

# Переменный ток.



## Содержание

**Тема 1 Фаза. Сдвиг фаз.**

**Тема 2 Получение переменного тока**

**Тема 3 Параметры переменного тока**

**Тема 4 Расчет цепей переменного тока**

**4.1 Виды нагрузок переменного тока**

**4.2 Активное сопротивление ( $R$ ) в цепи переменного тока**

**4.3 Цепь с индуктивным сопротивлением (катушкой  $L$ )**

**4.4 Цепь с емкостным сопротивлением (конденсатором  $C$ )**

**4.5 Расчет цепи с резистором и катушкой**

**4.6 Расчет цепи с резистором и конденсатором**

**4.7 Расчет цепи с резистором, катушкой и конденсатором**

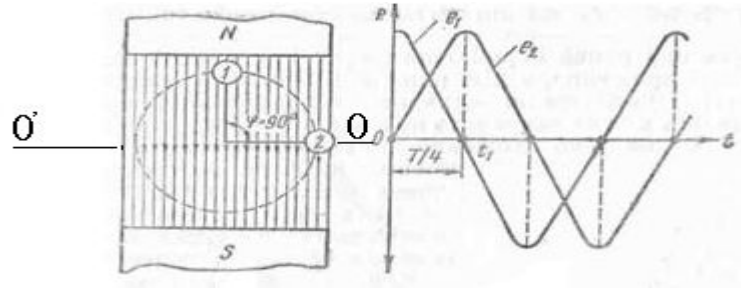
**4.8 Расчет разветвленной цепи переменного тока**

**Тема 5.Резонансные режимы цепи**

**5.1 Резонанс напряжений**

**5.2 Резонанс тока**

## Тема 1 Фаза. Сдвиг фаз



В магнитном поле вращаются два витка. В них наводится ЭДС одной частоты и амплитуды, но так как витки находятся под разными углами к нейтральной линии  $OO'$ , то

$$e_1 = E_m \cdot \sin(\omega \cdot t) + \psi_1$$
$$e_2 = E_m \cdot \sin(\omega \cdot t) + \psi_2$$

Т. Е. ЭДС своих амплитудных значений достигают не одновременно.

$(\omega \cdot t + \psi)$  – фаза

В момент времени  $t=0$  ЭДС отличны от нуля и равны:

$$e_1 = E_m \cdot \sin \psi_1$$
$$e_2 = E_m \cdot \sin \psi_2$$

Углы  $\psi_1$  и  $\psi_2$  характеризуют значения ЭДС в начальный момент времени и называются начальными фазами.

Т.к. начальные фазы ЭДС различны, то максимальные значения ЭДС достигают не одновременно, а со сдвигом во времени.

$$\psi = 0$$

**Синусоидальная величина на временной диаграмме характеризуется:**

1. Амплитудой
2. Частотой или периодом
3. Начальной фазой

**Переменный ток, напряжение и ЭДС можно представить в виде:**

1. Временной диаграммы
2. Уравнения
3. Вектора

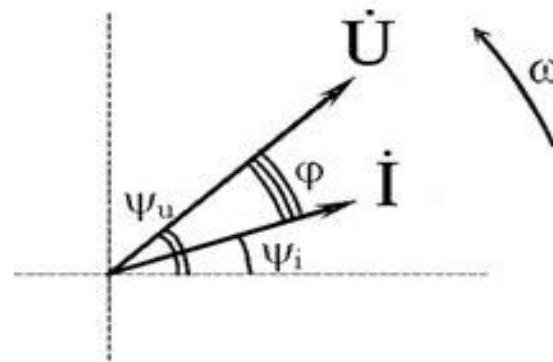
**Графически синусоидальные величины изображаются в виде вращающегося вектора. Предполагается вращение против часовой стрелки с частотой вращения  $\omega$ . Длина вектора - действующее (амплитудное) значение.**

**Проекция на вертикальную ось есть мгновенное значение**

**Совокупность двух и более векторов называется векторной диаграммой.**

**Переменная величина на векторной диаграмме характеризуется:**

1. Действующим значением
2. Начальной фазой



Если одновременно и с одной скоростью вращать два вектора, то о синусоидальных величинах можно сказать, что они:

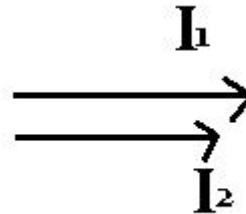
1. Совпадают по фазе

Уравнение (начальные фазы одинаковые)

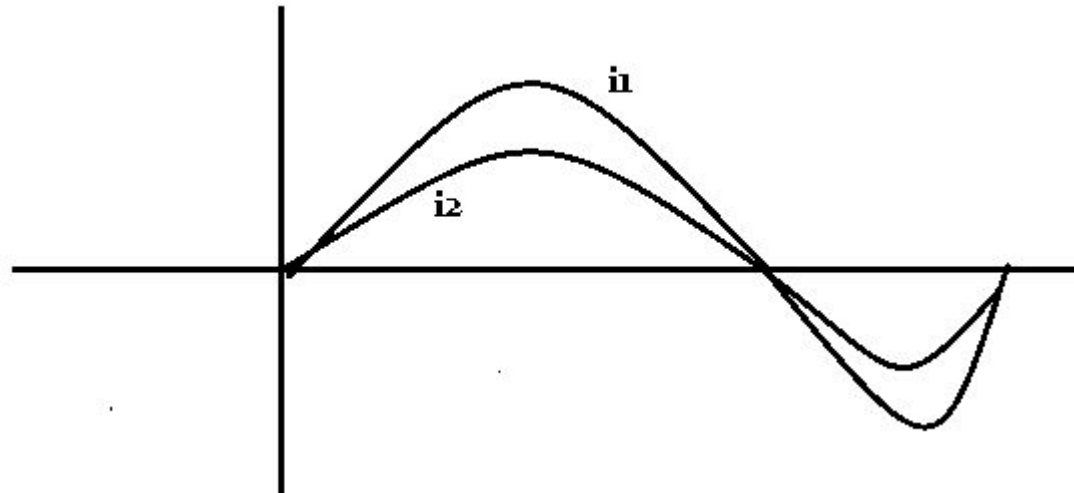
$$i_1 = E_m \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

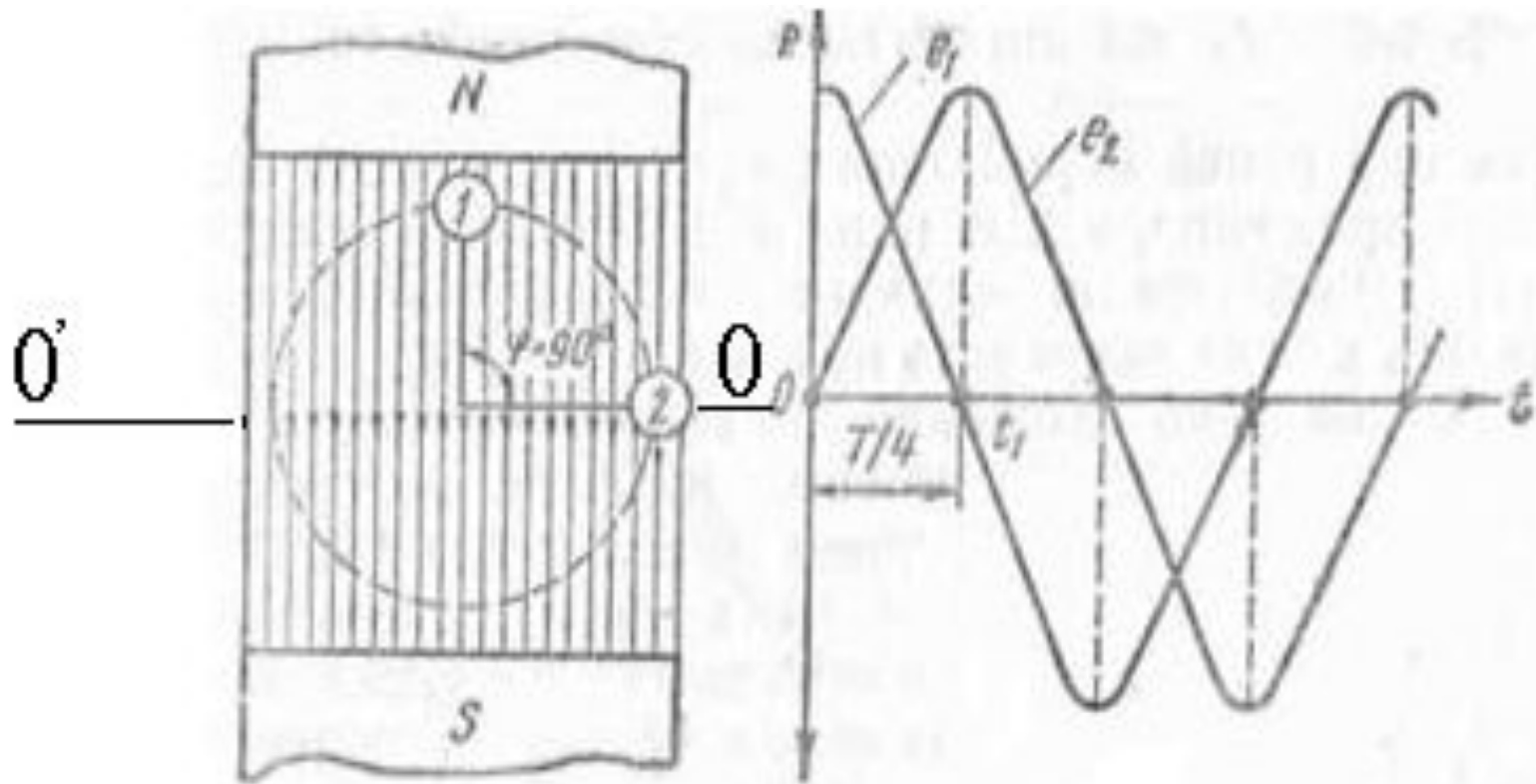
$$i_2 = E_m \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

Векторная диаграмма (сдвиг по фазе равен нулю)



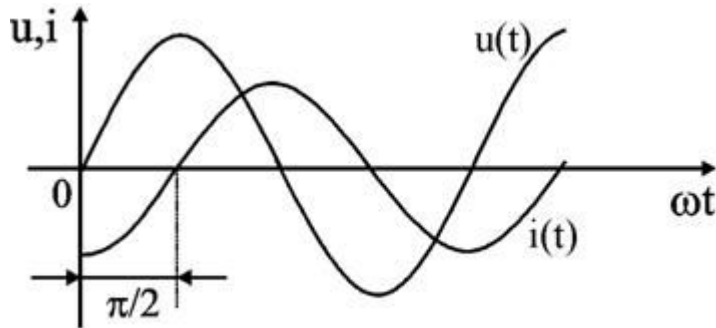
Временная диаграмма (одновременно достигаются нулевые и амплитудные значения).



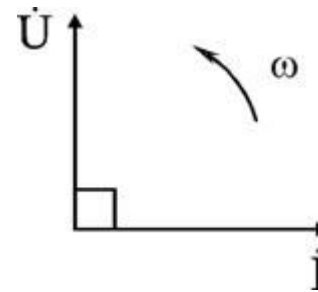


## 2. Сдвинуты по фазе

Временная диаграмма (не одновременно достигаются нулевые и амплитудные значения). Положительное значение начальных фаз откладывается влево, отрицательное – вправо.



Векторная диаграмма



Уравнение (начальные фазы не совпадают)

$$u(t) = U_m \sin \omega t$$

$$i(t) = I_m \sin(\omega t - 90)$$

## Тема 2 Получение переменного тока

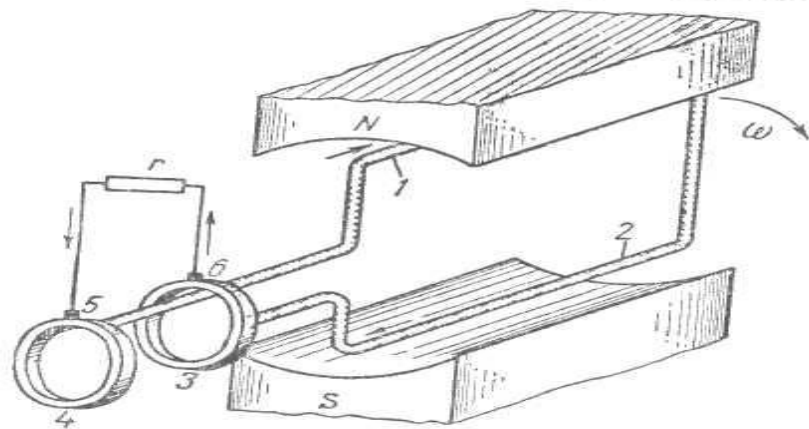
*Ток, периодически меняющийся по величине и направлению, называется переменным током.*

Если кривая изменения тока описывается синусоидой, то ток называют синусоидальным. Если кривая отличается от синусоиды, то ток несинусоидальный.

Практически в домашних условиях применяют однофазный переменный ток, который получают с помощью генераторов переменного тока.

Устройство и принцип действия этих генераторов основывается на явлении электромагнитной индукции — возникновение электрического тока в замкнутом проводнике при изменении магнитного потока, проходящего через него. Это явление было открыто английским ученым *М.Фарадеем* (1791-1867) в 1831 г.

Простейший генератор — рамка, вращающаяся в магнитном поле постоянного магнита. Концы рамки присоединены к двум медным кольцам 3 и 4, на которых наложены две угольные щетки 5 и 6. Во внешней цепи будет протекать изменяющийся по направлению и величине ток.





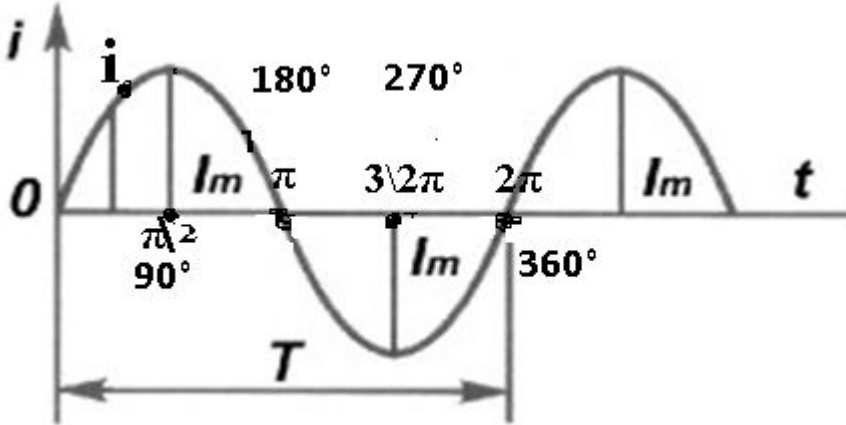
Переменный ток, напряжение и ЭДС изменяются по синусоидальному закону:

$$i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$$

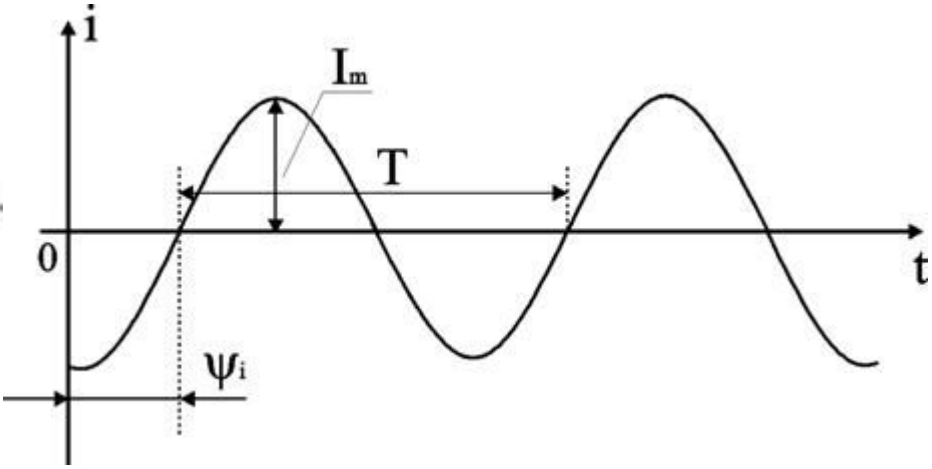
$$u = U_m \sin\omega t + \psi_u$$

$$e = E_m \sin\omega t + \psi_e$$

где  $i$ —мгновенное значение тока;  
 $I_m$  —амплитудное (наибольшее) значение тока;  
 $t$  — время,  
 $\omega$  —угловая частота,



$$i(t) = I_m \sin(\omega t)$$



$$i(t) = I_m \sin(\omega t - \psi_i)$$

### Тема 3 Параметры переменного тока.

1.  $u, i, e$  - значение переменного тока, напряжения и ЭДС в любой момент времени, называемое мгновенным значением переменной величины.
2.  $I_m, U_m, E_m$  Амплитуда - это наибольшее положительное или отрицательное значение переменного тока.
3.  $I, U, E$  - действующее значение переменного тока – это такой постоянный ток, который за время одного периода оказывает такое тепловое (механическое и др.) действие, как и данный переменный ток.

$$I = I_m / \sqrt{2} \approx 0,707 \cdot I_m$$
$$U = U_m / \sqrt{2} \approx 0,707 \cdot U_m$$
$$E = E_m / \sqrt{2} \approx 0,707 \cdot E_m$$

Измерительные приборы, включенные в цепь переменного тока, показывают действующие значения тока или напряжения.

4.  $T$  (сек.) - период - время, в течение которого происходит полное изменение (колебание) тока в проводнике.

5.  $f$  – частота - число полных колебаний тока за одну секунду. Частота измеряется в герцах (Гц) в честь немецкого ученого *Г. Герца* (1857-1894). При частоте в 1 Гц происходит одно полное колебание тока за одну секунду. Стандартной частотой переменного тока в России является частота 50 Гц, что соответствует 50 полным колебаниям тока за одну секунду. Частота измеряется с помощью частотомеров.

**Частота - величина, обратная периоду. Следовательно,**

$$f = 1/T \text{ или } T = 1/f$$

**Частота переменного тока зависит от частоты вращения ротора генератора и числа**

**пар полюсов индуктора  $f = p \cdot n / 60$ , Гц**

**где  $p$ —число пар полюсов индуктора;**

**$n$ —частота вращения ротора в минуту, об/мин.**

**Если генератор имеет одну пару полюсов, то ротор такого генератора совершает 3000 об/мин для получения переменного тока частотой 50 Гц.**

**6.  $\omega$  (рад/сек)— угловая частота или угловая скорость вращения равна углу поворота вектора в единицу времени ,  $\omega = \alpha / t$ , угол  $\alpha$  называется фазным углом или фазой.**

**Часто вместо градуса применяют радиан – угол, дуга которого равна радиусу.**

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f = 2 \cdot \pi / T , \text{ рад/сек.}$$

**7. (град. – начальная фаза или угол.**

### **Задача.**

**Определить амплитудное значение напряжения в сети, если при сопротивлении цепи 40 Ом амперметр показывает ток 5,5 А.**

**Из закона Ома напряжение равно  $U = I \cdot r$ . Подставив вместо  $I$  и  $r$  их значения, получим действующее значение напряжения  $U = 5,5 \times 40 = 220$  В.**

**А так как  $U_m = \sqrt{2}U$ , то  $U_m = 1,41 \times 220 = 310,2$  В.**

### Задача.

Найти частоту тока, если период, если период равен  $5 \cdot 10^{-8}$  сек.

$$f = 1/T = 0,2 \cdot 10^8 \text{ Гц или } 20 \text{ МГц.}$$

### Задача.

Определить частоту переменного тока, получаемого от генератора с 8 полюсами, скорость вращения ротора равна 750 об\мин.

### Решение.

$$f = p n / 60 = 4 \cdot 750 / 60 = 50 \text{ Гц.}$$

### Задача.

Определить скорость вращения ротора двадцатиполюсного генератора, если частотомер показал частоту тока 25 Гц.

$$n = 60 f / p = 60 \cdot 25 / 10 = 150 \text{ об\мин.}$$

### Задача.

ЭДС изменяется по закону:  $e = 8,45 \sin 1256 t + \pi / 4$

Определить  $E$ ,  $T$ ,  $f$ ,  $\omega$ ,  $\psi$   $E_m$

### Решение

$$\Psi = 90 \text{ град.} = \pi / 4 \text{ рад.}$$

$$E_m = 8,45 \text{ В}$$

$$E = 0,707 \times 8,45 = 5,97 \text{ В}$$

$$\omega = 1256 \text{ рад\сек}$$

$$f = \omega / 2 \pi = 1256 / 6,28 = 200 \text{ Гц}$$

$$T = 1/f = 1 / 200 = 0,005 \text{ сек.}$$

### Задача

Действующее значение тока в цепи равно 2,9 А., начальная фаза  $-2\sqrt{3}\pi$ , частота 50 Гц. Записать выражения изменения тока  $i$  и определить его амплитуду.

Решение.

$$i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$$
$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 = 314 \text{ рад/сек}$$

$$I_m = 1,41 \times 2,9 = 4 \text{ А}$$

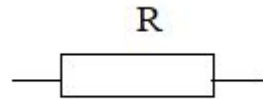
$$i = 4 \cdot \sin(314 \cdot t - 2\sqrt{3}\pi)$$

## Тема 4 Расчет цепей переменного тока

### 4.1 Виды нагрузок переменного тока

Для цепей переменного тока, в отличие от постоянного, закон Ома несколько изменяется, так как некоторые виды нагрузок ведут себя при прохождении изменяющегося во времени тока по-разному.

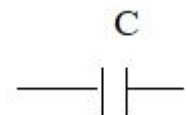
**Активная** (резистивная) нагрузка. Сопротивление резистора не зависит от частоты. Пример - электрическая лампочка, нагревательный элемент (ТЭН), электрическая плита.



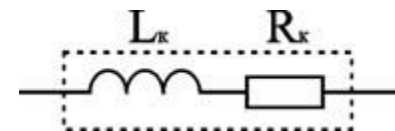
Индуктивная (реактивная) нагрузка преобразует в течение одной половины полупериода энергию электрического тока в магнитное поле, а в течение следующей половины преобразует энергию магнитного поля в электрический ток. Пример - дроссель или катушка индуктивности. Сопротивление обозначается  $X_L$  и измеряется в Омах и зависит прямо пропорционально от частоты переменного тока.



Ёмкостная (реактивная) нагрузка преобразует в течение одной половины полупериода энергию электрического тока в электрическое поле, а в течение следующей половины преобразует энергию электрического поля в электрический ток. Пример - конденсатор. Сопротивление обозначается  $X_C$  и измеряется в Омах и зависит обратно пропорционально от частоты переменного тока.



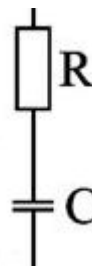
В природе не существует ничего идеального, чистые реактивные нагрузки в электротехнике не встречаются. Любая нагрузка имеет КПД ниже 100%, и часть энергии рассеивается в виде тепловых потерь, излучения и т.д. Поэтому в реальной, электротехнике применяется понятие активно-индуктивной нагрузки.



**Активно-индуктивная нагрузка** может рассматриваться как последовательное или параллельное соединение активного сопротивления и идеальной индуктивности. Пример- трансформатор, электродвигатель, электромагнитное пускорегулирующее устройство для люминесцентных ламп, катушка зажигания в автомобиле. Для этого вида нагрузок характерен бросок напряжения в момент размыкания электрической цепи.

**Активно-ёмкостная нагрузка** может рассматриваться как последовательное или параллельное соединение активного сопротивления и идеальной ёмкости.

Пример- конденсатор, электронные блоки питания галогенных или люминесцентных ламп.

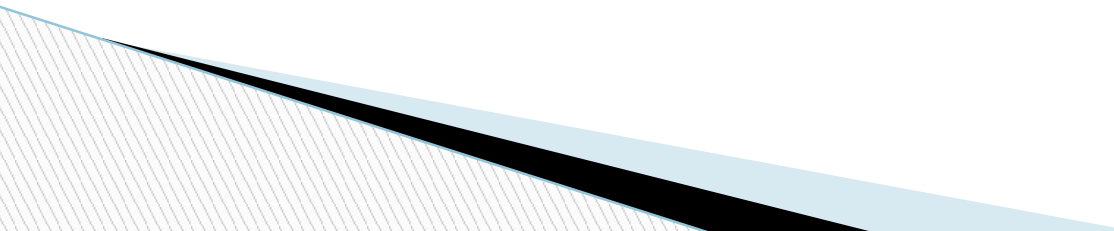


**Для этих нагрузок характерен бросок тока в момент замыкания электрической цепи.**

**При протекании тока через активно-реактивную нагрузку часть тока будет протекать через прибор, не производя никакой полезной работы. При этом максимумы и минимумы тока и напряжения будут достигаться в разное время, а кривые изменения по времени тока и напряжения будут не совпадать – оставаясь, при этом, периодическими функциями. Происходит сдвиг тока и напряжения по фазе.**

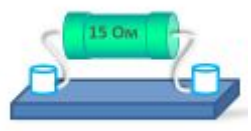
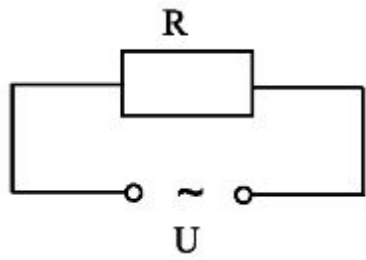
**Косинус угла между током и напряжением является важной величиной в электротехнике и обозначается  $\cos(\varphi)$ . Для компенсации  $\cos(\varphi)$  и сокращения расходов на электроэнергию применяются конденсаторные установки.**

**Физический смысл  $\cos(\varphi)$  – КПД установки. Этот коэффициент показывает, какая часть тока преобразуется в полезную работу, а какая часть тока течёт в проводниках холостую, перегружая проводники. Чем выше  $\cos(\varphi)$ , тем лучше КПД установки. У активных проводников он равен 1, а у идеальных ёмкостных и индуктивных проводников равен 0.**





# Тема 4.2 Активное сопротивление (R) в цепи переменного тока

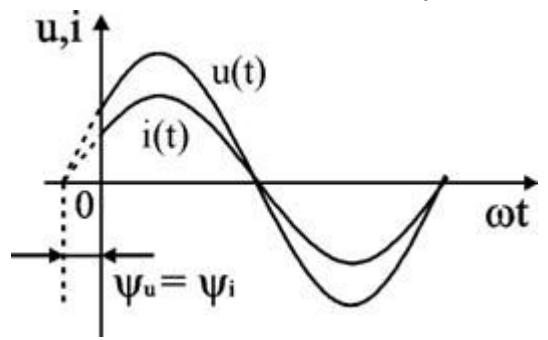


Активное сопротивление – сопротивление проводника переменному току.

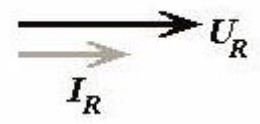
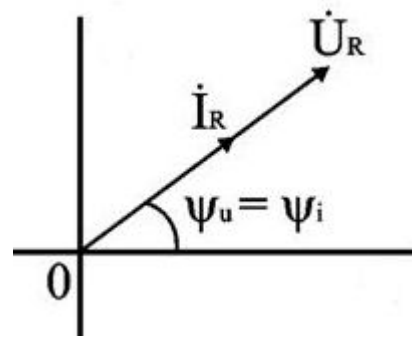
Электрическое (омическое) – сопротивление проводника постоянному току.

Активное больше омического из-за поверхностного эффекта – вытеснение носителей зарядов на поверхность проводника. Однако при частоте 50 Гц эти сопротивления можно считать одинаковыми.

Временная диаграмма  
Начальные фазы одинаковы  $\psi_u = \psi_i$ .



Векторные диаграммы.  
Фазовый сдвиг между током и напряжением в цепи равен нулю



$$u = U_m \sin \omega t$$

$$i = I_m \sin \omega t$$

$$i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$$

$$u = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$$

**Цепь обладает только активной мощностью, которая всегда положительная**

$$P = I^2 R = U I = U^2 \backslash R \text{ Вт}$$

**Закон Ома справедлив для мгновенных, максимальных и действующих значений**

$$\text{тока} \quad I = U \backslash R$$

$$I_m = U_m \backslash R$$

**Вывод: В цепи с активным сопротивлением ток и напряжение совпадают по фазе.**

**Фаза – величина, определяющая взаимоотношение во времени тока и напряжения в электрической цепи.**

**Задача 1.**

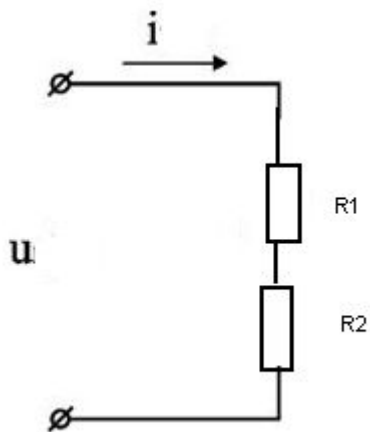
**В цепь переменного тока с сопротивлением 55 Ом подключили генератор, амплитуда напряжения которого равна 310,2 В. Определить : показания амперметра и вольтметра, мощность цепи.**

**Решение.**

$$U = U_m \backslash \sqrt{2} = 310,2 \backslash 1,41 = 220 \text{ В}$$

$$I = U \backslash R = 220 \backslash 55 = 4 \text{ А}$$

$$P = U I = 220 \cdot 4 = 880 \text{ Вт}$$



$$= 14,1 \text{ A}$$

$$I_m \cdot \sqrt{2} = 14,1 \cdot 1,41 = 10 \text{ A}$$

$$= I \cdot R_1 = 10 \cdot 10 = 100 \text{ B}$$

$$= I \cdot R_2 = 10 \cdot 10 = 100 \text{ B}$$

$$= 100 + 100 = 200 \text{ B}$$

$$P = U \cdot I = 200 \cdot 10 = 2000 \text{ Вт}$$

**Задача 2.**

**Решение.**

**Задача 3.**

**Дано:**

$$R = 3,6 \text{ Ом}$$

$$P = 120 \text{ Вт}$$

**Определить:**

$$I, I_m, U, U_m$$

**Решение.**

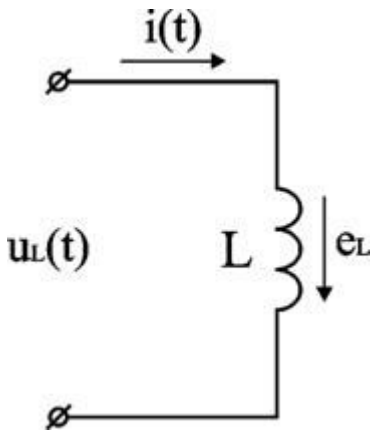
$$P = I^2 \cdot R, \text{ поэтому } I = \sqrt{P \cdot R} = \sqrt{120 \cdot 3,6} = 5,77 \text{ A}$$

$$I_m = I \cdot \sqrt{2} = 5,77 \cdot 1,41 = 8,14 \text{ A}$$

$$U_m = I_m \cdot R = 8,14 \cdot 3,6 = 29 \text{ B}$$

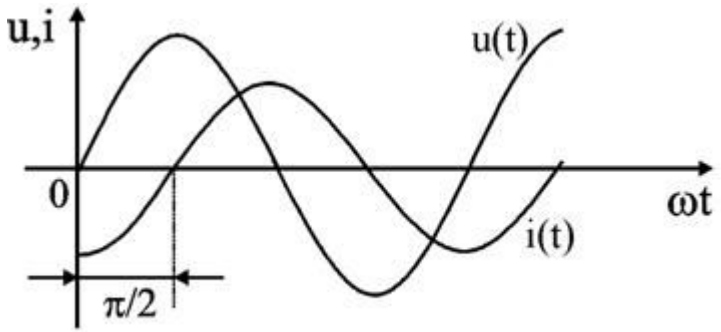
$$U = I \cdot R = 5,77 \cdot 3,6 = 20,77 \text{ B}$$

### Тема 4.3 Цепь с индуктивным сопротивлением (катушкой L)



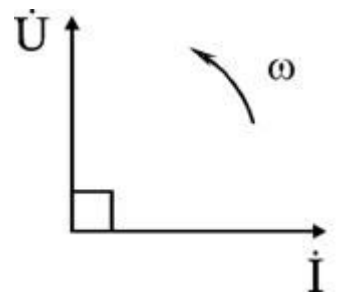
Переменный ток, протекая по виткам катушки, создает переменное магнитное поле, которое пересекает витки катушки, создавая в них ЭДС самоиндукции. Согласно закону Ленца, эта ЭДС всегда противодействует причине, ее вызывающей, т.е. ток сразу установится не может.

**Вывод:** Ток в цепи с катушкой отстает от напряжения на 90 град. ( $\pi / 2$ ) или напряжение опережает ток на угол  $\pi / 2$ .



$$u = U_m \sin \omega t$$
$$i = I_m \sin (\omega t - \pi / 2).$$

Векторная диаграмма



Напряжение опережает ток на 90 градусов

**Мгновенная мощность меняет знак 4 раза.**

**В первую четверть периода – положительная, энергия накапливается в магнитном поле катушки. Катушка – приемник энергии.**

**Во вторую четверть – отрицательная, энергия обратно возвращается в сеть. Катушка – источник энергии.**

**Работа не производится. Происходит обмен энергией между катушкой и источником.**

**Расхода энергии не будет, несмотря на то, что в цепи есть ток и напряжение.**

**Активная мощность равна нулю. Провода загружаются реактивной мощностью.**

$$Q_L = I^2 X_L = U I \text{ ВАр}$$

$X_L = \omega L = 2\pi f L$  – индуктивное сопротивление катушки.

$L$  – индуктивность катушки, Гн

$f$  – частота, Гц

$\omega$  – угловая частота, рад\сек

**Закон Ома**  $I = U \setminus X_L$

$$I_m = U_m \setminus X_L$$

**Задача 1**

**Решение**

$$U = 220 \text{ В}$$

$$I = 0,5 \text{ А}$$

$$f = 50 \text{ Гц}$$

**Определить :**

**$L$  - ?**

$$I = U \setminus XL \text{ отсюда} \quad XL = U \setminus I = 220 \setminus 0,5 = 440 \text{ Ом}$$

$$XL = 2\pi f L \text{ отсюда} \quad L = XL \setminus 2\pi f = 440 \setminus 2 \cdot \pi \cdot 50 = 1,4 \text{ Гн}$$

## Задача 2

Дано:

$$L = 0,01 \text{ Гн}$$

$$f = 300 \text{ Гц}$$

$$U = 82 \text{ В}$$

Определить:

$I$  - ? Написать

закон изменения

тока  $i$  и напряжения

$u$

Решение.

$$X_L = 2\pi f L = 6,28 \cdot 300 \cdot 0,01 = 18,84 \text{ Ом}$$

$$I = U \backslash X_L = 82 \backslash 18,84 = 4,35 \text{ А}$$

$$I_m = I \cdot \sqrt{2} = 1,41 \cdot 4,35 = 6,13 \text{ А}$$

$$\omega = 2\pi f = 6,28 \cdot 300 = 1884 \text{ рад\сек}$$

$$U_m = U \cdot \sqrt{2} = 82 \cdot 1,41 = 115,62 \text{ В}$$

$$u = U_m \sin \omega t = 115,62 \sin 1884 t$$

$$i = I_m \sin (\omega t - \pi \backslash 2) = 6,13 \sin 1884 t - \pi \backslash 2$$

**Начертить векторную диаграмму  
тока и напряжения**

### Задача 3

Закон изменения напряжения в цепи  $u = 113,5\sin 126 t + \pi/2$ . Индуктивность катушки  $L = 0,5$  Гн. Определить ток в цепи, период, реактивную мощность и закон изменения тока.

Решение.

$$\omega = 2\pi f = 126 \text{ рад/сек}$$

$$f = \omega / 2\pi = 126 / 6,28 = 20 \text{ Гц}$$

$$T = 1 / f = 1 / 20 = 0,05 \text{ сек}$$

$$X_L = \omega L = 126 \cdot 0,5 = 63 \text{ Ома}$$

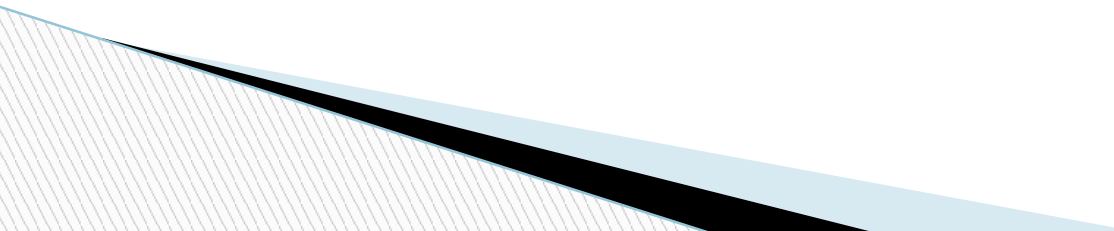
$$I_m = U_m / X_L = 113,5 / 63 = 1,8 \text{ А}$$

$$I = I_m / \sqrt{2} = 1,8 / 1,41 = 1,28 \text{ А}$$

$$Q_L = I^2 X_L = 1,28^2 \cdot 63 = 103 \text{ ВАр}$$

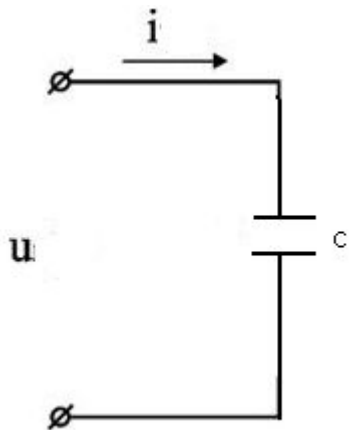
$$i = 1,8 \sin 126 t$$

## **Вопросы по теме**

- 1. Какой фазовый сдвиг между током и напряжением в цепи с катушкой?**
  - 2. Какой мощностью обладает данная цепь и чему она равна?**
  - 3. Чему равна активная мощность цепи?**
  - 4. Напишите закон Ома для цепи с катушкой.**
  - 5. Начертите векторную диаграмму тока и напряжения для цепи с катушкой.**
- 



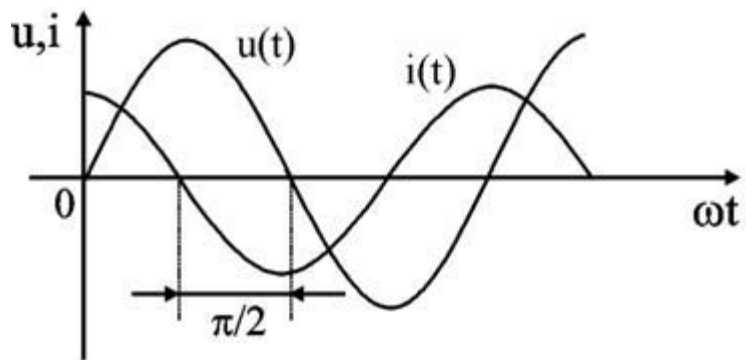
## Тема 4.4 Цепь с емкостным сопротивлением (конденсатором С)



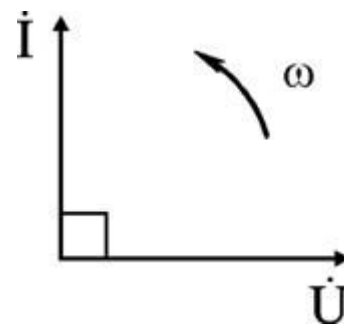
За один период конденсатор дважды заряжается и разряжается и в его цепи протекает ток, не совпадающий по фазе с напряжением.

**Вывод: В цепи с конденсатором ток опережает напряжение на 90 град.**

Временная диаграмма



Векторная диаграмма



Закон изменения тока и напряжения

$$u_C = U_m \sin \omega t$$

$$i = I_m \sin(\omega t + 90)$$

Цепь обладает только реактивной мощностью

$$Q_c = I^2 X_c = U I \text{ ВАр},$$

Q берется со знаком (-), т.к. угол  $\varphi < 0$

где  $X_c = 1 / (\omega C) = 1 \setminus 2\pi f C$ , Ом – емкостное сопротивление конденсатора

$\omega$  – угловая частота, об\мин

f – частота, Гц

C – емкость конденсатора, Ф

Закон Ома:  $I = U \setminus X_c$   $I_m = U_m \setminus X_c$

*Емкостная нагрузка не потребляет энергию, а в цепи с конденсатором происходит обмен энергией между источником и конденсатором.*

**Вопрос**

С увеличением частоты и емкости уменьшается  $X_c$ . Почему?

**Ответ**

Чем больше частота, тем большее количество электричества пройдет через поперечное сечение диэлектрика. Чем больше емкость конденсатора, тем больше электричества переместится по проводам при разрядке или зарядке.

## ЗАДАЧА 1.

В цепь включен конденсатор. Напряжение в цепи 220 В, ток 440 А, частота 50 Гц. Определить емкость конденсатора.

Решение.

$$X_c = U \setminus I = 220 \setminus 440 = 0,5 \text{ Ом}$$

$$X_c = 1 \setminus 2\pi f C, \text{ отсюда } C = 1 \setminus 2\pi f X_c = 1 \setminus 2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 0,5 = 0,006 \text{ Ф}$$

## Задача 2

Дано:

$$C = 2,5 \text{ мкФ}$$

$$u = 24 \sin 1884t + 15$$

Определить:

I, i, ВД

Решение.

$$\omega = 2\pi f, \text{ отсюда } f = \omega \setminus 2\pi = 1884$$

$$\setminus 6,28 = 300 \text{ Гц}$$

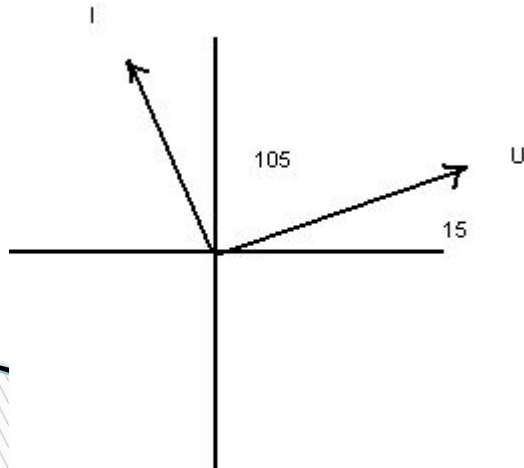
$$X_c = 1 \setminus 2\pi f C = 1 \setminus 2 \cdot 3,14 \cdot 300 \cdot 2,5 \cdot 10^{-6} = 212 \text{ Ом}$$

$$U = U_m \setminus \sqrt{2} = 24 \setminus 1,41 = 17 \text{ В}$$

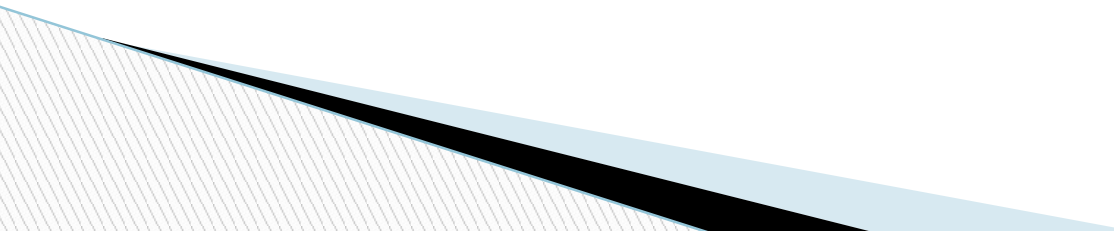
$$I = U \setminus X_c = 17 \setminus 212 = 0,08 \text{ А}$$

$$I_m = I \cdot \sqrt{2} = 1,41 \cdot 0,08 = 0,11 \text{ А}$$

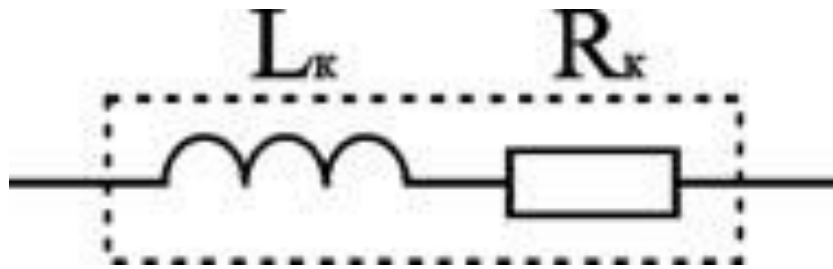
$$i = 0,11 \sin(1884t + 105)$$



## **Вопросы по теме.**

- 1. Какой фазовый сдвиг между током и напряжением в цепи с конденсатором?**
  - 2. Какой мощностью обладает данная цепь и чему она равна?**
  - 3. Чему равна активная мощность цепи?**
  - 4. Напишите закон Ома для цепи с конденсатором.**
  - 5. Начертите векторную диаграмму тока и напряжения для цепи с конденсатором**
- 

## Тема 4.5 Расчет цепи с резистором и катушкой



По закону Кирхгофа можно записать:

$$\bar{v} = \bar{v}_R + \bar{v}_L$$

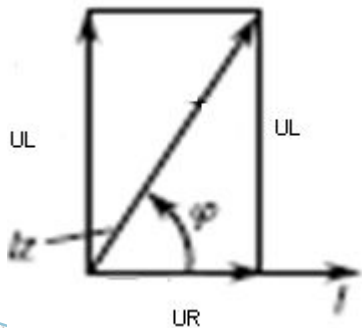
Алгебраически складывать нельзя, только векторно, т.к. напряжение постоянно меняет свое направление.

Падение напряжения на сопротивлениях:

$$U_R = I \times R, \text{ (Ом)}$$

$$U_L = I \times X_L \text{ (Ом)}$$

Векторная диаграмма напряжений цепи



Из теоремы Пифагора можно записать, что общее напряжение цепи  $I$

$$U = \sqrt{U_r^2 + U_L^2}.$$

Закон Ома для цепи:

$$I = \frac{U}{\sqrt{r^2 + X_L^2}} = \frac{U}{Z}$$

где  $z$  – полное сопротивление цепи, Ом

### Треугольник сопротивлений



$$\varphi = \arctg(X_L / R)$$
$$\cos \varphi = R / Z$$
$$\sin \varphi = X_L / Z$$

### Треугольник мощностей



Мощность цепи:

1. Активная

$$P = U I \cos \varphi = I^2 \cdot R, \text{ Вт}$$

2. Реактивная

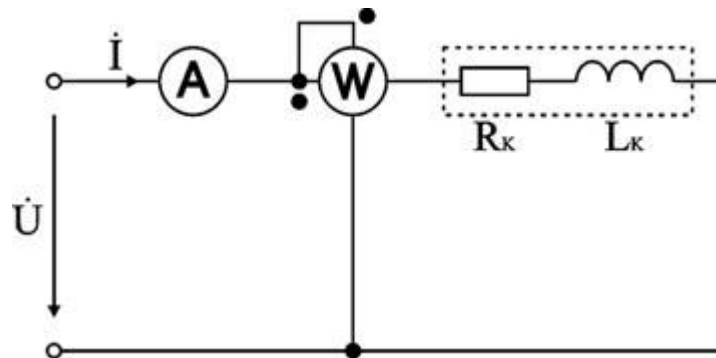
$$Q = U I \sin \varphi = I^2 \cdot X_L, \text{ ВАр}$$

3. Полная

$$S = U I = \sqrt{P^2 + Q^2} = I^2 \cdot Z, \text{ ВА}$$

**ВЫВОД:** в такой цепи напряжение опережает ток на угол  $\varphi$  (положительный).

**Задача 1.** Катушка индуктивности подключена к сети с напряжением  $U = 100 \text{ В}$ . Ваттметр показывает значение  $P_K = 600 \text{ Вт}$ , амперметр:  $I = 10 \text{ А}$ . Определить параметры катушки  $R_K, L_K$ .



**1. Вычисление полного сопротивления катушки**

$$Z_K = U / I = 100 / 10 = 10 \text{ Ом.}$$

**2. Вычисление активного сопротивления катушки  $R_K$**

Ваттметр измеряет активную мощность, которая в данной схеме потребляется активным сопротивлением  $R_K$ .

$$R_K = P_K / I^2 = 600 / 100 = 6 \text{ Ом.}$$

**3. Вычисление индуктивности катушки  $L_K$**

$$X_K = 2\pi f L_K; L_K = X_K / (2\pi f) = 8 / (2\pi \times 50) = 0,025 \text{ Гн.}$$

**Дополнительные вопросы к задаче**

*1. Как решить задачу другим способом?*

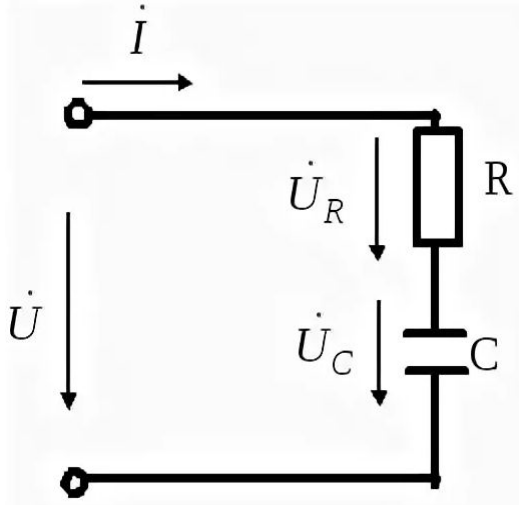
Параметры катушки индуктивности можно определить, рассчитав полную мощность  $S_K$  и реактивную мощность катушки  $Q_K$ .

$$S_K = U I = 100 \cdot 10 = 1000 \text{ ВА.}$$

$$R_K = P_K / I^2 = 6 \text{ Ом; } X_K = Q_K / I^2 = 8 \text{ Ом;}$$

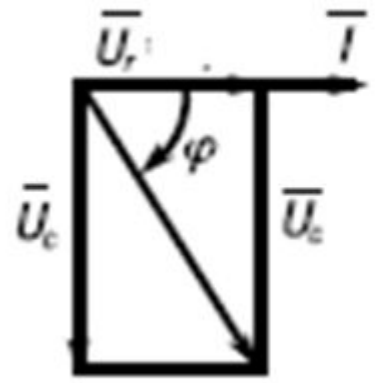
$$Q_K = \sqrt{S_K^2 - P_K^2} = \sqrt{1000^2 - 600^2} = 800$$

# Тема 4.6 Расчет цепи с резистором и конденсатором



По закону Кирхгофа  $\bar{v} = \bar{v}_R + \bar{v}_C$   
Падение напряжения на сопротивлениях:  
 $U_R = I \times R, (\text{Ом})$   
 $U_c = I \times X_C (\text{Ом})$

Векторная диаграмма цепи



Напряжение цепи

$$U = \sqrt{U_r^2 + U_c^2}$$

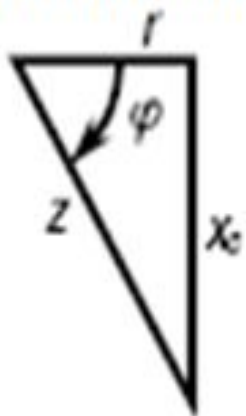
Закон Ома для цепи

$$I = \frac{U}{\sqrt{r^2 + x_c^2}} = \frac{U}{z}$$

где  $z$  – полное сопротивление цепи, Ом

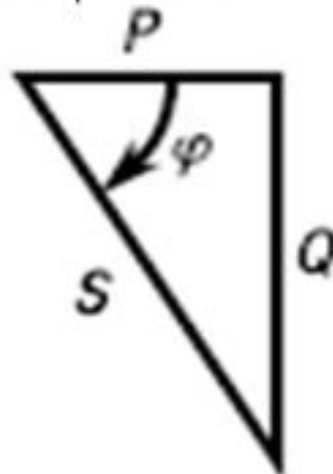


## Треугольник сопротивлений



$$\begin{aligned}\cos \varphi &= R / Z \\ \sin \varphi &= X_c / Z \\ \varphi &= \arctg(X_c / R)\end{aligned}$$

## Треугольник мощностей



Мощность цепи:

1. Активная

$$P = U I \cos \varphi = I^2 \cdot R, \text{ Вт}$$

2. Реактивная

$$- Q = U I \sin \varphi = I^2 \cdot X_c, \text{ ВАр}$$

3. Полная

$$S = U I = \sqrt{P^2 + Q^2} = I^2 \cdot Z, \text{ ВА}$$

**ВЫВОД:** в такой цепи ток опережает напряжение на угол  $\varphi$  (отрицательный).  
Реактивная мощность берется со знаком (-)

## ЗАДАЧА.

Дано:

$$X_c = 8 \text{ Ом}$$

$$R = 6 \text{ Ом.}$$

$$I = 5 \text{ А}$$

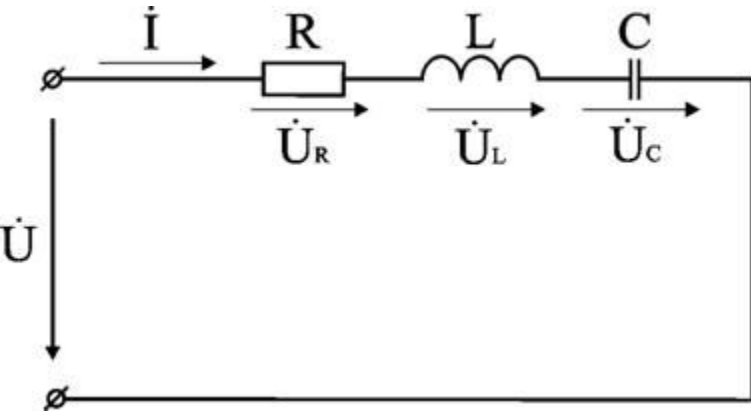
Определить:

$$U \text{ -?}$$

Решение.

$$U = I \cdot \sqrt{R^2 + X_c^2} = 5 \cdot \sqrt{6^2 + 8^2} = 5 \cdot \sqrt{100} = 50 \text{ В}$$

## Тема 4.7 Расчет цепи с резистором , катушкой и конденсатором



Для напряжений выполняется второй закон Кирхгофа в векторной форме.

$$\dot{U} = \dot{U}_R + \dot{U}_L + \dot{U}_C.$$

Напряжения на элементах определяются по формулам

$$U_R = I R,$$

$$U_L = I X_L,$$

$$U_C = I X_C,$$

$$\psi_{uR} = \psi_i;$$

$$\psi_{uL} = \psi_i + 90^\circ;$$

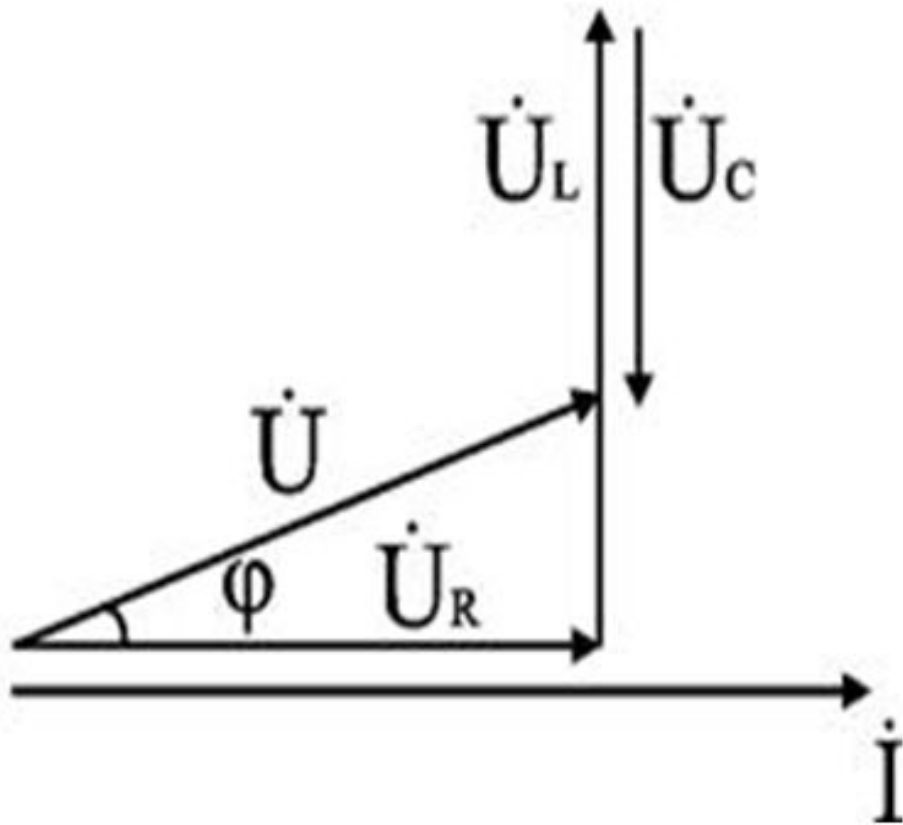
$$\psi_{uC} = \psi_i - 90^\circ.$$

В зависимости от величин  $L$  и  $C$  в формуле , возможны следующие варианты:

1.  $X_L > X_C$ ;

2.  $X_L < X_C$ ;

**1 вариант:**  $X_L > X_C$ , тогда  $U_L > U_C$ .  
Строим векторную диаграмму



Полное напряжение цепи

$$U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2}$$

Полное сопротивление цепи

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

Закон Ома для цепи

$$I = U / Z$$

Коэффициент мощности

$$\cos \varphi = R / Z$$

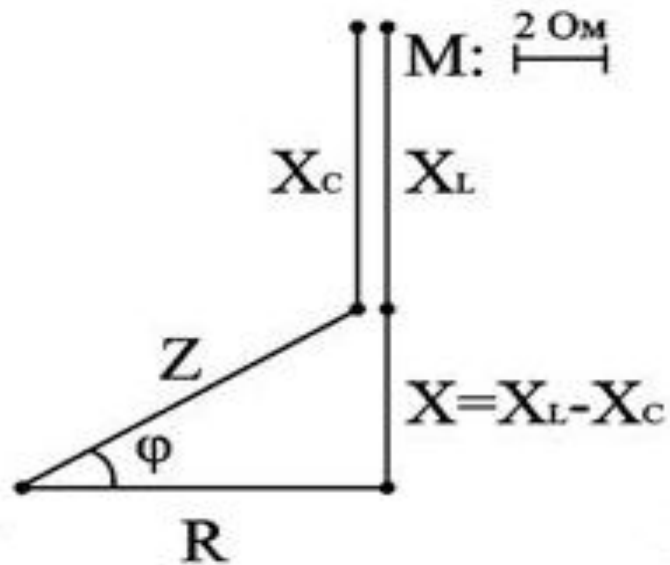
Угол сдвига фаз  $\varphi$

$$\varphi = \arctg((X_L - X_C) / R)$$

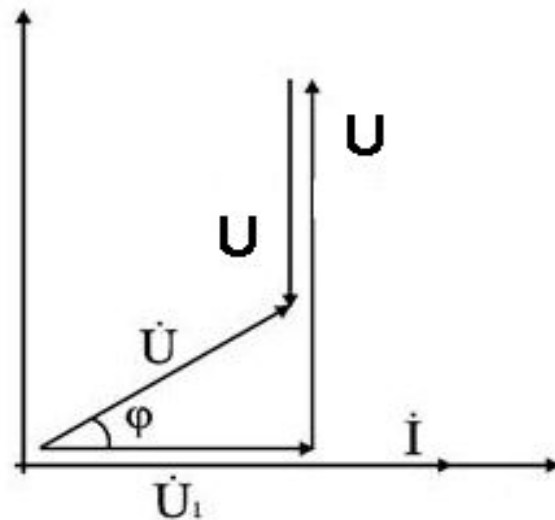
**Вывод:** Так как ток отстает от напряжения на угол  $\varphi$  (угол  $\varphi > 0$ ), то цепь имеет индуктивный характер

Самостоятельно нарисовать треугольник сопротивлений и мощности в цепи.

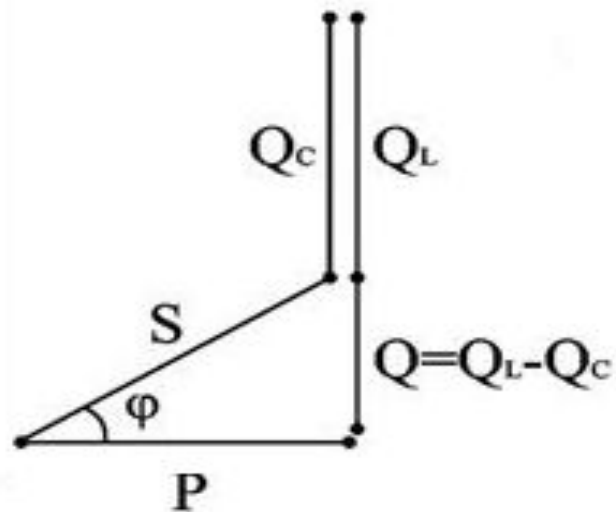
## Треугольник сопротивлений



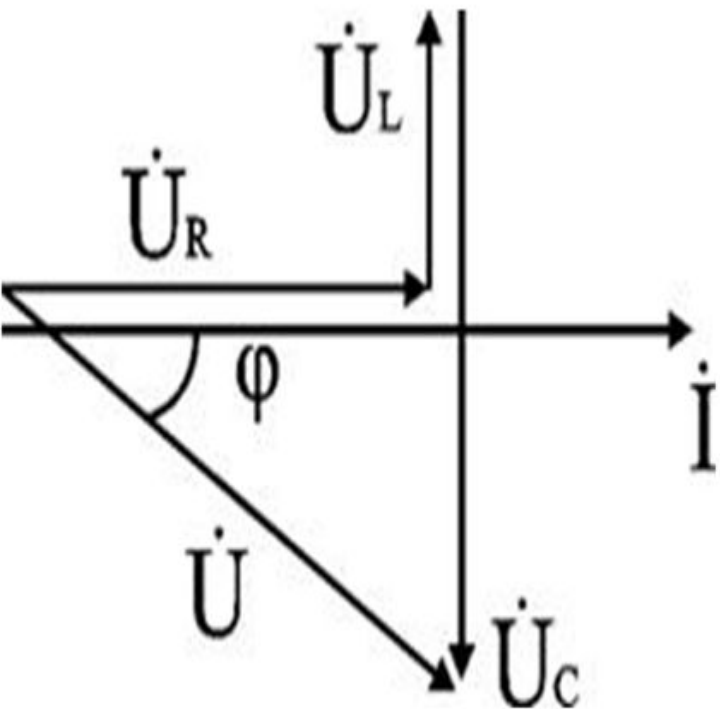
## Векторная диаграмма тока и напряжения



## Треугольник мощностей



**2 вариант:**  $X_L < X_C$ , тогда  $U_L < U_C$ .



Полное напряжение цепи

$$U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2}$$

Полное сопротивление цепи

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

Закон Ома для цепи

$$I = U / Z$$

Коэффициент мощности

$$\cos \varphi = R / Z$$

Угол сдвига фаз  $\varphi$

$$\varphi = \arctg((X_L - X_C) / R)$$

Мощность цепи:

1. Активная

$$P = U I \cos \varphi = I^2 \cdot R, \text{ Вт}$$

2. Реактивная

$$- Q = U I \sin \varphi = I^2 \cdot (X_L - X_C), \text{ ВАр}$$

3. Полная

$$S = U I = \sqrt{P^2 + Q^2} = I^2 \cdot Z, \text{ ВА}$$

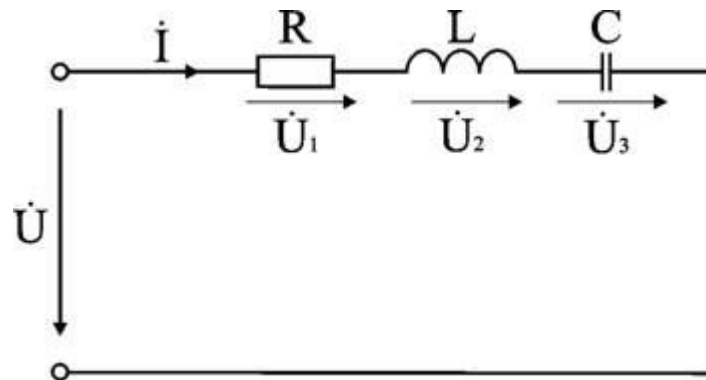
**Вывод:** Так как ток опережает напряжение на угол  $\varphi$  (угол  $\varphi < 0$ ), то цепь имеет емкостный характер.

Самостоятельно нарисовать треугольник сопротивлений и мощности в цепи.

### Задача

Электрическая цепь, показанная на рис. питается от источника синусоидального тока с частотой 200 Гц и напряжением 120 В. Дано:  $R = 4$  Ом,  $L = 6,37$  мГн,  $C = 159$  мкФ.

Вычислить ток в цепи, напряжения на всех участках, активную, реактивную, и полную мощности. Построить векторную диаграмму, треугольники сопротивлений и мощностей.



## Решение

### 1. Вычисление сопротивлений участков и всей цепи

Индуктивное реактивное сопротивление

$$X_L = 2\pi f L = 2 \times 3,14 \times 200 \times 6,37 \cdot 10^{-3} = 8 \text{ Ом.}$$

Емкостное реактивное сопротивление

$$X_C = 1 / (2\pi f C) = 1 / (2 \times 3,14 \times 200 \times 159 \cdot 10^{-6}) = 5 \text{ Ом.}$$

Полное сопротивление всей цепи:

$$X = X_L - X_C = 8 - 5 = 3 \text{ Ом;}$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$$

### 2. Вычисление тока и напряжений на участках цепи

Ток в цепи

$$I = U / Z = 120 / 5 = 24 \text{ А.}$$

Напряжения на участках:

$$U_R = R I = 96 \text{ В; } U_L = X_L I = 192 \text{ В; } U_C = X_C I = 120 \text{ В.}$$

### 3. Вычисление мощностей

Активная мощность

$$P = R I^2 = U_R I = 2304 \text{ Вт.}$$

Реактивные мощности:

$$Q_L = X_L I^2 = U_L I = 4608 \text{ вар; } Q_C = X_C I^2 = U_C I = 2880 \text{ вар.}$$

Полная мощность цепи

$$S = UI = \sqrt{P^2 + (Q_L - Q_C)^2} = 2880$$

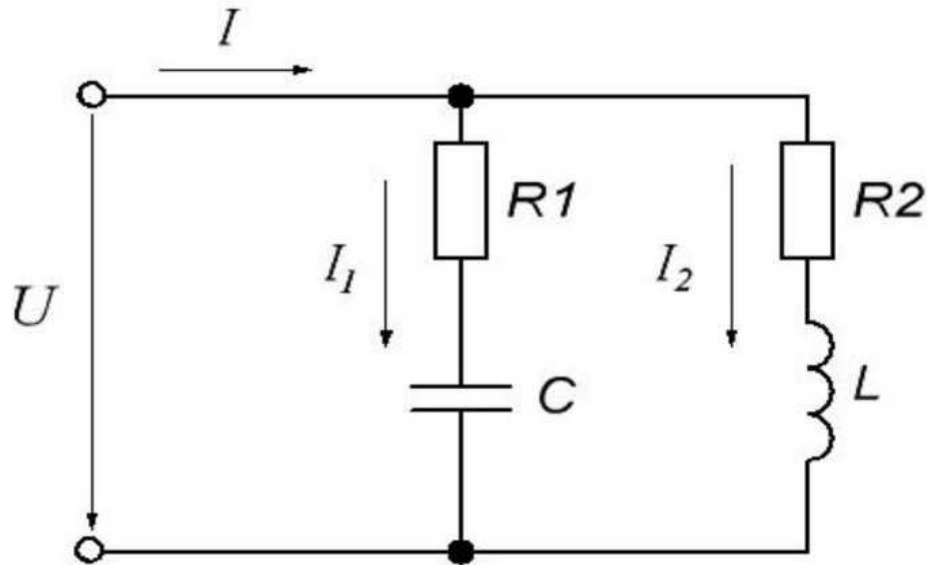
#### 4. Угол сдвига фаз

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{X_L - X_C}{R} = \operatorname{arctg} \frac{3}{4} = 37^\circ$$

**В данной цепи ток отстает по фазе от напряжения на угол 37 град.**



## 4.8 Расчет разветвленной цепи переменного тока



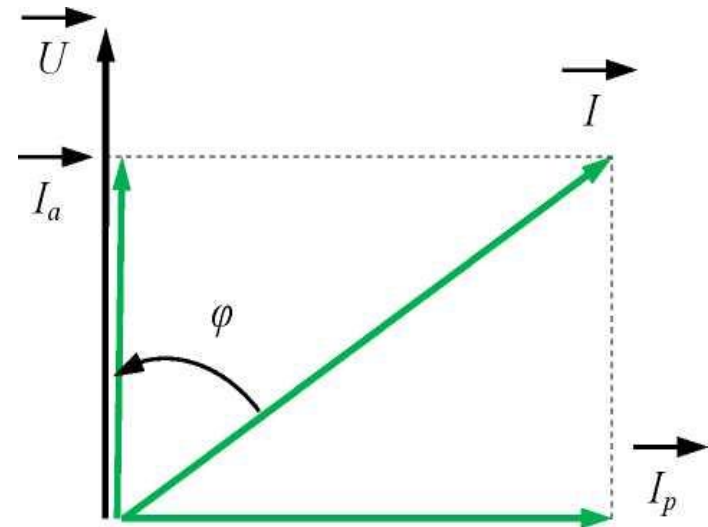
Активная составляющая совпадает по направлению с напряжением и равна:

$$I_a = I \cos \varphi.$$

Реактивная составляющая перпендикулярная вектору напряжения и равна:

$$I_p = I \sin \varphi.$$

Переменный ток  $I$  можно рассматривать как геометрическую сумму двух составляющих: активной  $I_a$  и реактивной  $I_p$ .



*Разложение тока на активную и реактивную составляющие*

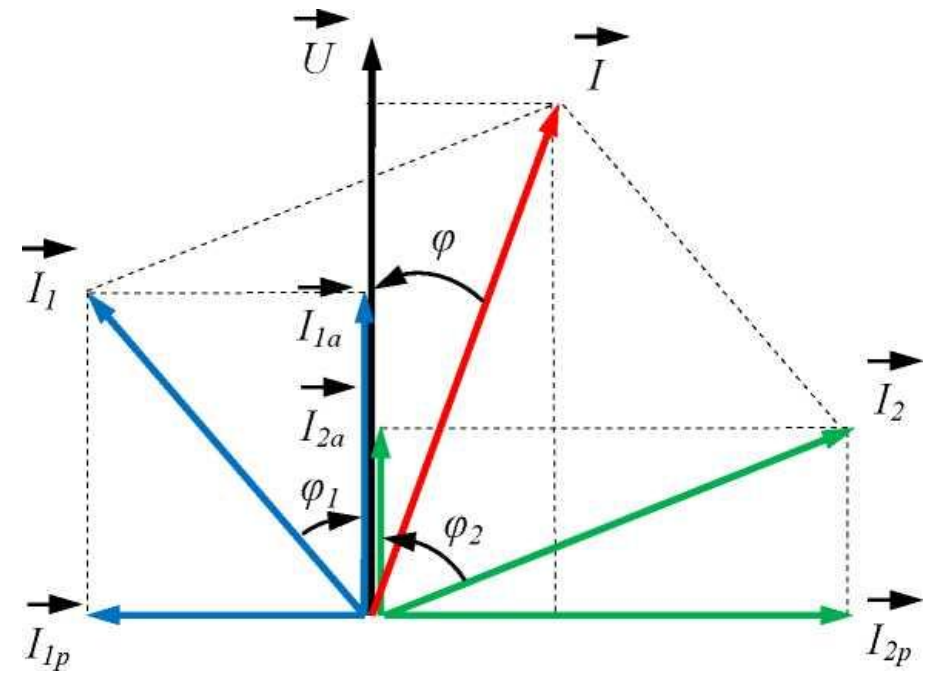
Токи в ветвях:  $I_1 = \frac{U}{z_1}$ ,  $I_2 = \frac{U}{z_2}$

Углы сдвига фаз между напряжением и токами в ветвях

$$\cos \varphi_1 = \frac{r_1}{z_1} \quad \text{и} \quad \cos \varphi_2 = \frac{r_2}{z_2}$$

Построив векторы токов  $I_1$  и  $I_2$  и сложив их по правилу параллелограмма, получим вектор тока  $I$ , протекающего на общем участке цепи, который равен

$$I = \sqrt{I_a^2 + I_p^2}$$
$$I_a = I_{a1} + I_{a2}$$
$$I_p = I_{p1} + I_{p2}$$



*Векторная диаграмма напряжений и токов параллельной цепи переменного тока*

## Тема 5. Резонансные режимы цепи

### 5.1 Резонанс напряжений

Режим работы неразветвленной электрической цепи, когда ток и напряжение совпадают по фазе, а сопротивление цепи является чисто активным.



Физическая сущность резонанса заключается в периодическом обмене энергией между магнитным полем катушки индуктивности и электрическим полем конденсатора, причем сумма энергий полей остается постоянной.

#### Условия резонанса:

1. Цепь неразветвленная
2.  $X_L = X_C$

#### Свойства цепи при резонансе

1. Т.к. реактивные сопротивления равны, падения напряжения на индуктивности и емкости равны и много больше напряжения цепи.  $U_L = U_C \gg U$
2. Падение напряжения на активном сопротивлении совпадает по фазе с напряжением цепи  $U_R = U$

3. Ток в цепи максимальный и равен

$$I = \frac{U}{R}$$

4. Полное сопротивление минимальное и равно  $Z = R$

5. Реактивная мощность равна нулю. Коэффициент мощности равен единице:

$$\cos \varphi = P/S = R/Z = 1.$$

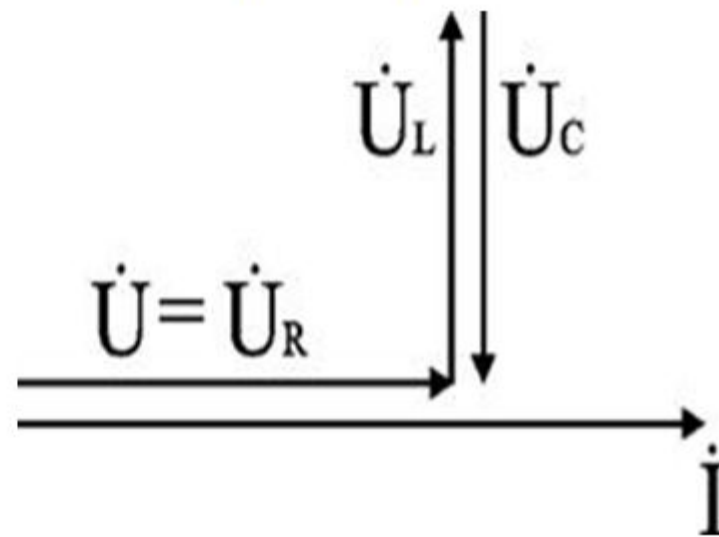
Явление резонанса находит применение в радиотехнике для получения максимального тока и напряжения в контуре. (антенный контур радиопередатчика настраивают на резонанс напряжений для того, чтобы ток в антенне был максимальным. Тогда дальность действия передатчика будет наибольшей). Однако, если он возникает стихийно, то может привести к аварийным режимам вследствие появления больших перенапряжений и сверхтоков.

**Резонансная частота**

Резонансная частота

$$f_p = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Векторная диаграмма



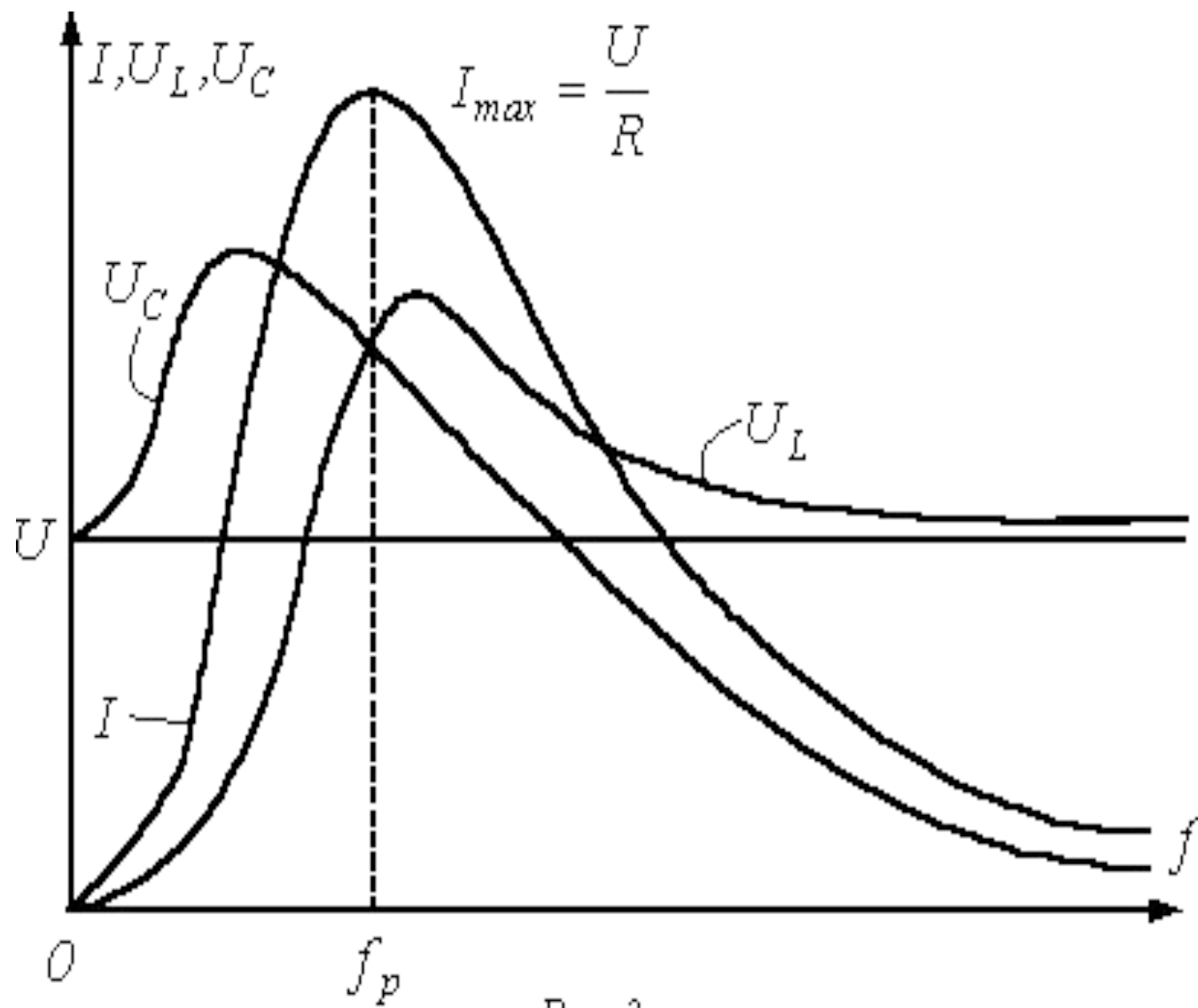
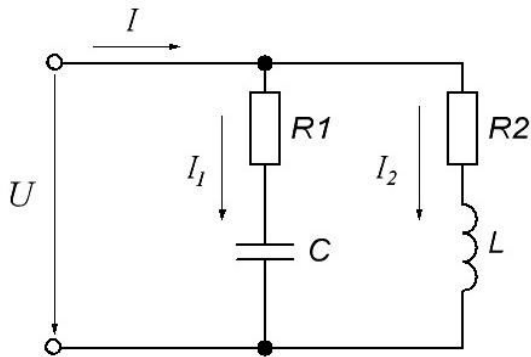


Рис.3

## 5.2 Резонанс тока

Режим работы разветвленной электрической цепи, когда ток и напряжение в неразветвленной части цепи совпадают по фазе.



### Условия резонанса:

1. Цепь разветвленная
2.  $X_L = X_C$

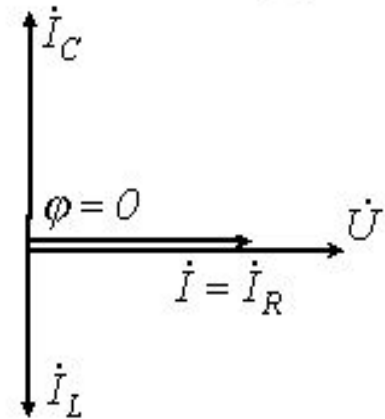
### Свойства цепи при резонансе

1. Общий ток может быть значительно меньше токов в каждой ветви.
2. Ток и напряжение совпадают по фазе.
3. При резонансе токов коэффициент мощности равен единице:  $\cos \varphi = 1$ .
4. Полная мощность равна активной мощности:  $S = P$ .
5. Реактивная мощность равна нулю:  $Q = Q_L - Q_C = 0$ .

## Резонансная частота

$$f_p = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

## Векторная диаграмма



**Дано:**

$$U = 220 \text{ В,}$$

$$f = 50 \text{ Гц,}$$

$$R = 22 \text{ Ом,}$$

$$L = 350 \text{ мГн,}$$

$$C = 28,9 \text{ мкФ.}$$

**Найти:**

$$I, U_L, U_C, \varphi - ?$$

## Задача 1

**Индуктивное сопротивление**

$$X_L = \omega L = 2\pi f L = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 0,35 = 110 \text{ Ом;}$$

**Емкостное сопротивление**

$$X_C = 1 / \omega C = 1 / (2\pi f C) = 110 \text{ Ом;}$$

**Полное сопротивление**

$$Z = R = 22 \text{ Ом,}$$

**Угол сдвига между током и напряжением**

$$\varphi = 0$$

**Ток в цепи**

$$I = U / R = 220 / 22 = 10 \text{ А}$$

**Напряжение на индуктивности и емкости**

$$U_L = U_C = I X_L = 10 \cdot 110 = 1100 \text{ В.}$$

### **Задача 2**

**Определить частоту сети, при которой в цепи возникает резонанс напряжений. Определить также, во сколько раз напряжение на индуктивности больше напряжения сети при резонансе, если цепь имеет следующие параметры:**

$$r = 20 \text{ Ом}, L = 0,1 \text{ Гн}, C = 5 \text{ мкф.}$$

**Решение.**

**Резонансная частота**

$$f_p = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 224 \text{ Гц}$$

**Индуктивное сопротивление цепи при резонансе**

$$xL = 2\pi f_0 L = 6,28 \cdot 224 \cdot 0,1 = 140 \text{ Ом.}$$

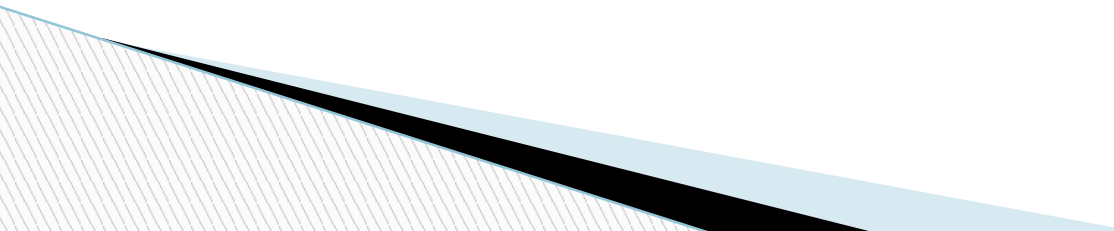
**Напряжение на индуктивности при резонансе**

$$U_L / U = I xL / I r, \quad U_L = U xL / r = U 140 / 20 = 7U.$$

**Напряжение на индуктивности при резонансе в 7 раз больше напряжения сети.**



## **Контрольные вопросы**

- 1. Что такое резонанс напряжений, чем он характеризуется?**
  - 2. Что такое резонанс токов, чем он характеризуется?**
  - 3. В чем физическая сущность резонансных режимов?**
- 

По векторным диаграммам определить способы соединения катушки, резистора и конденсатора, а также характер цепи.

