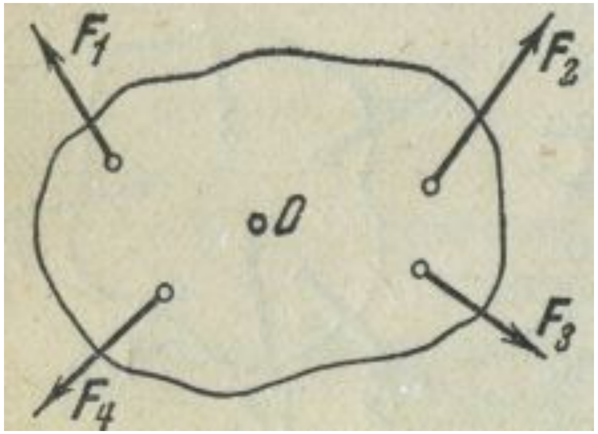
Тема 1.4

ПЛОСКАЯ СИСТЕМА ПРОИЗВОЛЬНО РАСПОЛОЖЕННЫХ СИЛ

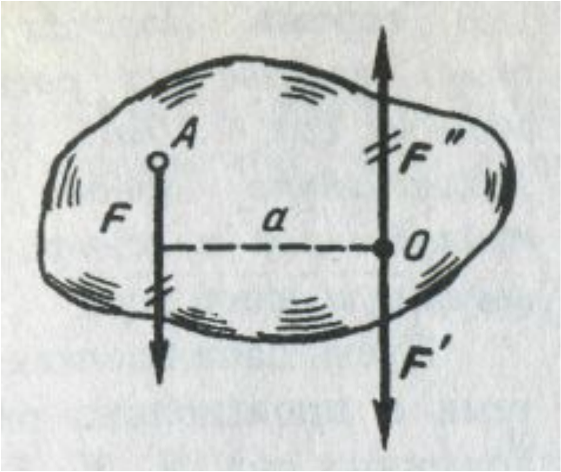
Плоская система произвольно расположенных сил -

это система, у которой силы расположены в одной плоскости и линии их действия не пересекаются в одной точке

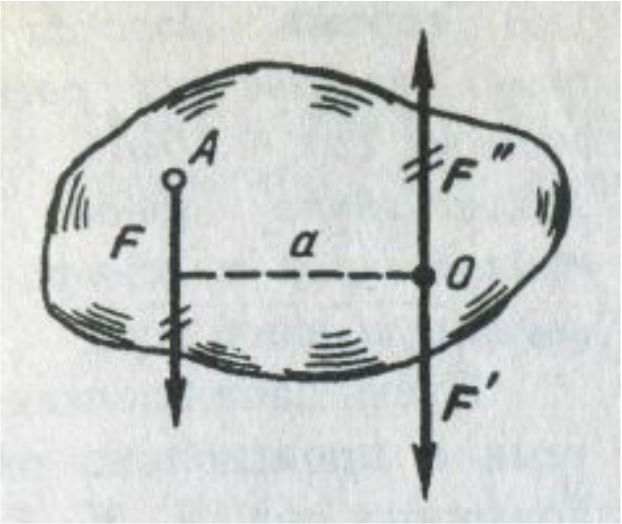


Теорема о параллельном переносе силы (теорема Пуансо)

Механическое состояние твёрдого тела не нарушится, если данную силу перенести параллельно первоначальному положению в произвольную точку тела, добавив при этом пару сил, момент которой равен моменту данной силы относительно новой точки приложения.



На тело действует сила F приложенная в т.А
т.О - **центр приведения**



Приведение силы к данной точке

Рассматриваемую силу F переносят параллельно самой себе в произвольно выбранную точку О (сила F′)

Для того чтобы механическое состояние тела не изменилось, силу F′ уравновешивают силой F″

$$F = F' = F'' \quad ,$$

где *F'* и *F''* взаимоуравновешенные силы.

В результате приведения силы F к точке О получилась система сил

$$(F, F', F'') \equiv F$$

где F′- сила, равная и параллельная данной силе F

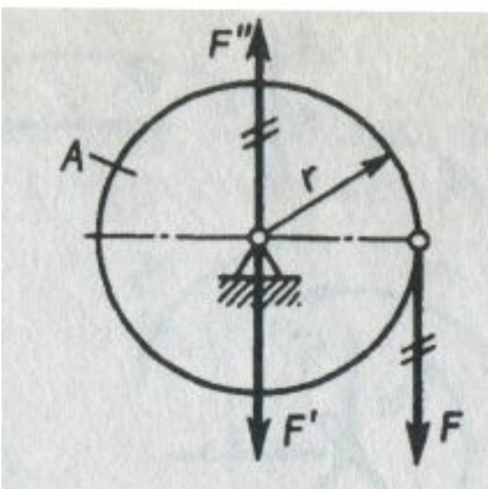
(F,F″) - пара сил, момент которой равен моменту данной силы относительно центра приведения т.О

$$M(F, F'') = M_0(F) = F \cdot \alpha$$

$$M = M_0(F)$$

Пример

Колесо А радиуса r, вращается на оси в подшипниках . К ободу колеса по касательной приложена сила F - окружная сила.



Для определения действия силы F на колесо и подшипники перенесем эту силу параллельно самой себе на ось колеса.

В результате получим:

силу ***F ' = F***, вызывающую давление на подшипники,

пару сил ***(F, F")*** с моментом

$$M(F,F'') = Fr \quad ,$$

которая будет вращать колесо.

Приведение произвольно расположенных сил к заданному центру

Приведением системы сил *называется замена её другой системой, эквивалентной первой, но более простой.*

Теорема: *Плоская система произвольно расположенных сил в общем случае эквивалентна одной силе, приложенной в центре приведения и одной паре сил*

Приведение произвольно расположенных сил к заданному центру

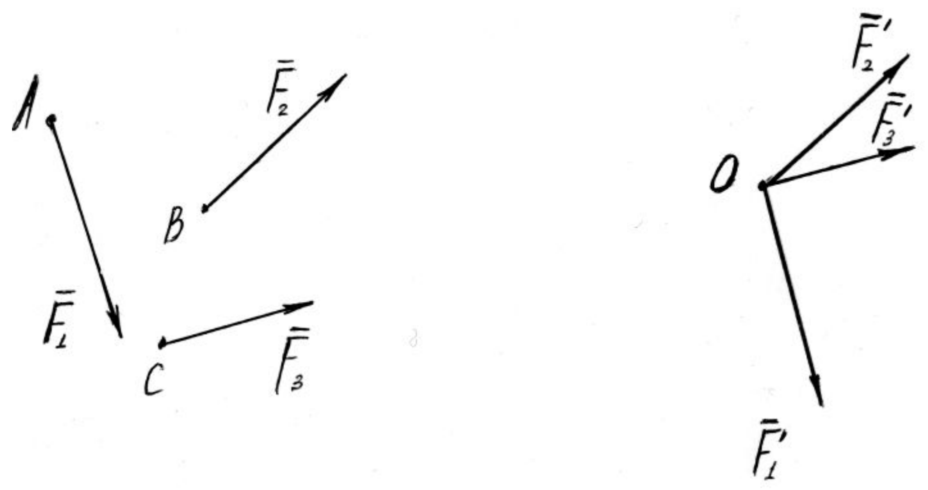
Для того чтобы привести данную систему произвольно расположенных сил к заданному центру - точке О, необходимо выполнить два действия:

Первое действие: переносят по очереди каждую силу системы в центр приведения –точку О.

В результате получили новую плоскую ССС ***(F'_1, F'_2, F'_3).***

Силы её равны и параллельны данным силам, т.е.

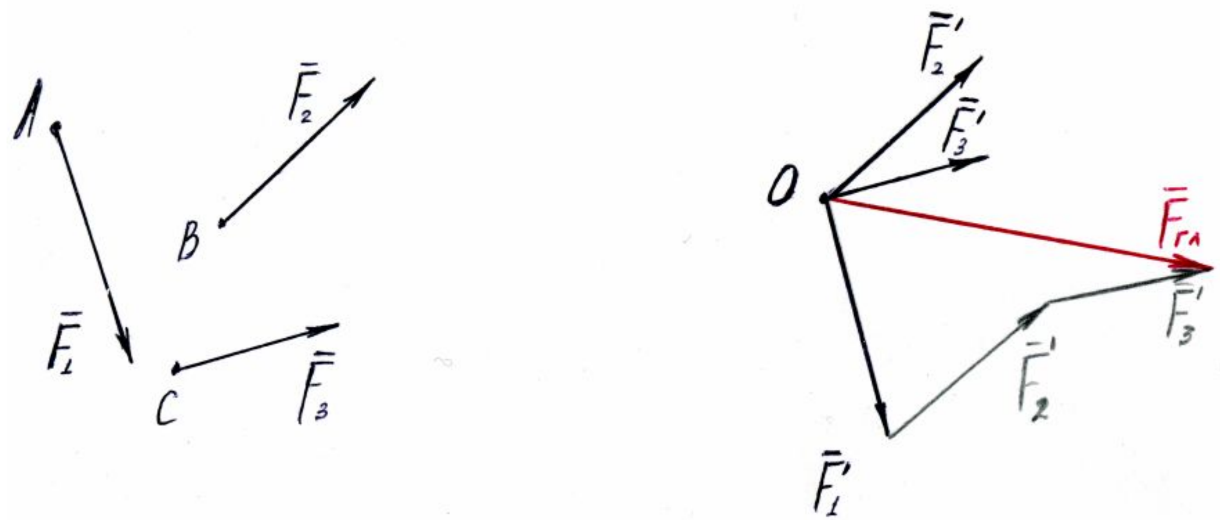
$$F'_1 = F_1,\ F'_2 = F_2,\ F'_3 = F_3.$$



Приведение произвольно расположенных сил к заданному центру

Полученную ССС (F'_1, F'_2, F'_3) заменяем равнодействующей силой, которая равна геометрической сумме данных сил и называется **главным вектором системы**:

$$\boxed{\bar{F}_{гл} = \bar{F}_{\Sigma} = \sum \bar{F}_i}$$

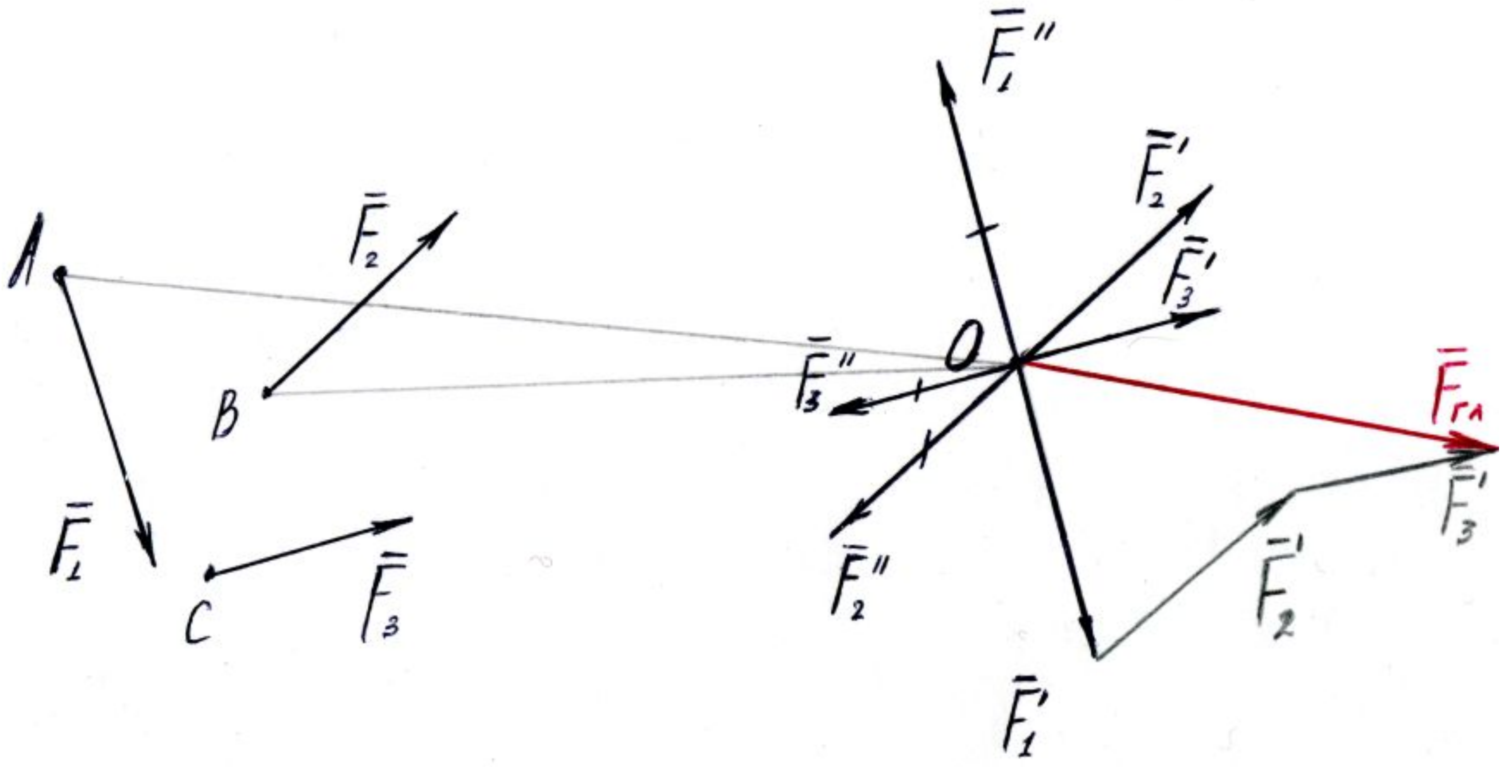


Модуль главного вектора : $F_{гл} = \sqrt{(\sum X)^2 + (\sum Y)^2} = \sqrt{F_x^{\,2} + F_y^{\,2}}$

Направление главного вектора: $\cos(F_{гл}X) = Fx / F_{гл}$

Приведение произвольно расположенных сил к заданному центру

Второе действие: необходимо уравновесить силы F'_1, F'_2, F'_3 силами F''_1, F''_2, F''_3



Приведение произвольно расположенных сил к заданному центру

В результате второго действия приведения получили еще одну систему уже **пар сил**

$$\begin{cases} \bar{F}_1, \bar{F}_1''; \\ \bar{F}_2, \bar{F}_2''; \\ \bar{F}_3, \bar{F}_3''; \end{cases}$$

моменты которых равны моментам данных сил относительно точки О, т. е.

$$\begin{cases} M_1 = M_O(\bar{F}_1), \\ M_2 = M_O(\bar{F}_2), \\ M_3 = M_O(\bar{F}_3). \end{cases}$$

Вновь полученную систему пар сил заменим одной равнодействующей парой, момент которой равен алгебраической сумме моментов слагаемых пар сил и называется **главным моментом системы**:

$$M_{гл} = M_0(F_1) + M_0(F_2) + M_0(F_3)$$

$$\boxed{M_{гл} = \sum M_O(\bar{F}_i)}$$

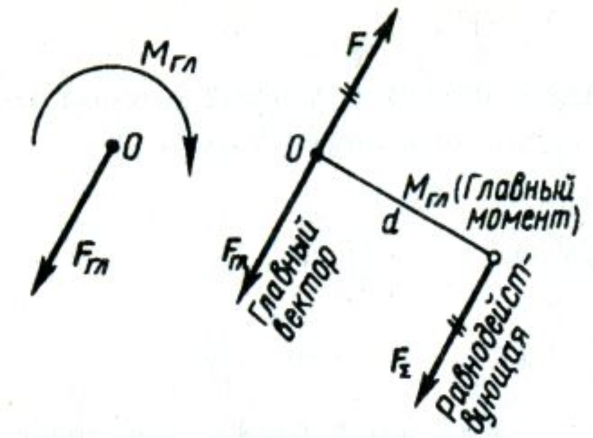
Свойства главного вектора и главного момента

1.***Модуль и направление главного вектора не зависят от выбора центра приведения***, т.к. при разных центрах приведения силовой многоугольник, построенный из данных сил, будет один и тот же

2***.Величина и знак главного момента зависят от выбора центра приведения***, т.к. при изменении центра приведения меняются плечи сил и возможно направления вращения

Свойства главного вектора и главного момента

3*. **Главный вектор и равнодействующая системы сил векторно равны**, **но в общем случае не эквивалентны***, т.к. ещё имеется момент



4. ***Главный вектор и равнодействующая эквивалентны*** лишь в частном случае, ***когда главный момент системы равен нулю***(если центр приведения находится на линии действия равнодействующей силы)

Теорема о моменте равнодействующей относительно точки

(Теорема Вариньона)

Момент равнодействующей силы относительно, какой либо точки, расположенной в плоскости действия сил, равен алгебраической сумме моментов составляющих сил относительно той же точки.

$$M_0\,(F_{\sum}) = \sum M_0(F_i)$$

<u>Следствие </u> из свойств главного вектора и теоремы Вариньона:

Главный момент плоской системы сил относительно любой точки, лежащей на линии действия ее равнодействующей, равен нулю.

Случаи приведения плоской системы произвольно расположенных сил

1.***Fгл≠0, Мгл ≠0***,- общий случай.

Система сил эквивалентна равнодействующей, которая равна по модулю главному вектору, параллельна ему, направлена в ту же сторону, но по другой линии действия.

Тело находится одновременно в поступательном и вращательном движении.

2.***Fгл≠0, Мгл =0.***

Система сил эквивалентна равнодействующей, линия действия которой проходит через центр приведения и совпадает с главным вектором.

Система приводится к одной равнодействующей, равной главному вектору силы.

Тело движется поступательно.

3.***Fгл=0, Мгл ≠0.*** Система сил эквивалентна паре.

Система приводится к паре сил, момент которой равен главному.

Тело вращается.

4.***Fгл=0, Мгл =0***. Система сил эквивалентна нулю

Тело находится в равновесии.

Аналитические условия равновесия плоской системы произвольно расположенных сил

Для равновесия плоской системы сил необходимо и достаточно, чтобы ее главный вектор и главный момент были равны нулю.

$$\boxed{\begin{aligned} \bar{F}_{\text{гл}} &= \bar{F}_{\Sigma} = \sum \bar{F}_i = 0, \\ M_{\text{гл}} &= \sum M_O(\bar{F}_i) = 0 \end{aligned}}$$

Т.е. *алгебраические суммы проекций всех сил на оси координат* ***Х*** *и* ***У*** *равнялись нулю и чтобы алгебраическая сумма моментов этих сил относительно любой точки плоскости также была равна нулю*

Аналитические условия (уравнения) равновесия

При решении задач бывает целесообразно вместо одного или двух уравнений проекций составить уравнения моментов или только уравнения моментов. Главное чтобы в каждом из них была только одна неизвестная величина.

Основная форма уравнения равновесия

1) $\sum X_i = 0$
2) $\sum У_i = 0$
3) $\sum Mo\,(F_i) = 0$

Вторая форма уравнения равновесия

1) $\sum X_i = 0$
2) $\sum M_A\,(Fi) = 0$
3) $\sum M_B\,(Fi) = 0$

Третья форма уравнения равновесия

1) $\sum M_A\,(Fi) = 0$
2) $\sum M_B\,(Fi) = 0$
3) $\sum M_C\,(Fi) = 0$

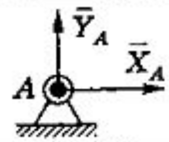
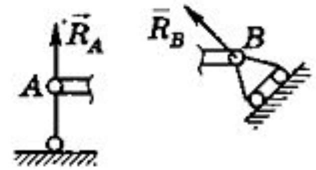
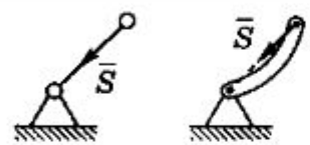
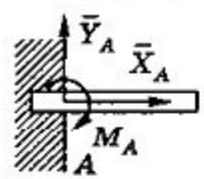
Тема 1.4
(Продолжение)
БАЛОЧНЫЕ СИСТЕМЫ

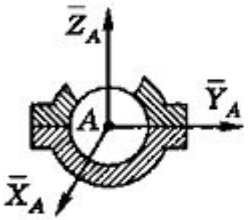
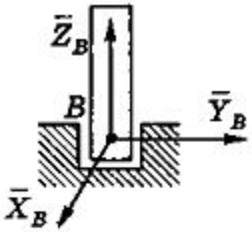
БАЛОЧНЫЕ СИСТЕМЫ

Объектом решения многих задач статики служат так называемые балки или балочные системы.

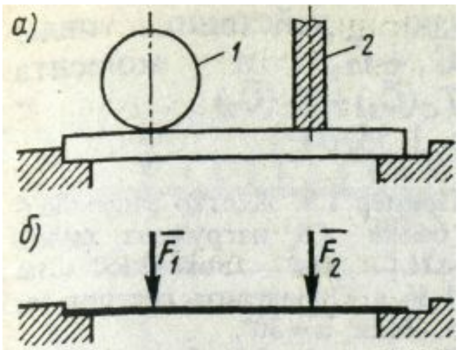
Балка **— это конструктивная деталь какого-либо сооружения, выполняемая в большинстве случаев в виде бруса с опорами в двух (или более) точках и несет поперечные нагрузки**

Опоры и
опорные реакции балок

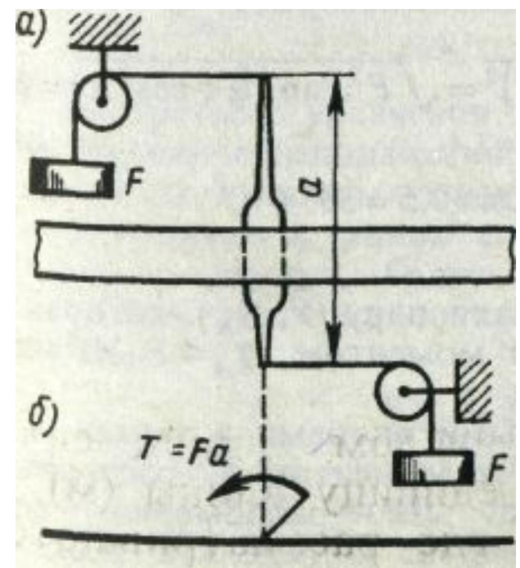
Наименование связи	Направление реакций
Шарнирно-неподвижная опора	
Цилиндрический шарнир	
Шарнирно-подвижная опора	
Невесомый стержень	
Жесткая заделка	

Сферический шарнир	
Подпятник	

Виды нагрузок



Сосредоточенные силы, предполагается, что нагрузка сосредоточена в точке, хотя приложить силу в точке невозможно.

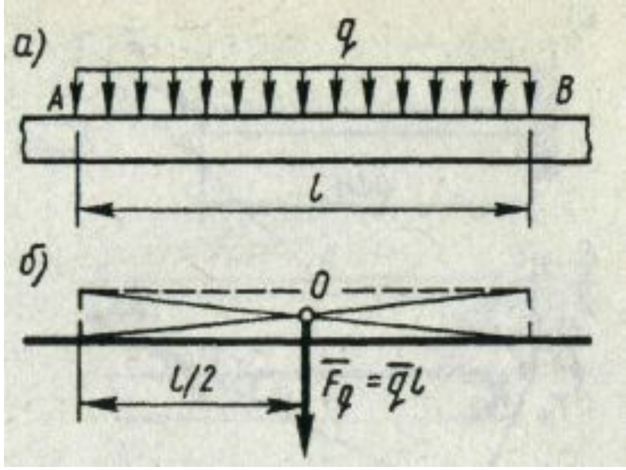


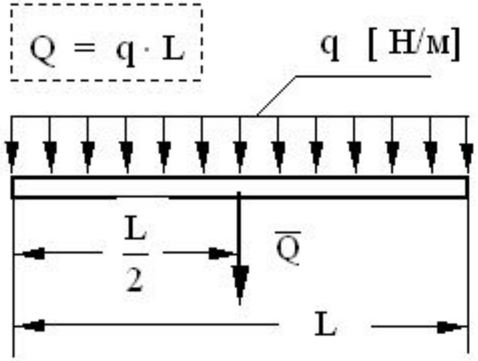
Действие ***пары сил*** на балку измеряется, как известно, ее **моментом** *T=Fa,* который условно изображают круговой стрелкой

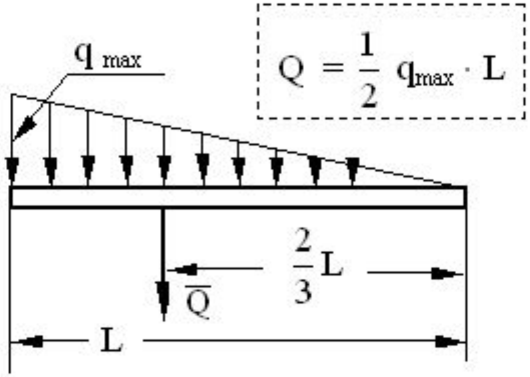
Виды нагрузок

Равномерно распределенную нагрузку (сила давления воды на платину, сила давления снега на крышу и т,д,) заменяют равнодействующей сосредоточенной силой ***Q***, приложенной посередине длины ***l*** и направленной в сторону действия интенсивности ***q***.

$$Q = ql$$





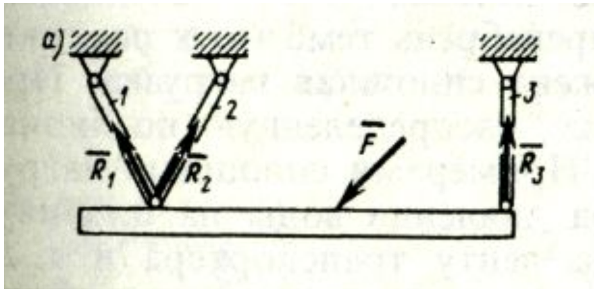


Статически определимые балки-

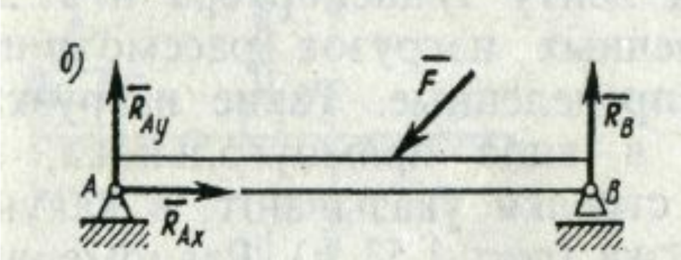
это балки, у которых число реакций связи не превышает трех, т. к. условие равновесия произвольной плоской системы сил выражается тремя уравнениями

Балка статически определима, если она:

а) опирается на три непараллельных шарнирно-прикрепленных стержнях;

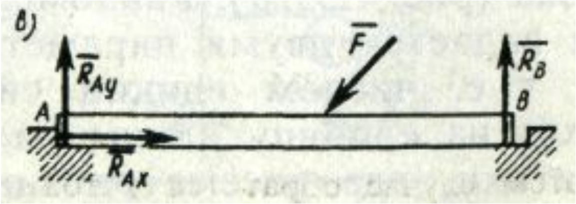


б) имеет две опоры (одна шарнирно-неподвижная, другая- шарнирно-подвижная);

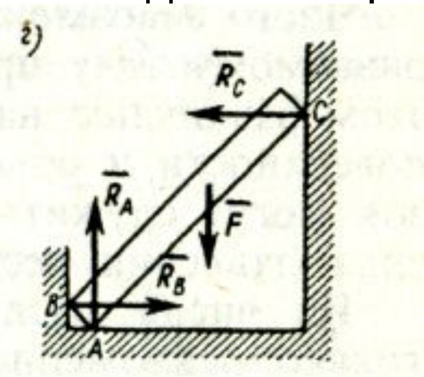


Статически определимые балки

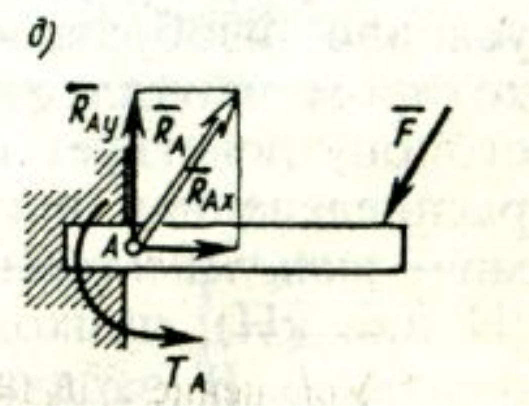
в) опирается на две гладкие поверхности, одна из которых с упором;



г) опирается на трех точках на гладкие поверхности;



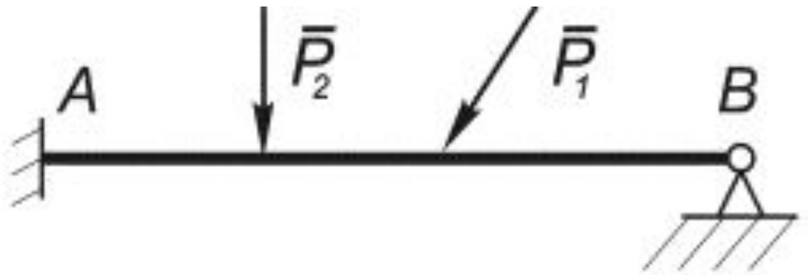
д) жестко заделана в стену или защемлена в специальном приспособлении

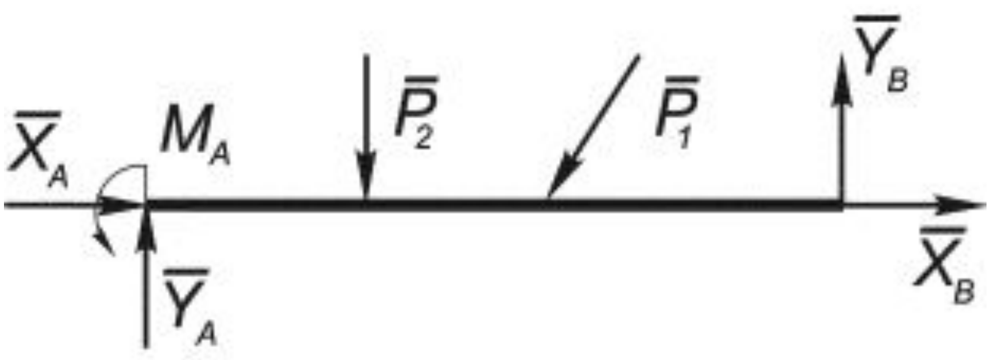


Статически неопределимые балки-

***это балки, у которых число реакций связи превышает трех**, т.е больше числа уравнений равновесия системы.*

*При этом разность между числом неизвестных реакций и числом уравнений равновесия называется **степенью статической неопределимости** системы.*





Составные системы- трехшарнирная рама

- Рассматривают отдельно равновесие тела АС, загруженного заданной силой Р, отбросив все связи и заменив их соответственно реакциями внешних (X_A, Y_A) и внутренних (X_C, Y_C) связей (рис.б).
- Аналогично рассматривают равновесие тела ВС под действием реакций опоры В − (X_B, Y_B) и реакций в соединительном шарнире С − (XC', YC ') , где $X_C = X_C'$, $Y_C = Y_C'$.
- Для каждого из этих тел можно составить три уравнения равновесия, таким образом, общее число неизвестных: X_A, Y_A , $X_C = X_C'$, $Y_C = Y_C'$, X_B , Y_B равняется суммарному числу уравнений, и задача становится статически определимой.