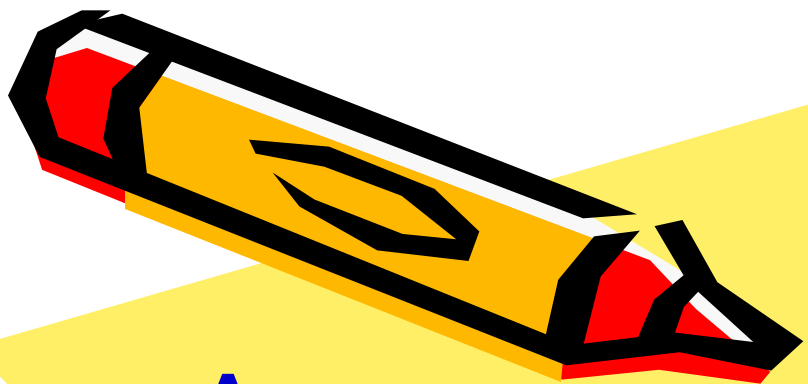


# Преобразования графиков функций

10 класс





- **Авторы:**
- Галеев Наиль
- Якупова Лилия  
- ученики 10 Б  
класса ФМЛ № 38  
г. Ульяновска

- **Руководитель  
работы:**
- Алейникова  
Татьяна  
Владимировна -  
учитель  
математики



Говоря о преобразованиях графиков функций, мы имеем ввиду изменения графика некой элементарной функции (график которой строится достаточно просто) относительно системы координат с помощью параллельного переноса, симметрии относительно осей координат, растяжения или сжатия вдоль оси.



«Элементарные» функции:

$$y = kx + b$$

$$y = x^2$$

$$y = x^3$$

$$y = |x|$$

$$y = \sqrt{x}$$

$$y = \frac{k}{x}$$

$$y = \sin x$$

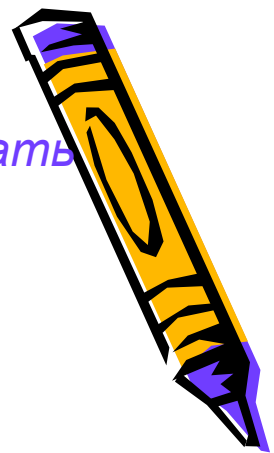
$$y = \cos x$$

$$y = \operatorname{tg} x$$

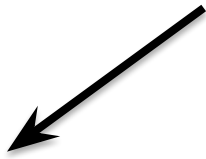
$$y = \operatorname{ctg} x$$



Так как функция – это зависимость **аргумента** и соответствующего ему значения функции, то будем рассматривать два направления преобразований – по каждой переменной.



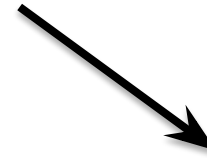
## Преобразования



### Функции

(по оси  $Oy$ : «напрямую»)

Все изменения **графика** происходят вдоль **оси функций**.



### Аргумента

(по оси  $Ox$ : «наоборот»)

Все изменения **графика** происходят вдоль **оси аргументов**.



$$1. y = f(x) + a$$

Сдвиг по Оу на  $a$

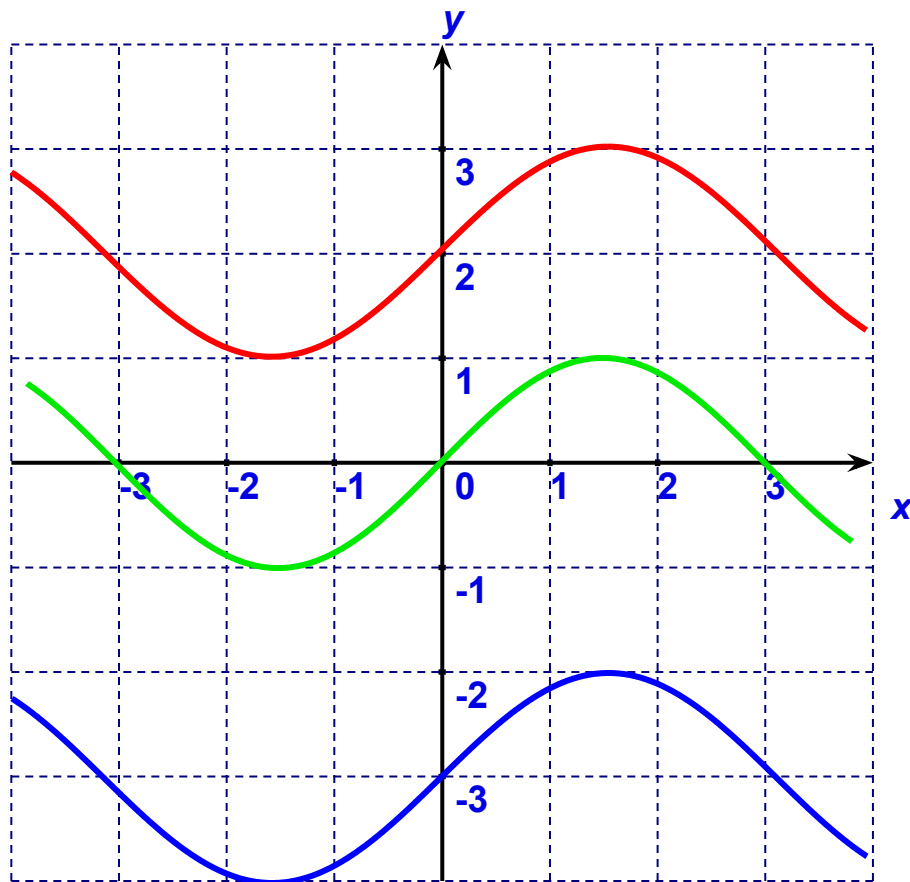
$$y_0 = \sin(x)$$

1)  $y = \sin(x) + 2$

Сдвиг по Оу вверх на 2 ед.

2)  $y = \sin(x) - 3$

Сдвиг по Оу вниз на 3 ед.



$$1. y = f(x + a)$$

Сдвиг по Ох на  $-a$

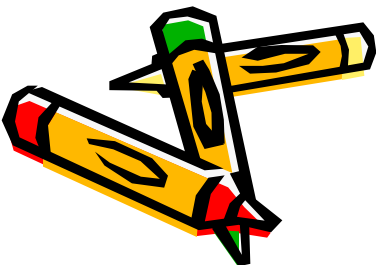
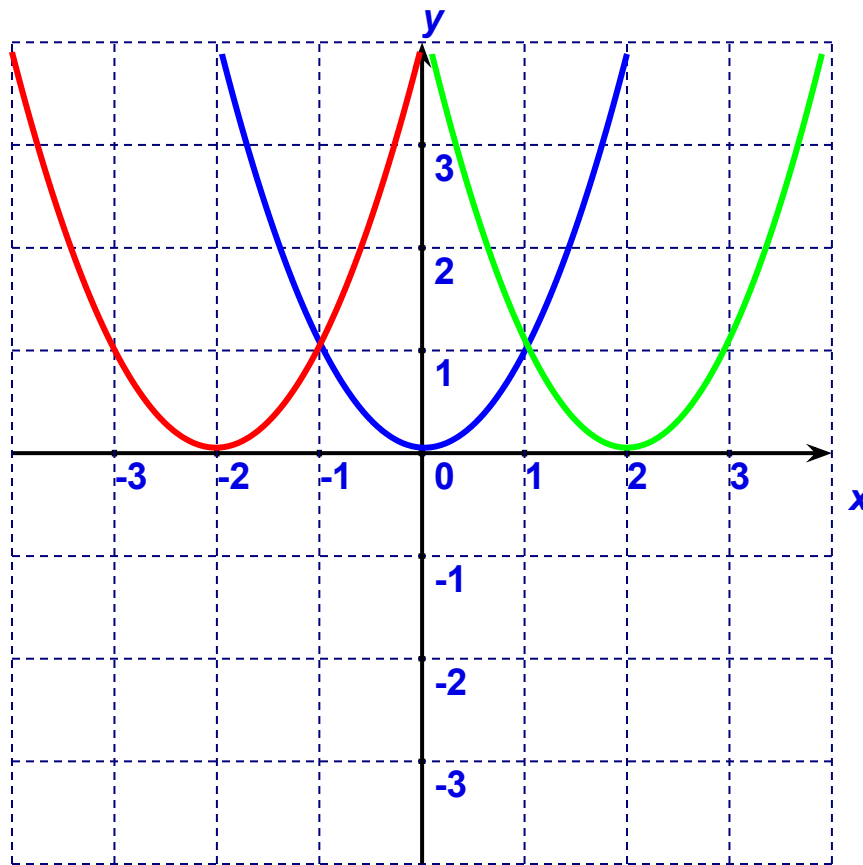
$$y_0 = x^2$$

1)  $y = (x + 2)^2$

Сдвиг по Ох влево на 2 ед.

2)  $y = (x - 2)^2$

Сдвиг по Ох вправо на 2 ед.

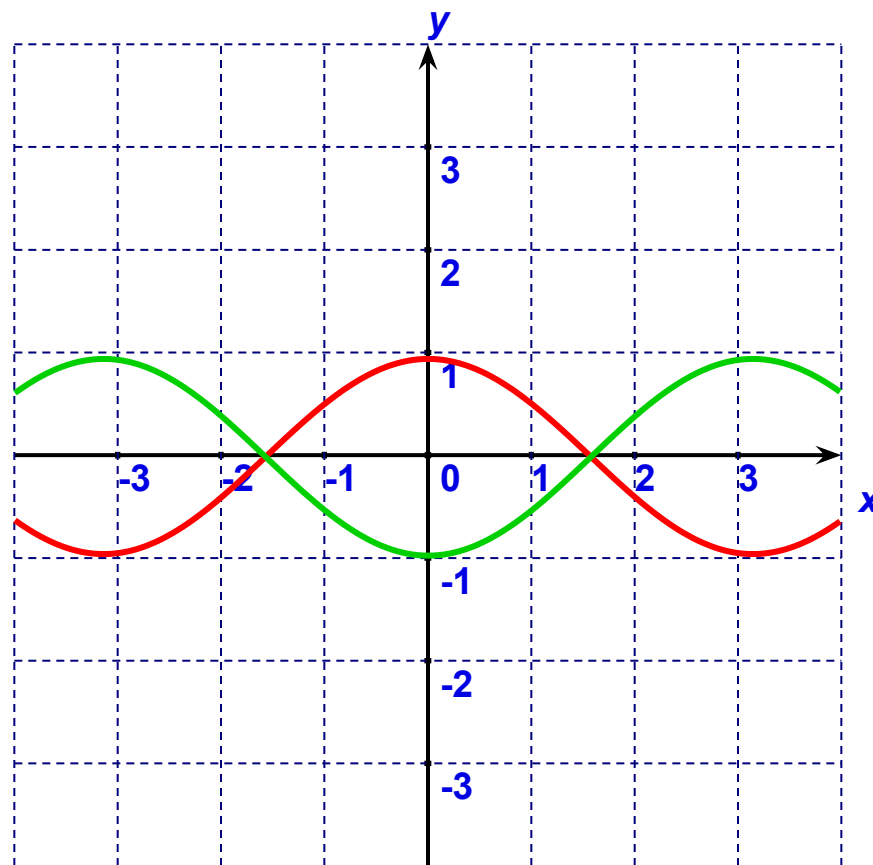


$$2. y = -f(x)$$

Симметрия  
графика  
относительно  $Ox$

$$y_0 = \cos(x)$$

$$1) y = -\cos(x)$$



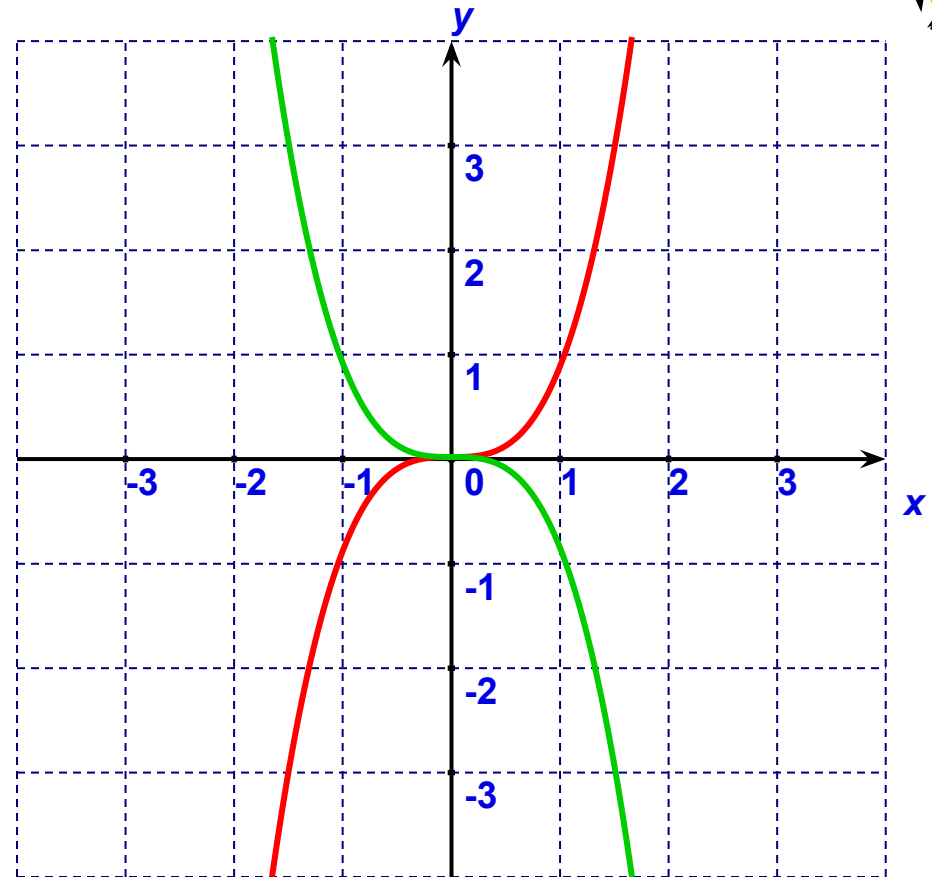
$$2. y = f(-x)$$



Симметрия  
графика  
относительно  $Oy$

$$y_0 = x^3$$

$$1) y = (-x)^3$$





$$k > 1$$

растяжение  
по  $Oy$  в  $k$  раз.

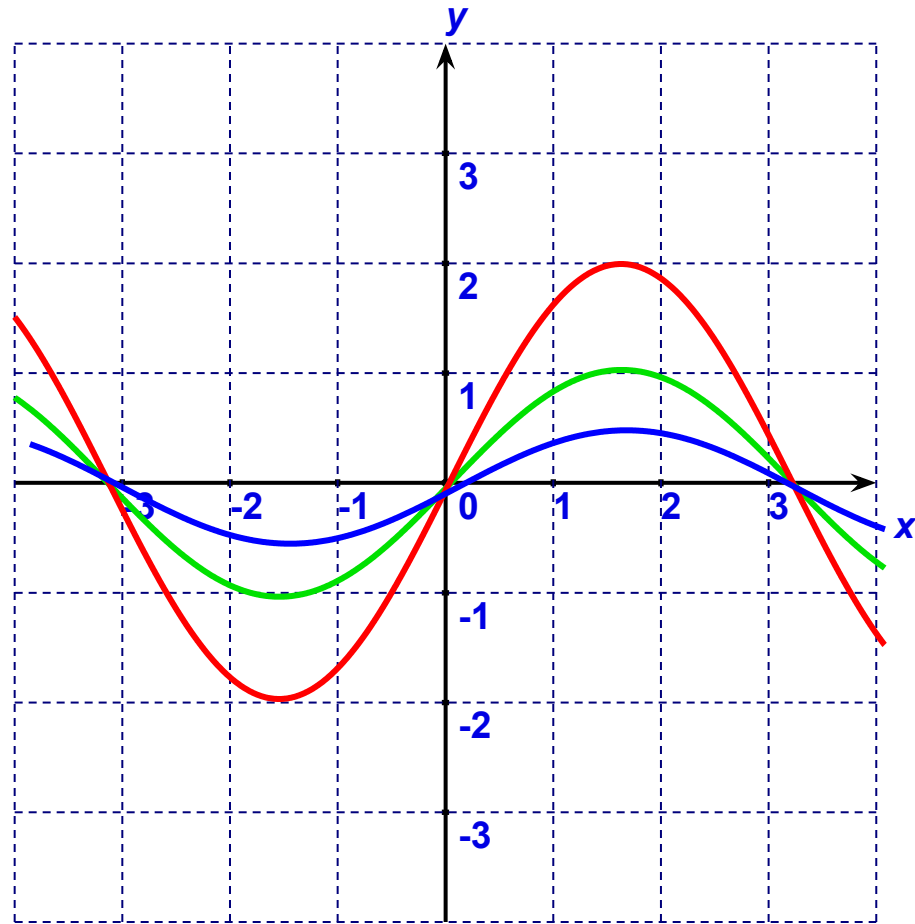
$$0 < k < 1$$

сжатие по  $Oy$   
в  $1/k$  раз.

$$1) y = 2\sin(x)$$

$$2) y = \frac{1}{2}\sin x$$

$$3. y = k \cdot f(x)$$



$$y_0 = \sin(x)$$



$$k > 1$$

сжатие по  $Ox$

в  $k$  раз

$$0 < k < 1$$

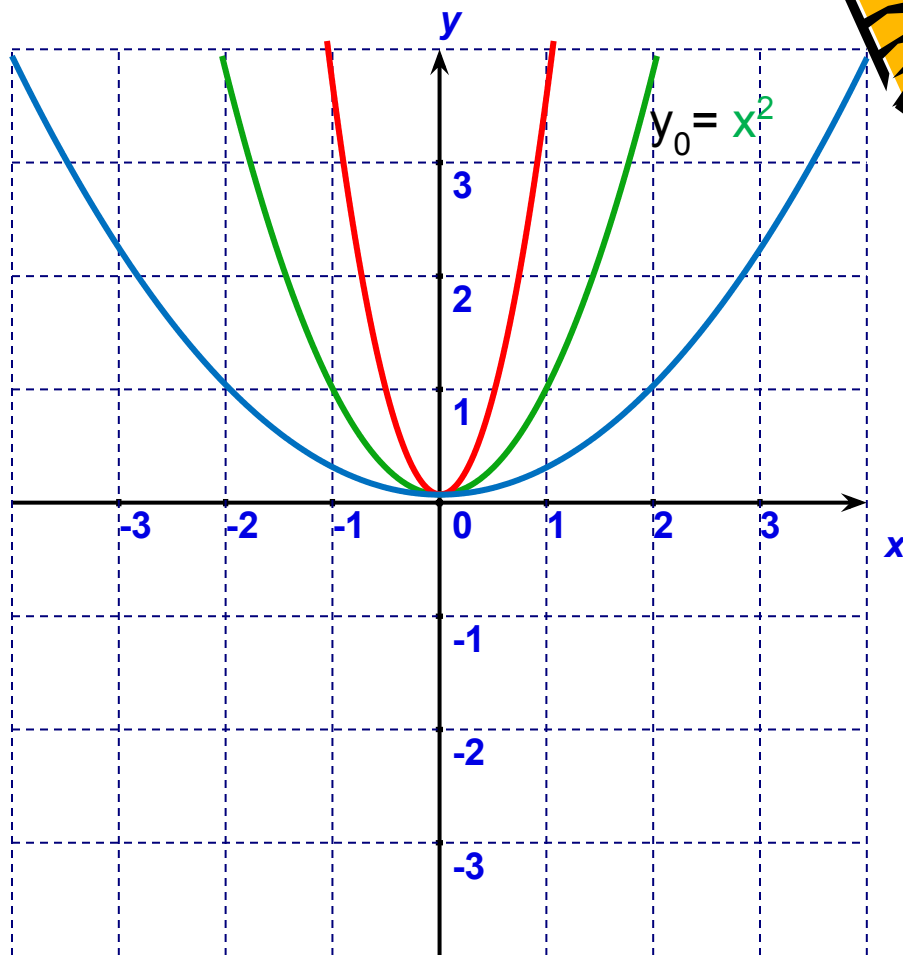
растяжение по  $Ox$

в  $1/k$  раз.

$$1) y = (3x)^2$$

$$2) y = (0,5x)^2$$

$$3. y = f(k \cdot x)$$



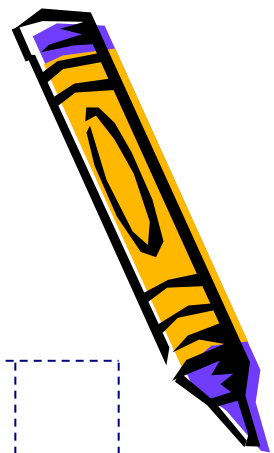
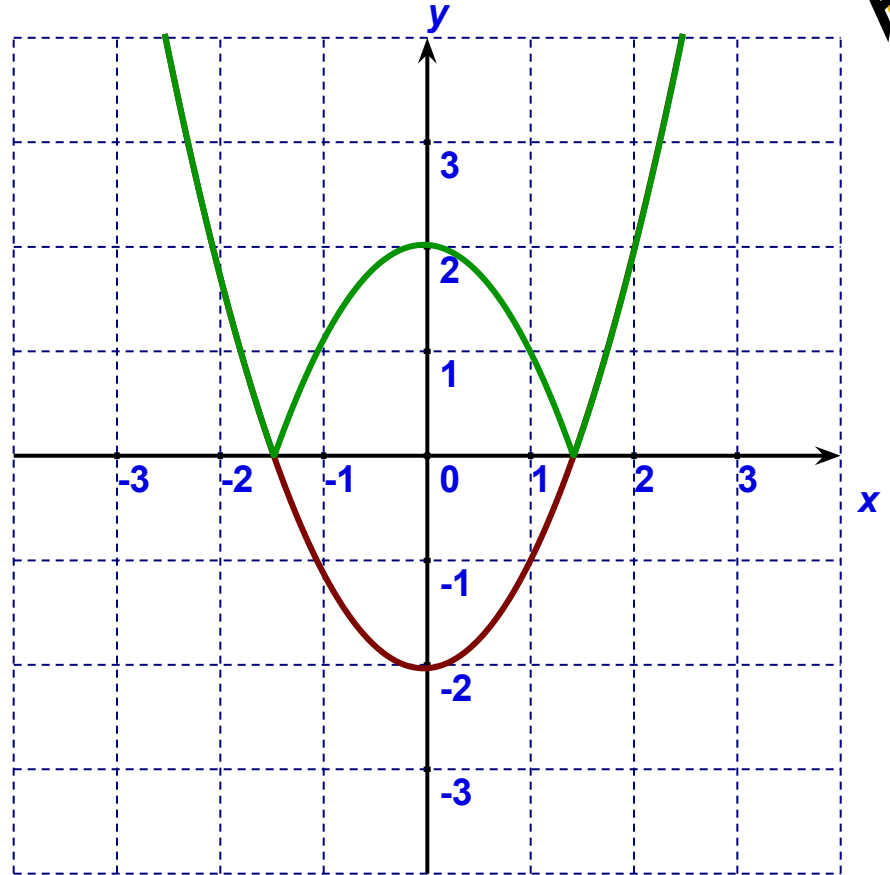
# 4. $y = |f(x)|$

Симметрия

отн.  $Ox$  части  
графика  
для  $y < 0$ , а для  $y \geq 0$ -  
ОСТАВИТЬ.

$$y_0 = x^2$$

$$y = |x^2 - 2|$$



# 4. $y = f(|x|)$

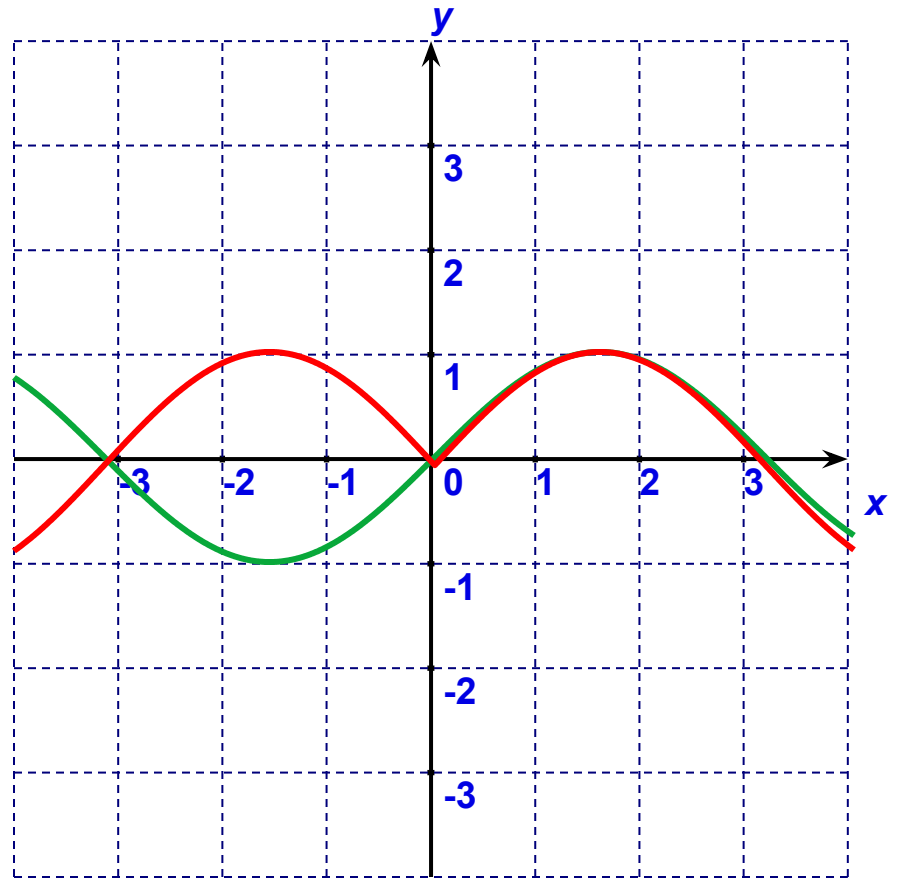
Симметрия

отн.  $Oy$  части  
графика

для  $x \geq 0$ , а для  $x < 0$   
- отбросить.

$$y_0 = \sin(x)$$

$$y = \sin(|x|)$$



В зависимости от задания функции ее график можно построить в результате **композиции** нескольких последовательно выполненных преобразований. Для этого в правой части формулы, задающей функцию, надо расставить порядок действий как в обычном примере:

$$y = -0,5 \cdot (x - 2)^2 + 4 \quad \text{или} \quad y = \underset{1}{-1} \cdot \underset{2}{0,5} \cdot \underset{3}{(x - 2)}^{\underset{4}{2}} + \underset{4}{4}$$

Учитывая, что от перестановки мест множителей произведение не меняется, выполняем преобразования в следующей последовательности:

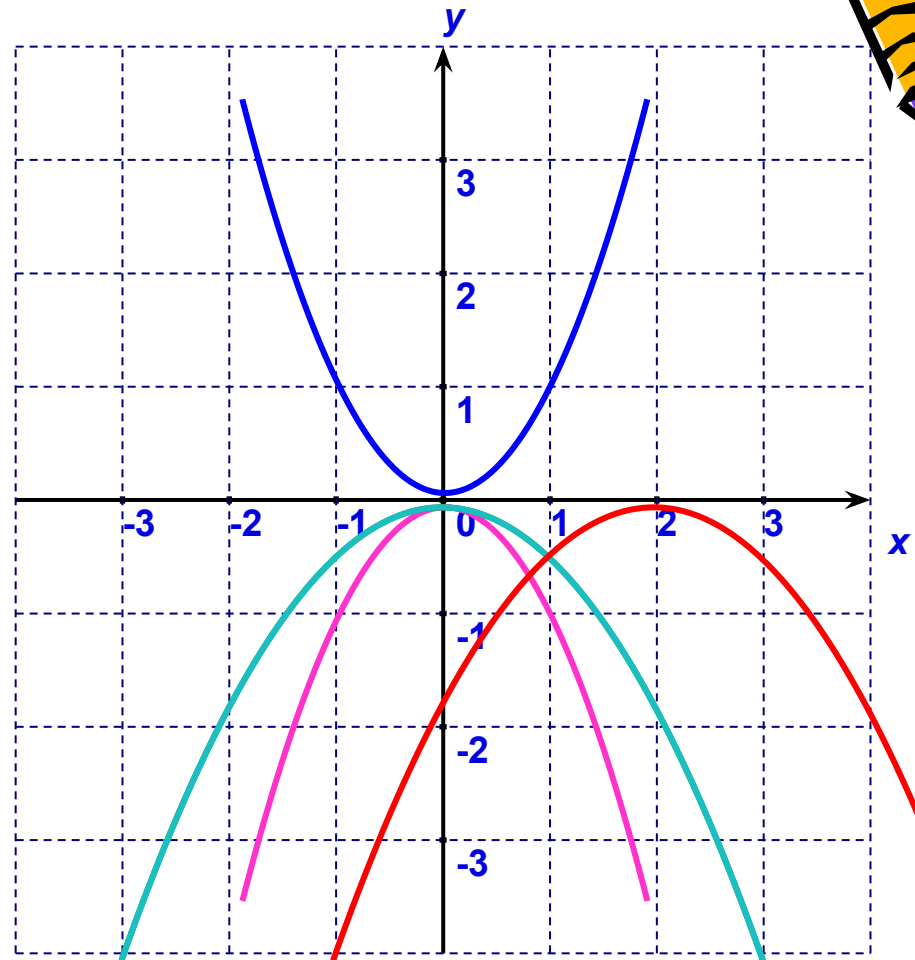
$$y_0 = x^2$$

1. Симметрия относительно оси  $Ox$  ( $\times (-1)$ )
2. Сжатие по оси  $Oy$  в 2 раза ( $\times 0,5$ )
3. Сдвиг вдоль оси  $Ox$  вправо на 2 ед. ( $- 2$ )
4. Сдвиг вдоль оси  $Oy$  вверх на 4 ед. ( $+ 4$ )



$$y_0 = x^2$$

1. Симметрия относительно оси  $Ox$
2. Сжатие по оси  $Oy$  в 2 раза
3. Сдвиг вдоль оси  $Ox$  вправо на 2 ед.
4. Сдвиг вдоль оси  $Oy$  вверх на 4 ед.



## ***Заключение:***

Применение преобразований графиков – очень увлекательный процесс. Это не только экономия времени при построении, но и эстетическое наслаждение, а также ощущение своей «власти» над Функцией, график которой «податлив» в умелых руках и легко «подчиняется» воле знающего!

