

*Министерство образования Республики Башкортостан*

*ГАОУ СПО «Уфимский топливно-энергетический колледж»*



# Применение производной в физике

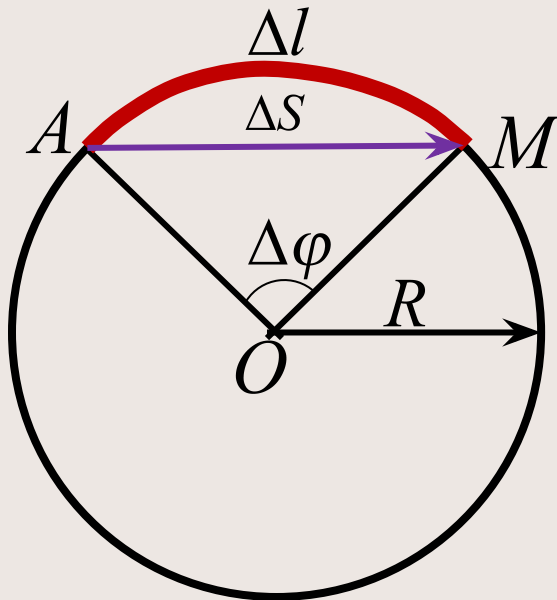
Выполнил преподаватель математики: Сухарева Г.В.

## Содержание:

1. Кинематика. Движение по окружности
2. Колебание. Гармонические колебания
3. Термодинамика. Теплоемкость тела
4. Электростатика. Ток в электрической цепи
5. ТМФ. Линейная плотность тела
6. Работа и мощность
7. Закрепление. Математический кроссворд



# Кинематика. *Движение по окружности*



Точка  $M$  движется по окружности.

Уравнение движения точки  $M$  по окружности:  $\varphi = \varphi(t)$ .

Угловая скорость:

$$\omega(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} = \varphi'(t)$$

Угловое ускорение:

$$a(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \omega}{\Delta t} = \omega'(t) = \varphi''(t)$$

Пример: Маховик за время  $t$  поворачивается на угол  $\varphi(t) = 8t - 0,5t^2$  ( $t$  - в секундах,  $\varphi$  - в радианах). Определите угловую скорость в конце 3 секунды. Найти момент, когда прекратиться вращение.

Решение:

1. Закон изменение угловой скорости:

$$\omega(\text{рад/с}) = \varphi'(t) = (8t - 0,5t^2)' = 8 - t; (\quad / \quad)$$

2. Значение угловой скорости в момент времени 3 с:

$$\omega(3) = 8 - 3 = 5(\text{рад} / \text{с})$$

3. Маховик прекращает движение, т.е.  $\omega(t) = 0$

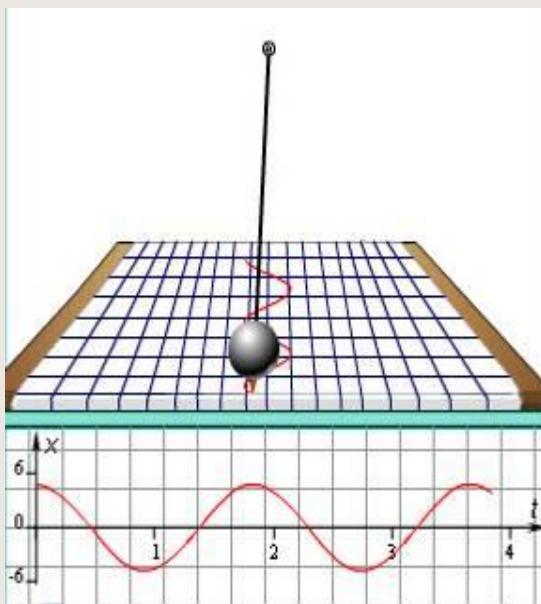
$$8 - t = 0$$

$$t = 8(\quad)$$

Ответ.  $5(\text{рад} / \text{с}); 8(\text{с})$



# Колебания. *Гармонические колебания*



Уравнение гармонических колебаний

$$x = x_m \sin(\omega t + \varphi_0)$$

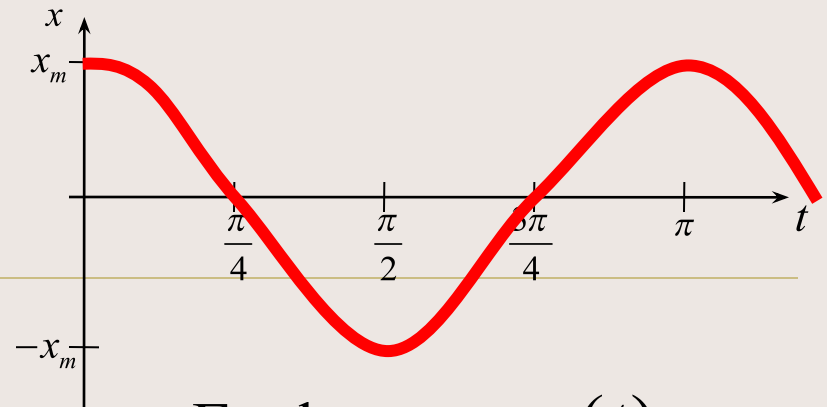
Уравнение скорости колебания

$$\begin{aligned} v &= x'(t) = (x_m \sin(\omega t + \varphi_0))' = \\ &= x_m \cdot \omega \cos(\omega t + \varphi_0) = x_m \cdot \omega \sin(\omega t + \varphi_0 + \frac{\pi}{2}) \end{aligned}$$

Уравнение ускорения колебания

$$\begin{aligned} a(t) &= v'(t) = (v_m \cos(\omega t + \varphi_0))' = (x_m \cdot \omega \cos(\omega t + \varphi_0))' = \\ &= -x_m \cdot \omega^2 \sin(\omega t + \varphi_0) = x_m \cdot \omega^2 \sin(\omega t + \varphi_0 + \pi) \end{aligned}$$

График  $x = x(t)$

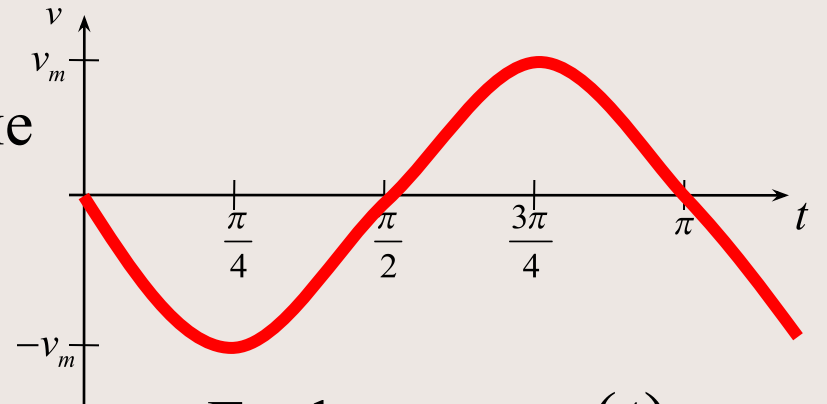


$$v_{\max} = x_m \cdot \omega$$

Скорость опережает колебание

смещения на  $\frac{\pi}{2}$

График  $v = v(t)$



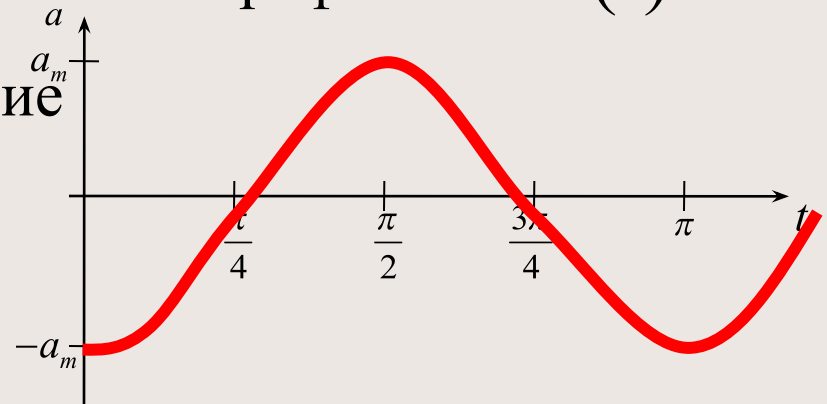
$$a_{\max} = -x_m \cdot \omega^2$$

Ускорение опережает колебание

скорости на  $\frac{\pi}{2}$  и колебание

смещения на  $\pi$

График  $a = a(t)$



# Термодинамика. *Теплоемкость тела*



Температура повысилась

$$t_0 \rightarrow t$$

Количество теплоты

$$Q(t_0) \rightarrow Q(t)$$

Теплоемкость тела

$$c(t) = \lim_{t \rightarrow t_0} c_{cp} = \lim_{t \rightarrow t_0} \frac{Q(t) - Q(t_0)}{t - t_0} = Q'(t_0)$$

Пример: Количество теплоты, получаемое некоторым веществом при нагревании его от  $0$  до  $T$ , определяется по формуле

$Q(t) = 0,1054t + 0,000002t^2$  ( $Q$ -в джоулях,  $t$ -в кельвинах). Найти теплоемкость этого вещества при  $100\text{K}$ .

Решение:

1. Закон изменение теплоемкости вещества:

$$c(t) = Q'(t) = (0,1054t + 0,000002t^2)' = 0,1054 + 0,000004t$$

2. Значение теплоемкости вещества при температуре  $100\text{K}$ :

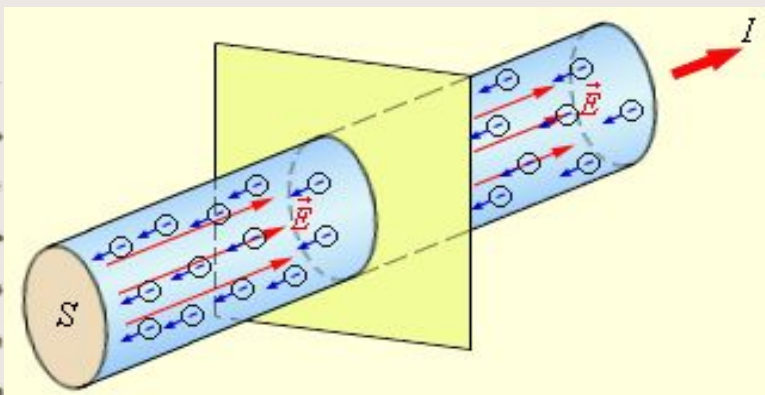
$$\text{Дж/К} = 0,1054 + 0,000004 \cdot 100 = 0,1058 \left( \text{ / } \right)$$

Ответ.  $0,1058 \text{ Дж / К}$





# Электростатика. *Ток в электрической цепи*



Количество электричества

$$q = q(t)$$

Характеристика цепи переменного тока – мгновенное значение силы тока в момент времени  $t$ :

$$I_{мг} = \lim_{t \rightarrow t_0} I_{ср} = \lim_{t \rightarrow t_0} \frac{q(t) - q(t_0)}{t - t_0} = q'(t_0)$$

Пример: В какой момент времени ток в цепи равен нулю, если количество электричества, протекающего через проводник, задается формулой  $q = t - \sqrt{t} + 1$  ?

Решение:

1. Закон изменение силы тока:

$$I(t) = q'(t) = (t - \sqrt{t} + 1)' = 1 - \frac{1}{2\sqrt{t}}$$

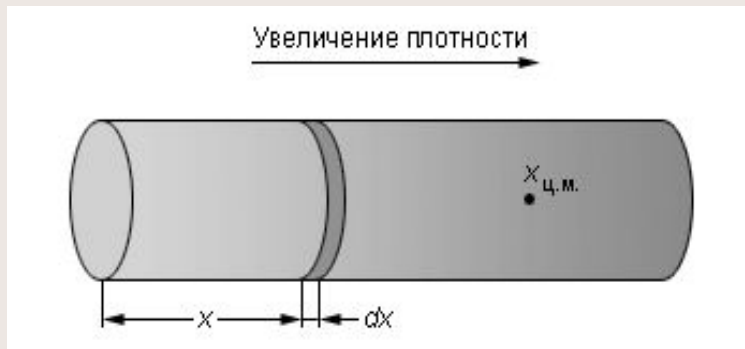
2. По условию  $I=0$ , получаем уравнение:  $1 - \frac{1}{2\sqrt{t}} = 0$

$$\frac{1}{2\sqrt{t}} = 1; 2\sqrt{t} = 1; \sqrt{t} = \frac{1}{2}; t = \frac{1}{4}$$

Ответ. 0,25с



# ТМФ. *Линейная плотность тела*



Масса стержня есть функция его длины

$$m = m(x), x \in [0; l]$$

Линейная плотность неоднородного стержня

$$\rho(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \rho_{cp} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{m(x) - m(x_0)}{x - x_0} = m'(x_0)$$

Пример: Известно, что для любой точки  $C$  стержня  $AB$  длиной 20 см, отстоящей от точки  $A$  на расстоянии  $l$ , масса куска стержня  $AC$  в граммах определяется по формуле  $m(l) = 3l^2 + 5l$ . Найдите линейную плотность стержня в середине отрезка  $AB$ .

Решение:

1. Закон изменения линейной плотности:

$$\rho(l) = m'(l) = (3l^2 + 5l)' = 6l + 5$$

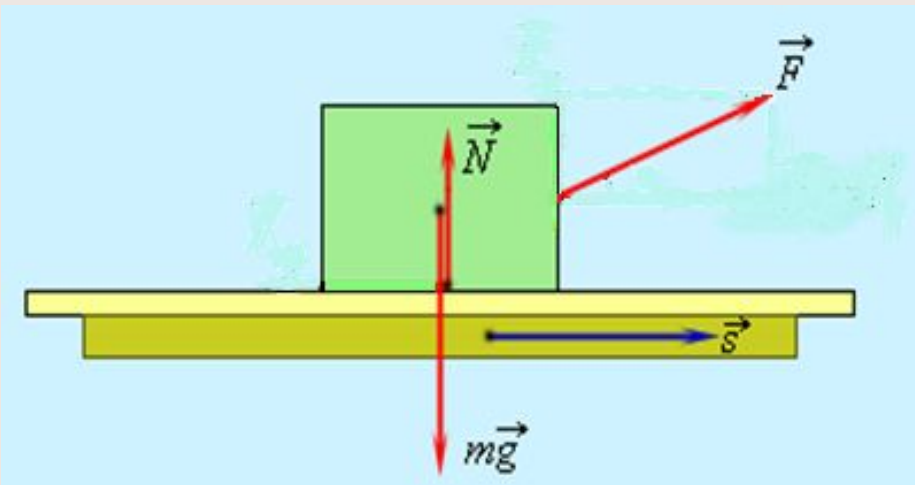
2. Линейная плотность в середине отрезка  $AB$  равна:

$$\rho(10) = 6 \cdot 10 + 5 = 65 \text{ (г / см)}$$

Ответ. 65 (г / см)



# Работа и мощность



Если  $F = const$

$$\vec{A} = \vec{F} \cdot \vec{s} = |\vec{F}| \cdot |\vec{s}| \cos \varphi$$

Если  $F = F(x)$

$$A_{\text{мгн.}} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} A_{\text{ср.}} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta F(x)}{\Delta x} = F'(x)$$

Характеристика работы - мощность

$$N_{\text{мгн.}} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} N_{\text{ср.}} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta A}{\Delta t} = A'(t)$$

Пример: На тело, которое движется прямолинейно, действует сила  $F(x) = x^3 - 3x^2 + 2; (H)$ . Найдите закон, по которому изменяется работа, совершаемое данным телом, и мощность в момент времени 4с.

Решение:

1. Закон изменение работы:

$$D(x) = F'(x) = (x^3 - 3x^2 + 2)' = 3x^2 - 6x; ( \quad )$$

2. Закон изменение мощности:

$$B(t) = A'(t) = (3x^2 - 6x)' = 6x - 6; ( \quad )$$

3. Мощность в момент времени 4с:

$$B(4) = 6 \cdot 4 - 6 = 18$$

Ответ.  $D(x) = 3x^2 - 6x; ( \quad )$   $B(4) = 18$

# Закрепление (математический кроссворд)

1. Расстояние между двумя точками, измеренное вдоль траектории движущегося тела.
2. Физическая величина, характеризующая быстроту изменения скорости.
3. Одна из основных характеристик движения.
4. Немецкий философ, математик, физик, один из создателей математического анализа.
5. Наука, изучающая наиболее общие закономерности явлений природы, состав и строение материи, законы ее движения.
6. Изменение положения тела в пространстве относительно некоторой системы отсчета с течением времени.

# Закрепление (математический кроссворд)

7. Выдающийся английский физик, именем которого названы основные законы механики.

8. Какие величины определяют положение тела в выбранной системе отсчета.

9. Физическая теория, устанавливающая закономерности взаимных перемещений тел в пространстве и происходящих при этом взаимодействий.

10. Наука, изучающая применение производной в физике.

11. То, чего не хватает в определении: производная от координаты по \_\_\_\_\_ есть скорость.



				<sup>1</sup> п	у	т	ь			
	<sup>2</sup> у	с	к	о	р	е	н	и	е	
			<sup>3</sup> с	к	о	р	о	с	т	ь
<sup>4</sup> л	е	й	б	н	и	ц				
			<sup>5</sup> ф	и	з	и	к	а		
			<sup>6</sup> д	в	и	ж	е	н	и	е
<sup>7</sup> н	ь	ю	т	о	н					
<sup>8</sup> к	о	о	р	д	и	н	а	т	а	
<sup>9</sup> м	е	х	а	н	и	к	а			
				<sup>10</sup> а	л	г	е	б	р	а
<sup>11</sup> в	р	е	м	я						

## *Заключение*

---

В данной работе показано применение производной в таких разделах физики, как кинематика, термодинамика, электростатика, колебания, теории молекулярной физики не только с теоретической точки зрения, но и с практической, т.е. при решении задач.



СПАСИБО  
ЗА  
ВНИМАНИЕ