Лекция 5

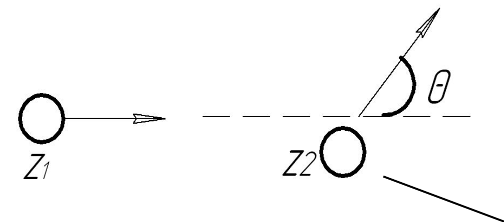
«Процесс многократного рассеяния»

1. Упругое рассеяние частиц на ядрах
2. Сопоставление рассеяние тяжелой частицы на электроне и на ядре
3. Процесс многократного рассеяния в слое вещества
4. Оценка среднего значения квадрата угла рассеяния
5. Среднеквадратичный угол многократного рассеяния
6. Движение заряженных частиц в магнитном поле
7. Влияние многократного рассеяния

Упругое рассеяние частиц на ядрах

Прохождение заряженной частицы Z_1 через вещество сопровождается электромагнитным взаимодействием не только с электронами среды, но также происходит упругое рассеяние на ядрах

$$Z_1 + Z_2 \rightarrow Z_1 + Z_2$$



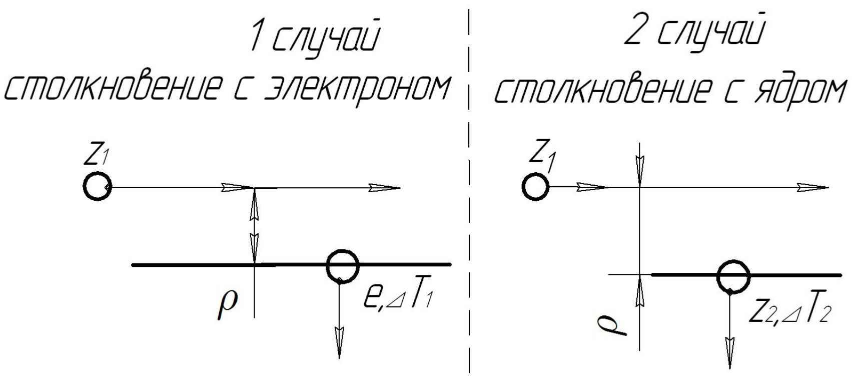
ядро вещества мишени

Отдельное столкновение частицы Z1 с тяжелым ядром Z2 вызывает небольшое рассеяние (угол θ). На толщине *x* постепенно накапливается заметное отклонение от первоначального направления движения за счет повторных процессов рассеяния (многократное рассеяние).

Сопоставим упругое взаимодействие тяжелой частицы Z_1 на электроне (m_e) и на ядре (Z_2, M_2). Определим, какая из частиц получит большую энергию от частицы Z_1: электрон (ΔT_e) или ядро (ΔT_2). Где потеря энергии больше ?

Упругое рассеяние тяжелой частицы на электроне и на ядре

Сопоставим упругое взаимодействие тяжелой частицы Z_1 на электроне (m_e) и на ядре (Z_2, M_2). Определим, какая из частиц получит большую энергию от частицы Z_1: электрон (ΔT_e) или ядро (ΔT_2).



частица Z_1 пролетает мимо электрона и ядра с одинаковым прицельным параметром ρ и с одинаковой скоростью V_1

переданный импульс $\Delta p = \Delta p_\perp$ и энергию $\Delta T = \dfrac{(\Delta p_\perp)^2}{2m_{мишень}}$

за счет кулоновского взаимодействия можно выразить в виде:

$$\Delta p_\perp = F\Delta t = \left(\frac{z_1 z_2 e^2}{\rho^2}\right)\left(\frac{2\rho}{V_1}\right); \quad \Delta T = \frac{4z_1^2 z_2^2 e^4}{\rho^2 V_1^2} \cdot \frac{1}{2m_{мишень}}.$$

Упругого рассеяния тяжелой частицы на электроне и на ядре

В результате получим $\left[\Delta T = \dfrac{4z_1^2 z_2^2 e^4}{\rho^2 V_1^2} \cdot \dfrac{1}{2m_{мишень}}\right]$:

для электрона - $\Delta T_e = \dfrac{2z_1^2 \cdot 1 \cdot e^4}{\rho^2 V_1^2} \cdot \dfrac{1}{m_e}$, для ядра - $\Delta T_2 = \dfrac{2z_1^2 z_2^2 e^4}{\rho^2 V_1^2} \cdot \dfrac{1}{M_2}$

Отношение приобретенных энергий равно $\dfrac{\Delta T_2}{\Delta T_e} = \dfrac{z_2^2}{M_2} / \dfrac{1}{m_e}$.

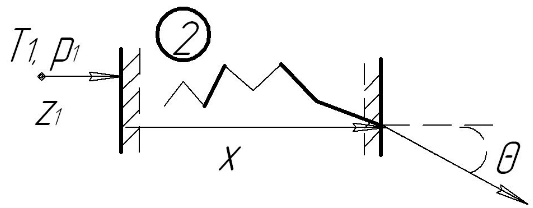
Масса ядра $M_2 \approx A_2 m_N - E_{связи}$; величиной $E_{связи}$ можно пренебречь (менее 1% от массы ядра). Число протонов и нейтр онов в ядре почти одинаково, то $A_2 \approx 2z_2$.

Отношение энергий получается в виде $\dfrac{\Delta T_2}{\Delta T_e} \approx \dfrac{z_2^2}{2z_2} \dfrac{m_e}{m_N} = \dfrac{z_2 m_e}{2m_N}$; $\dfrac{\Delta T_2}{\Delta T_e} = \dfrac{1}{2} \dfrac{1}{2000} z_2$

Величина z лежит в диапазоне $1 < z_2 < 100$.

Окончательно получаем $\Delta T_2 \ll \Delta T_e$; $\dfrac{1}{4000} < \dfrac{\Delta T_2}{\Delta T_e} < \dfrac{1}{40}$

Процесс многократного рассеяния в слое вещества



Условия расчета:

Частица, проходя толстый слой, не должна заметно терять энергию: $T_1(x=0) \approx T_1(x)$. Импульс частицы p_1 при этом остается практически постоянным по глубине.

Это ограничивает верхнее значение толщины вещества и применимость используемых приближений.

Суммарный угол $\theta = \Sigma\, \theta_i$, где θ_i – рассеяние в *i*-ом взаимодействии, не может служить мерой рассеяния. Его величина, с учетом знака углов отклонений θ_i, равна нулю.

Принято оценивать квадратичный угол: $\bar{\theta}^2 = \Sigma\, \theta_i^2$

Для учета взаимодействия частицы Z_1 с отдельным ядром *i* можно использовать формулу Резерфорда

$$f(\theta) = \frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{z_1 z_2 e^2}{4T_1 \sin^2(\theta/2)} \right)^2 \sim \frac{z_1^2 z_2^2}{4 p_1^2 V_1^2 \sin^4(\theta/2)} \quad где\ T_1 = m_1 V_1^2/2 = p_1 V_1/2$$

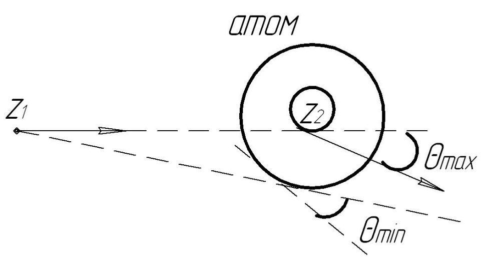
Оценка среднего значения квадрата угла рассеяния

Для отдельного столкновения с ядром $\overline{\theta_i^2} = \int \theta^2 f(\theta) d\Omega$

Расчет в приближении малых углов - в расчетах взято $\sin\theta \approx \theta$.

$$\overline{\theta_i^2} \sim \frac{z_1^2}{} \frac{z_2^2}{p_1^2 V_1^2} \frac{\int \frac{\theta^2 d\Omega}{\sin^4(\theta/2)}}{\int \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega} \sim [\frac{z_1^2}{\sigma} \frac{z_2^2}{p_1^2 V_1^2}] \int \frac{\theta^2 \sin\theta d\theta \cdot 2\pi}{\left(\frac{\theta^4}{2}\right)} = [\ ] \int \frac{\theta^2 \theta d\theta}{\theta^4} = [] \int \frac{d\theta}{\theta} = [\ ] \ln \frac{\theta_{\max}}{\theta_{\min}}$$

Значения предельных углов связаны с размерами ядра ($R_{яд}$) и атома ($R_{ат}$) и зависят от материала вещества-мишени



$$\theta^{\min} \sim \frac{1}{R_{ат}} = \varphi_{ат}(z_2)$$

$$\theta^{\max} \sim \frac{1}{R_{яд}} = \varphi_{яд}(z_2)$$

Среднеквадратичный угол многократного рассеяния

$$\overline{\theta^2} = \sum_i \overline{\theta_i^2} \approx m\overline{\theta_i^2}$$

Суммарный среднеквадратичный угол многократного рассеяния получается как сумма значений по полному числу отдельных *i* независимых столкновений *m* на толщине *x*.

$$m = \sigma \cdot n \cdot x$$

σ(см^2) – полное резерфордовское сечение рассеяния

$$[m] = cm^2 \cdot \frac{1}{cm^3} \cdot cm$$

n(1/см^3) – концентрация ядер мишени

***X* (см) – толщина мишени**

$$m = x / L;\ L = 1/\sigma n$$

***L* - длина взаимодействия**

Получается функциональная зависимость вида:

$$\overline{\theta^2} = \frac{z_1^2 z_2^2 n_2 x}{p_1^2 V_1^2}\varphi(z_2)$$

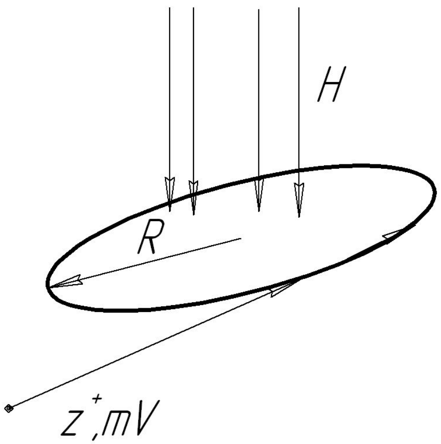
Заряженная частица (Z_1), движущаяся с импульсом p_1 (скорость v_1) через вещество толщиной *x*, приобретает среднеквадратичный угол

$$\Theta = \sqrt{\overline{\theta^2}} \sim \frac{z_1\sqrt{x}}{p_1 V_1}$$

Точные расчеты дают подобную зависимость:

$$\Theta = \frac{z_1 E_s \sqrt{x/x_0}}{p_1 V_1} \quad E_s = 21\ \text{МэВ}$$

Движение заряженных частиц в магнитном поле



Заряженная частица *q* с импульсом p_1, попадает в однородное магнитное поле перпендикулярно вектору H.
Частица будет двигаться равномерно по окружности с радиусом R. На эту частицу действует сила Лоренца (запись в системе единиц CGSE) и центростремительная сила

$$F_л = \frac{q}{c}\,\vec{V} \times \vec{H} \qquad F_{цент} = \frac{mV^2}{R}$$

$$pc = ze \cdot H \cdot R\,(\quad)$$

Их равенство позволяет вычислить величину радиуса вращения в магнитном поле

Эта запись справедлива и для релятивистского случая $pc = \sqrt{T(T + 2mc^2)}$

Получаем: $pc = 300zHR$ $\quad [pc] = эВ; \; [H] = Гс; \; [R] = см; \; [\;\;] =$

Влияние многократного рассеяния

$$\chi = \frac{d}{R} = \frac{300HR}{pc}$$

Пусть, например заряженная частица попадает в магнитный спектрометр (заполненный веществом) и проходит расстояние *d* перпендикулярно направлению поля H по дуге окружности. При этом она поворачивается на угол χ

На толщине спектрометра *d* отношение угла многократного рассеяния Θ к углу поворота в магнитном поле χ запишется в виде

$$\frac{\Theta}{\chi} = \frac{21}{300} \cdot \frac{z}{H\beta\sqrt{x_0 d}}$$

Скорость частицы β выражается через импульс

$$\beta = \frac{V}{c} = \frac{pc}{E} = \frac{pc}{\sqrt{p^2c^2 + (mc^2)^2}}$$

При определенных сочетаниях параметров частицы, поля и характеристик среды искажающее влияние многократного рассеяния может быть минимизировано.