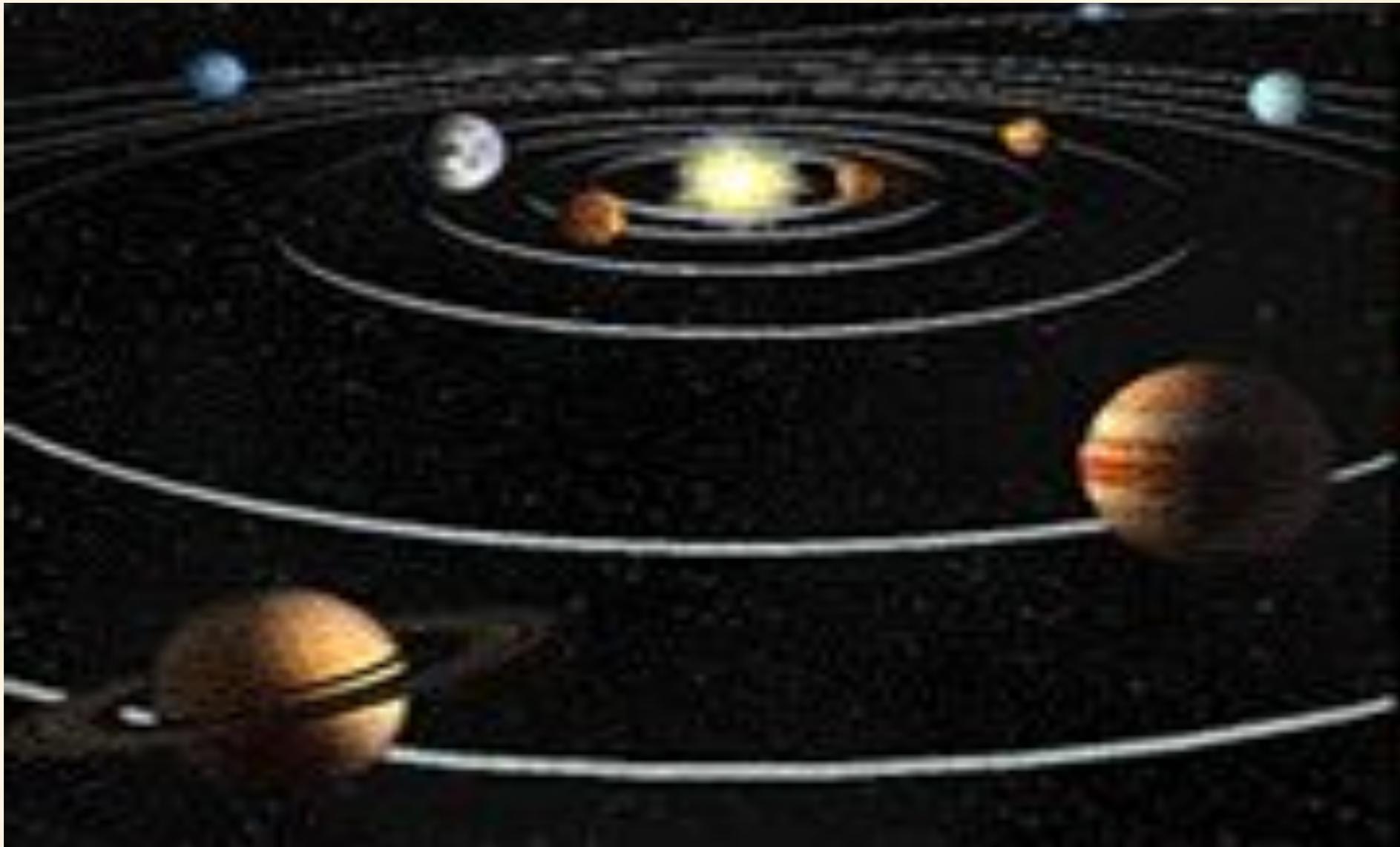


Тема: Принцип относительности в механике

Содержание лекции:

1. Принцип относительности и преобразования Галилея.
2. Принцип относительности Эйнштейна.
3. Относительность временных интервалов.
4. Относительность пространственных интервалов.
5. Преобразования Лоренца
6. Пространственно-временной интервал.
7. Релятивистский импульс. Второй закон Ньютона.
8. Энергия частицы.

1. Принцип относительности Галилея



любое механическое явление протекает одинаково во всех инерциальных системах отсчета (ИСО).

Никакими механическими опытами, проводимыми в ИСО, нельзя установить, движется эта система отсчета прямолинейно и равномерно или покоится.

Прямые и обратные преобразования Галилея

$$x = x' + Vt',$$

$$y = y',$$

$$z = z',$$

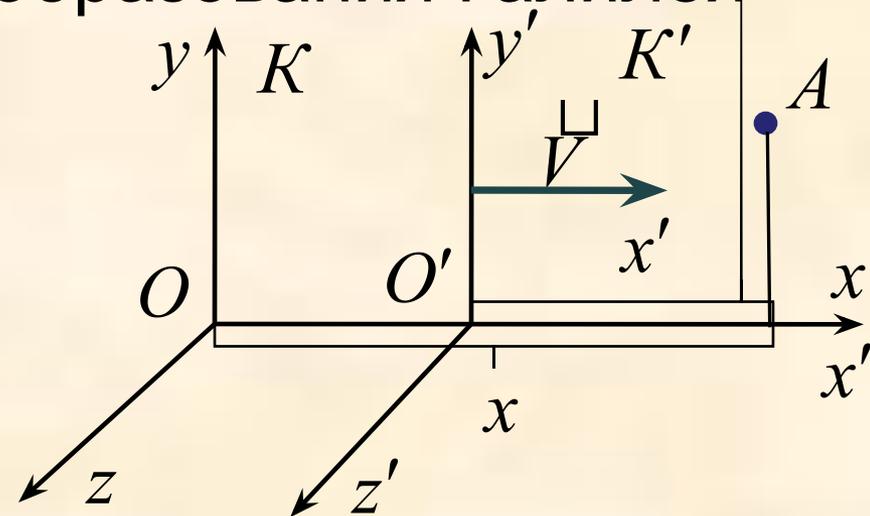
$$t = t'$$

$$x' = x - Vt,$$

$$y' = y,$$

$$z' = z,$$

$$t' = t$$



Преобразования Галилея позволяют по известным координатам и времени некоторого события в одной ИСО, найти координаты и время этого же события в другой ИСО, движущейся относительно первой с некоторой скоростью V .

Уравнения классической механики инвариантны относительно преобразований Галилея, т. е. вид уравнений не изменяется.

Физические величины, которые при преобразованиях Галилея остаются неизменными, называются **инвариантами преобразований Галилея**.

Например, инвариантность второго закона Ньютона относительно преобразований Галилея проявляется в том, что вид этого уравнения сохраняется при переходе от неподвижной к движущейся СО:

$$a = \frac{d^2 x}{dt^2} = (x = x' + Vt) = \frac{d^2}{dt^2} (x' + Vt) = \frac{d^2 x'}{dt^2} = a' = \text{inv}$$

Консервативные силы взаимодействия также являются инвариантами.

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = F, \quad \frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{d^2 x'}{dt^2}, \quad F = F', \quad m \frac{d^2 x'}{dt^2} = F'$$

Эти два факта обеспечивают инвариантность всего второго закона Ньютона.

Пространственный интервал, т.е. расстояние между пространственными точками:

$$\begin{aligned}\Delta l_{12} &= \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2} = \\ &= \sqrt{(x'_1 - x'_2)^2 + (y'_1 - y'_2)^2 + (z'_1 - z'_2)^2} = \\ &= \Delta l'_{12} = inv\end{aligned}$$

Временной интервал:

$$\Delta t = \Delta t' = inv$$

Скорость относится к неинвариантным величинам:

$$u_x = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt'}(x' + Vt') = \frac{dx'}{dt'} + V = u'_x + V,$$

$$u_y = u'_y, u_z = u'_z$$

Классический закон сложения скоростей:

$$\boxed{\mathbf{u} = \mathbf{u}' + \mathbf{V}}$$

Принцип относительности и преобразования Галилея отражают представления об абсолютном пространстве и абсолютном времени, которые лежат в основе классической механики.

2. Принцип относительности Эйнштейна.



В основе СТО Эйнштейна лежат два постулата:

1. Принцип относительности Эйнштейна: все физические явления в ИСО протекают одинаково.
2. Принцип постоянства скорости света в вакууме: скорость света в вакууме одинакова во всех системах отсчета и не зависит от движения источников и приемников света, т.е. является универсальной постоянной:

$$c = 2,99793 \cdot 10^8 \text{ м / с}$$

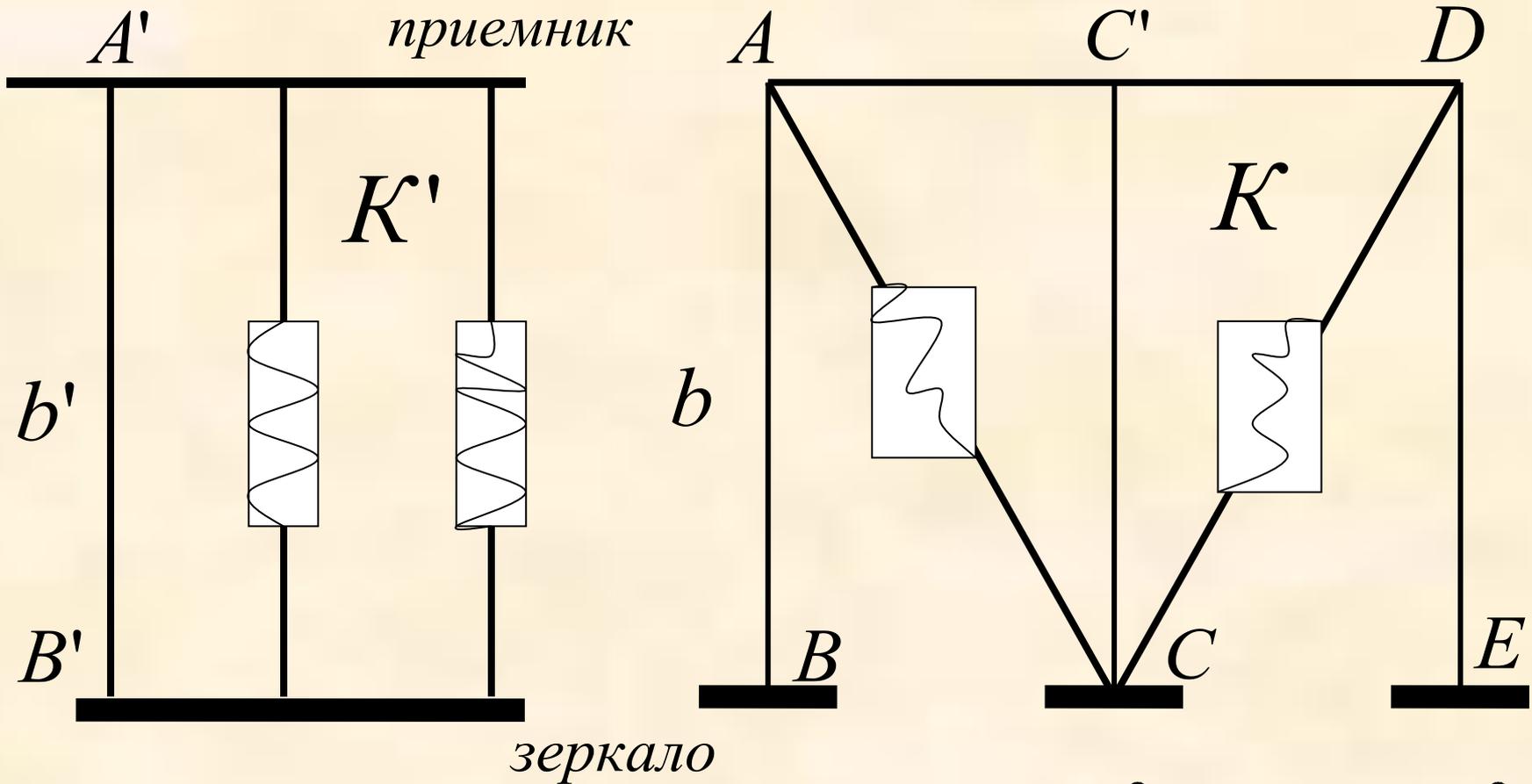
Скорость света в вакууме является не только универсальной постоянной. Оказывается, что она есть максимально возможная скорость движения в природе, т.е. никакой сигнал, никакое воздействие одного тела на другое не может распространяться со скоростью большей скорости света в вакууме.

С этой точки зрения понятно, что предельная и максимальная скорость движения должна быть одинаковой во всех ИСО.

Следствия основных принципов теории относительности:

- 1. Относительность временных
интервалов.**

Время течет по-разному в разных ИСО!!!



$$b' = \frac{c' \Delta t'}{2}$$

$$b^2 + \left(\frac{v \Delta t}{2} \right)^2 = \left(\frac{c \Delta t}{2} \right)^2$$

Согласно принципу относительности, размеры перпендикулярные вектору скорости не изменяются, т.е. $b = b'$

А согласно принципу постоянства скорости света: $c = c'$

$$\left(\frac{c\Delta t'}{2}\right)^2 + \left(\frac{v\Delta t}{2}\right)^2 = \left(\frac{c\Delta t}{2}\right)^2.$$

$$\Delta t' = \Delta t \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}$$

Время, отсчитываемое по часам, движущимся вместе с объектом, называется собственным временем объекта τ_0 .

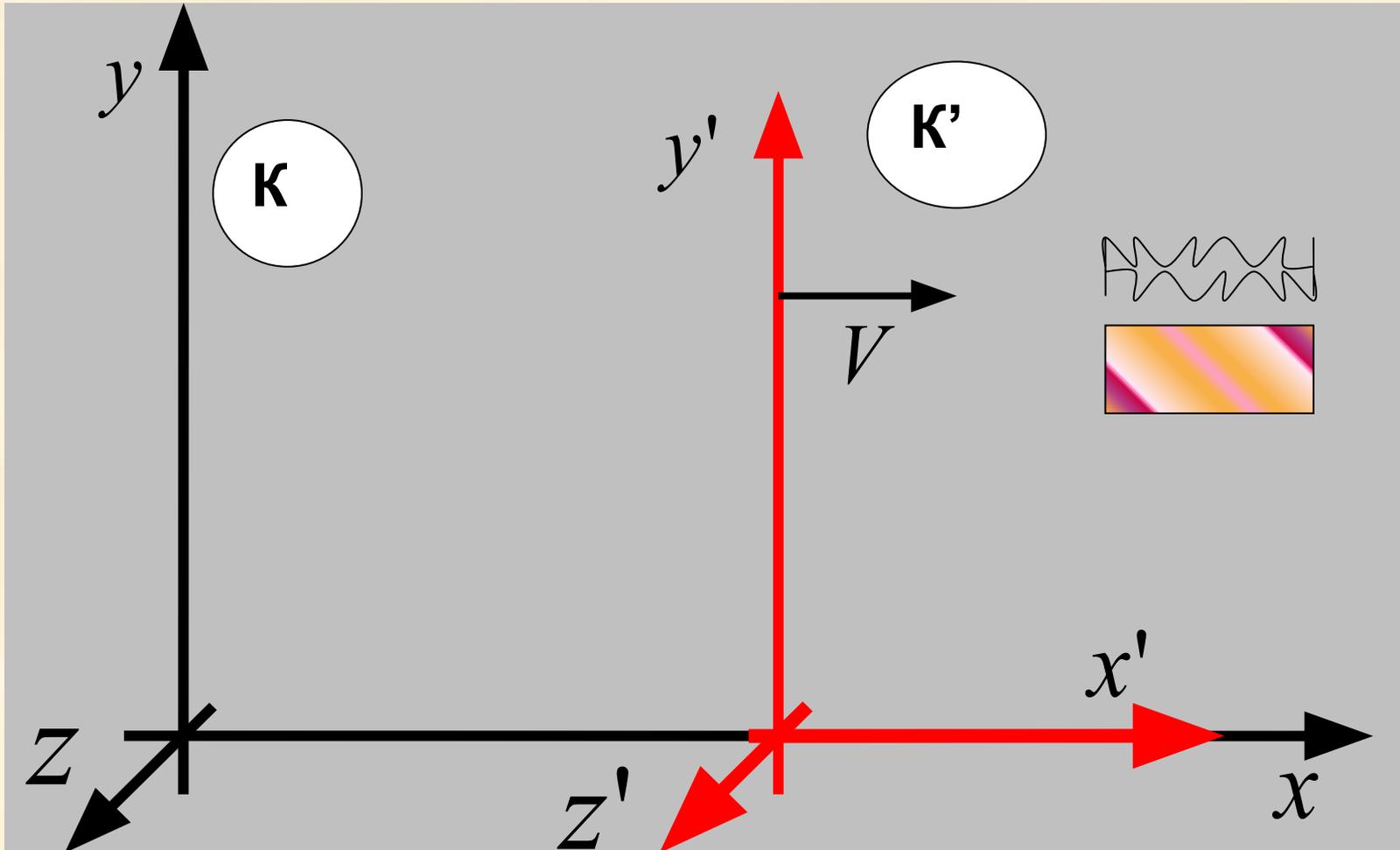
$$\Delta t = \frac{\Delta \tau_0}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

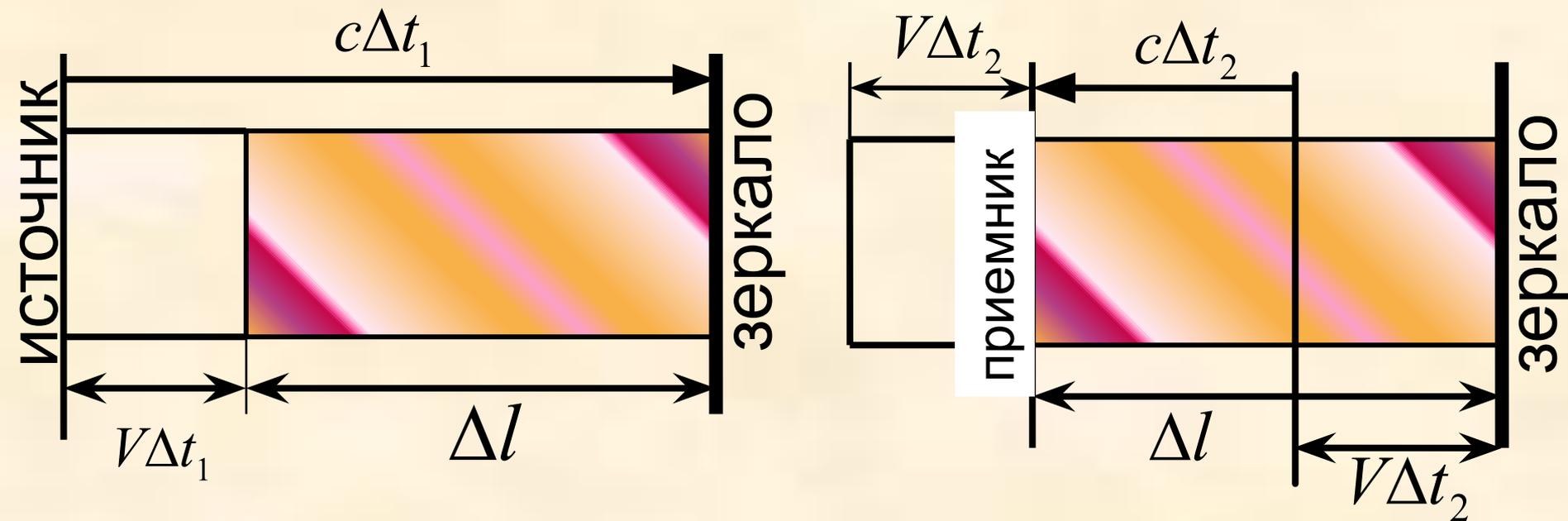
Движущиеся часы идут медленнее неподвижных.

Т.О., не существует единого мирового времени. Время, его течение, понятие одновременности событий – относительны.

2. Относительность пространственных интервалов.

Размеры тел, поперечные по отношению к движению, не изменяются.





В системе K' длина стержня: $\Delta l' = \frac{c\Delta t'}{2}$

Время движения света от зеркала к приемнику: Δt_2

Расстояние, пройденное светом до приемника:

$$c\Delta t_1 = \Delta l + V\Delta t_2$$

Общее время движения света до зеркала и обратно к приемнику:

$$\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2 = \frac{\Delta l}{c - V} + \frac{\Delta l}{c + V} = \frac{2\Delta l}{c\left(1 - V^2/c^2\right)}$$

Тогда длина стержня в системе К будет:

$$\Delta l = \frac{c\Delta t}{2} \left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right).$$

Заменяя Δt на $\Delta t'$, учитывая, что $\Delta l' = \frac{c\Delta t'}{2}$
И вводя обозначение $\Delta l' = \Delta l_0$, получим

$$\Delta l = \Delta l_0 \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}$$

Во всех системах отсчета длина тел уменьшается по сравнению с собственной.

Это явление называется ***лоренцевым сокращением*** размеров тел в направлении движения.

5. Преобразования Лоренца

Зная как изменяются пространственные и временные интервалы при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой, можно получить релятивистские преобразования координат и времени (**прямые преобразования Лоренца**):

$$x' = \frac{x - Vt}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}, \quad y' = y, \quad z' = z.$$
$$t' = \frac{t - \frac{xV}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}.$$

При малых по сравнению со скоростью света скоростях движения, т.е. $V/c \ll 1$ преобразования Лоренца переходят в преобразования Галилея:

$$x' = x - Vt, y' = y, z' = z, t' = t.$$

Следствия из преобразований Лоренца

1. Преобразования Лоренца наглядно демонстрируют неразрывную связь пространственных и временных свойств нашего мира (**мир четырехмерен**).
2. На основе преобразований Лоренца можно описать **относительность одновременности**.

3. Необходимо ввести **релятивистский закон сложения скоростей**:

$$u = \frac{u' + V}{1 + \frac{Vu'}{c^2}}.$$

Если вместо движения частицы рассмотрим распространение света, т.е. $u' = c$, тогда

$$u = \frac{c + V}{1 + \frac{Vc}{c^2}} = c.$$

Скорость света одна и та же в различных ИСО (принцип постоянства скорости света).

6. Пространственно-временной интервал

Пусть в некоторой ИСО в точках $A(x_1, y_1, z_1)$ и $B(x_2, y_2, z_2)$ произошли в моменты времени t_1 и t_2 два события. При переходе в другую систему отсчета с помощью преобразований Галилея координаты точек A и B изменятся. Однако пространственный интервал

$$\Delta l_{12} = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2} = \Delta l'_{12}$$

Не изменяется и временной интервал

$$\Delta t = t_1 - t_2 = \Delta t'$$

В релятивистской механике инвариантность пространственных и временных интервалов относительно преобразований Лоренца не имеет места. Инвариантом в СТО является пространственно-временной интервал:

$$\begin{aligned}\Delta S^2 &= c^2(t_2 - t_1)^2 - (x_2 - x_1)^2 - (y_2 - y_1)^2 - (z_2 - z_1)^2 = \\ &= c^2 \Delta t^2 - \Delta l^2\end{aligned}$$

Два вида пространственно-временных интервалов между событиями:

1. **Времениподобные интервалы:**

действительные интервалы, для которых.

$$c^2 \Delta t^2 > \Delta l_{12}^2$$

Для событий, связанных такими интервалами, $\Delta t > \Delta l / c$, т.е. во всех системах **время между событиями больше времени, в течение которого свет проходит расстояние между точками, в которых эти события произошли.**

Световой луч, испущенный из первой точки в момент первого события, может быть использован для инициирования второго события во второй точке. **Времениподобные интервалы связывают такие события, между которыми существует или может существовать причинно-следственная связь.**

2. Пространственно-подобные интервалы: мнимые интервалы, для которых.

$$c^2 \Delta t^2 < \Delta l_{12}^2$$

Для событий, связанных такими интервалами, $\Delta t < \Delta l / c$, т.е. событие во второй точке происходит раньше, чем туда прибудет свет, испущенный из первой точки в момент первого события.

Поэтому причинно-следственная связь между такими событиями невозможна и эти события между собой абсолютно независимы.

7. Релятивистский импульс. Второй закон Ньютона.

Второй закон Ньютона инвариантен относительно преобразований Галилея. В области больших скоростей эти преобразования теряют силу и уступают место преобразованиям Лоренца.

Релятивистский импульс:

$$\vec{p} = \frac{m\vec{V}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

$$\frac{d}{dt} \frac{m\vec{V}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} = \vec{F}$$

Второй закон Ньютона

В релятивистском законе динамики в общем случае направления векторов ускорения тела и действующей силы не совпадают; нарушается и пропорциональность между величинами ускорения и силы.

Два **частных случая** совпадения ускорения с направлением силы:

$$\frac{m}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} = m_{\perp} \quad \frac{m}{\sqrt{\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right)^3}} = m_{\parallel}$$

8. Энергия частицы.

Полная энергия в релятивистской механике имеет богатое содержание:

$$1) \quad W = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} > 0$$

2) В состоянии покоя $V = 0$ полная энергия не равна нулю (энергия покоя):

$$W_0 = mc^2 \neq 0$$

Масса и энергия в любом теле представлены в пропорциональных количествах. Каждое изменение энергии покоя неизбежно сопровождается пропорциональным изменением его массы.

Энергия покоя представляет собой внутреннюю энергию частицы или тела, не связанную с движением тела как целого и его взаимодействием с внешними силовыми полями.

В случае сложного тела, состоящего из многих частиц, его энергия покоя складывается из энергии покоя частиц, их кинетической энергии (обусловленной движением частиц относительно центра инерции тела) и потенциальной энергии взаимодействия частиц между собой. Потенциальная энергия частиц во внешнем поле в энергию покоя не включается, так же как и в полную энергию.

Кинетическая энергия тела:

$$W_K = W - W_0 = mc^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} - 1 \right)$$

Связь полной энергии и импульса:

$$W = c\sqrt{p^2 + m^2 c^2} \quad \frac{W^2}{c^2} - p^2 = m^2 c^2$$

Взятые друг от друга отдельно, энергия и импульс относительны, т.е. различны в разных СО.

Однако взятые в виде комбинации образуют абсолютную характеристику состояния частицы, инвариантную относительно преобразований Лоренца.

$$W^2 - c^2 p^2 = \text{inv}$$

Задача 1. Солнечная постоянная (плотность падающего на Землю потока энергии излучения Солнца) равна $C = 1,4 \text{ кВт/м}^2$. Определить массу Δm , которую теряет Солнце за один год.

Решение: Земля находится от Солнца на расстоянии

$$L = 1,48 \cdot 10^{11} \text{ м.}$$

За время Δt на единицу площади падает энергия

$$C\Delta t.$$

Умножая на площадь сферы радиусом L , получаем полную энергию, излученную Солнцем за время Δt :

$$\Delta E = 4\pi \cdot L^2 \cdot C \cdot \Delta t.$$

Эта энергия возникает в результате термоядерных реакций за счет уменьшения энергии покоя Солнца.

Следовательно, его масса за год уменьшится на величину

$$\begin{aligned}\Delta m &= \frac{\Delta E}{c^2} = \frac{4\pi \cdot L^2 \cdot C \cdot \Delta t}{c^2} = \\ &= \frac{4\pi \cdot (1,48 \cdot 10^{11})^2 \cdot 1,4 \cdot 10^3 \cdot 3,16 \cdot 10^7}{(3 \cdot 10^8)^2} = \\ &= 1,35 \cdot 10^{17} \text{ кг.}\end{aligned}$$

За время своего существования (5 млрд. лет) Солнце потеряло в массе

$$5 \cdot 10^9 \times 1,35 \cdot 10^{17} \approx 6,75 \cdot 10^{26} \text{ кг.}$$

Учитывая, что масса Солнца равна $M = 1,99 \cdot 10^{30}$ кг, потери массы на излучение составляют 0,03%.

Пример демонстрирует важный вывод СТО: **в природе нет закона сохранения массы, есть лишь закон сохранения полной энергии.**

Закон сохранения массы возник в классической физике только потому, что кинетические энергии продуктов химических реакций были намного меньше их энергий покоя.

$$W^2 - c^2 p^2 = inv$$

Частицы, для которых $W = cp$ называются **ультрарелятивистскими**. Для них $W \gg mc^2$. Такие частицы способны к множественному рождению других частиц (если ультрарелятивистские частицы присутствуют в космических лучах, то при их столкновении с атомами атмосферы возникают ливни рожденных частиц).

Не утрачивает смысл

$$W = c \sqrt{p^2 + m^2 c^2}$$

Тогда $W = cp$

и $V = c$.

Т.е. частицы с $m = 0$ движутся со скоростью света. Эти скорости являются врожденными для них, изначальными.

Представители – фотоны γ , нейтрино ν .

Задача 2. Элементарная частица, называемая нейтральным π - мезоном (π^0) распадается на два фотона: $\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$. Определить импульсы фотонов, если распавшийся пи-мезон покоился. Масса частицы $m_{\pi^0} = 2,4 \cdot 10^{-28}$ кг.

Решение: Так как вначале пи-мезон покоился, полный импульс системы был равен нулю.

$$p = 0.$$

Из закона сохранения $p = p_1 + p_2 = 0$ импульсы фотонов равны по величине и направлены в противоположные стороны.

Следовательно, равны и энергии фотонов $E_\gamma = pc$.

Закон сохранения энергии в этой реакции:

$$m_{\pi^0} c^2 = 2pc \Rightarrow p = m_{\pi^0} c^2 / 2 = 3,6 \cdot 10^{-20} \text{ кг} \cdot \text{м/с}.$$

1916 г. Эйнштейн, обобщая идеи СТО не НИСО создал **теорию гравитации (ОТО)**: любой объект, обладающий энергией E , будет подвержен действию гравитационного поля как если бы он имел гравитационную массу m_g .

Связь m_g с энергией определяется: $E = m_g c^2$.

Масса фотона равна нулю, но в любом гравитационном поле он должен вести себя как частица с гравитационной массой

$$m_g = \frac{\hbar \omega}{c^2}.$$

При движении фотона вблизи поверхности Земли вверх по вертикали на расстояние l фотон должен затратить часть своей энергии на совершение работы против сил тяжести:

$$A = m_{\text{ф}} g h = \frac{\hbar \omega l}{c}$$

Соответственно первоначальная энергия фотона должна уменьшится на величину $\hbar \omega$

Значит, частота фотона в конце пути будет меньше на величину

$$\Delta \omega = \frac{\Delta E}{\hbar} = \frac{\hbar \omega l}{c^2}$$

Относительное уменьшение частоты фотона

$$\delta = \frac{\Delta\omega}{\omega} = \frac{gl}{c^2}$$

при распространении по вертикали было измерено в 1960 г. американскими учеными Паундом и Ребкой. В условиях опыта оно составило малую величину. Следовательно, перепад высот в опыте Паунда-Ребки составлял

$$l = \frac{\delta c^2}{g} \approx 18 \text{ м.}$$

Эффект изменения частоты света при удалении от большой тяготеющей массы называется **гравитационным красным смещением.**

Лекция окончена

Нажмите клавишу <ESC> для выхода