ПРАКТИКА РАСЧЁТА СЖАТЫХ СТЕРЖНЕЙ

$$\sigma = \frac{N}{A} \leq R$$

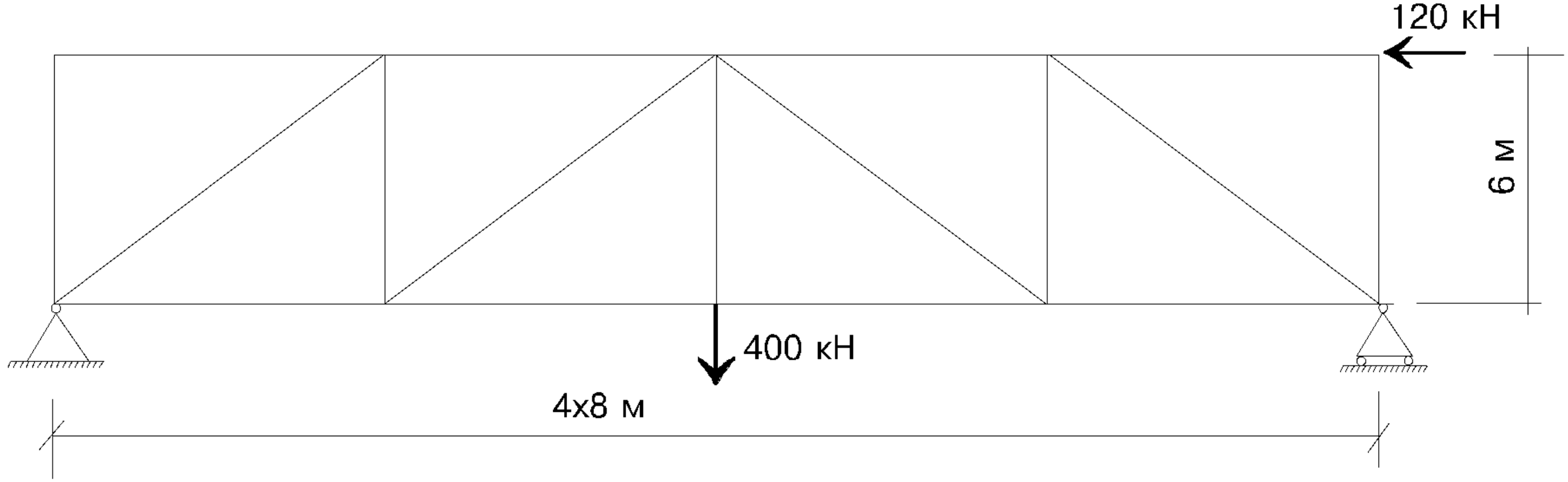
$$\varphi = \frac{\sigma_{кр}}{n \cdot R} \Rightarrow \quad \cdot R = \frac{\sigma_{кр}}{\varphi \cdot n}$$

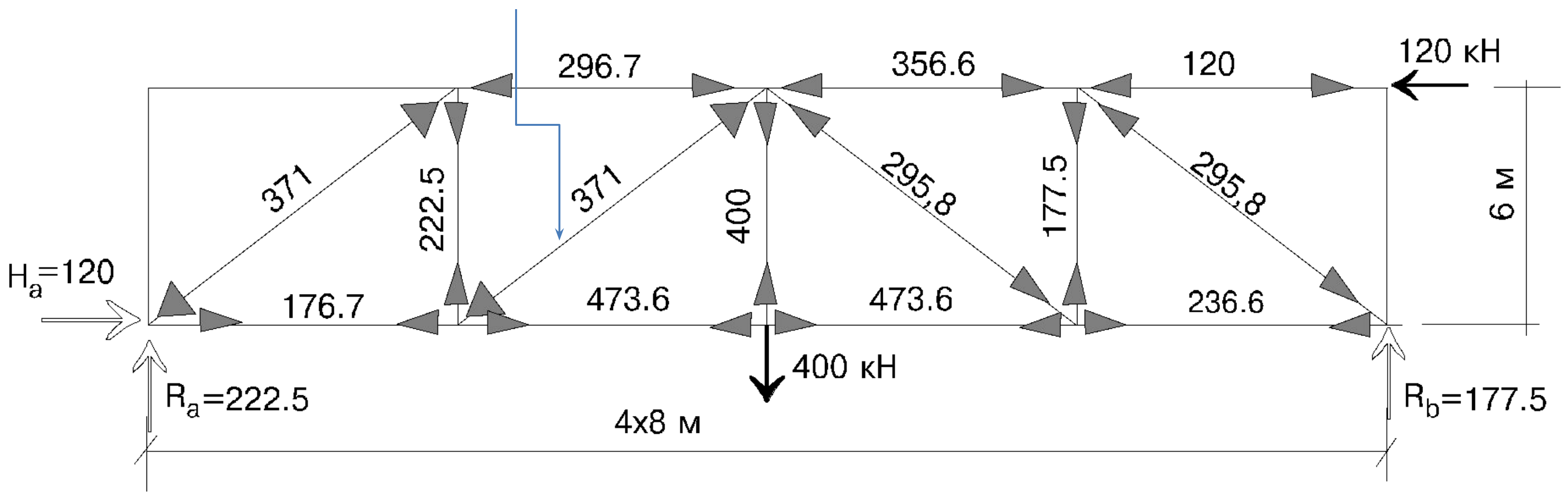
$$\sigma = \frac{N}{A} \leq \varphi \cdot R$$

$$A = \frac{N}{\varphi \cdot R}$$

$$N = \varphi \cdot R \cdot A$$

пример


120 кН
6 м
400 кН
4x8 м


296.7
356.6
120
120 кН
371
222.5
371
400
295,8
177.5
295,8
6 м
H_a=120
176.7
473.6
473.6
236.6
400 кН
R_a=222.5
4x8 м
R_b=177.5

$$A = \frac{N}{[\sigma]} = \frac{371 \cdot 10^{-3}\,\text{Мн}}{200\text{МПа}} = 1.86 \cdot 10^{-3}\,\text{м}^2 = 18.6\text{см}^2$$

- Примем сечение из двух неравнобоких уголков . Площадь сечения одного уголка. A_1=18.6/2=9.3 см^2

Характеристики сечения

№ профиля	A см^2	I_x см^4	I_y см^4	X_0 см	Y_0 см
100×63×6	9.59 9.3	98.3	30.6	1.42	3.23

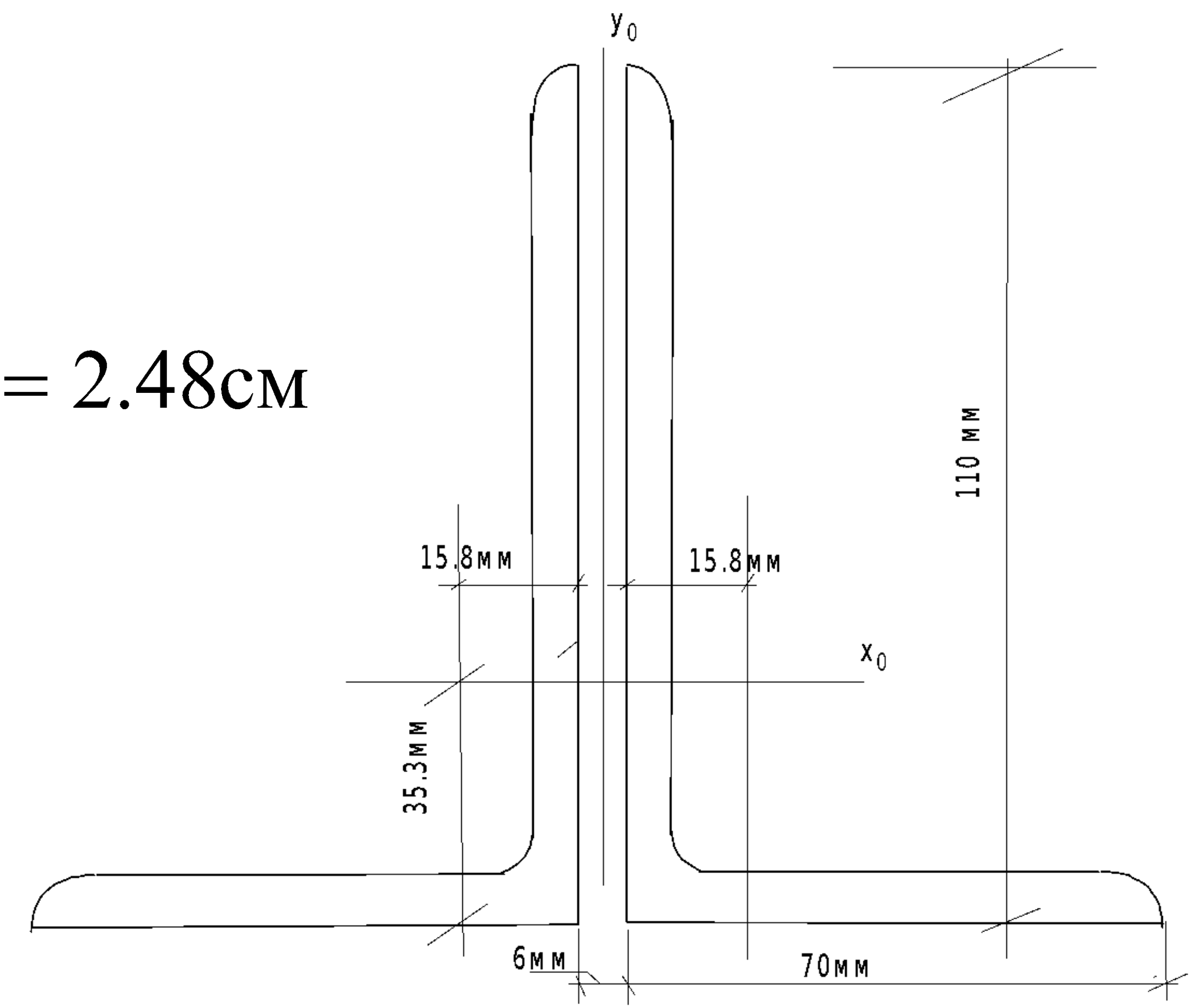
- 1)Стержень запроектирован из двух уголков таким образом, что плоскости больших полок находятся в плоскости фермы. Момент инерции относительно главной центральной оси, параллельной коротким полкам $I_{x0} = 98.3 \times 2 = 196.6$ см^4, а относительно главной центральной оси y_0, проходящей между длинными полками при толщине фасонки 6 мм

$$I_{y0} = 2 \cdot (30.6 + 9.59 \cdot (1.42 + 0.3)^2) = 117.9 \text{см}^4$$

$$I_{y0} = 2\cdot(30.6 + 9.59\cdot(1.42+0.3)^2) = 117.9\text{см}^4$$

$$I_{y0} < I_{x0}$$

$$i_{min} = \sqrt{\frac{117.9}{9.59\times 2}} = 2.48\text{см}$$



$$\sigma = \frac{371\text{Кн}}{2 \cdot 9.59 \cdot 10^{-4}\text{м}^2} = 193431\text{КПа} = 193.4\text{МПа} < 200 \cdot (1 + 5\%) = 210\text{МПа}$$

Вычислим гибкость стержня. Для этого нужно учесть способ закрепления концов стержня. Минимальную жесткость стержень имеет относительно оси, лежащей в плоскости фермы (y_0). Из плоскости концы стержня можно считать жестко защемленными в узлах (μ=0.5).

,

$$\lambda = \frac{\mu \cdot L}{i_{min}} = \frac{0.5 \cdot 1000}{2.48} = 201$$

Формула Эйлера

$$P_{кр} = \frac{\pi^2 E \cdot I_{\min}}{(\mu \cdot L)^2}$$

Из плоскости

$$\mathrm{P}_{\text{кр}} = \frac{\pi^2 2.1 \cdot 10^5 \text{ МПа} \cdot 117.9 \cdot 10^{-8} \text{м}^4}{0.25 \cdot 10^2 \text{м}^2} = 9777.78 \cdot 10^{-5} \text{ Мн} = 97.8 \text{Кн} << 371 \text{Кн}$$

В плоскости

$$\mathrm{i}_{\mathrm{x}0} = \sqrt{\frac{196.6}{9.59 \cdot 2}} = 3.2 \text{см}$$

$$\lambda = \frac{\mu \cdot L}{i_{в\ пл}} = \frac{1.0 \cdot 1000}{3.2} = 312$$

Формула Эйлера

$$\mathrm{P}_{\text{кр}} = \frac{\pi^2 2.1 \cdot 10^5 \text{ МПа} \cdot 196.6 \cdot 10^{-8} \text{м}^4}{1.0 \cdot 10^2 \text{м}^2} = 4075 \cdot 10^{-5} \text{ Мн} = 40.8 \text{Кн} << 371 \text{Кн}$$

Таким образом, из условий устойчивости стержень не может быть запроектирован из уголков выбранных из условий прочности. Кроме того, стержень потеряет устойчивость в плоскости фермы ($58.9<142$ Кн), несмотря на то, что минимальную жесткость стержень имеет относительно оси, лежащей в плоскости фермы

- Состыкуем уголки короткими полками. Плоскость больших полок нормальна плоскости фермы.
- Главный момент инерции относительно оси, нормальной к плоскости фермы
- I_{x0} =2×30.6=61.2 см^4,
- а главный момент инерции, относительно оси, проходящей по нормали к большим полкам, при толщине фасонки 6 мм.
- I_{y0}=2×(98.3+(3.28+0.3)^2×9.59)=
- =435.6 см^4.
- $I_{min} = I_{x0}$

$$i_{x0} = \sqrt{\frac{61.2}{19.18}} = 1.79 см$$

$$\lambda = \frac{\mu \cdot L}{i_{min}} = \frac{1 \cdot 1000}{1.79} = 560$$

Формула Эйлера

Если потеря устойчивости будет проходить в плоскости фермы, значит μ=1.

Тогда

$$P_{кр} = \frac{\pi^2 2.1 \cdot 10^5 \, МПа \cdot 61.2 \cdot 10^{-8} \, м^4}{1.0 \cdot 10^2 \, м^2} = 1268.4 \cdot 10^{-5} \, Мн = 12.7 Кн << 371 Кн$$

При потере устойчивости из плоскости фермы

$$i_{y0} = \sqrt{\frac{435.6}{19.18}} = 4.77 см \qquad \lambda = \frac{\mu \cdot L}{i_{y0}} = \frac{0.5 \cdot 1000}{4.77} = 104.8.$$

Гибкость находится практически на границе применимости формулы Эйлера.

Поэтому определим критическую силу и по Эйлеру и по Ясинскому

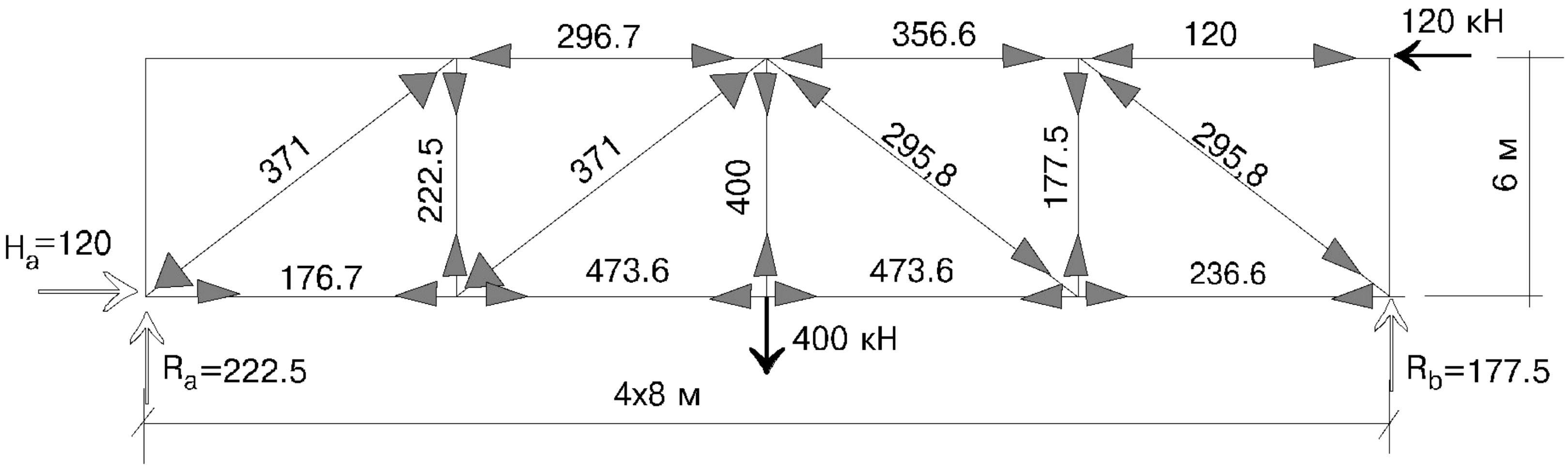
$$P_{кр} = \frac{\pi^2 2.1\cdot 10^5 \text{МПа}\cdot 435.6\cdot 10^{-8}\text{м}^4}{0.25\cdot 10^2 \text{м}^2} = 36113\cdot 10^{-5}\text{Мн} = 361.1\text{Кн} < 371\text{Кн}$$

$\sigma_к$=310.0-1.14 · 104.8=190.5 МПа

$P_{кр}=\sigma_{кр}\cdot A=190.5\times 10^3\text{КПа}\cdot 19.8\times 10^{-4}\text{м}^2 =$

=377.2Кн>371Кн

- Стержень потеряет устойчивость в плоскости фермы. То есть, подобранное сечение нас не устраивает и более того, ни один из сжатых стержней с меньшим сжимающим усилием не может быть выполнен из указанных профилей



Подберём сечение стержня фермы из условий устойчивости

1-ая попытка.

Зададимся ϕ_0=0.5

№ профиля	A см2	I^x см4	I_y см4	y_0 см	x_0 см
125×80×10	19.7	312	100	4.14	1.92

$I_{x0}=2\times312=624$см4

а

- В таблице коэффициенты устойчивости определены с шагом 10.Для найденного значения гибкости коэффициент будет находится между ϕ(260)=0.09 и ϕ(250)=0.10. Принимают, что в этом интервале ϕ изменяется по линейному закону.

$$\varphi_{251} = \varphi_{250} - 0.1 \cdot (\varphi_{250} - \varphi_{260}) \cdot 1 = 0.1 - 0.1 \cdot (0.1 - 0.09) \cdot 1 = 0.099$$

$$\sigma = \frac{371}{0.099 \cdot 39.4 \cdot 10^{-4}} = 951136\text{КПа} = 951.1\text{МПа} > 200\text{МПа}$$

b

- Iy0=2×(100+(4.14+0.3)2 · 19.7)=976.7 см4

$$i_y = \sqrt{\frac{976.7}{39.4}} = 4.98см$$

$$\lambda = \frac{\mu \cdot L}{i_{min}} = \frac{0.5 \cdot 1000}{4.98} = 100.4$$

$$\varphi_{100.4} = \varphi_{90} - 0.1 \cdot (\varphi_{100} - \varphi_{110}) \cdot 0.4 = 0.599 - 0.1 \cdot (0.599 - 0.537) \cdot 0.4 = 0.597$$

$$\sigma = \frac{371}{0.597 \cdot 39.4 \cdot 10^{-4}} = 157726КПа = 157.7МПа < 200МПа$$

- Сравнивая результаты (a) и (b), приходим к выводу, что стержень теряет устойчивость в плоскости фермы.

2 -ая попытка

2-ая попытка:

Примем $\phi_1=0.5\cdot(\phi_0+\phi_{251})=0.5\cdot(0.5+0.099)=0.299$

$$A=\frac{371\times10^{-3}}{0.299\cdot20}=62.04см^2\Rightarrow A_{уг}=31.02см^2$$

№ профиля	A $см^2$	I_x $см^4$	I_y $см^4$	y_0 см	x_0 см
180×110×12	33.7	1123	324	5.97	2.52

$I_{x0}=2\times1123=2246см^4$

$I_{y0}=2\times(324+(5.97+0.3)^2\cdot33.7)=3297.7$ $см^4$

$$i_x=\sqrt{\frac{2246}{33.7\cdot2}}=5.77см$$

$\Rightarrow$

$$\lambda=\frac{1.0\cdot1000}{5.77}=173.2$$

C

Для найденного значения гибкости коэффициент будет находиться между ϕ_{170}=0.259 и ϕ_{180}=0.233.

$$\varphi_{173.2} = \varphi_{170} - 0.1 \cdot (\varphi_{170} - \varphi_{180}) \cdot 3.2 = 0.259 - 0.1 \cdot (0.259 - 0.233) \cdot 3.2 = 0.251$$

$$\sigma = \frac{371}{0.251 \cdot 2 \cdot 33.7 \times 10^{-4}} = 219301\text{КПа} = 219.3\text{МПа} > 200 \cdot (1 + 5\%) = 210\text{МПа}$$

3

3-тья попытка:

Примем $\phi_2=0.5\cdot(\phi_1+\phi_{173.2})=0.5\cdot(0.299+0.251)=0.275$

$$A=\frac{371\cdot 10^{-3}}{0.275\cdot 20}=67.45см^2 \Rightarrow A_{уг}=33.73см^2$$

№ профиля	A см^2	I_x см^4	I_y см^4	y_0 см	x_0 см
200×125×11	34.9	1449	446	6.50	2.79

$I_{x0}=2\times1449=2898см^4$

$I_{y0}=2\times(446+(6.50+0.3)^2\cdot34.9)=4119$ см^4

$\Rightarrow$

$$i_x=\sqrt{\frac{2898}{34.9\cdot 2}}=6.44см$$

$$\lambda=\frac{1.0\cdot 1000}{6.44}=155.6$$

За

$$\varphi_{155.6} = \varphi_{150} - 0.1 \cdot (\varphi_{150} - \varphi_{160}) \cdot 5.6 = 0.328 - 0.1 \cdot (0.328 - 0.290) \cdot 5.6 = 0.308$$

$$\sigma = \frac{371}{0.308 \cdot 2 \cdot 34.9 \times 10^{-4}} = 172571\text{КПа} = 173\text{МПа} < 200 \cdot (1 - 5\%) = 180\text{МПа}$$

ок

Из условий прочности

$$\sigma = \frac{371\textit{кН}}{2\times 34.9\cdot 10^{-4}\,\textit{м}^2} = \frac{0.371\textit{Мн}}{69{,}8\times 10^{-4}\,\textit{м}} = 53.2\textit{МПа} < 200\textit{МПа}$$

Вывод: напряженно-деформированное состояние сжатого стержня удовлетворяет условиям
устойчивости и прочности.
Принимаем стержень из двух уголков №20/12.5 с толщиной полки 11 мм.
Моменты инерции для сечения принятого стержня составляет
$I_{min}=I_{x0}=2898$ см^4,
$I_{max}=I_{y0}=4119$ см^4

Крит. сила

Величина критической силы равна

$$P_{кр} = \frac{\pi^2 2.1 \cdot 10^5\, МПа \cdot 2898 \cdot 10^{-8}\, м^4}{1.0 \cdot 10^2\, м^2} = 60064 \cdot 10^{-5}\, Мн = 601 Кн > 371 Кн$$

алгоритм

1. Зададимся ϕ_0

$$A_0 = \frac{N}{\varphi_0 \cdot [\sigma]}$$

$\Rightarrow A_1 \Rightarrow I_{min} \Rightarrow$

$$i_{min} = \sqrt{\frac{I_{min}}{A}}$$

$\Rightarrow$

$$\lambda = \frac{\mu \cdot L}{i_x}$$

$\Rightarrow$

$$\lambda_k < \lambda < \lambda_{k+1}$$

$\Rightarrow \Rightarrow$

$$\varphi(\lambda) = \varphi(\lambda_k) - 0.1 \cdot (\varphi(\lambda_k) - \varphi(\lambda_{k+1})) \cdot (\lambda - \lambda_k)$$

$\Rightarrow$

$$\sigma = \frac{N}{\varphi(\lambda) \cdot A_1}$$

$\Rightarrow \sigma \le [\sigma]$

если да, то конец, если нет, то на 1.