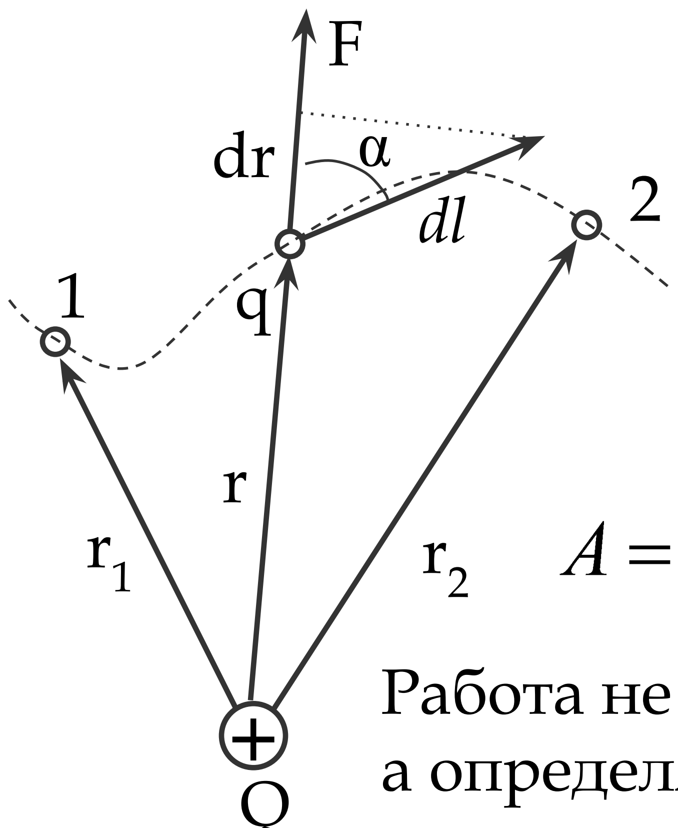
Потенциал

1.9 Циркуляция вектора напряженности электрического поля

Если в электростатическом поле точечного заряда Q из точки 1 в точку 2 перемещается другой точечный заряд q, то сила приложенная к заряду q совершает работу:



$$dA = \vec{F}\vec{dl} = F dl \cdot \cos\alpha =$$

$$= \{dl \cdot \cos\alpha = dr\} = F \cdot dr$$

$$dA = k\frac{Qq}{r^2} \cdot dr$$

$$A = \int_1^2 dA = kQq\int_{r_1}^{r_2}\frac{dr}{r^2} = kQq\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

Работа не зависит от траектории перемещения, а определяется только начальным и конечным положением. Такое поле – потенциальное.

Из последней формулы следует, что работа по замкнутому пути, равна нулю:

$$\oint_L dA = 0$$

$$F = qE \qquad \oint_L F dl = q \oint_L E dl = 0$$

Либо, сокращая на q:

$$\oint_L E dl = 0$$

- такой интеграл называется **циркуляцией вектора напряженности**

Из обращения в нуль циркуляции вектора **E** следует, что линии напряженности не могут быть замкнутыми, они начинаются и заканчиваются на зарядах, либо уходят в бесконечность.

Циркуляция равна нулю только для неподвижных зарядов.

1.10 Потенциал электростатического поля

Тело, находящееся в потенциальном поле сил, обладает потенциальной энергией, за счет которой поле способно совершать работу:

$$A = \frac{kQq}{r_1} - \frac{kQq}{r_2} = W_{пот.1} - W_{пот.2}$$

Для n зарядов:

$$W_{пот.} = \sum_{i=1}^{n} W_{пот.i} = q\sum_{i=1}^{n} \frac{q_i}{4\pi\varepsilon_0 r_i}$$

$$\varphi = \frac{W_{пот.}}{q} = \sum_{i=1}^{n} \frac{q_i}{4\pi\varepsilon_0 r_i}$$

- величина, не зависящая от заряда q и являющаяся энергетической характеристикой электростатич. поля, называемая потенциалом.

Потенциалом электрического поля называется физическая величина, равная отношению потенциальной энергии пробного точечного заряда, помещенного в рассматриваемую точку поля, к этому заряду.

$$\varphi = \frac{W_{пот.}}{q} = k\frac{q}{r}$$

Тогда работа, при перемещении заряда q из точки 1 в точку 2

$$A = W_{пот.1} - W_{пот.2} = q(\varphi_1 - \varphi_2)$$

$$\boxed{A = \int_1^2 qEdl = q(\varphi_1 - \varphi_2)}$$

$$\boxed{(\varphi_1 - \varphi_2) = \int_1^2 Edl}$$

- разность потенциалов

Если перемещать заряд q из произвольной точки поля за пределы этого поля т.е. в бесконечность, где ϕ=0, то:

$$A_\infty = q \cdot \varphi \qquad \varphi = \frac{A_\infty}{q}$$

Таким образом получаем второе определение потенциала:

<u>Потенциал</u> – физическая величина, определяемая работой по перемещению единичного положительного заряда при удалении его из данной точки в бесконечность.

$$[\varphi] = 1 \quad Вольт = \frac{1 \quad Джоуль}{1 \quad Кулон}$$

Потенциал поля системы зарядов равен <u>сумме</u> потенциалов:

$$\varphi = \sum_i \varphi_i = \sum_i k\frac{q_i}{r_i} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_i \frac{q_i}{r_i}$$

1.11 Напряженность как градиент потенциала

Напряженность эл. поля и потенциал тесно связаны. Найдем эту связь.

Работа по перемещению единичного точечного заряда вдоль оси X равна $E_x dx$. Та же работа равна $\phi_1 - \phi_2 = -d\phi$

$$E_x dx = -d\varphi$$ Либо: $$E_x = -\frac{\partial \varphi}{\partial x}$$ Частная производная по x

Сделав то же самое для осей y и z, имеем:

$$\vec{E} = -\left[\frac{\partial \varphi}{\partial x} \cdot \vec{i} + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \cdot \vec{j} + \frac{\partial \varphi}{\partial z} \cdot \vec{k}\right] = -grad(\varphi) = -\nabla\varphi$$

Где i, j, k – единичные базисные векторы.

Знак минус означает, что вектор **E** направлен в сторону <u>убывания</u> потенциала.

Геометрическое место точек электростатического поля, в которых значение потенциала одинаково, называется <u>эквипотенциальной</u> поверхностью (экви- равно).

Линии напряженности электрического поля всегда перпендикулярны к эквипотенциальным поверхностям.