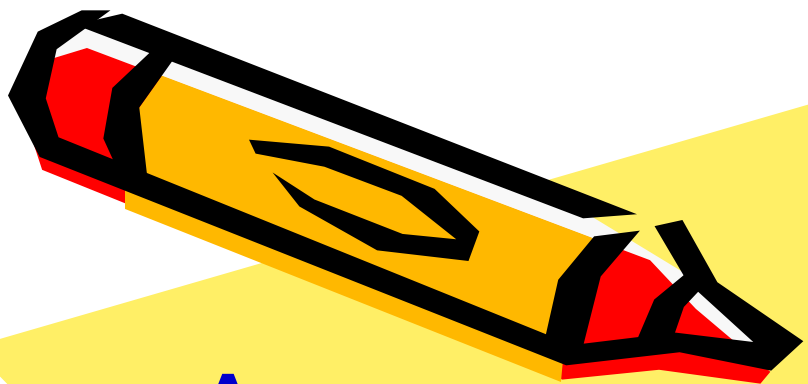




Преобразования графиков функций

10 класс





- **Авторы:**
- Галеев Наиль
- Якупова Лилия
- ученики 10 Б
класса ФМЛ № 38
г. Ульяновска

- **Руководитель
работы:**
- Алейникова
Татьяна
Владимировна -
учитель
математики



Говоря о преобразованиях графиков функций, мы имеем ввиду изменения графика некой элементарной функции (график которой строится достаточно просто) относительно системы координат с помощью параллельного переноса, симметрии относительно осей координат, растяжения или сжатия вдоль оси.



«Элементарные» функции:

$$y = kx + b$$

$$y = x^2$$

$$y = x^3$$

$$y = |x|$$

$$y = \sqrt{x}$$

$$y = \frac{k}{x}$$

$$y = \sin x$$

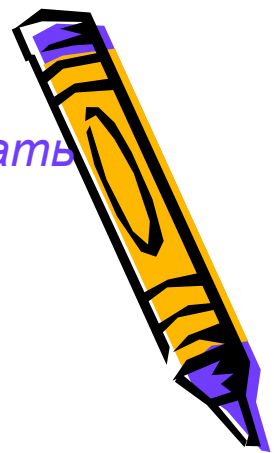
$$y = \cos x$$

$$y = \operatorname{tg} x$$

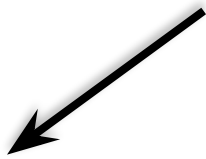
$$y = \operatorname{ctg} x$$



Так как функция – это зависимость **аргумента** и соответствующего ему значения функции, то будем рассматривать два направления преобразований – по каждой переменной.



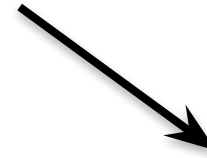
Преобразования



Функции

(по оси Oy : «напрямую»)

Все изменения **графика** происходят вдоль **оси функций**.



Аргумента

(по оси Ox : «наоборот»)

Все изменения **графика** происходят вдоль **оси аргументов**.



$$1. y = f(x) + a$$

Сдвиг по Оу на a

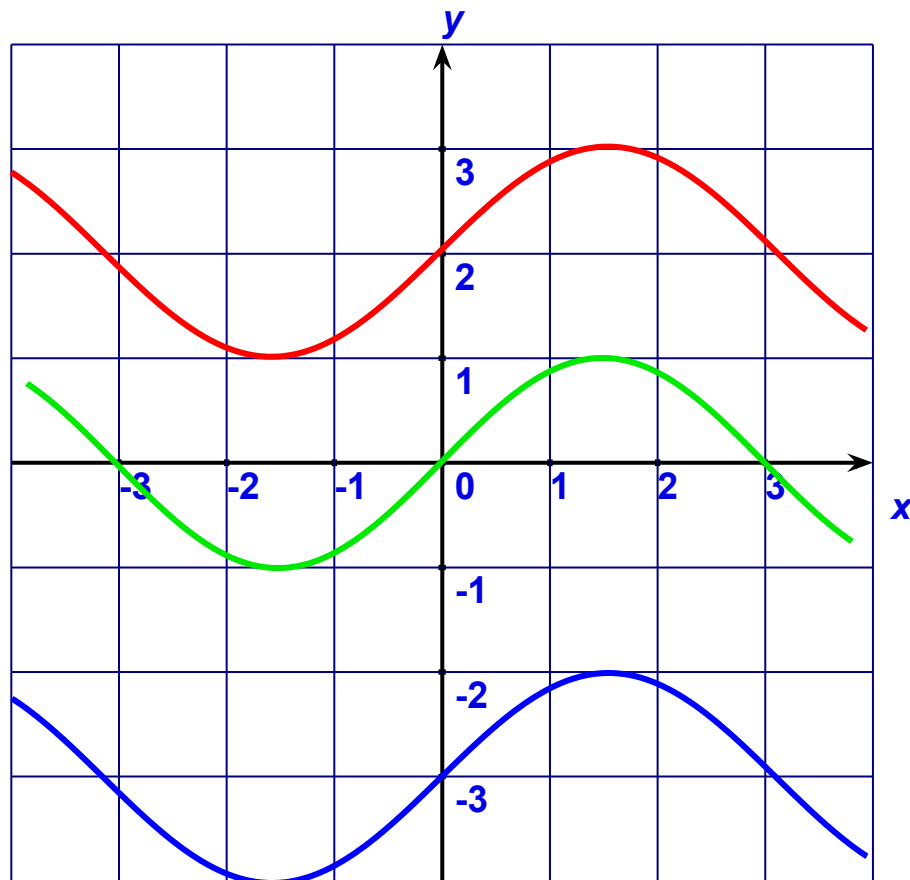
$$y_0 = \sin(x)$$

1) $y = \sin(x) + 2$

Сдвиг по Оу вверх на 2 ед.

2) $y = \sin(x) - 3$

Сдвиг по Оу вниз на 3 ед.



$$1. y = f(x + a)$$

Сдвиг по Ох на $-a$

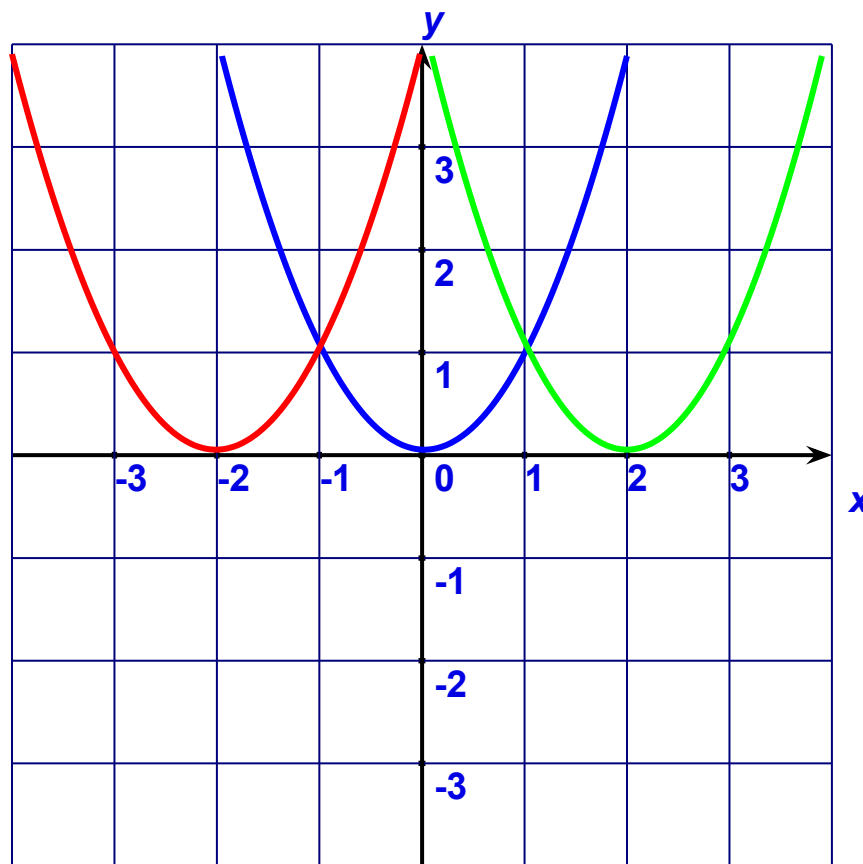
$$y_0 = x^2$$

1) $y = (x + 2)^2$

Сдвиг по Ох влево на 2 ед.

2) $y = (x - 2)^2$

Сдвиг по Ох вправо на 2 ед.

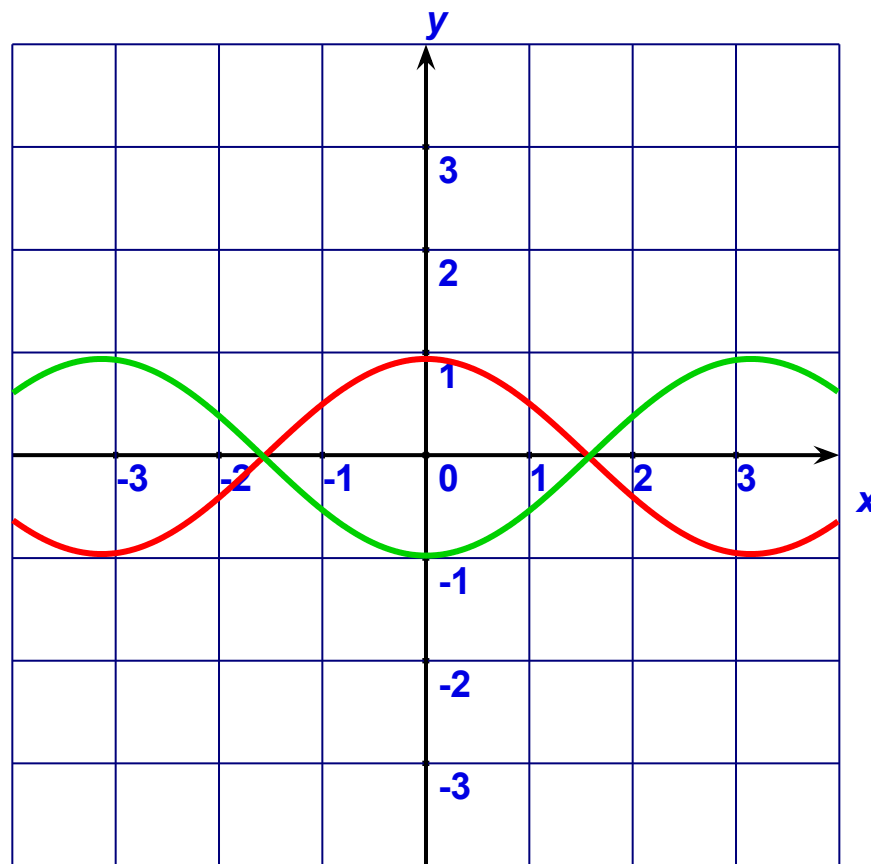


$$2. y = -f(x)$$

Симметрия
графика
относительно Ox

$$y_0 = \cos(x)$$

$$1) y = -\cos(x)$$



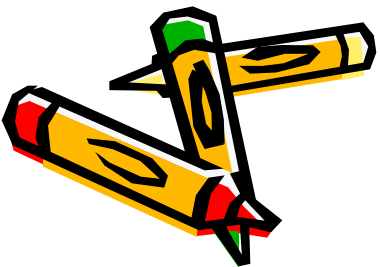
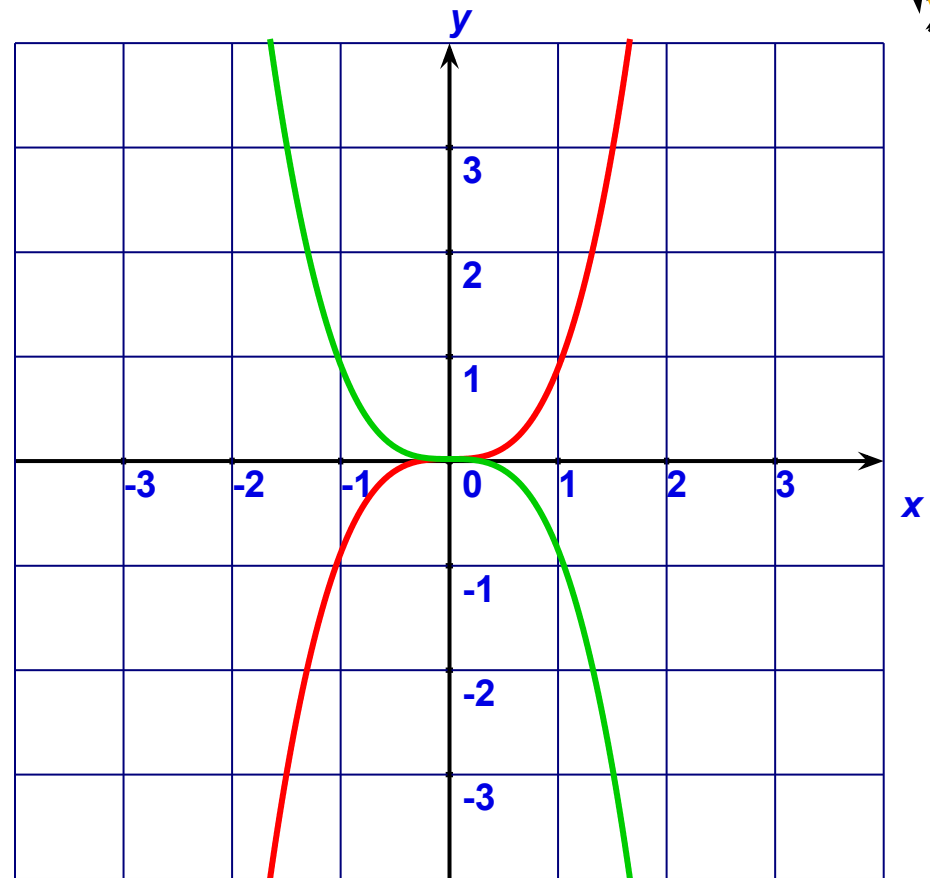
$$2. y = f(-x)$$



Симметрия
графика
относительно Oy

$$y_0 = x^3$$

$$1) y = (-x)^3$$



$$k > 1$$

растяжение
по Oy в k раз.

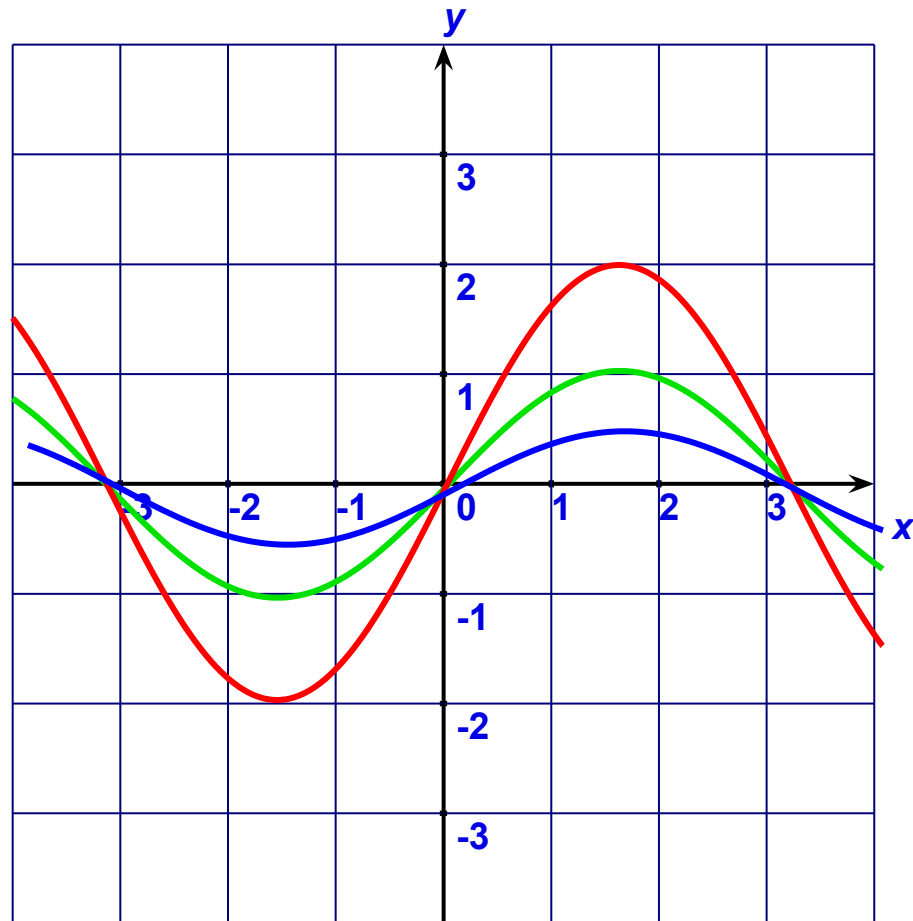
$$0 < k < 1$$

сжатие по Oy
в $1/k$ раз.

$$1) y = 2\sin(x)$$

$$2) y = \frac{1}{2}\sin x$$

$$3. y = k \cdot f(x)$$



$$y_0 = \sin(x)$$



$$k > 1$$

сжатие по Ox

в k раз

$$0 < k < 1$$

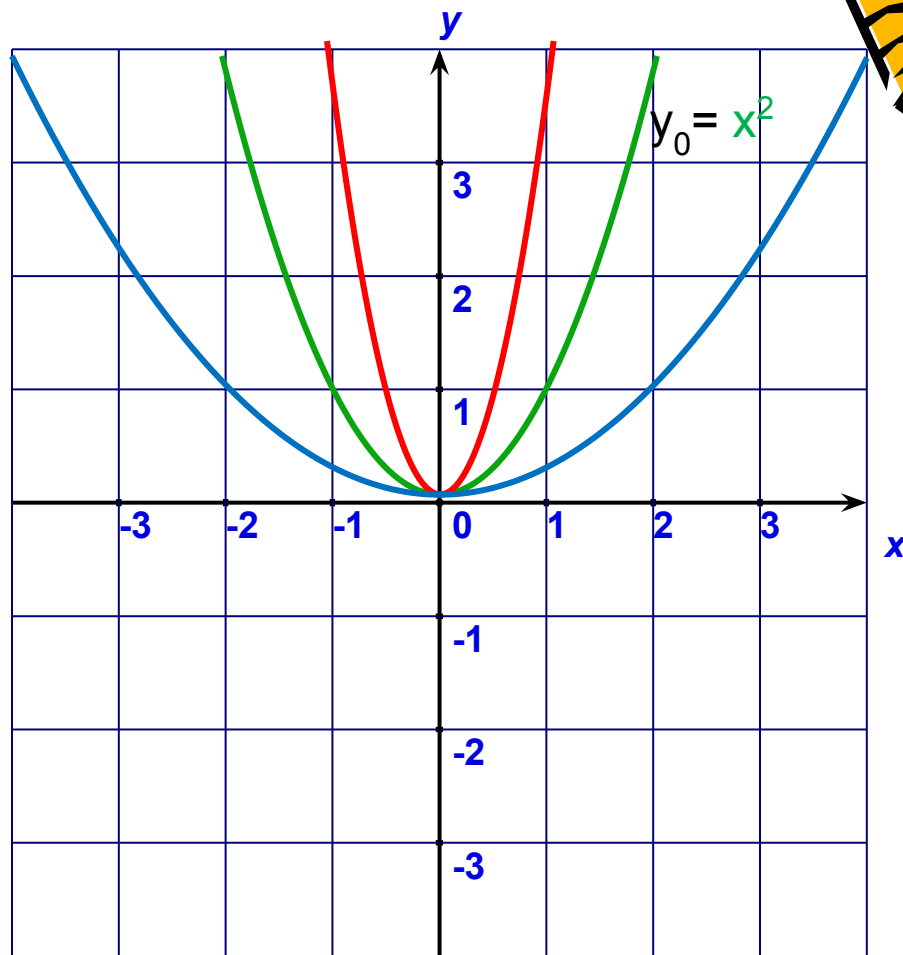
растяжение по Ox

в $1/k$ раз.

$$1) y = (3x)^2$$

$$2) y = (0,5x)^2$$

$$3. y = f(k \cdot x)$$



4. $y = |f(x)|$

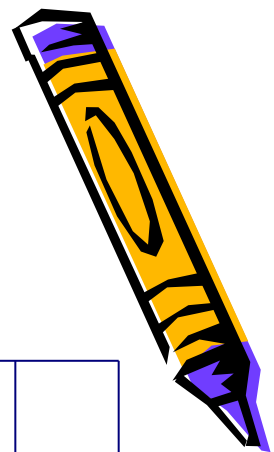
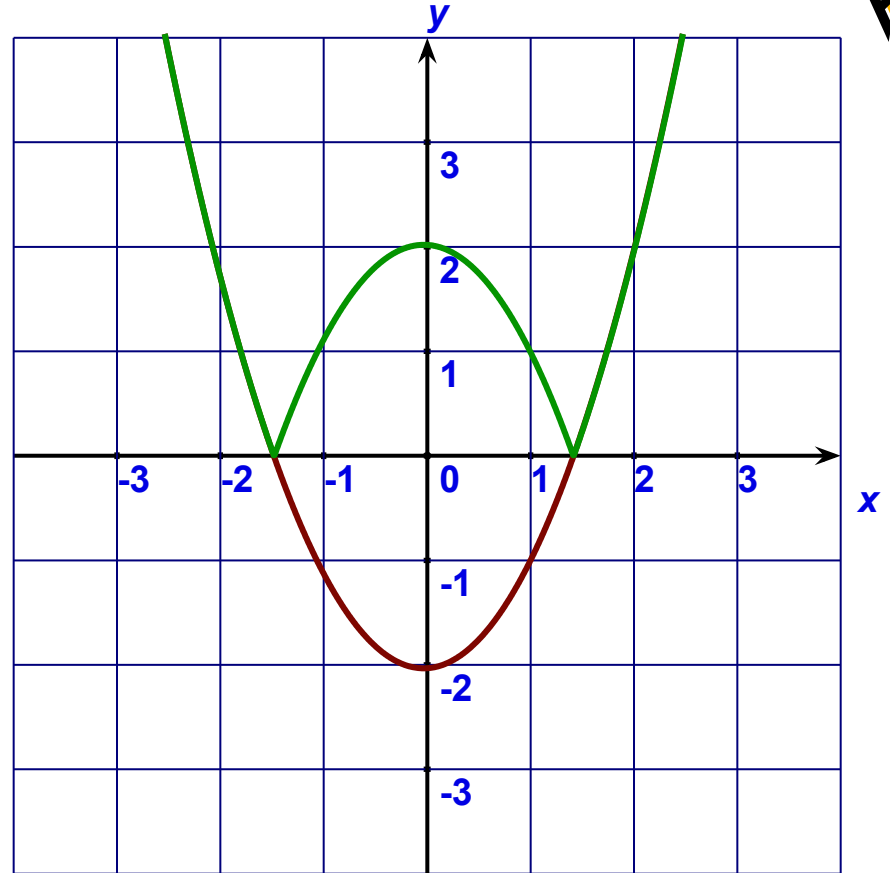
Симметрия

отн. Ox части
графика

для $y < 0$, а для $y \geq 0$ -
ОСТАВИТЬ.

$$y_0 = x^2$$

$$y = |x^2 - 2|$$



4. $y = f(|x|)$

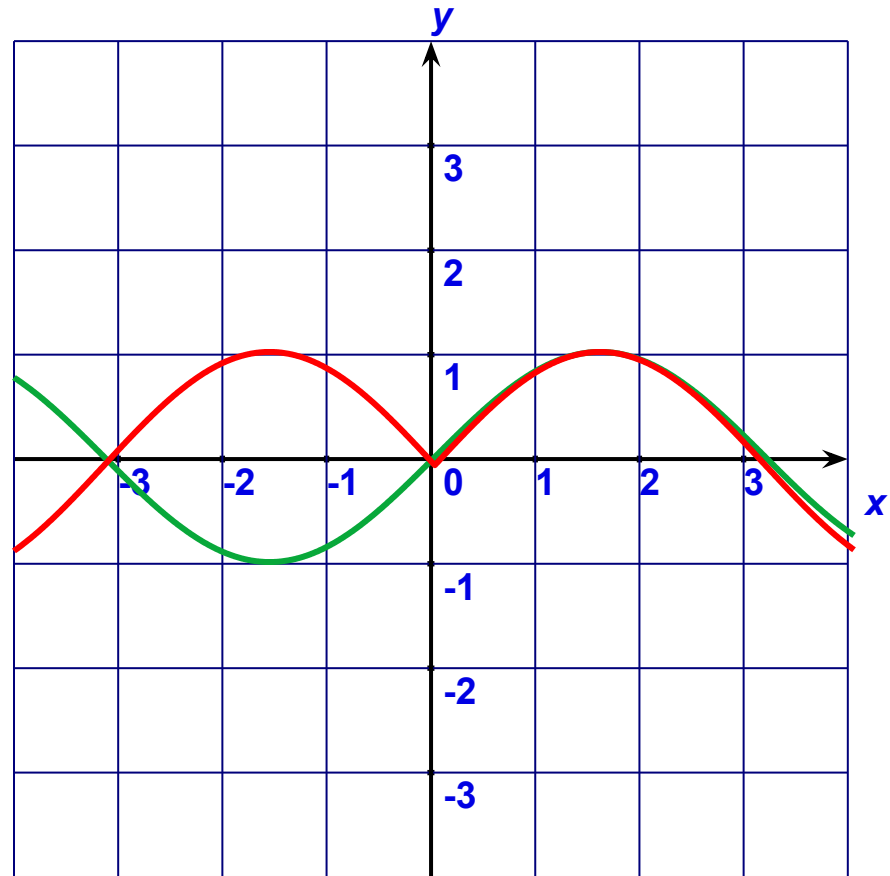
Симметрия

отн. Oy части
графика

для $x \geq 0$, а для $x < 0$
- отбросить.

$$y_0 = \sin(x)$$

$$y = \sin(|x|)$$



В зависимости от задания функции ее график можно построить в результате **композиции** нескольких последовательно выполненных преобразований. Для этого в правой части формулы, задающей функцию, надо расставить порядок действий как в обычном примере:

$$y = -0,5 \cdot (x - 2)^2 + 4 \quad \text{или} \quad y = \underset{1}{-1} \cdot \underset{2}{0,5} \cdot \underset{3}{(x - 2)}^{\underset{4}{2}} + \underset{4}{4}$$

Учитывая, что от перестановки мест множителей произведение не меняется, выполняем преобразования в следующей последовательности:

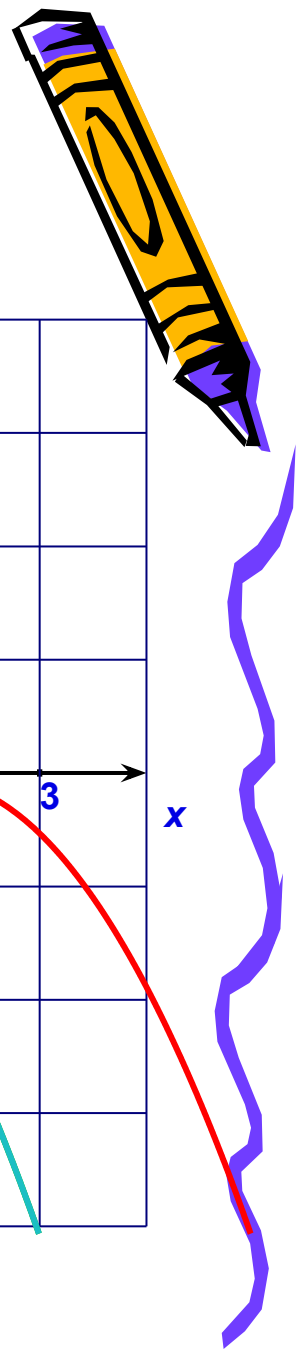
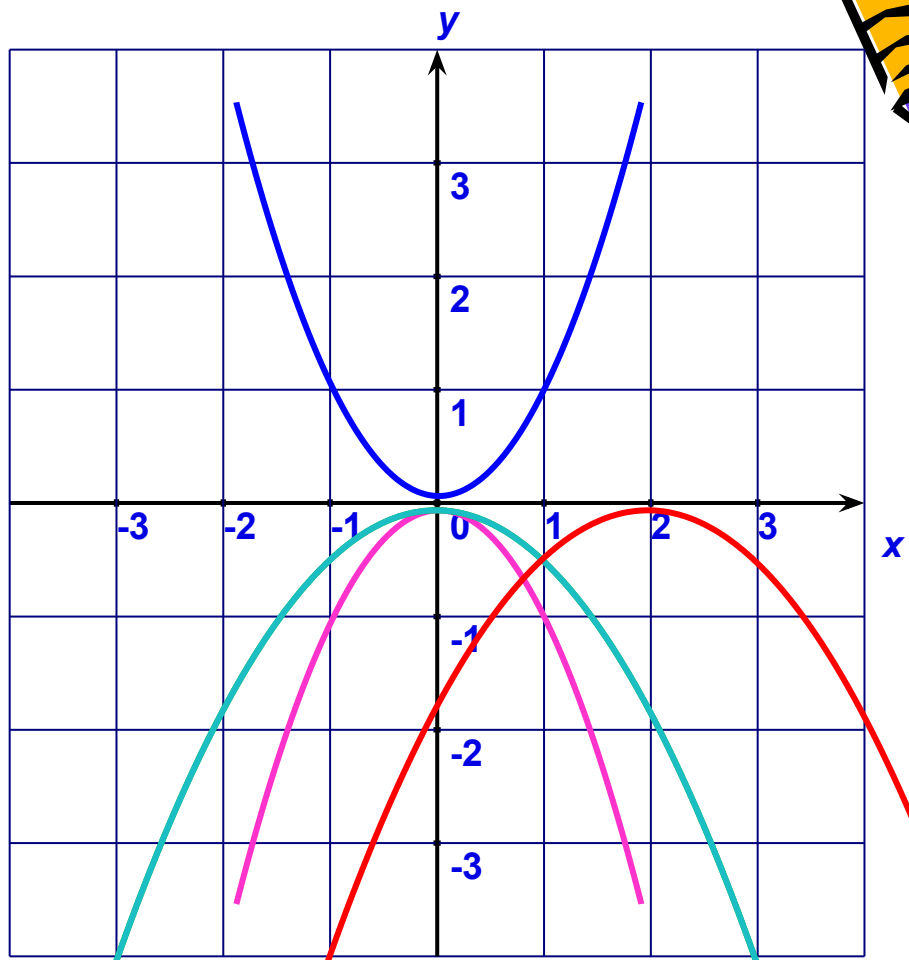
$$y_0 = x^2$$

1. Симметрия относительно оси Ox ($\times (-1)$)
2. Сжатие по оси Oy в 2 раза ($\times 0,5$)
3. Сдвиг вдоль оси Ox вправо на 2 ед. ($- 2$)
4. Сдвиг вдоль оси Oy вверх на 4 ед. ($+ 4$)



$$y_0 = x^2$$

1. Симметрия относительно оси Ox
2. Сжатие по оси Oy в 2 раза
3. Сдвиг вдоль оси Ox вправо на 2 ед.
4. Сдвиг вдоль оси Oy вверх на 4 ед.



Заключение:

Применение преобразований графиков – очень увлекательный процесс. Это не только экономия времени при построении, но и эстетическое наслаждение, а также ощущение своей «власти» над Функцией, график которой «податлив» в умелых руках и легко «подчиняется» воле знающего!

