



г. Луганск,  
ВНУ им. В. Даля,  
«Голубой корпус»

**Бранспиз Ю.А.**

*Восточноукраинский национальный  
университет имени Владимира Даля*

А

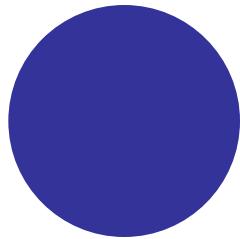
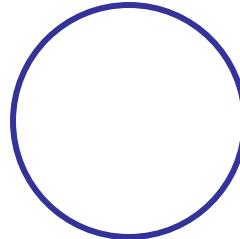
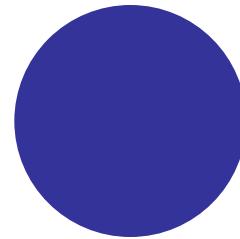
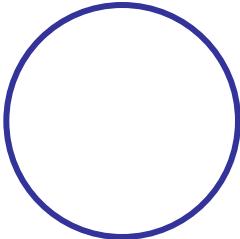
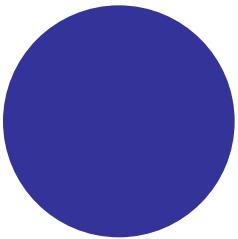
П

П

2008

Процесс  
Пуассона  
как  
универсальный вероятностный  
процесс для описания  
изменения параметров в  
системах взаимодействующих  
частиц

Ф



# Составные части дальнейшего

Аксиологическая

Основные цели автора

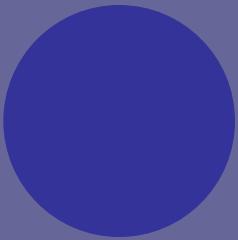
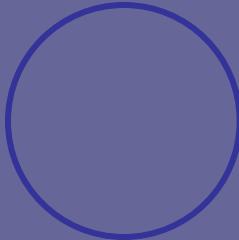
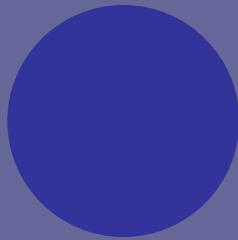
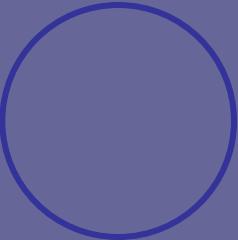
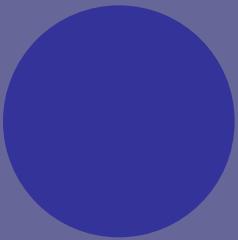
Методологическая

Краткая характеристика  
используемого метода

Тематическая

Испытания Бернулли и  
их приближение  
процессом Пуассона

Пример



## Аксиологическая часть

- 1. «Законно» ли существование кафедр прикладной физики в университетах ?**
- 2. Является ли «Прикладная физика» научной специальностью ?**

Риторические  
вопросы ?

Ответ на первый вопрос  
зависит от ответа на  
второй вопрос

# Университет как высшее учебно-научное заведение



*Университет – высшее учебное и научное заведение, в котором изучается вся совокупность дисциплин, составляющих основы научного знания по всем или отдельным отраслям знания*

1. Организация факультетов по отраслям знаний
2. Организация кафедр (выпускных) по научным специальностям

# Ответ на риторический вопрос

Университет

Кафедры

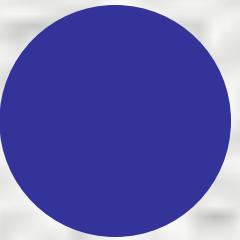
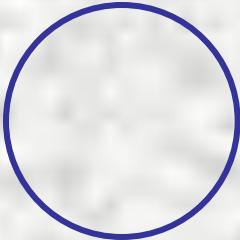
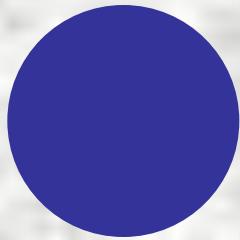
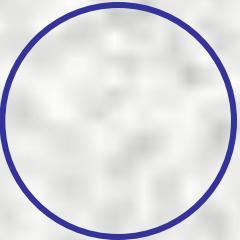
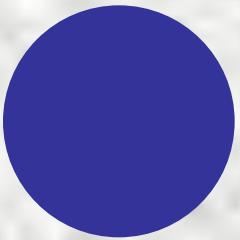
Должно быть соответствие  
(«стыковка»)

Специальности

Наука

Существование кафедр  
«Прикладной физики»  
в университетах будет «законным»,  
если будет существовать  
научная специальность «Прикладная  
физика»

Можно ли включить  
в перечень ВАК Украины  
новую специальность  
«Прикладная физика»?



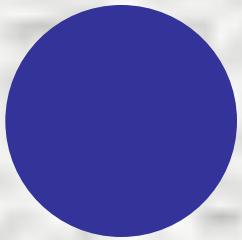
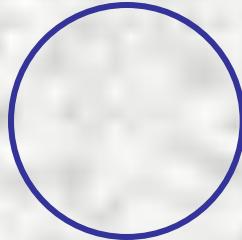
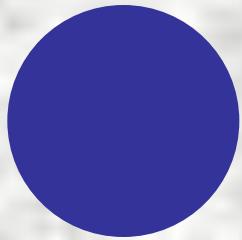
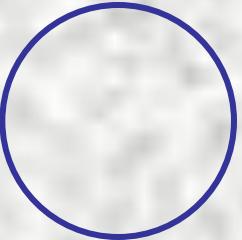
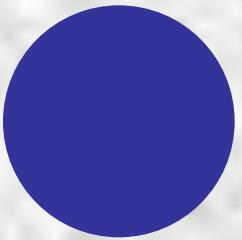
# НАУКА ЛИ ПРИКЛАДНАЯ ФИЗИКА ?



ТАКОЙ ВОТ ВОПРОС

Пожалуй вопросом «что такое философия» можно заниматься лишь в позднюю пору, когда наступает старость, а с нею и время говорить конкретно. Действительно, библиография по нашей проблеме весьма скучна. Это такой вопрос, который задают , скрывая беспокойство, ближе к полуночи, когда больше спрашивать уже не о чем. Его ставили и раньше, все время, но слишком уж косвенно и или уклончиво, слишком искусственно, слишком абстрактно, излагая этот вопрос походя и свысока, не давая ему слишком глубоко себя зацепить. .. Слишком хотелось заниматься философией... не доходили до той грубости слога, когда наконец можно спросить – так что же это за штука, которой я занимался всю жизнь?

Ж. Делез, Ф. Гваттари



# НАУКА ЛИ ПРИКЛАДНАЯ ФИЗИКА ?

Аналогия 2



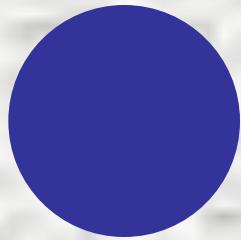
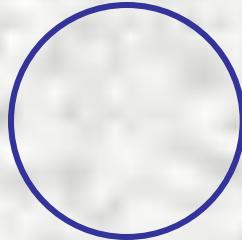
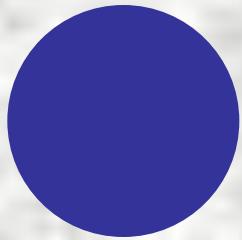
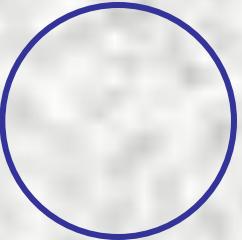
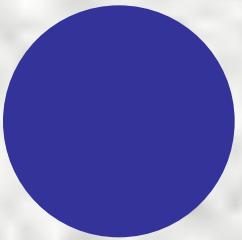
Г. Галилей

## История формирования технических наук

1. Описание природных процессов с целью управления ими для практического использования в инженерных приложениях.
2. Такое изменение реального объекта, которое полностью соответствует теории.
3. Перевод техническим путем реального объекта в идеальное состояние на основе использования открытых теорией законов природы – в целях практики.

Х. Гюйгенс

Реализация замысла: на основе теории – запустить реальный природный процесс в техническом устройстве , сделав его следствием человеческой деятельности.

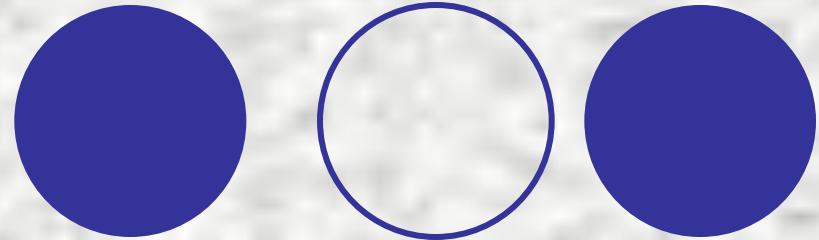
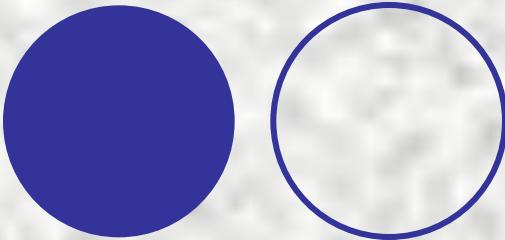


# Методология прикладной физики и методология физики



## Общее и различие :

1. В процессе схематизации (формализации) решаемых задач.
2. В процессе замещения реального процесса (явления) математической моделью.
3. В процессе формирования новых теоретических знаний .
4. В характере теоретических знаний и организации их использования



# Проблемы демаркации

Прикладная  
физика



Физика

Прикладная  
математика



Математика

# Целевая направленность физики и прикладной физики

ФИЗИКА



ПОИСК  
ИСТИНЫ

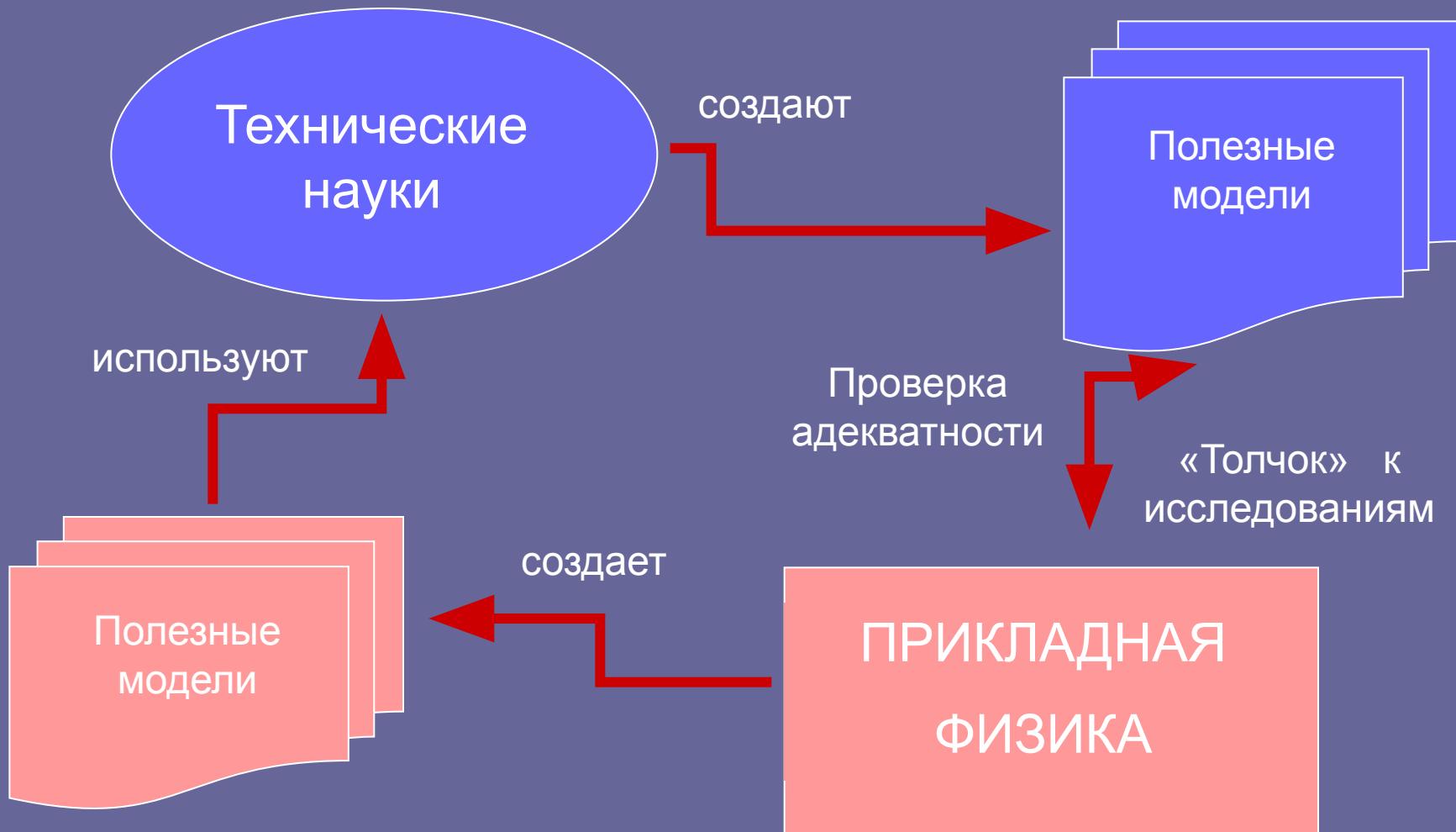
ПРИКЛАДНАЯ  
ФИЗИКА



Полезные  
модели

*Но полезные модели разрабатывают  
и в технических науках*

# 1-й уровень взаимодействия технических наук и прикладной физики



# ХАРАКТЕРНЫЕ ОСОБЕННОСТИ РАЦИОНАЛЬНЫХ РАССУЖДЕНИЙ

Применение формулировок, включающих неточно определенные понятия

Применение утверждений, допускающих частные опровержения

Уточнение в ходе исследования (открытость для уточнения)

Использование аналогий и соответствия

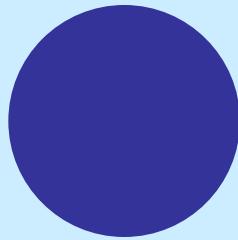
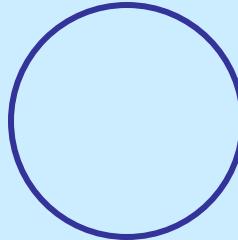
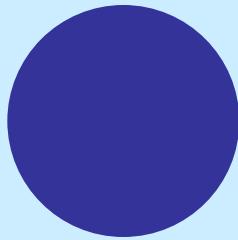
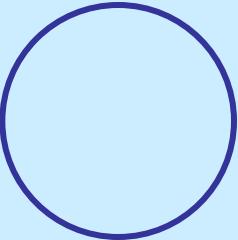
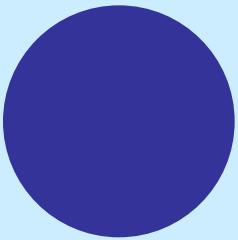
Использование доводов, основанных на частных данных экспериментов

Моделирования дискретного континуумом и континуума дискретностью

Применение практической бесконечности (знаки >> и << )

Интерполяция и экстраполяция результатов

Блехман И.И., Мышкис А.Д., Пановко Я.Г. Прикладная математика:  
предмет, логика, особенности подходов.– Киев: Наукова думка, 1976.



# Схема испытаний Бернулли

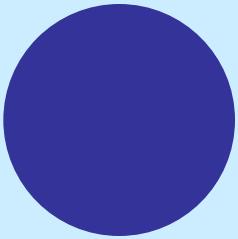
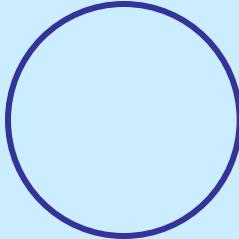
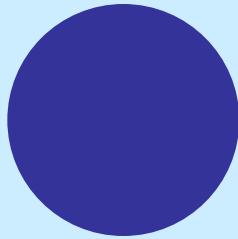
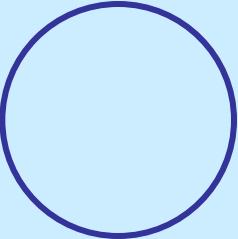
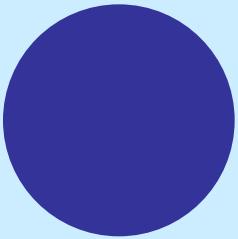


На дне глубокого сосуда  
Лежат спокойно п шаров.  
Поочередно их оттуда  
Таскают двое дураков.

Сия работа им приятна,  
Они таскают т минут,  
И, вынув шар, его обратно  
Тотчас немедленно кладут.

Ввиду занятия такого,  
Сколь вероятность велика,  
Что первый был глупей второго,  
когда шаров он вынул к?

В.П. Скитович



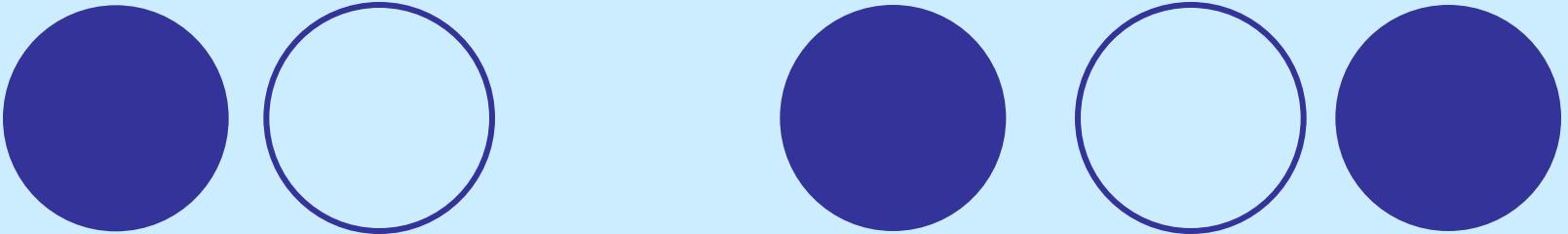
## Определение испытаний Бернулли

**Дано:**

1. Некоторое испытание (физический процесс).
2. В результате испытания событие **S** может произойти или не произойти
3. Вероятность события **S** в каждом из испытаний не зависит от результата остальных испытаний и равна  $p$ .
4. Осуществление события **S** – «успех», не осуществление – «неудача».

Пример:

1. **S** – изменение некоторого параметра в системе многих частиц в сторону увеличения («успех») или уменьшения («неудача»); каждое такое изменение – испытание Бернулли.
2. Увеличение некоторого параметра в системе многих частиц на величину менее («успех») или более («неудача») данной.



## Закономерности испытаний Бернулли

1. Вероятность того, что в  $n$  испытаниях Бернулли событие  $S$  произойдет  $k$  раз определяется равенством

$$C_n^k p^k (1-p)^{n-k},$$

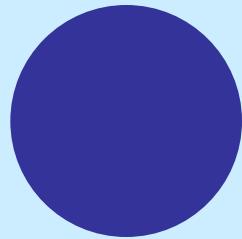
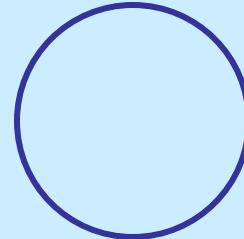
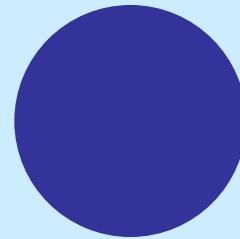
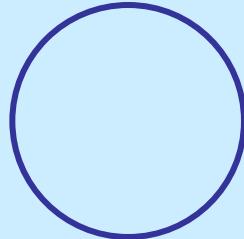
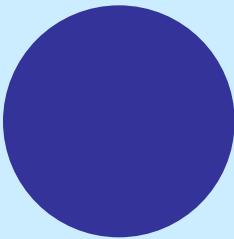
где  $C_n^k$  - число сочетаний из  $n$  по  $k$ .

2. Пусть  $n$  стремится к бесконечности и  $p \rightarrow 0$ . Пусть также имеет место предел  $np \rightarrow \lambda > 0$ . Тогда для любого  $k > 0$  вероятность получить  $k$  «успехов» в  $n$  испытаниях схемы Бернулли с вероятностью успеха  $p$  стремится к величине

$$\lambda^k e^{-\lambda} / k!$$

То есть, имеет место предельный переход

$$C_n^k p_n^k (1-p_n)^{n-k} \longrightarrow \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}.$$



# Испытания Бернулли как процесс Пуассона

**Определение процесса Пуассона:**

Вероятность того, что в интервале времени  $(t, t + \Delta t)$  произойдет изменение состояния равна  $\lambda \Delta t$ .

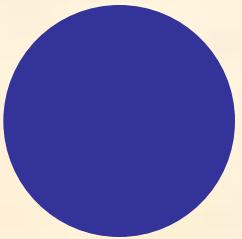
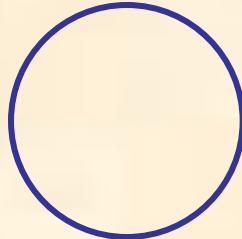
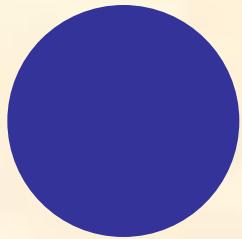
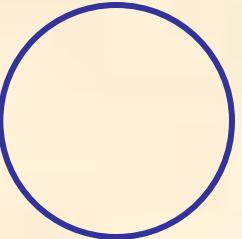
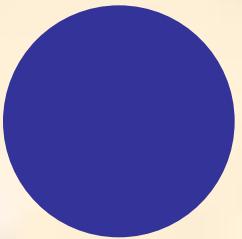
Тогда вероятность того, что в момент времени  $t \geq 0$  система находится в состоянии  $x$  ( $x = 0, 1, 2, \dots$ ) равна

$$P_x(t) = \frac{(\lambda t)^x}{x!} e^{-\lambda t}$$

Эту вероятность можно интерпретировать и как вероятность того, что за время  $t$  произойдет  $x$  изменений.

Если  $\lambda = \lambda(x, t)$ , то получаем процесс рождения и гибели

Для любого физического процесса всегда можно подобрать соответствующий вид зависимости  $\lambda = \lambda(x, t)!$



## Уравнение Чепмена-Колмогорова для изменения значения параметра $x$

$$P(x_0, t + \tau) = P(x_0, t) \cdot [1 - \alpha(x_0) - \beta(x_0)] + \\ + P_0(x_0 + h, t) \cdot \beta(x_0) + P(x_0 - h, t) \cdot \alpha(x_0)$$

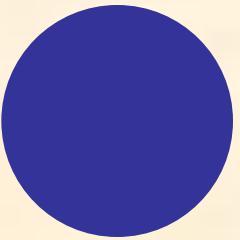
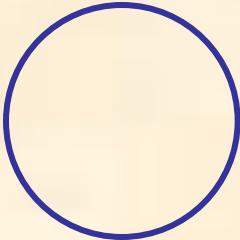
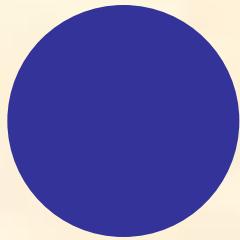
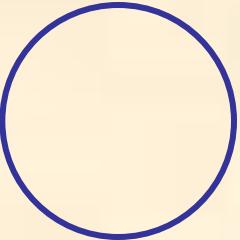
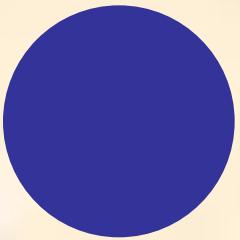
(Ч-К)

$x_0$  - значение параметра  $X$  в момент времени  $t$

$\alpha(x)$  - вероятность увеличения значения  
параметра  $X$

$\beta(x)$  - вероятность уменьшения значения  
параметра  $X$

Это уравнение - уравнение полной вероятности



# Общее уравнение для плотности вероятности изменения значения параметра $x$

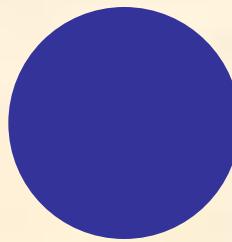
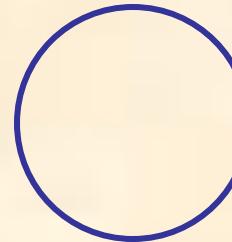
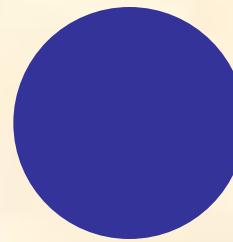
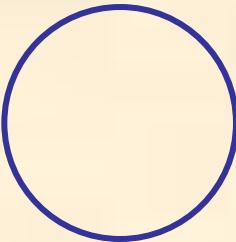
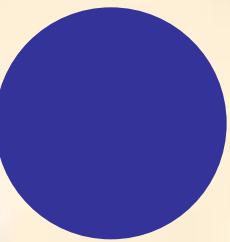
$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\tau}{2!} \cdot \frac{\partial^2}{\partial t^2} [\rho(x, t)] + \dots =$$

$$= -\frac{h}{\tau} \cdot \frac{\partial}{\partial x} [\rho(x, t) \cdot [\alpha(x) - \beta(x)]] + \frac{h^2}{2 \cdot \tau} \cdot \frac{\partial^2}{\partial x^2} [\rho(x, t) \cdot [\alpha(x) + \beta(x)]] - \\ - \frac{h^3}{3!} \cdot \frac{\partial^3}{\partial x^3} [\rho(x, t) \cdot [\alpha(x) - \beta(x)]] + \dots$$

Применяя к слагаемым уравнения (Ч-К) разложения в ряд Тейлора получим

(ОУПВ)

И справа и слева в (ОУПВ) – бесконечное число слагаемых



# Конкретизация вида уравнения для плотности вероятности изменения значения параметра

1

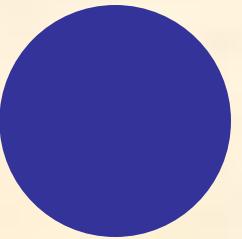
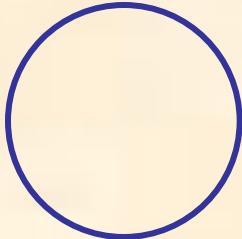
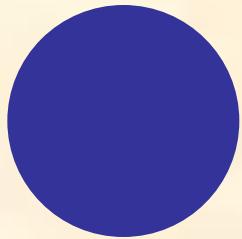
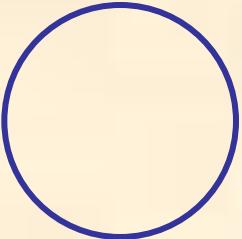
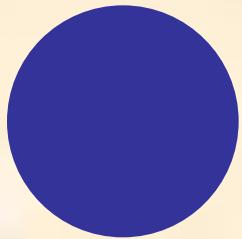
Условие для интервала времени  
наблюдения за изменением параметра  $x$

$\tau \rightarrow 0$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{h}{\tau} \cdot \frac{\partial \rho(\alpha - \beta)}{\partial x} + \frac{h^2}{2 \cdot \tau} \cdot \frac{\partial^2 \rho(\alpha + \beta)}{\partial x^2} - \frac{h^3}{3!} \cdot \frac{\partial^3 \rho(\alpha - \beta)}{\partial x^3} + \dots \quad (*)$$

Нет бесконечного числа слагаемых слева

Предельный переход применим не для всех  
процессов



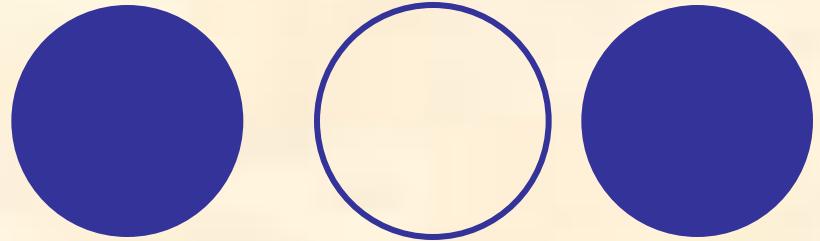
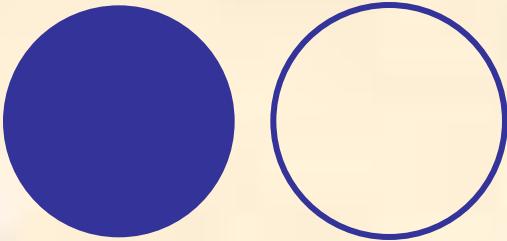
## Конкретизация вида уравнения для плотности вероятности изменения значения параметра

2

Ограничение числа слагаемых в правой части уравнения (\*)  
связано с установлением взаимосвязи между  
характеристиками изменения параметра  $x$ :  $h$  и  $\tau$

Порядок малости  $\tau$  определяет порядок малости  $h$

Порядок малости  $\tau$   
не может превышать порядок малости величины  $h^n$ ,  $n \geq 3$



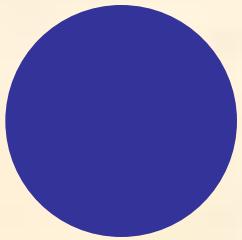
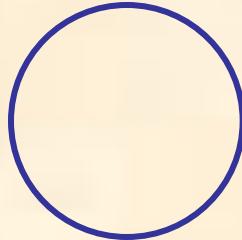
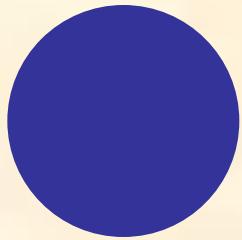
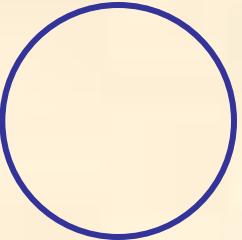
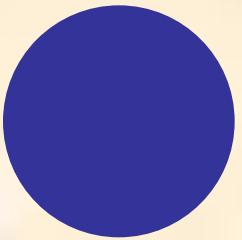
## О двух способах конкретизации вида рассматриваемого уравнения

$$n = 1 \quad \lim_{\tau \rightarrow 0} \left( \frac{h}{\tau} \right) = \text{const}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{h}{\tau} \cdot \frac{\partial}{\partial x} [\rho(x, t) \cdot [\alpha(x) - \beta(x)]]$$

$$n = 2 \quad \lim_{\tau \rightarrow 0} \left( \frac{h^2}{\tau} \right) = \text{const}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{h}{\tau} \cdot \frac{\partial}{\partial x} [\rho(x, t) \cdot [\alpha(x) - \beta(x)]] + \frac{h^2}{2 \cdot \tau} \cdot \frac{\partial^2}{\partial x^2} [\rho(x, t) \cdot [\alpha(x) + \beta(x)]]$$



## Реализация одного из способов

$$n = 2$$

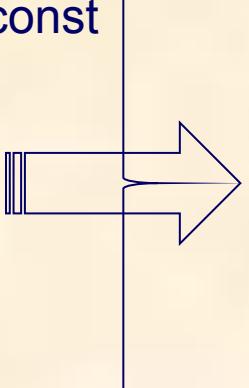
$$\alpha(x) + \beta(x) = 1$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{h}{\tau} \cdot \frac{\partial}{\partial x} [\rho(x, t) \cdot [\alpha(x) - \beta(x)]] + \frac{h^2}{2 \cdot \tau} \cdot \frac{\partial^2}{\partial x^2} [\rho(x, t)]$$

$$\alpha(x) - \beta(x) = C_{\alpha-\beta} = \text{const}$$

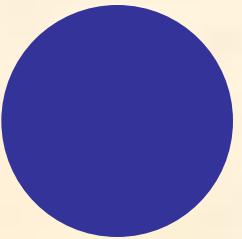
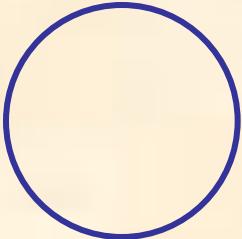
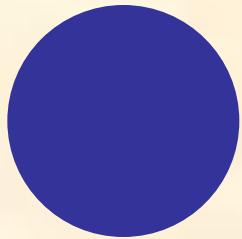
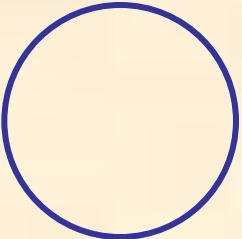
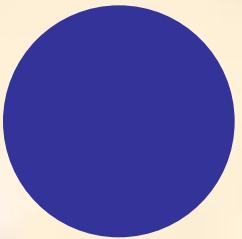
$$\frac{h}{\tau} \cdot C_{\alpha-\beta} = V_{cp}$$

$$D = \frac{h^2}{2 \cdot \tau}$$



$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x} [V_{cp} \cdot \rho(x, t)] + D \cdot \frac{\partial^2}{\partial x^2} [\rho(x, t)]$$

Уравнение диффузии с дрейфом  
(Эйнштейна-Смолуховского)



## К сравнению способов конкретизации вида уравнения для плотности вероятности случайного изменения значения параметра $x$

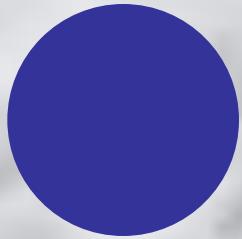
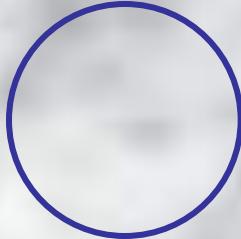
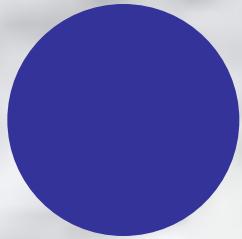
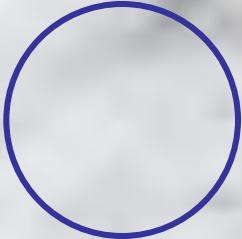
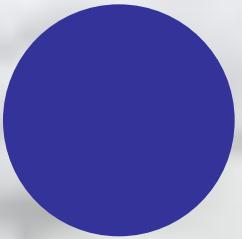
$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -V_{cp} \cdot \frac{\partial \rho(x,t)}{\partial x}$$

1-й способ описания  
(процесс Пуассона)

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x} [V_{cp} \cdot \rho(x,t)] + D \cdot \frac{\partial^2}{\partial x^2} [\rho(x,t)]$$

2-й способ описания  
(диффузия с дрейфом)

Соответствующим подбором соотношений констант, характеризующих два способа описания случайного изменения параметра  $x$ , можно добиться, что средние и дисперсии этих способов будут одинаковы



Доклад закончен.

Благодарю за внимание

