

ПРАКТИКА РАСЧЁТА СЖАТЫХ СТЕРЖНЕЙ

$$\sigma = \frac{N}{A} \leq R$$

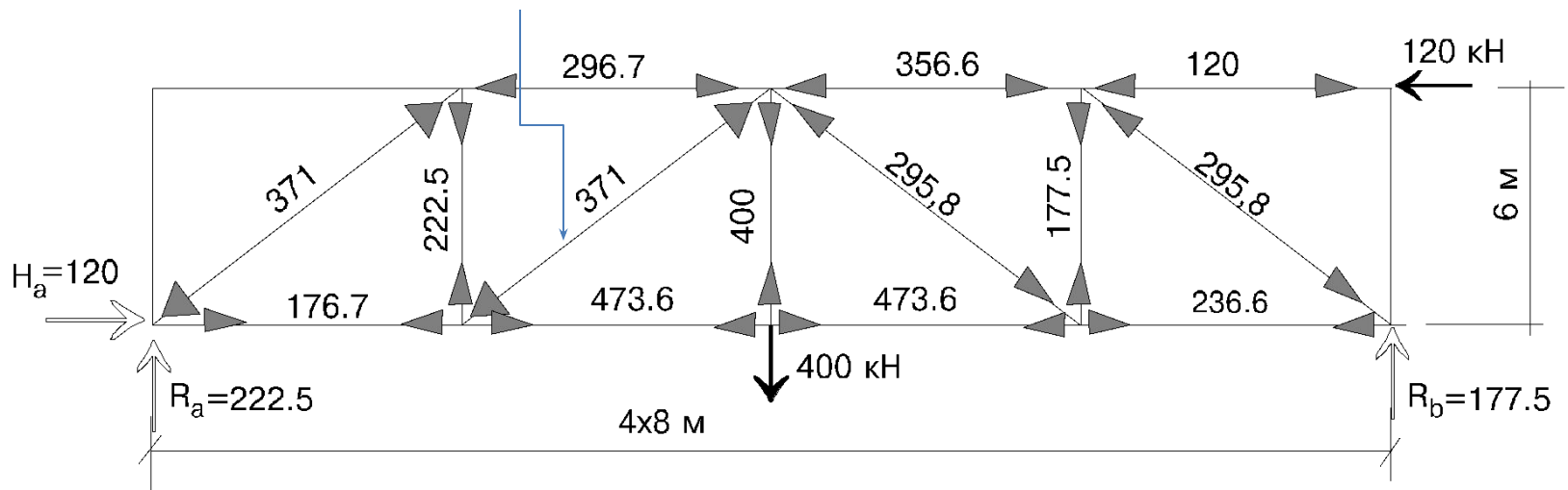
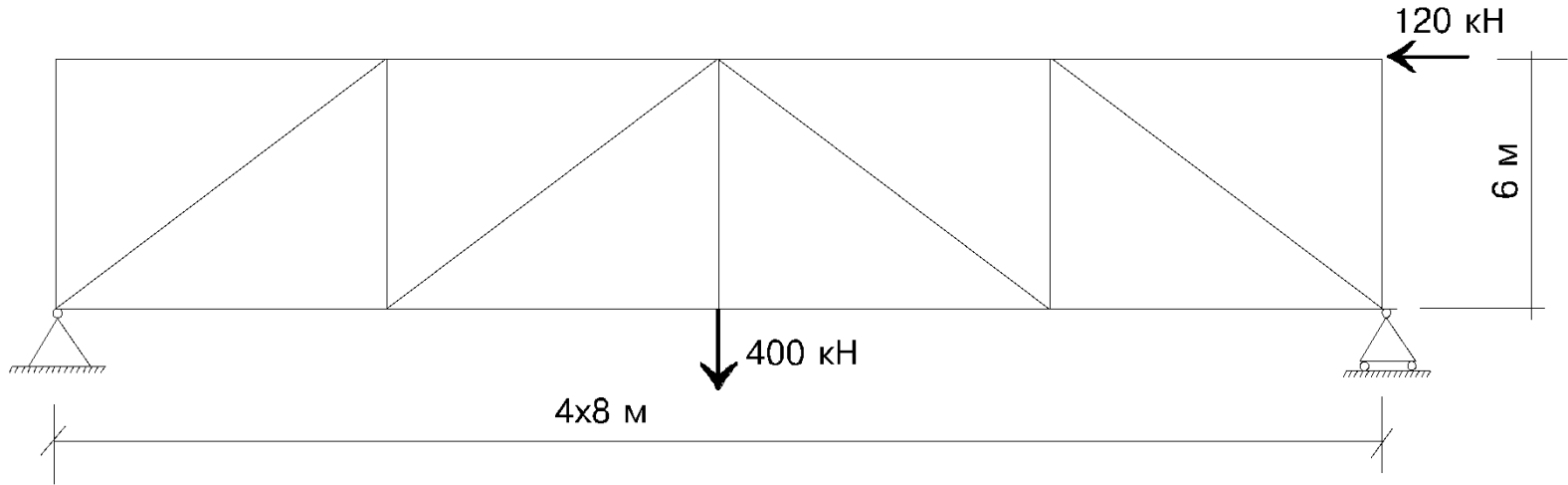
$$\varphi = \frac{\sigma_{k p}}{n \cdot R} \Rightarrow \cdot R = \frac{\sigma_{k p}}{\varphi \cdot n}$$

$$\sigma = \frac{N}{A} \leq \varphi \cdot R$$

$$A = \frac{N}{\varphi \cdot R}$$

$$N = \varphi \cdot R \cdot A$$

пример



$$A = \frac{N}{[\sigma]} = \frac{371 \cdot 10^{-3} \text{ МН}}{200 \text{ МПа}} = 1.86 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2 = 18.6 \text{ см}^2$$

- Примем сечение из двух неравнобоких уголков . Площадь сечения одного уголка.
 $A_1 = 18.6 / 2 = 9.3 \text{ см}^2$

Характеристики сечения

№ профиля	$A \text{ см}^2$	$I_x \text{ см}^4$	$I_y \text{ см}^4$	$X_0 \text{ см}$	$Y_0 \text{ см}$
100×63×6	9.59 9.3	98.3	30.6	1.42	3.23

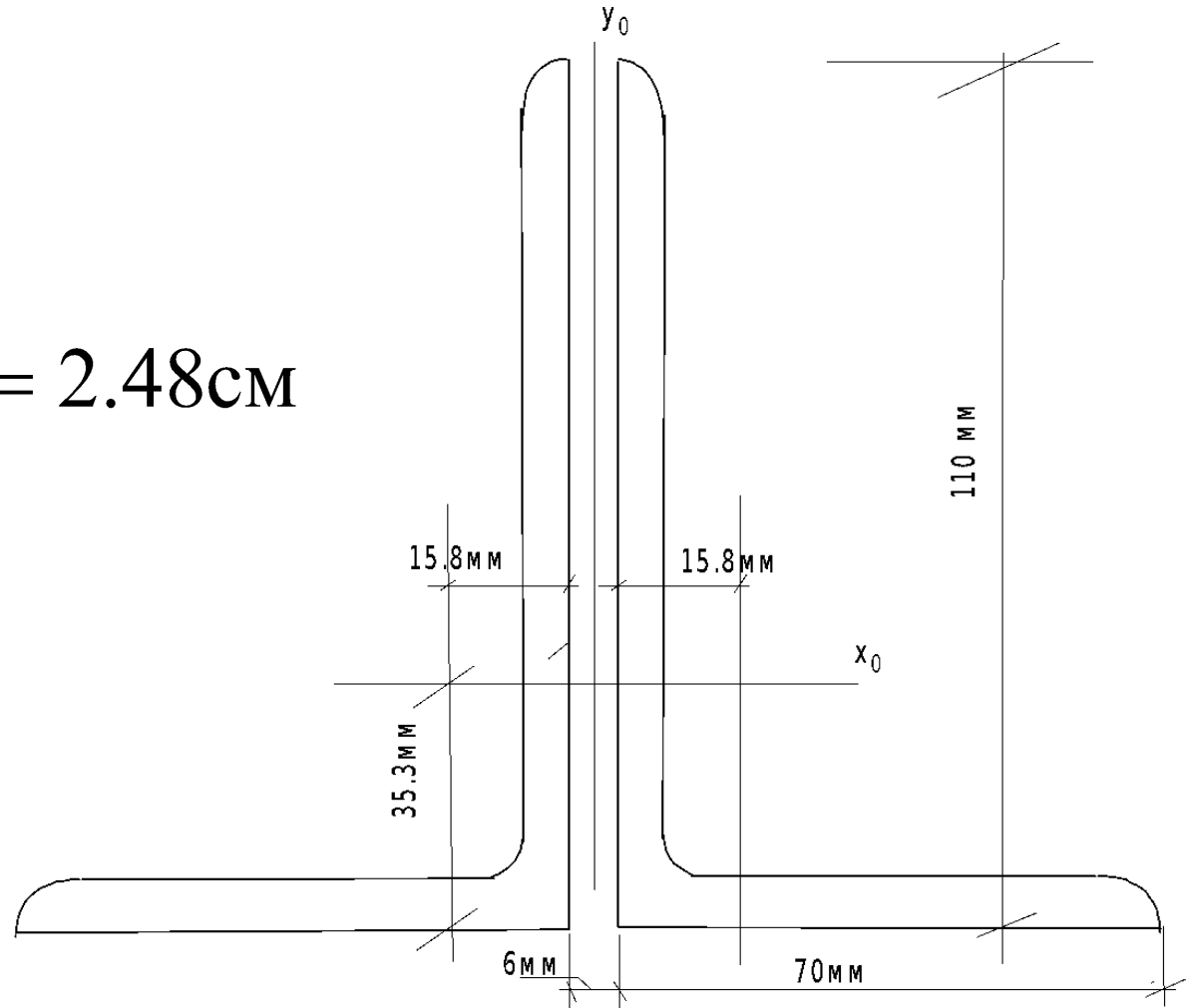
- 1) Стержень запроектирован из двух уголков таким образом, что плоскости больших полок находятся в плоскости фермы. Момент инерции относительно главной центральной оси, параллельной коротким полкам $I_{x_0} = 98.3 \times 2 = 196.6 \text{ см}^4$, а относительно главной центральной оси Y_0 , проходящей между длинными полками при толщине фасонки 6 мм

$$I_{y_0} = 2 \cdot (30.6 + 9.59 \cdot (1.42 + 0.3)^2) = 117.9 \text{ см}^4$$

$$I_{y_0} = 2 \cdot (30.6 + 9.59 \cdot (1.42 + 0.3)^2) = 117.9 \text{ cm}^4$$

$$I_{y_0} < I_{x_0}$$

$$i_{\min} = \sqrt{\frac{117.9}{9.59 \times 2}} = 2.48 \text{ cm}$$



$$\sigma = \frac{371 \text{ кН}}{2 \cdot 9.59 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2} = 193431 \text{ кПа} = 193.4 \text{ МПа} < 200 \cdot (1 + 5\%) = 210 \text{ МПа}$$

Вычислим гибкость стержня. Для этого нужно учесть способ закрепления концов стержня. Минимальную жесткость стержень имеет относительно оси, лежащей в плоскости фермы (y_0). Из плоскости концы стержня можно считать жестко зацементированными в узлах ($\mu=0.5$).

$$\lambda = \frac{\mu \cdot L}{i_{\min}} = \frac{0.5 \cdot 1000}{2.48} = 201$$

Формула
Эйлера

$$P_{кр} = \frac{\pi^2 E \cdot I_{\min}}{(\mu \cdot L)^2}$$

Из

ПЛОСКОСТИ

$$P_{кр} = \frac{\pi^2 \cdot 2.1 \cdot 10^5 \text{ МПа} \cdot 117.9 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4}{0.25 \cdot 10^2 \text{ м}^2} = 9777.78 \cdot 10^{-5} \text{ МН} = 97.8 \text{ кН} \ll 371 \text{ кН}$$

В

ПЛОСКОСТИ

$$i_{x0} = \sqrt{\frac{196.6}{9.59 \cdot 2}} = 3.2 \text{ см} \quad \lambda = \frac{\mu \cdot L}{i_{внл}} = \frac{1.0 \cdot 1000}{3.2} = 312$$

Формула
Эйлера

$$P_{кр} = \frac{\pi^2 \cdot 2.1 \cdot 10^5 \text{ МПа} \cdot 196.6 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4}{1.0 \cdot 10^2 \text{ м}^2} = 4075 \cdot 10^{-5} \text{ МН} = 40.8 \text{ кН} \ll 371 \text{ кН}$$

Таким образом, из условий устойчивости стержень не может быть запроектирован из уголков выбранных из условий прочности. Кроме того, стержень теряет устойчивость в плоскости фермы ($58.9 < 142$ Кн), несмотря на то, что минимальную жесткость стержень имеет относительно оси, лежащей в плоскости фермы

- Состыкуем уголки короткими полками. Плоскость больших полок нормальна плоскости фермы.

$$i_{x0} = \sqrt{\frac{61.2}{19.18}} = 1.79 \text{ см}$$

- Главный момент инерции относительно оси, нормальной к плоскости фермы

- $I_{x0} = 2 \times 30.6 = 61.2 \text{ см}^4$,

$$\lambda = \frac{\mu \cdot L}{i_{\min}} = \frac{1 \cdot 1000}{1.79} = 560$$


- а главный момент инерции, относительно оси, проходящей по нормали к большим полкам, при толщине фасонки 6 мм.

- $I_{y0} = 2 \times (98.3 + (3.28 + 0.3)^2 \times 9.59) =$

- $= 435.6 \text{ см}^4$.

- $I_{\min} = I_{x0}$

Формула
Эйлера



Если потеря устойчивости будет проходить в плоскости фермы, значит $\mu=1$.

Тогда

$$P_{кр} = \frac{\pi^2 2.1 \cdot 10^5 \text{ МПа} \cdot 61.2 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4}{1.0 \cdot 10^2 \text{ м}^2} = 1268.4 \cdot 10^{-5} \text{ МН} = 12.7 \text{ кН} \ll 371 \text{ кН}$$

При потере устойчивости из плоскости фермы

$$i_{y0} = \sqrt{\frac{435.6}{19.18}} = 4.77 \text{ см} \quad \lambda = \frac{\mu \cdot L}{i_{y0}} = \frac{0.5 \cdot 1000}{4.77} = 104.8.$$

Гибкость находится **практически на границе** применимости формулы Эйлера.

Поэтому определим критическую силу и по Эйлеру и по Ясинскому

$$P_{кр} = \frac{\pi^2 2.1 \cdot 10^5 \text{ МПа} \cdot 435.6 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4}{0.25 \cdot 10^2 \text{ м}^2} = 36113 \cdot 10^{-5} \text{ МН} = 361.1 \text{ кН} < 371 \text{ кН}$$

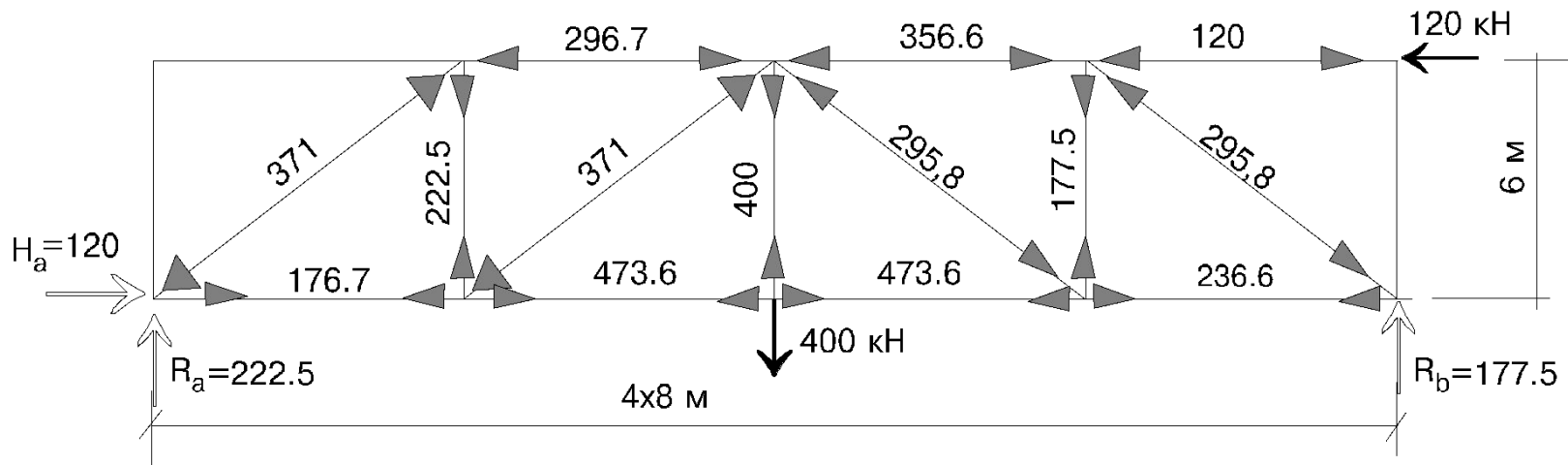
$$\sigma_{кр} = 310.0 - 1.14 \cdot 104.8 = 190.5 \text{ МПа}$$

$$P_{кр} = \sigma_{кр} \cdot A = 190.5 \times 10^3 \text{ кПа} \cdot 19.8 \times 10^{-4} \text{ м}^2$$

=

$$= 377.2 \text{ кН} > 371 \text{ кН}$$

- Стержень теряет устойчивость в плоскости фермы. То есть, подобранное сечение нас не устраивает и более того, ни один из сжатых стержней с меньшим сжимающим усилием не может быть выполнен из указанных профилей



Подберём сечение стержня фермы из условий устойчивости

1-ая попытка.

Зададимся $\phi_0 = 0.5$

№ профиля	A см ²	I ^x см ⁴	I _y см ⁴	y ₀ см	x ₀ см
125×80×10	19.7	312	100	4.14	1.92

$$I_{x0} = 2 \times 312 = 624 \text{ см}^4$$

а

- В таблице коэффициенты устойчивости определены с шагом 10. Для найденного значения гибкости коэффициент будет находится между $\phi(260)=0.09$ и $\phi(250)=0.10$. Принимают, что в этом интервале ϕ изменяется по линейному закону.

$$\phi_{251} = \phi_{250} - 0.1 \cdot (\phi_{250} - \phi_{260}) \cdot 1 = 0.1 - 0.1 \cdot (0.1 - 0.09) \cdot 1 = 0.099$$

$$\sigma = \frac{371}{0.099 \cdot 39.4 \cdot 10^{-4}} = 951136 \text{ КПа} = 951.1 \text{ МПа} > 200 \text{ МПа}$$

b

- $I_{y0} = 2 \times (100 + (4.14 + 0.3)^2 \cdot 19.7) = 976.7 \text{ см}^4$

$$i_y = \sqrt{\frac{976.7}{39.4}} = 4.98 \text{ см}$$

$$\lambda = \frac{\mu \cdot L}{i_{\min}} = \frac{0.5 \cdot 1000}{4.98} = 100.4$$

$$\varphi_{100.4} = \varphi_{90} - 0.1 \cdot (\varphi_{100} - \varphi_{110}) \cdot 0.4 = 0.599 - 0.1 \cdot (0.599 - 0.537) \cdot 0.4 = 0.597$$

$$\sigma = \frac{371}{0.597 \cdot 39.4 \cdot 10^{-4}} = 157726 \text{ КПа} = 157.7 \text{ МПа} < 200 \text{ МПа}$$

- Сравнивая результаты (a) и (b), приходим к выводу, что стержень теряет устойчивость в плоскости фермы.

2 -ая попытка

2-ая попытка:

Примем $\phi_1 = 0.5 \cdot (\phi_0 + \phi_{251}) = 0.5 \cdot (0.5 + 0.099) = 0.299$

$$A = \frac{371 \times 10^{-3}}{0.299 \cdot 20} = 62.04 \text{ см}^2 \Rightarrow A_{\text{yr}} = 31.02 \text{ см}^2$$

№ профиля	A см ²	I _x см ⁴	I _y см ⁴	y ₀ см	x ₀ см
180×110×12	33.7	1123	324	5.97	2.52

$$I_{x0} = 2 \times 1123 = 2246 \text{ см}^4$$

$$I_{y0} = 2 \times (324 + (5.97 + 0.3)^2 \cdot 33.7) = 3297.7 \text{ см}^4$$

$$i_x = \sqrt{\frac{2246}{33.7 \cdot 2}} = 5.77 \text{ см}$$

$$\lambda = \frac{1.0 \cdot 1000}{5.77} = 173.2$$

⇒

С

Для найденного значения гибкости коэффициент будет находиться между $\phi_{170}=0.259$ и $\phi_{180}=0.233$.

$$\phi_{173.2} = \phi_{170} - 0.1 \cdot (\phi_{170} - \phi_{180}) \cdot 3.2 = 0.259 - 0.1 \cdot (0.259 - 0.233) \cdot 3.2 = 0.251$$

$$\sigma = \frac{371}{0.251 \cdot 2 \cdot 33.7 \times 10^{-4}} = 21930 \text{ КПа} = 219.3 \text{ МПа} > 200 \cdot (1 + 5\%) = 210 \text{ МПа}$$

3

3-тя попытка:

Примем $\phi_2 = 0.5 \cdot (\phi_1 + \phi_{173.2}) = 0.5 \cdot (0.299 + 0.251) = 0.275$

$$A = \frac{371 \cdot 10^{-3}}{0.275 \cdot 20} = 67.45 \text{ см}^2 \Rightarrow A_{\text{yг}} = 33.73 \text{ см}^2$$

№ профиля	A см ²	I _x см ⁴	I _y см ⁴	y ₀ см	x ₀ см
200×125×11	34.9	1449	446	6.50	2.79

$$I_{x0} = 2 \times 1449 = 2898 \text{ см}^4$$

$$I_{y0} = 2 \times (446 + (6.50 + 0.3)^2 \cdot 34.9) = 4119 \text{ см}^4$$

$$\Rightarrow i_x = \sqrt{\frac{2898}{34.9 \cdot 2}} = 6.44 \text{ см}$$

$$\lambda = \frac{1.0 \cdot 1000}{6.44} = 155.6$$

3a

$$\varphi_{155.6} = \varphi_{150} - 0.1 \cdot (\varphi_{150} - \varphi_{160}) \cdot 5.6 = 0.328 - 0.1 \cdot (0.328 - 0.290) \cdot 5.6 = 0.308$$

$$\sigma = \frac{371}{0.308 \cdot 2 \cdot 34.9 \times 10^{-4}} = 172571 \text{ КПа} = 173 \text{ МПа} < 200 \cdot (1 - 5\%) = 180 \text{ МПа}$$

OK

Из условий прочности

$$\sigma = \frac{371 \text{ кН}}{2 \times 34.9 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2} = \frac{0.371 \text{ Мн}}{69.8 \times 10^{-4} \text{ м}} = 53.2 \text{ МПа} < 200 \text{ МПа}$$

Вывод: напряженно-деформированное состояние сжатого стержня удовлетворяет условиям устойчивости и прочности.

Принимаем стержень из двух уголков №20/12.5 с толщиной полки 11 мм.

Моменты инерции для сечения принятого стержня составляет

$$\begin{aligned} I_{\min} &= I_{x_0} = 2898 \text{ см}^4, \\ I_{\max} &= I_{y_0} = 4119 \text{ см}^4 \end{aligned}$$

Крит. сила

Величина критической силы равна

$$P_{кр} = \frac{\pi^2 2.1 \cdot 10^5 \text{ МПа} \cdot 2898 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4}{1.0 \cdot 10^2 \text{ м}^2} = 60064 \cdot 10^{-5} \text{ Мн} = 601 \text{ Кн} > 371 \text{ Кн}$$

алгоритм

1.
Зададимся

$$\phi_0$$

$$A_0 = \frac{N}{\phi_0 \cdot [\sigma]}$$

$$\Rightarrow A_1 \Rightarrow i_{\min} \Rightarrow$$

$$i_{\min} = \sqrt{\frac{I_{\min}}{A}}$$

$$\Rightarrow$$

$$\lambda = \frac{\mu \cdot L}{i_x}$$

$$\Rightarrow$$

$$\lambda_k < \lambda < \lambda_{k+1}$$

$$\Rightarrow \Rightarrow$$

$$\varphi(\lambda) = \varphi(\lambda_k) - 0.1 \cdot (\varphi(\lambda_k) - \varphi(\lambda_{k+1})) \cdot (\lambda - \lambda_k)$$

$$\Rightarrow$$

$$\sigma = \frac{N}{\varphi(\lambda) \cdot A_1}$$

$$\Rightarrow \sigma \leq [\sigma]$$

если да, то конец, если нет, то на 1.