

* ПОНЯТИЕ ОБ ЭНЕРГИИ МЕХ. СИСТЕМЫ

Импульс - мера поступат. дв. тела. Но он не может служить универсальной мерой для всех форм дв.

Напр., при равномерн. прямолин. дв. с трением, импульс тела остается пост. и никак не хар-ет кол-во выделившейся теплоты при трении.

Единой (универсальной) мерой различ. форм дв. служит физ. вел., наз. **энергией**.

С различ. формами дв. материи связывают различ. формы эн.: мех-кую, тепл., э-магн., ядерн., внутр. и др.

В одних явл. форма дв. материи не измен. (напр., горячее тело нагревает холодное), в других - переходит в иную форму (напр., в результате трения эн. мех. дв. → в тепловую).

При этом **существенно**, что во всех случаях энергия, отданная (в той или иной форме) одним телом другому телу, равна энергии, полученной др. телом.

* МЕХАНИЧЕСКАЯ РАБОТА

Изменение мех. дв. и эн. тела происходит в процессе **СИЛОВОГО ВЗ-ВИЯ** этого тела с другими телами. Для колич. хар-ки процесса обмена энергией м-у вз-ющими телами, в мех. вводится понятие **работы**, соверш. силой.

Если тело дв. **прямолин.** и на него дейст. сила \vec{F} , к-рая сост. угол α с направл. перемещ., то A соверш. этой силой, равна:

$$A = F S \cos \alpha = F_s \cdot S \quad (1),$$

здесь обозн.: $F_\tau = F_s$ — проекция силы \vec{F} на направл. дв.

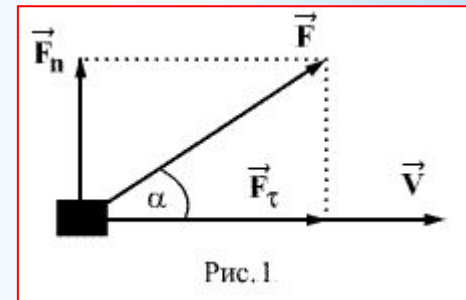
Работа = 0 в 2-х случаях:

1) Если действие F есть, но точка не дв.: $S = 0 \Rightarrow A = 0$

2) Если $\alpha = 90^\circ$ ($\vec{F} \perp \vec{v}$) $\Rightarrow A = 0$

1) Если $\alpha < 90^\circ \Rightarrow A > 0 \Rightarrow \vec{F}_s$ совпадает по напр. \vec{v} (Рис.1)

2) Если $\alpha > 90^\circ \Rightarrow A < 0 \Rightarrow$ работа отрицательна



* ПРИМЕРЫ, КОГДА МЕХ. РАБОТА РАВНА НУЛЮ.

1. Работа силы тяжести при перемещении тела по горизонтальной плоскости.
2. Сила заставляет дв-ся тело равномерно по окружности. (эта сила направлена по радиусу к центру окружности, $\Rightarrow v$ в любой точке \perp перемещению).
3. Сила натяжения нити, к к-рой привязано тело совершаемое равномерное дв. по окружности.
4. Сила всемирного тяготения (под действием этой силы искусственные спутники Земли дв-ся по круговым орбитам.)

В общ. случ. \vec{F} может измен. по мод. и напр., а тело м-т дв. произвольн. обр. (рис.2) и ф-лой (1) нельзя поль-ся.

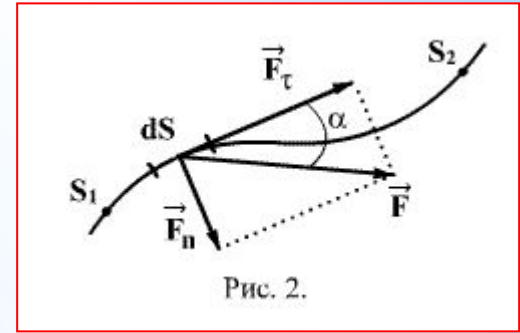


Рис. 2.

В этом сл. путь разбив. на < эл-тарные уч. (dS_i), в пределах к-рых дв. м-о считать прямолин., а \vec{F} – пост-ой. Тогда эл-тарная A на участ. пути dS равна:

$$dA = F dS \cos \alpha$$

На рис.3: завис-ть проек. силы F_S от пути S . Полная A на всем пути от S_1 до S_2 :

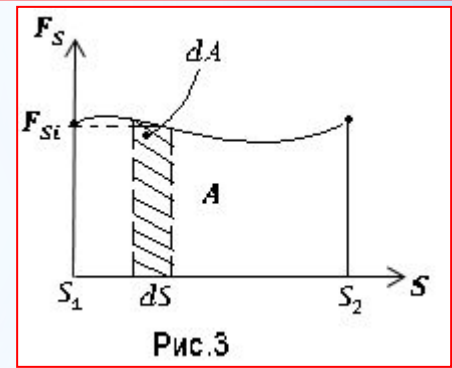


Рис.3

$$A = \int_{S_1}^{S_2} F_{Si} \cdot dS \quad (2)$$

Для выч. \int нужно знать зав-сть $F_S = f(S)$. Графически площадь под кривой и будет искомой работой.

Для прямолин. дв.и $\vec{F} = const$ получим (1):

$$A = F \int_{S_1}^{S_2} dS \cos \alpha = F \cos \alpha \int_{S_1}^{S_2} dS = F S \cos \alpha, \text{ где } S = S_2 - S_1 \text{ - путь}$$

$\alpha < 90^\circ \Rightarrow \vec{F} > 0$ – движущая с., $\alpha > 90^\circ \Rightarrow \vec{F} < 0$ – сила сопрот.

* КОНСЕРВАТИВНЫЕ СИЛЫ

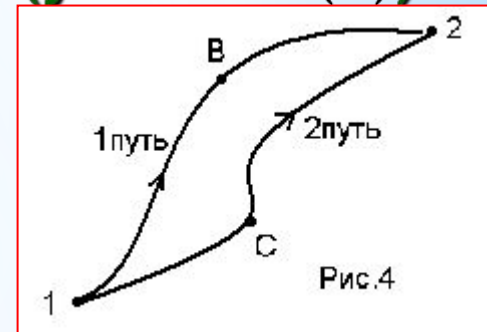
Силы, действ. на тело, м.б.:

-консерват. (потенциальные) - А этой F при перемещ. м.т. \neq от вида траект. (формы пути) (Рис.4).

-неконсерват. - не удовлетв. этому усл-ю (условие (3))

$$A_{1B2} = A_{1C2} = A_{12}$$

Если тело дв.в обрат.напр., $A_{12} = -A_{21} \Rightarrow$ противоп. измен. направл. дв. по траект. вызывает изменение знака работы.



При дв. м.т. по замкн. траект. А конс. силы =0 (напр. поднятие и опуск.груза) \Rightarrow из рис.4:

$$A_{1B2C1} = \oint F_l dl = A_{1B2} + A_{1C2} = 0 \quad (3)$$

Консер.силы: силы гравитац. вз-вия, с. упр., эл-стат с.

Неконсер.силы: силы трения и сопрот.

Поле, в к-ром дейст. консер. силы, наз. **потенциальным.**

* МОЩНОСТЬ. КПД.

Чтобы охарактеризовать скорость соверш. работы, вводят понятие **мощности** (работа, совершаемая в ед. времени):

$$N = \frac{A}{t} \quad (4) \quad N_T = \frac{Дж}{с}$$

Если тело дв. пост. ск-тью под действием силы F , то можно записать:

$$N = \frac{A}{t} = \frac{F_S \cdot S}{t} = F_S \cdot v \quad (5)$$

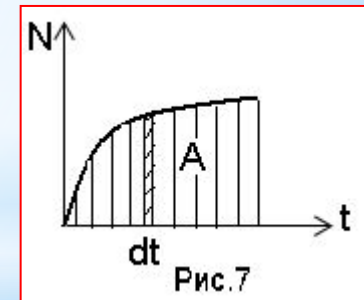
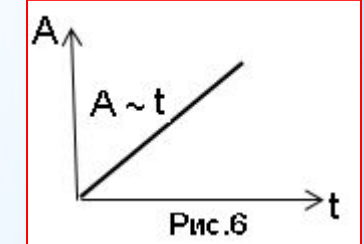
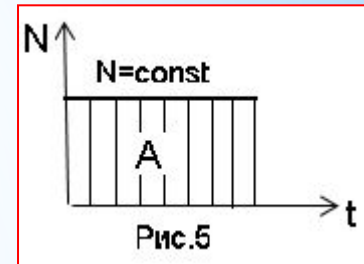
В случае переменной мощности, когда за Δt промежут. вр. соверш-ся неодинак. работа, вводится понятие **мгновенной мощности**:

$$N = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{dA}{dt} \quad \text{т.е. } N \text{ дозвенопр} = \text{Вт} \cdot \text{нТМ} \quad (6)$$

Каждая машина потребляет $> N$ чем отдает (из-за трения, сопрот. воздуха, нагрев. и т.д.).

КПД машины:

$$\eta = \frac{N_{\text{отд}}}{N_{\text{подв}}} = \frac{A_{\text{полезн}}}{A_{\text{общ}}} \quad (7)$$



* КИНЕТИЧЕСКАЯ ЭНЕРГИЯ

Рассм. случай, когда м.т. дв. из точки 1 в т. 2 под действ. приложенных к ней сил.

Причем силы, дейст. на м.т., могут иметь разную природу, т.е. м. б. консерв-ми и неконс. Ур. дв. в этом случае:

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F} \quad (8), \text{ где}$$

$$\vec{F} = \sum \vec{F}_{\text{конс}} + \sum \vec{F}_{\text{неконс}}$$

$$(8) \Rightarrow m d\vec{v} = \vec{F} dt \quad (9)$$

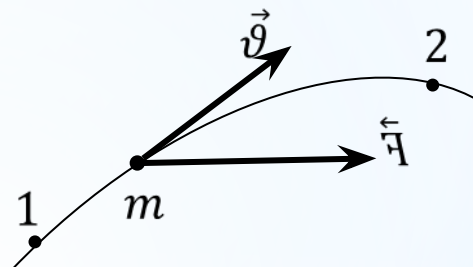



Рис.8

Умножим скалярно ур. (9) на \vec{v} и про- \int от точки 1 до т. 2:

$$m \vec{v} d\vec{v} = \vec{v} \vec{F} dt \Rightarrow \int_1^2 m \vec{v} d\vec{v} = \int_1^2 \vec{v} \vec{F} dt \quad (10)$$

Учитываем $\vec{v} dt = d\vec{r}$, $\Rightarrow \int$ в правой части (10) представляет собой работу всех сил, на участке 1-2: (11) 

$$\int_1^2 m \vec{v} d\vec{v} = \int_1^2 \vec{F} d\vec{r} = \int_1^2 dA \Rightarrow A_{12} = m \int_1^2 v dv = m \left. \frac{v^2}{2} \right|_1^2 = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}$$

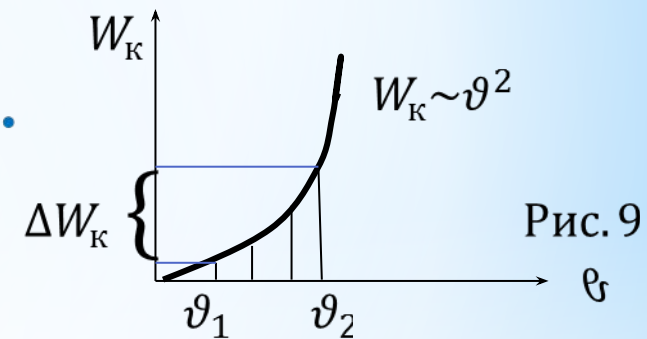
Величина $\frac{m\vartheta^2}{2} = W_K$ (12) называется кинетической энергией материальной точки.

Т. о. W_K м.т. - это энергия, которой обладает эта точка вследствие своего движения. $W_K \sim$ от скорости и массы.

Из полученного выражения (11) \Rightarrow что работа всех сил, действующих на м. т. на участке траектории 1-2 равна изменению ее W_K на этом участке.

К изменению W_K приводит изм. велич.

ск. от ϑ_1 до ϑ_2 :
$$\Delta W_K = \frac{m\vartheta_2^2}{2} - \frac{m\vartheta_1^2}{2}$$



Итак, чтобы заставить тело двигаться с опр. ск-тью, нужно совершить работу. Эта работа запасается в виде W_K тела.

В разных ИСО, дв-ся друг относительно друга, скорость тела, а следовательно, и его W_K будут неодинаковы.

Т. о., $W_K \sim$ от выбора системы отсчета.

* ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ ЭНЕРГИЯ

Потенциальная энергия - это мех. эн. системы тел, опр-мая их взаимным расположением и характером сил взаимодействия между ними.

Чтобы ↑ расстояние тела массой m от ц. Земли на высоту Δh (поднять тело), над ним следует совершить работу против силы тяжести \vec{F}_T (к-рая запасается в виде пот. эн.):

$$A = - \int_{h_1}^{h_2} \vec{F}_T dh$$

Знак минус перед \int : сила \vec{F}_T направлена в сторону противоположную изменению h

Проинтегрируем это выражение:

$$A = - \int_{h_1}^{h_2} \vec{F}_T dh = -(mgh_2 - mgh_1) = -(W_{\Pi 2} - W_{\Pi 1}) = -\Delta W \quad (13)$$

Вел. $W_{\Pi} = mgh$ (14) - наз. пот.эн.тела поднятого на выс. h

(13) \Rightarrow работа против силы тяжести = взятому с противоположным знаком изменению пот.энергии.

* ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ЭНЕРГИИ

Рассмотрим процесс изменения состояния тела, поднятого на высоту h . При этом его пот. эн. $W_{\text{п}} = mgh$

Пусть тело начало своб. падать ($v_0 = 0$). В момент достижения поверх. земли оно будет иметь скорость

$$v = \sqrt{2gh} \text{ и кинетич. энергию: } W_{\text{к}} = \frac{mv^2}{2} = \frac{m2gh}{2} = mgh$$

Кин. эн. тела, упавшего с высоты h оказалась равной его пот. энергии, к-рую оно имело до начала падения. \Rightarrow :

$$\frac{mv^2}{2} = mgh$$

В начале падения $W_{\text{п}} = mgh$, а $W_{\text{к}} = 0$. На поверх. Земли $h = 0 \Rightarrow W_{\text{п}} = 0$ т.е. пот. эн. переходит (превращается) в кин-ую. Т. о., при падении тела в системе тело-Земля кин. эн. возрастает и, следовательно, ее изменение $\Delta W_{\text{к}}$ равно работе, имеет положительн. знак: $A = \Delta W_{\text{к}}$ (14)

Потенциальная энергия - уменьшается, и, следовано, ее изменение имеет знак минус. Поэтому можем записать:

$$A = -\Delta W_{\Pi} \quad (15)$$

Выч.: (14) - (15) $\Rightarrow \Delta W_{\text{К}} - (-\Delta W_{\Pi}) = \Delta W_{\text{К}} + \Delta W_{\Pi} = \Delta(W_{\text{К}} + W_{\Pi}) = 0$

Сумма $W_{\text{К}} + W_{\Pi} = W$ представляет собой полную энергию, и, следовательно, $\Delta W = 0 \Rightarrow$

$$W = \text{const} \quad (16)$$

Полная эн. W замкнутой консерв. сист. остается пост. при всех, проис-щих в ней процессах и превращениях. Эн. может \rightarrow из одних видов в др. (мех-кие, тепловые, и т.д.), но общее ее колич-во остается постоянным. Данное положение называют **законом сохранения и превращения энергии.**

Это - фундаментальный з.природы. Он явл-ся следствием однородности времени -инвариантности физ. законов относит-но выбора нач.отсчета времени.

Понятие о консервативных и диссипативных системах.

Мех. сист-ы, на тела к-рых дейст-ют только конс.силы (внутр. и внешние), наз. **конс. систе мами**. В них полн. мех. эн. остается пост. Могут лишь происх-ть превращения W_K в W_{Π} и обратно в эквив. колич-вах, так что полн. эн. ост-ся неизменной

Диссип. сист. - системы, в к-рых мех. эн. постепенно ↓ за счет преобр-ния в др. (немех-кие) формы эн.

В сист., дейст.неконс. силы, напр., силы тр., полная мех.эн. не сохр-ся, однако при «исчезновении» мех. эн. всегда возникает эквив. кол-во эн. др. вида.

Т.о. эн. никогда не исчезает и не появляется вновь, она лишь превр-ся из одного вида в другой.

В этом и заключается физ. сущность ЗС и превр. эн. - сущность неуничтожимости материи и ее движения.

*** СВЯЗЬ МЕЖДУ ПОТЕНЦ. ЭНЕРГ-ЕЙ И СИЛОЙ.**
 Каждой т. пот. поля соответ-ет, с одной стороны некот.
 знач. силы \vec{F} , дейст-щей на тело, и с др. стороны некот.
 знач. W_{Π} . \Rightarrow м-у \vec{F} и W_{Π} должна суц. опр. связь.

Для этого вычис. эл-тарную A сил поля
 при \leftarrow перемещ. dS в направл. S .

$$dA = F_S dS \quad A = -\Delta W_{\Pi} \Rightarrow dA = -dW_{\Pi}$$

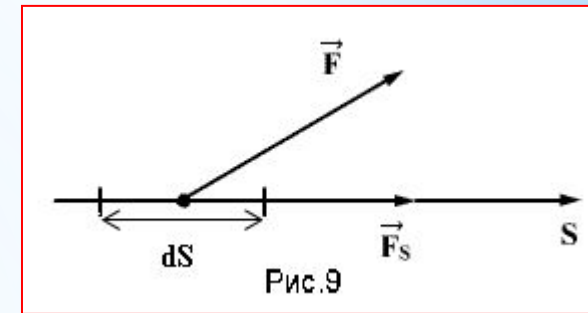


Рис.9

$$F_S dS = -dW_{\Pi} \Rightarrow F_S = \frac{-dW_{\Pi}}{dS} \Rightarrow F_S = \frac{-\Delta W_{\Pi}}{\Delta S} \text{ - ср. знач. на отрезке } \Delta S$$

Чтобы получить F_S в точке, нужно перейти к пределу:

$$F_S = -\lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta W_{\Pi}}{\Delta S}$$

Т.к. W_{Π} может измен. не только вдоль оси S , но и вдоль
 других направл., предел в этой формуле представляет
 собой так называемую частную производную от W_{Π} по S :

$$F_S = -\frac{\partial W_{\Pi}}{\partial S}$$

Это соотн. справедливо для любого направл. в простр-ве ,
в частности и для направл. декарт. коорд. осей x, y, z :

$$F_x = -\frac{\partial W_{\Pi}}{\partial x}, F_y = -\frac{\partial W_{\Pi}}{\partial y}, F_z = -\frac{\partial W_{\Pi}}{\partial z} \quad (17)$$

Известно, что для нахожд. вектора по его проекциям
необходимо каждую из проекции умножить на ед. век.
соотв. оси и затем сложить полученные векторы:

$$\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} + F_z \vec{k} \quad (18), \text{ или с учетом(17):}$$

$$\vec{F} = -\left(\frac{\partial W_{\Pi}}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial W_{\Pi}}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial W_{\Pi}}{\partial z} \vec{k} \right) \quad (19)$$

Векторная величина, стоящая в скобках, наз.

градиентом потенц. эн., и обозн-ся $gradW_{\Pi}$ или ∇W_{Π} . Т.о.

$$\vec{F} = -gradW_{\Pi} \quad (20)$$

⇒ сила равна градиенту потенциальной энергии,
взятого с обратным знаком.

Градиент пот. энергии W_{Π} – это вектор, указывающий направление наиболее быстрого возрастания W_{Π} и численно = изменению W_{Π} на единицу длины.

А направление вектора \vec{F} в каждой точке потенциального поля указывает направление, в к-ром W_{Π} наибольшей быстротой убывает.

(Производная $\frac{dW_{\Pi}}{dS}$ выражает быстроту изменения W_{Π} вдоль оси S .)