Бранспиз Ю.А.

Восточноукраинский национальный университет имени Владимира Даля

А П П

2008

Ф

Процесс Пуассона как универсальный вероятностный процесс для описания изменения параметров в системах взаимодействующих частиц

г. Луганск,
ВНУ им. В. Даля,
«Голубой корпус»

Составные части дальнейшего

Аксиологическая

Основные цели автора

Методологическая

Краткая характеристика используемого метода

Тематическая

Испытания Бернулли и их приближение процессом Пуассона

Пример

Аксиологическая часть

1. «Законно» ли существование кафедр прикладной физики в университетах ?

2. Является ли «Прикладная физика» научной специальностью ?

Риторические вопросы ?

Ответ на первый вопрос зависит от ответа на второй вопрос

Университет как высшее учебно-научное заведение

Университет – высшее учебное и научное заведение, в котором изучается вся совокупность дисциплин, составляющих основы научного знания по всем или отдельным отраслям знания

Universitas - совокупность

1. Организация факультетов по отраслям знаний
2. Организация кафедр (выпускных) по научным специальностям

Ответ на риторический вопрос

Университет

Кафедры

Должно быть соответствие
(«стыковка»)

Специальности

Наука

Существование кафедр
«Прикладной физики»
в университетах будет «законным»,
если будет существовать
научная специальность «Прикладная
физика»

**Можно ли включить
в перечень ВАК Украины
новую специальность
«Прикладная физика»?**

НАУКА ЛИ ПРИКЛАДНАЯ ФИЗИКА ?

Аналогия 1

ТАКОЙ ВОТ ВОПРОС

Пожалуй вопросом «что такое философия» можно заниматься лишь в позднюю пору, когда наступает старость, а с нею и время говорить конкретно. Действительно, библиография по нашей проблеме весьма скудна. Это такой вопрос, который задают , скрывая беспокойство, ближе к полуночи, когда больше спрашивать уже не о чем. Его ставили и раньше, все время, но слишком уж косвенно и или уклончиво, слишком искусственно, слишком абстрактно, излагая этот вопрос походя и свысока, не давая ему слишком глубоко себя зацепить. .. Слишком хотелось заниматься философией,.. не доходили до той грубости слога, когда наконец можно спросить – так что же это за штука, которой я занимался всю жизнь?

Ж. Делез, Ф. Гваттари

НАУКА ЛИ ПРИКЛАДНАЯ ФИЗИКА ?

История формирования технических наук

Аналогия 2

Г. Галилей

1. Описание природных процессов с целью управления ими для *практического использования в инженерных приложениях*.
2. Такое изменение реального объекта, которое полностью соответствует теории.
3. Перевод техническим путем реального объекта в идеальное состояние на основе использования открытых теорией законов природы – в целях практики.

Х. Гюйгенс

Реализация замысла: на основе теории – запустить реальный природный процесс в техническом устройстве , сделав его следствием человеческой деятельности.

Методология прикладной физики и методология физики

Аналогия 3

Общее и различие :

1. В процессе схематизации (формализации) решаемых задач.

2. В процессе замещения реального процесса (явления) математической моделью.

3. В процессе формирования новых теоретических знаний .

4. В характере теоретических знаний и организации их использования

Проблемы демаркации

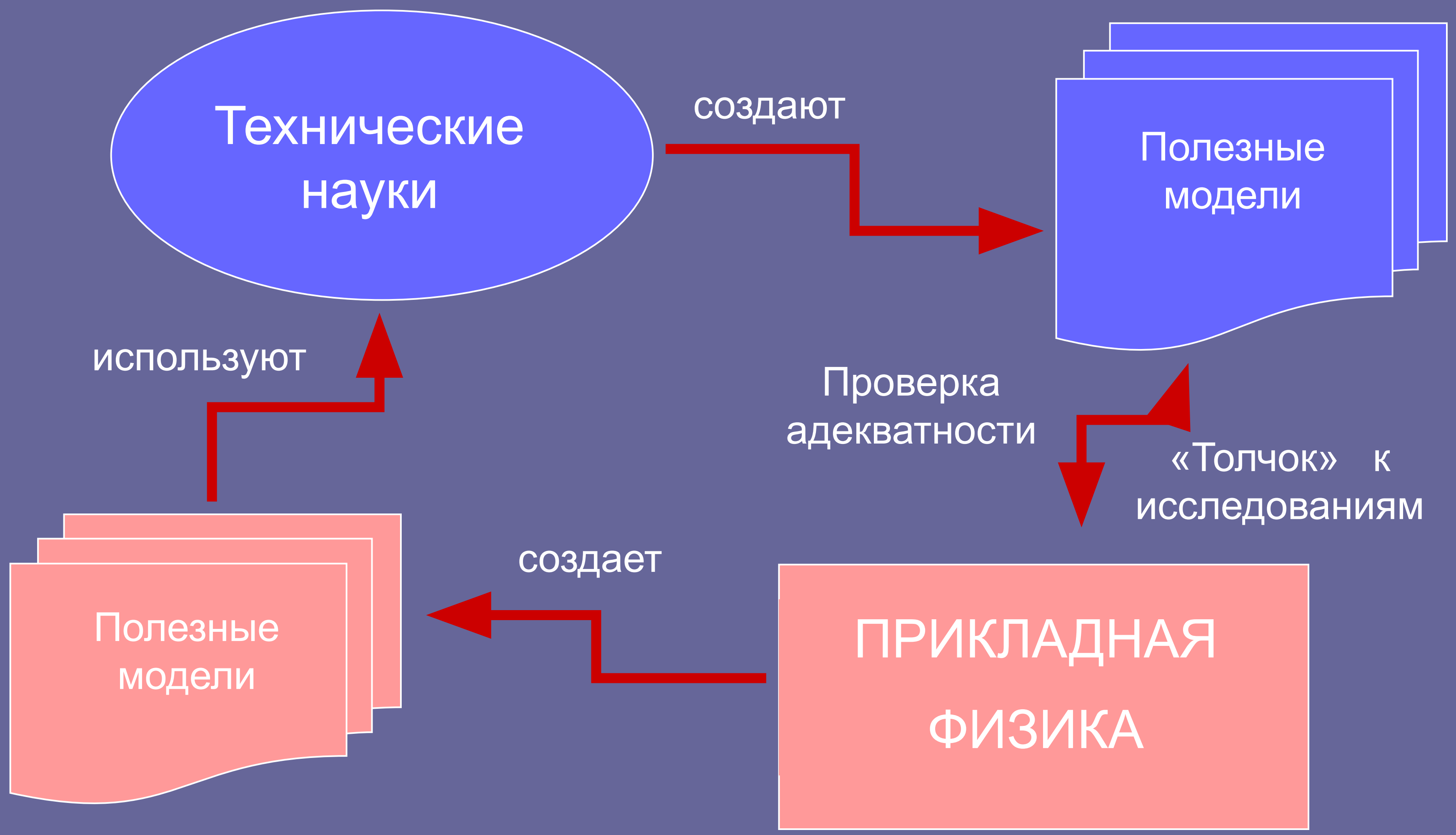
Целевая направленность физики и прикладной физики

ФИЗИКА → **ПОИСК ИСТИНЫ**

ПРИКЛАДНАЯ ФИЗИКА → **Полезные модели**

Но полезные модели разрабатывают и в технических науках

1-й уровень взаимодействия технических наук и прикладной физики



ХАРАКТЕРНЫЕ ОСОБЕННОСТИ РАЦИОНАЛЬНЫХ РАССУЖДЕНИЙ

Применение формулировок, включающих неточно определенные понятия

Применение утверждений, допускающих частные опровержения

Уточнение в ходе исследования (открытость для уточнения)

Использование аналогий и соответствия

Использование доводов, основанных на частных данных экспериментов

Моделирования дискретного континуумом и континуума дискретностью

Применение практической бесконечности (знаки>> и <<)

Интерполяция и экстраполяция результатов

Блехман И.И., Мышкис А.Д., Пановко Я.Г. Прикладная математика: предмет, логика, особенности подходов.– Киев: Наукова думка, 1976.

Схема испытаний Бернулли

На дне глубокого сосуда
Лежат спокойно n шаров.
Поочередно их оттуда
Таскают двое дураков.

Сия работа им приятна,
Они таскают t минут,
И, вынув шар, его обратно
Тотчас немедленно кладут.

Ввиду занятия такого,
Сколь вероятность велика,
Что первый был глупей второго,
когда шаров он вынул k?

В.П. Скитович

Определение испытаний Бернулли

Дано:

1. Некоторое испытание (физический процесс).
2. В результате испытания событие **S** может произойти или не произойти
3. Вероятность события **S** в каждом из испытаний не зависит от результата остальных испытаний и равна **p**.
4. Осуществление события **S** – «успех», не осуществление – «неудача».

Пример: 1. **S** – изменение некоторого параметра в системе многих частиц в сторону увеличения («успех) или уменьшения («неудача»); каждое такое изменение – испытание Бернулли.

2. Увеличение некоторого параметра в системе многих частиц на величину менее («успех») или более («неудача») данной.

Закономерности испытаний Бернулли

1. Вероятность того, что в **n** испытаниях Бернулли событие **S** произойдет **k** раз определяется равенством

$$C_n^k p^k (1-p)^{n-k},$$

где C_n^k - число сочетаний из **n** по **k**.

2. Пусть **n** стремится к бесконечности и **p**→0. Пусть также имеет место предел **np→λ>0.** Тогда для любого **k>0** вероятность получить **k** **«**успехов» в **n** испытаниях схемы Бернулли с вероятностью успеха **p** стремится к величине

$$\lambda^k\, e^{-\lambda}/k!$$

То есть, имеет место предельный переход

$$C_n^k\, p_n^k\, (1-p_n)^{n-k} \longrightarrow \frac{\lambda^k}{k!}\, e^{-\lambda}.$$

Испытания Бернулли как процесс Пуассона

Определение процесса Пуассона:

Вероятность того, что в интервале времени ($t, t+\Delta t$) произойдет изменение состояния равна $\lambda\Delta t$.

Тогда вероятность того, что в момент времени $t \geq 0$ система находится в состоянии x ($x = 0,1,2,..$ равна

$$P_x(t) = \frac{(\lambda t)^x}{x!} e^{-\lambda t}$$.

Эту вероятность можно интерпретировать и как вероятность того, что за время ***t*** произойдет ***x*** изменений.

Если $\lambda = \lambda(x,t)$, то получаем процесс рождения и гибели

Для любого физического процесса всегда можно подобрать соответствующий вид зависимости $\lambda = \lambda(x,t)$!

Уравнение Чепмена-Колмогорова для изменения значения параметра х

$$P(x_0,t+\tau)=P(x_0,t)\cdot\left[1-\alpha(x_0)-\beta(x_0)\right]+$$
$$+P_0(x_0+h,t)\cdot\beta(x_0)+P(x_0-h,t)\cdot\alpha(x_0)$$

(Ч-К)

x_0 - значение параметра X в момент времени t

$\alpha(x)$ - вероятность увеличения значения параметра X

$\beta(x)$ - вероятность уменьшения значения параметра X

Это уравнение - уравнение полной вероятности

Общее уравнение для плотности вероятности изменения значения параметра x

Применяя к слагаемым уравнения (Ч-К) разложения в ряд Тейлора получим

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+\frac{\tau}{2!}\cdot\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left[\rho(x,t)\right]+\ldots=$$

$$=-\frac{h}{\tau}\cdot\frac{\partial}{\partial x}\left[\rho(x,t)\cdot\left[\alpha(x)-\beta(x)\right]\right]+\frac{h^2}{2\cdot\tau}\cdot\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left[\rho(x,t)\cdot\left[\alpha(x)+\beta(x)\right]\right]-$$

$$-\frac{h^3}{3!}\cdot\frac{\partial^3}{\partial x^3}\left[\rho(x,t)\cdot\left[\alpha(x)-\beta(x)\right]\right]+\ldots$$

(ОУПВ)

И справа и слева в (ОУПВ) – бесконечное число слагаемых

Конкретизация вида уравнения для плотности вероятности изменения значения параметра

1

Условие для интервала времени наблюдения за изменением параметра x $\tau \to 0$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{h}{\tau} \cdot \frac{\partial \rho(\alpha - \beta)}{\partial x} + \frac{h^2}{2 \cdot \tau} \cdot \frac{\partial^2 \rho(\alpha + \beta)}{\partial x^2} - \frac{h^3}{3!} \cdot \frac{\partial^3 \rho(\alpha - \beta)}{\partial x^3} + \ldots \quad (*)$$

Нет бесконечного числа слагаемых слева

Предельный переход применим не для всех процессов

Конкретизация вида уравнения для плотности вероятности изменения значения параметра

2

Ограничение числа слагаемых в правой части уравнения (*) связано с установлением взаимосвязи между характеристиками изменения параметра x: h и τ

Порядок малости τ определяет порядок малости h

Порядок малости τ не может превышать порядок малости величины $h^{n'}$ $n \geq 3$

О двух способах конкретизации вида рассматриваемого уравнения

$$n = 1 \qquad \lim_{\tau \to 0}\left(\frac{h}{\tau}\right) = \text{const}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{h}{\tau} \cdot \frac{\partial}{\partial x}\left[\rho(x,t) \cdot \left[\alpha(x) - \beta(x)\right]\right]$$

$$n = 2 \qquad \lim_{\tau \to 0}\left(\frac{h^2}{\tau}\right) = \text{const}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{h}{\tau} \cdot \frac{\partial}{\partial x}\left[\rho(x,t) \cdot \left[\alpha(x) - \beta(x)\right]\right] + \frac{h^2}{2 \cdot \tau} \cdot \frac{\partial^2}{\partial x^2}\left[\rho(x,t) \cdot \left[\alpha(x) + \beta(x)\right]\right]$$

Реализация одного из способов

$$n = 2$$

$$\alpha(x) + \beta(x) = 1$$

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} = -\frac{h}{\tau}\cdot\frac{\partial}{\partial x}\left[\rho(x,t)\cdot\left[\alpha(x)-\beta(x)\right]\right] + \frac{h^2}{2\cdot\tau}\cdot\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left[\rho(x,t)\right]$$

$$\alpha(x) - \beta(x) = C_{\alpha-\beta} = \text{const}$$

$$\frac{h}{\tau}\cdot C_{\alpha-\beta} = V_{cp}$$

$$D = \frac{h^2}{2\cdot\tau}$$

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x}\left[V_{cp}\cdot\rho(x,t)\right] + D\cdot\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left[\rho(x,t)\right]$$

Уравнение диффузии мс дрейфом
(Эйнштейна-Смолуховского)

К сравнению способов конкретизации вида уравнения для плотности вероятности случайного изменения значения параметра x

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -V_{cp} \cdot \frac{\partial \rho(x,t)}{\partial x}$$

1-й способ описания (процесс Пуассона)

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x}\left[V_{cp} \cdot \rho(x,t)\right] + D \cdot \frac{\partial^2}{\partial x^2}\left[\rho(x,t)\right]$$

2-й способ описания (диффузия с дрейфом)

Соответствующим подбором соотношений констант, характеризующих два способа описания случайного изменения параметра x , можно добиться, что средние и дисперсии этих способов будут одинаковы

Доклад закончен.

Благодарю за внимание