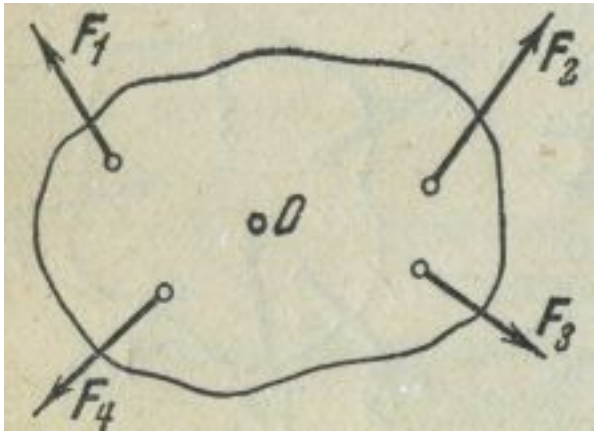
Тема 1.4

ПЛОСКАЯ СИСТЕМА ПРОИЗВОЛЬНО РАСПОЛОЖЕННЫХ СИЛ

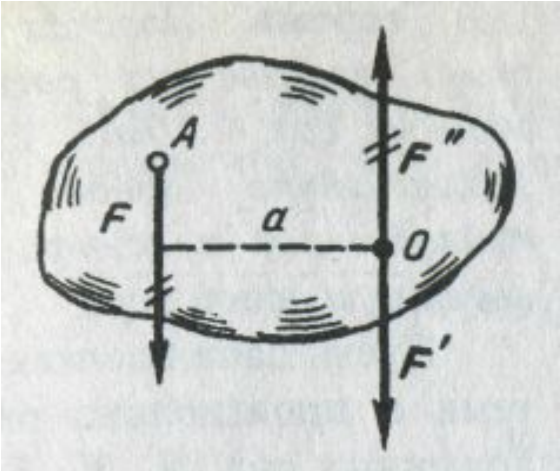
Плоская система произвольно расположенных сил -

это система, у которой силы расположены в одной плоскости и линии их действия не пересекаются в одной точке

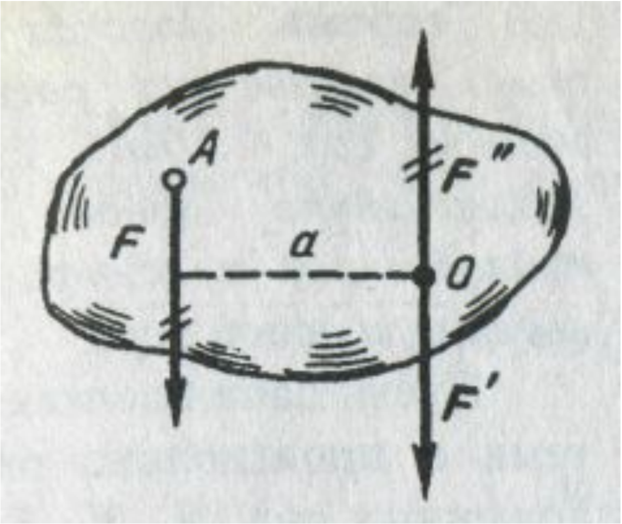


Теорема о параллельном переносе силы (теорема Пуансо)

Механическое состояние твёрдого тела не нарушится, если данную силу перенести параллельно первоначальному положению в произвольную точку тела, добавив при этом пару сил, момент которой равен моменту данной силы относительно новой точки приложения.



На тело действует сила F приложенная в т.А
т.О - **центр приведения**



Приведение силы к данной точке

Рассматриваемую силу F переносят параллельно самой себе в произвольно выбранную точку O (сила F′)

Для того чтобы механическое состояние тела не изменилось, силу F′ уравновешивают силой F″

$$F = F' = F'' ,$$

где F' и F'' взаимоуравновешенные силы.

В результате приведения силы F к точке O получилась система сил

$$(F, F', F'') \equiv F$$

где F′- сила, равная и параллельная данной силе F

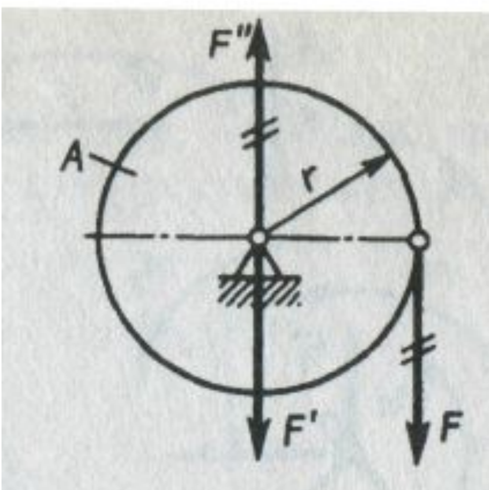
(F,F″) - пара сил, момент которой равен моменту данной силы относительно центра приведения т.O

$$M(F, F'') = M_0(F) = F \cdot \alpha$$

$$M = M_0(F)$$

Пример

Колесо А радиуса r, вращается на оси в подшипниках . К ободу колеса по касательной приложена сила F - окружная сила.



Для определения действия силы F на колесо и подшипники перенесем эту силу параллельно самой себе на ось колеса.

В результате получим:

<u>силу</u> ***F ' = F***, вызывающую давление на подшипники,

<u>пару сил</u> ***(F, F")*** с моментом

$$M(F,F'') = Fr \quad ,$$

которая будет вращать колесо.

Приведение произвольно расположенных сил к заданному центру

Приведением системы сил *называется замена её другой системой, эквивалентной первой, но более простой.*

Теорема: *Плоская система произвольно расположенных сил в общем случае эквивалентна одной силе, приложенной в центре приведения и одной паре сил*

Приведение произвольно расположенных сил к заданному центру

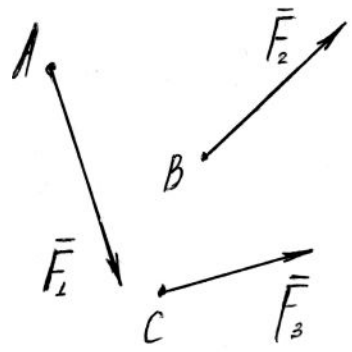
Для того чтобы привести данную систему произвольно расположенных сил к заданному центру - точке О, необходимо выполнить два действия:

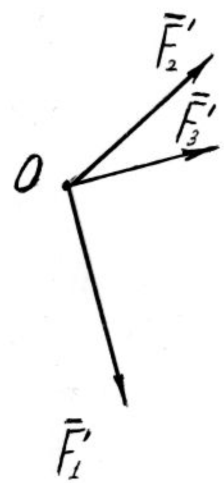
Первое действие: переносят по очереди каждую силу системы в центр приведения –точку О.

В результате получили новую плоскую ССС ***(F'_1, F'_2, F'_3).***

Силы её равны и параллельны данным силам, т.е.

$$F'_1 = F_1,\ F'_2 = F_2,\ F'_3 = F_3.$$

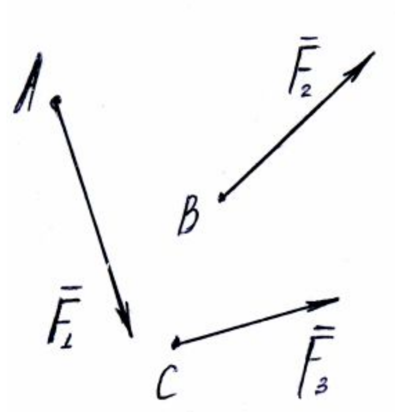


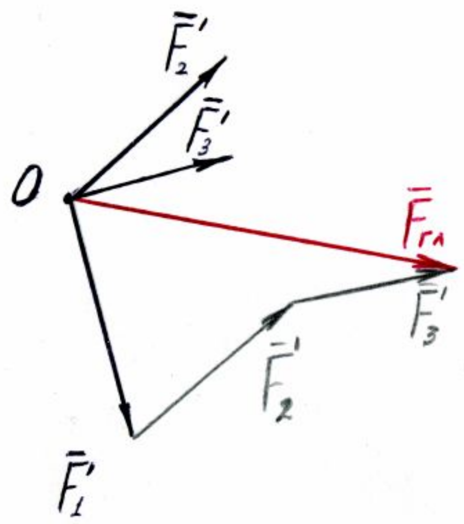


Приведение произвольно расположенных сил к заданному центру

Полученную ССС (F'_1, F'_2, F'_3) заменяем равнодействующей силой, которая равна геометрической сумме данных сил и называется **главным вектором системы**:

$$\boxed{\bar{F}_{гл} = \bar{F}_{\Sigma} = \sum \bar{F}_i}$$



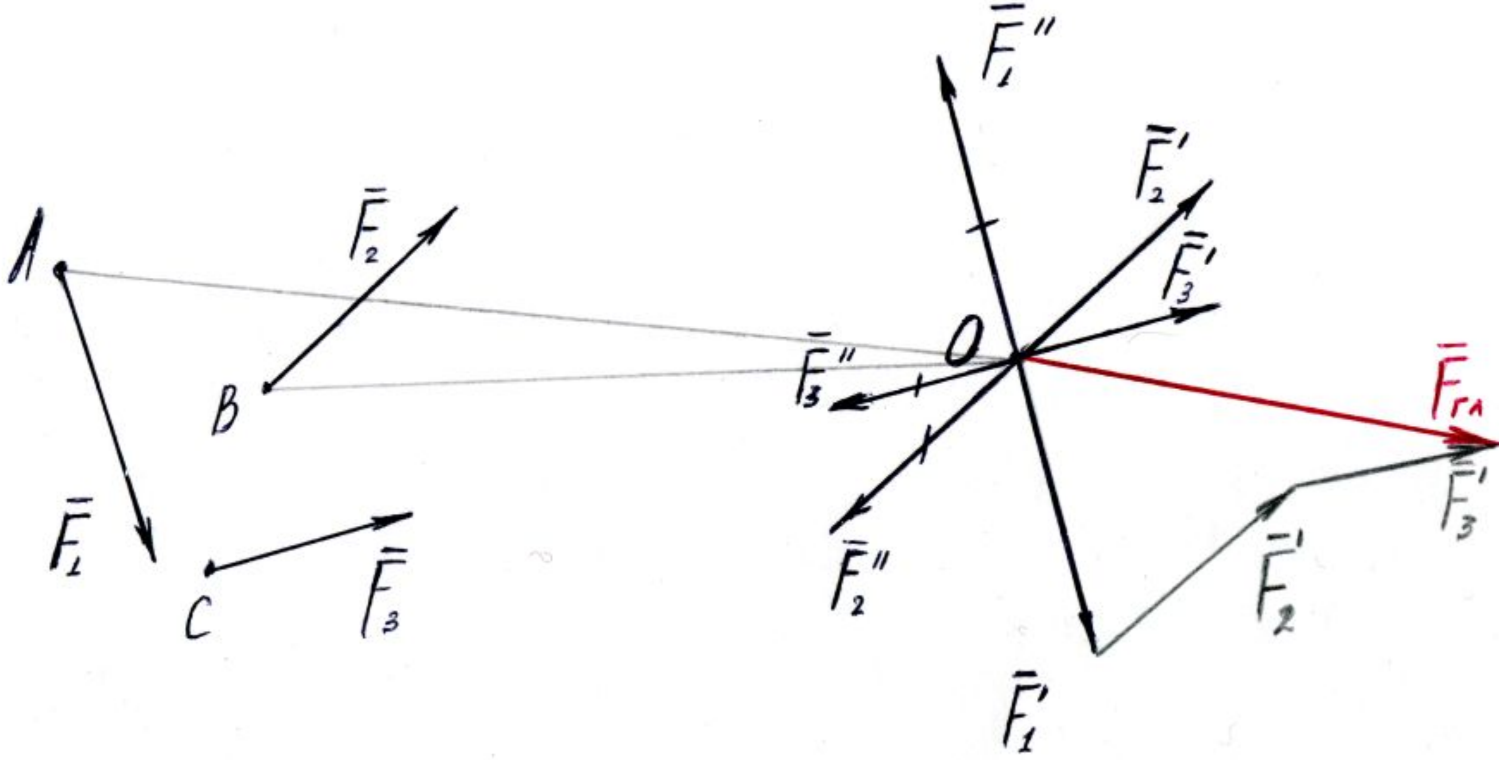


Модуль главного вектора : $F_{гл} = \sqrt{(\sum X)^2 + (\sum Y)^2} = \sqrt{F_x^{\,2} + F_y^{\,2}}$

Направление главного вектора: $\cos(F_{гл}X) = Fx / F_{гл}$

Приведение произвольно расположенных сил к заданному центру

Второе действие: необходимо уравновесить силы F'_1, F'_2, F'_3 силами F''_1, F''_2, F''_3



Приведение произвольно расположенных сил к заданному центру

В результате второго действия приведения получили еще одну систему уже **пар сил**

$$\begin{cases} \bar{F}_1, \bar{F}_1''; \\ \bar{F}_2, \bar{F}_2''; \\ \bar{F}_3, \bar{F}_3''; \end{cases}$$

моменты которых равны моментам данных сил относительно точки О, т. е.

$$\begin{cases} M_1 = M_O(\bar{F}_1), \\ M_2 = M_O(\bar{F}_2), \\ M_3 = M_O(\bar{F}_3). \end{cases}$$

Вновь полученную систему пар сил заменим одной равнодействующей парой, момент которой равен алгебраической сумме моментов слагаемых пар сил и называется **главным моментом системы**:

$$M_{гл} = M_0(F_1) + M_0(F_2) + M_0(F_3)$$

$$\boxed{M_{гл} = \sum M_O(\bar{F}_i)}$$

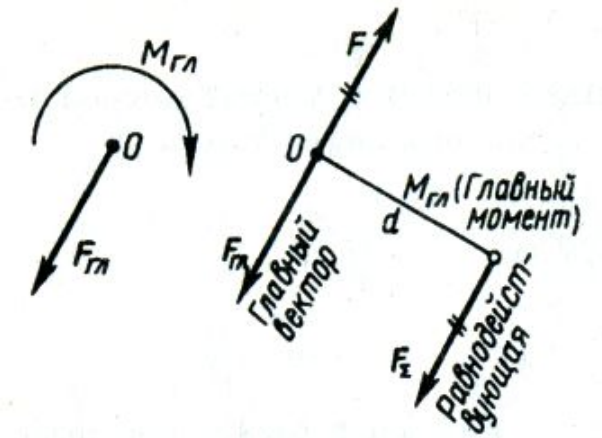
Свойства главного вектора и главного момента

1.***Модуль и направление главного вектора не зависят от выбора центра приведения***, т.к. при разных центрах приведения силовой многоугольник, построенный из данных сил, будет один и тот же

2***.Величина и знак главного момента зависят от выбора центра приведения***, т.к. при изменении центра приведения меняются плечи сил и возможно направления вращения

Свойства главного вектора и главного момента

3*. **Главный вектор и равнодействующая системы сил векторно равны***, ***но в общем случае не эквивалентны***, т.к. ещё имеется момент



4. ***Главный вектор и равнодействующая эквивалентны*** лишь в частном случае, ***когда главный момент системы равен нулю***(если центр приведения находится на линии действия равнодействующей силы)

Теорема о моменте равнодействующей относительно точки

(Теорема Вариньона)

Момент равнодействующей силы относительно, какой либо точки, расположенной в плоскости действия сил, равен алгебраической сумме моментов составляющих сил относительно той же точки.

$$M_0\,(F_{\sum})= \sum M_0(F_i)$$

Следствие из свойств главного вектора и теоремы Вариньона:

Главный момент плоской системы сил относительно любой точки, лежащей на линии действия ее равнодействующей, равен нулю.

Случаи приведения плоской системы произвольно расположенных сил

1.***Fгл≠0, Мгл ≠0*,-** общий случай.

Система сил эквивалентна равнодействующей, которая равна по модулю главному вектору, параллельна ему, направлена в ту же сторону, но по другой линии действия.

Тело находится одновременно в поступательном и вращательном движении.

2.***Fгл≠0, Мгл =0.***

Система сил эквивалентна равнодействующей, линия действия которой проходит через центр приведения и совпадает с главным вектором.

Система приводится к одной равнодействующей, равной главному вектору силы.

Тело движется поступательно.

3.***Fгл=0, Мгл ≠0.*** Система сил эквивалентна паре.

Система приводится к паре сил, момент которой равен главному.

Тело вращается.

4.***Fгл=0, Мгл =0***. Система сил эквивалентна нулю

Тело находится в равновесии.

Аналитические условия равновесия плоской системы произвольно расположенных сил

Для равновесия плоской системы сил необходимо и достаточно, чтобы ее главный вектор и главный момент были равны нулю.

$$\bar{F}_{гл} = \bar{F}_{\Sigma} = \sum \bar{F}_i = 0,$$
$$M_{гл} = \sum M_O(\bar{F}_i) = 0$$

Т.е. алгебраические суммы проекций всех сил на оси координат **Х** и **У** равнялись нулю и чтобы алгебраическая сумма моментов этих сил относительно любой точки плоскости также была равна нулю

Аналитические условия (уравнения) равновесия

При решении задач бывает целесообразно вместо одного или двух уравнений проекций составить уравнения моментов или только уравнения моментов. Главное чтобы в каждом из них была только одна неизвестная величина.

Основная форма уравнения равновесия

1) $\sum X_i = 0$
2) $\sum У_i = 0$
3) $\sum Mo\,(F_i) = 0$

Вторая форма уравнения равновесия

1) $\sum X_i = 0$
2) $\sum M_A\,(Fi) = 0$
3) $\sum M_B\,(Fi) = 0$

Третья форма уравнения равновесия

1) $\sum M_A\,(Fi) = 0$
2) $\sum M_B\,(Fi) = 0$
3) $\sum M_C\,(Fi) = 0$

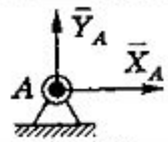
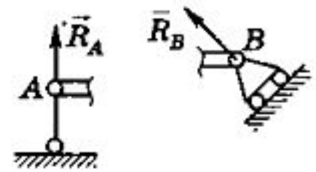
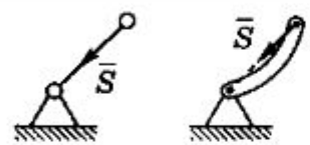
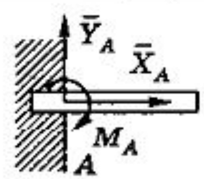
Тема 1.4
(Продолжение)
БАЛОЧНЫЕ СИСТЕМЫ

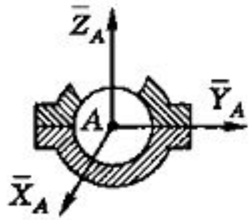
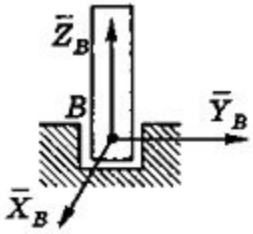
БАЛОЧНЫЕ СИСТЕМЫ

Объектом решения многих задач статики служат так называемые балки или балочные системы.

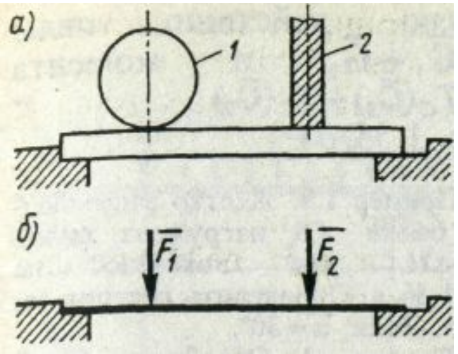
Балка **— это конструктивная деталь какого-либо сооружения, выполняемая в большинстве случаев в виде бруса с опорами в двух (или более) точках и несет поперечные нагрузки**

Опоры и
опорные реакции балок

Наименование связи	Направление реакций
Шарнирно-неподвижная опора	
Цилиндрический шарнир	
Шарнирно-подвижная опора	
Невесомый стержень	
Жесткая заделка	

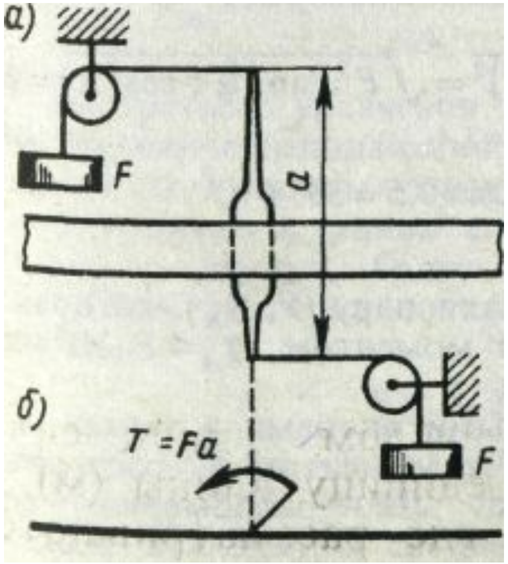
Сферический шарнир	
Подпятник	

Виды нагрузок



Сосредоточенные силы, предполагается, что нагрузка сосредоточена в точке, хотя приложить силу в точке невозможно.

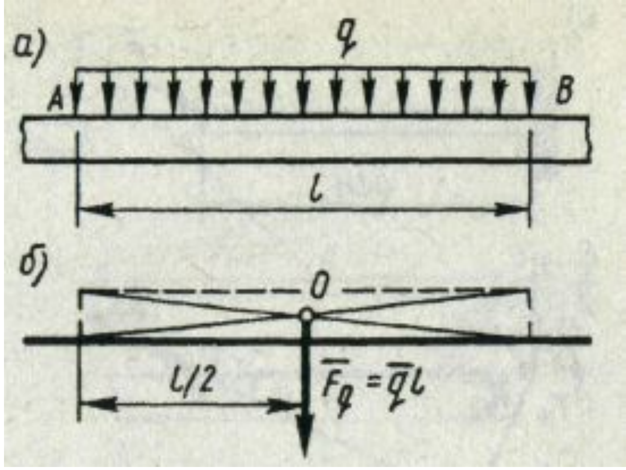
Действие ***пары сил*** на балку измеряется, как известно, ее **моментом** *T=Fa,* который условно изображают круговой стрелкой

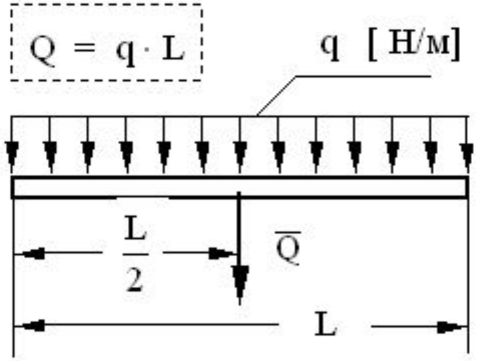


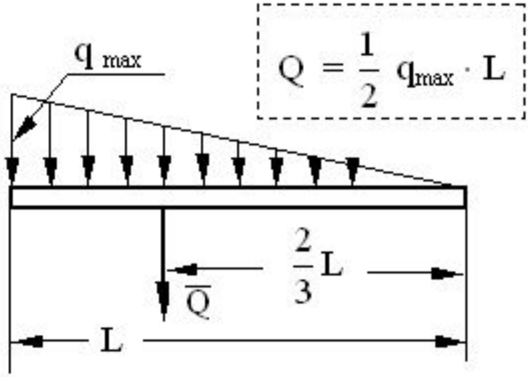
Виды нагрузок

Равномерно распределенную нагрузку (сила давления воды на платину, сила давления снега на крышу и т,д,) заменяют равнодействующей сосредоточенной силой ***Q***, приложенной посередине длины ***l*** и направленной в сторону действия интенсивности ***q***.

$$Q = ql$$





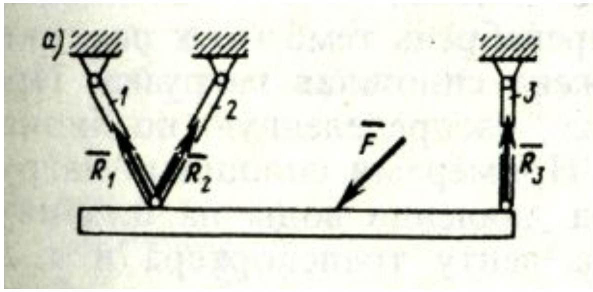


Статически определимые балки-

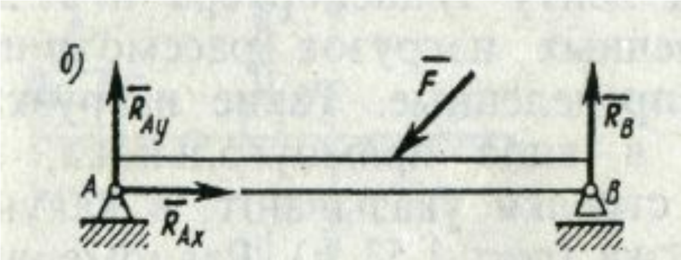
это балки, у которых число реакций связи не превышает трех, т. к. условие равновесия произвольной плоской системы сил выражается тремя уравнениями

Балка статически определима, если она:

а) опирается на три непараллельных шарнирно-прикрепленных стержнях;

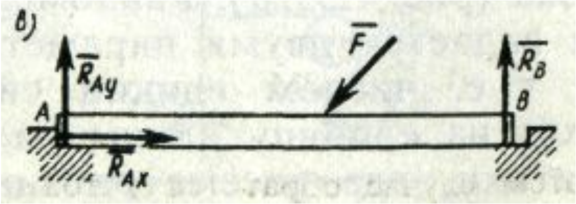


б) имеет две опоры (одна шарнирно-неподвижная, другая- шарнирно-подвижная);

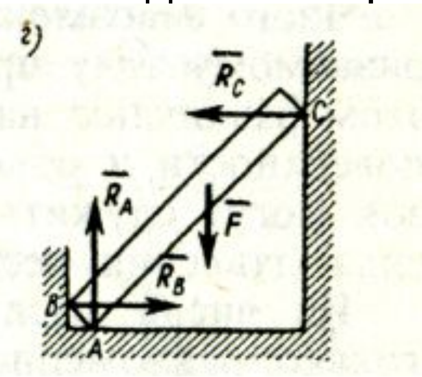


Статически определимые балки

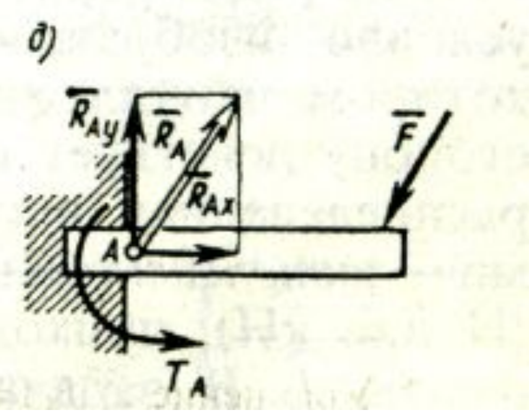
в) опирается на две гладкие поверхности, одна из которых с упором;



г) опирается на трех точках на гладкие поверхности;



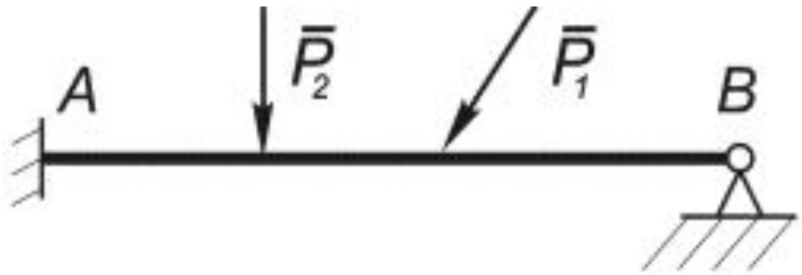
д) жестко заделана в стену или защемлена в специальном приспособлении

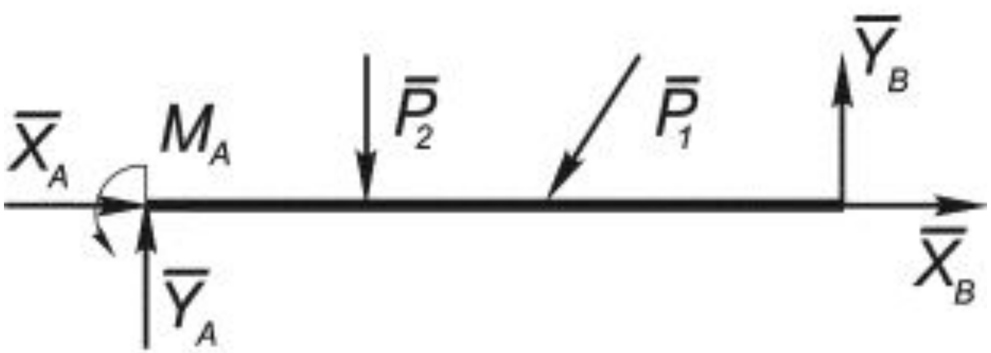


Статически неопределимые балки-

это балки, у которых число реакций связи превышает трех, *т.е больше числа уравнений равновесия системы.*

При этом разность между числом неизвестных реакций и числом уравнений равновесия называется ***степенью статической неопределимости*** *системы.*





Составные системы- трехшарнирная рама

- Рассматривают отдельно равновесие тела АС, загруженного заданной силой Р, отбросив все связи и заменив их соответственно реакциями внешних (X_A, Y_A) и внутренних (X_C, Y_C) связей (рис.б).
- Аналогично рассматривают равновесие тела ВС под действием реакций опоры В − (X_B, Y_B) и реакций в соединительном шарнире С − (XC', YC ') , где $X_C = X_C'$, $Y_C = Y_C'$.
- Для каждого из этих тел можно составить три уравнения равновесия, таким образом, общее число неизвестных: X_A, Y_A, $X_C = X_C'$, $Y_C = Y_C'$, X_B, Y_B равняется суммарному числу уравнений, и задача становится статически определимой.