Значения γ , вычисленные по формуле (55.7), хорошо подтверждаются экспериментом.

Диаграмма адиабатического процесса (адиабата) в координатах p, V изображается **гиперболой** (см. рис.). На рисунке видно, что адиабата $pV^\gamma = const$ более **крута**, чем изотерма $pV = const$

Это объясняется тем, что при адиабатическом сжатии 1-3 увеличение давления газа обусловлено не только уменьшением его объема, как при изотермическом сжатии, но и повышением температуры.



Вычислим работу, совершаемую газом в адиабатическом процессе. Запишем уравнение (55.1) в виде

$$\delta A = -\frac{m}{\mu} C_V dT$$

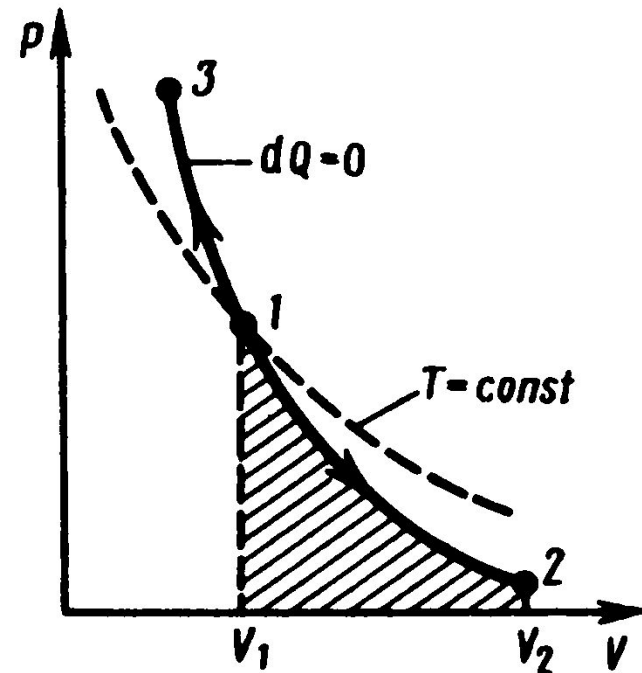
Если газ адиабатически расширяется от объема V_1 до V_2 то его температура уменьшается от T_1 до T_2 и работа расширения идеального газа

$$A = -\frac{m}{\mu} C_V \int_{T_1}^{T_2} dT = \frac{m}{\mu} C_V (T_1 - T_2) \quad (55.8)$$

Применяя те же приемы, что и при выводе формулы (55.5), выражение (55.8) для работы при адиабатическом расширении можно преобразовать к виду

$$A = \frac{p_1 V_1}{\gamma - 1} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma - 1} \right] = \frac{RT_1}{\gamma - 1} \frac{m}{\mu} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma - 1} \right] \quad \text{где} \quad p_1 V_1 = \frac{RT_1}{\gamma - 1} \frac{m}{\mu}$$

Работа, совершаемая газом при адиабатическом расширении 1-2 (определяется площадью, заштрихованной на рис.), меньше, чем при изотермическом. Это объясняется тем, что при адиабатическом расширении происходит **охлаждение** газа, тогда как при изотермическом – температура поддерживается постоянной за счет притока извне эквивалентного количества теплоты.



Рассмотренные изохорный, изобарный, изотермический и адиабатический процессы имеют общую особенность - они происходят при постоянной теплоемкости.

В первых двух процессах теплоемкости соответственно равны C_V и C_p ,

в изотермическом процессе ($dT = 0$) теплоемкость равна $+\infty$

в адиабатическом ($\delta Q = 0$) теплоемкость равна нулю.

Процесс, в котором теплоемкость остается постоянной, называется политропным.

Исходя из первого начала термодинамики при условии постоянства теплоемкости ($C = \text{const}$) можно вывести уравнение политропы:

$$pV^n = \text{const} \quad (55.9)$$

где $n = \frac{C - C_p}{C - C_v}$ - показатель политропы.

Очевидно, что

при $C = 0 \Rightarrow n = \gamma$ - уравнение адиабаты (см. (55.9));

при $C = \infty \Rightarrow n = 1$ - уравнение изотермы;

при $C = C_p \Rightarrow n = 0$ - уравнение изобары;

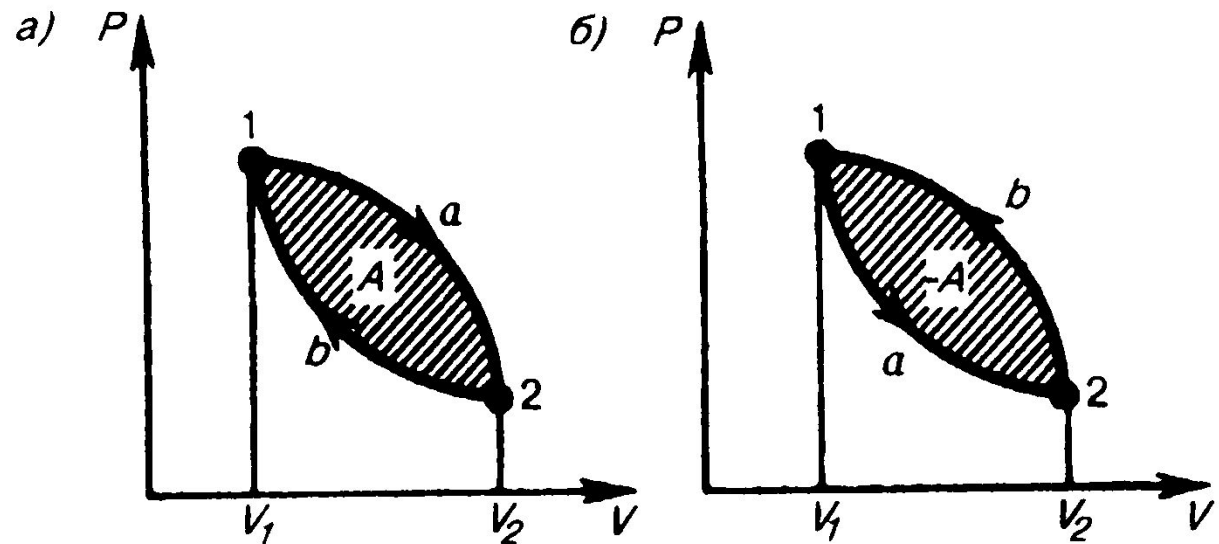
при $C = C_v \Rightarrow n = +\infty$ - уравнение изохоры.

Таким образом, все рассмотренные процессы являются **частными** случаями политропного процесса.

Круговой процесс (цикл). Обратимые и необратимые процессы.

Круговым процессом (или **циклом**) называется процесс, при котором система, пройдя через ряд состояний, возвращается в исходное. На диаграмме процессов цикл изображается замкнутой кривой (см. рис.).

Цикл, совершаемый идеальным газом, можно разбить на процессы расширения (1-2) и сжатия (2-1) газа.



Работа расширения (определяется площадью фигуры $1a2V_2V_11$) положительна ($dV > 0$), работа сжатия (определяется площадью фигуры $2b1V_1V_22$) отрицательна ($dV < 0$).

Следовательно, работа, совершаемая газом за цикл, определяется площадью, охватываемой замкнутой кривой.

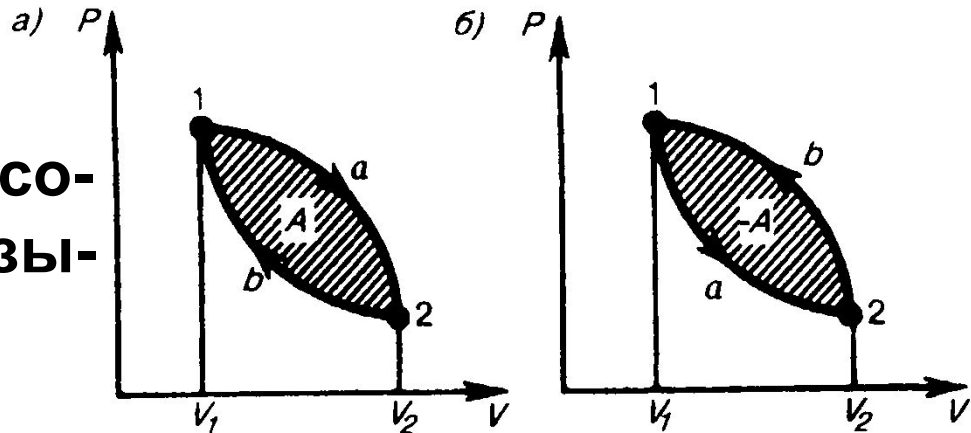
Если за цикл совершается положительная работа

$$A = \oint pdV > 0$$

(цикл протекает по часовой стрелке), то он называется **прямым** (рис. а), если за цикл совершается отрицательная работа

$$A = \oint pdV < 0$$

(цикл протекает против часовой стрелки), то он называется **обратным** (рис. б).



Прямой цикл используется в тепловых двигателях – периодически действующих установках, совершающих работу за счет получения извне теплоты. Обратный цикл используется в холодильных машинах периодически действующих установках, в которых за счет работы внешних сил теплота переносится к телу с более высокой температурой.

В результате кругового процесса система возвращается в исходное состояние и, следовательно, полное изменение внутренней энергии газа равно нулю. Поэтому первое начало термодинамики (51.1) для кругового процесса

$$Q = \Delta U + A = A \quad (56.1)$$

т.е. работа, совершаемая за цикл, равна количеству полученной извне теплоты. Однако в результате кругового процесса система может теплоту, как получать, так и отдавать, поэтому $Q = Q_1 - Q_2$ где

Q_1 - количество теплоты, полученное системой,

Q_2 - количество теплоты, отданное системой.

Поэтому термический коэффициент полезного действия для кругового процесса

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} \quad (56.2)$$

Термический процесс называется **обратимым**, если он может происходить как в прямом, так и в обратном направлении. Причем, если такой процесс происходит сначала в прямом, а затем в обратном направлении и система возвращается в исходное состояние, то в окружающей среде и в этой системе не происходит никаких изменений.

Всякий процесс, не удовлетворяющий этим условиям, является **необратимым**.

Любой равновесный процесс является обратимым.

Обратимость равновесного процесса, происходящего в системе, следует из того, что ее любое промежуточное состояние есть состояние термодинамического равновесия; для него "безразлично", идет процесс в прямом или обратном направлении.

Реальные процессы сопровождаются диссипацией энергии (из-за трения, теплопроводности и т.д.).

Обратимые процессы - это идеализация реальных процессов.

Их рассмотрение важно по двум причинам:

- 1) многие процессы в природе и технике практически обратимы;**
- 2) обратимые процессы являются наиболее экономичными;**

Они имеют максимальный термический коэффициент полезного действия, что позволяет указать пути повышения КПД реальных тепловых двигателей.