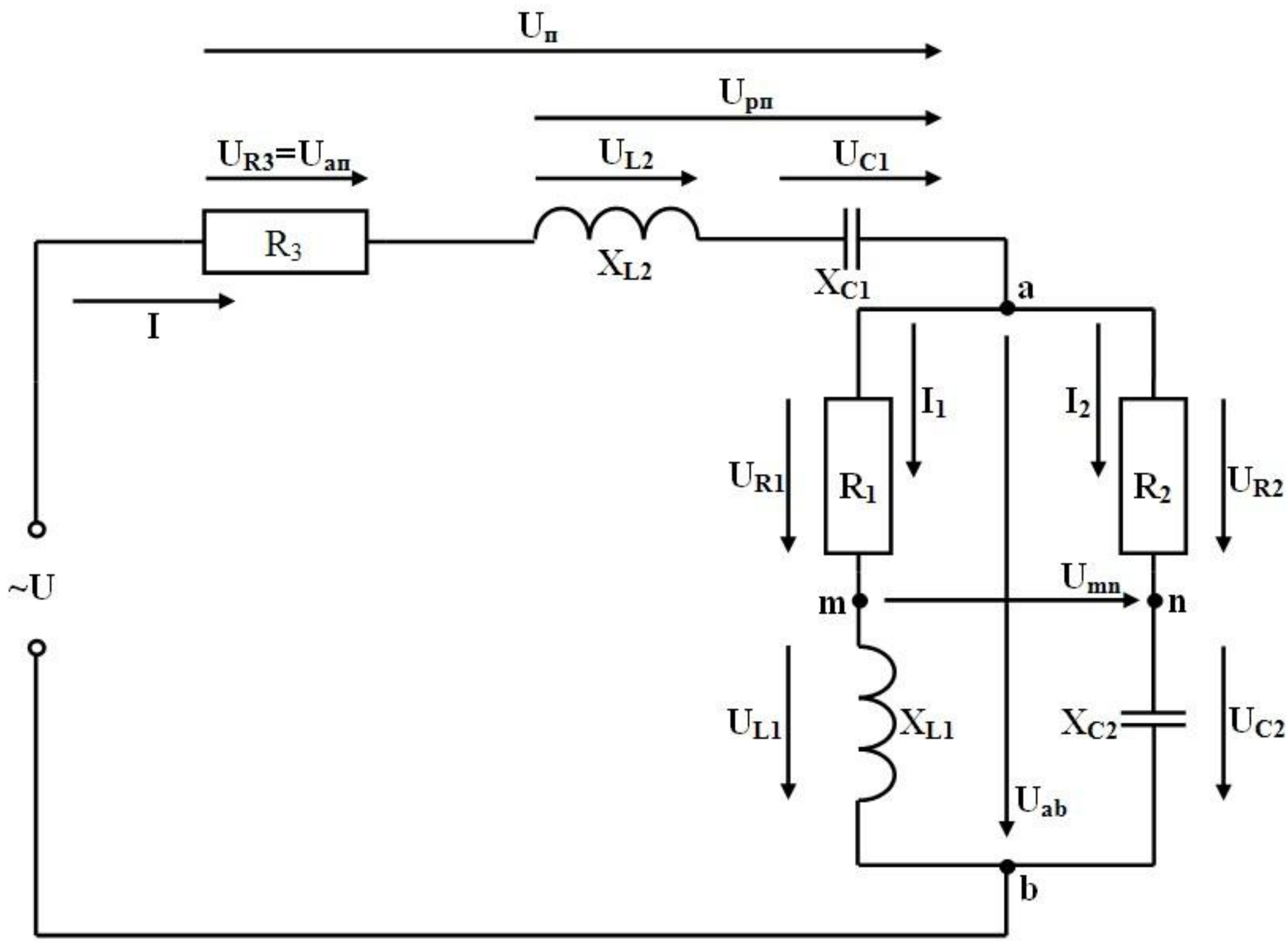
Разветвленные однофазные цепи синусоидального переменного тока. Пример расчета

Работу следует выполнять двумя методами, *классическим* и *символическим* (*комплексным*).

Дано: U **(действующее значение напряжения источника);** $R_{1,2,3}$ **(активные сопротивления);** $X_{L1,2}$ **(реактивные индуктивные сопротивления);** $X_{C1,2}$ **(реактивные емкостные сопротивления).**

Требуется найти: I **(действующее значение тока цепи);** $I_{1,2}$ **(действующие значения токов в ветвях параллельного участка цепи);** P **(активная мощность);** Q **(реактивная мощность);** S **(полная мощность). Также, для проверки полученных данных, необходимо составить уравнения баланса мощностей и векторные диаграммы.**

Первоначальные данные и искомые величины могут отличаться в зависимости от варианта задания.


Uп
Uрп
UR3=Uап
UL2
UC1
R3
XL2
XC1
I
a
I1
I2
UR1
R1
R2
UR2
Umn
m
n
~U
UL1
XL1
XC2
UC2
Uab
b

Где $U_{R3}=U_{ап}$ – напряжение на R_3, что соответствует напряжению активной части последовательного участка цепи;

U_{L2} – напряжение на индуктивности L_2;

U_{C1} – напряжение на емкости C_1;

$U_{рп}$ – напряжение реактивной части последовательного участка цепи;

$U_{п}$ – напряжение последовательного участка цепи;

U_{R1} – напряжение на R_1;

U_{R2} – напряжение на R_2;

U_{L1} – напряжение на индуктивности L_1;

U_{C2} – напряжение на емкости C_2;

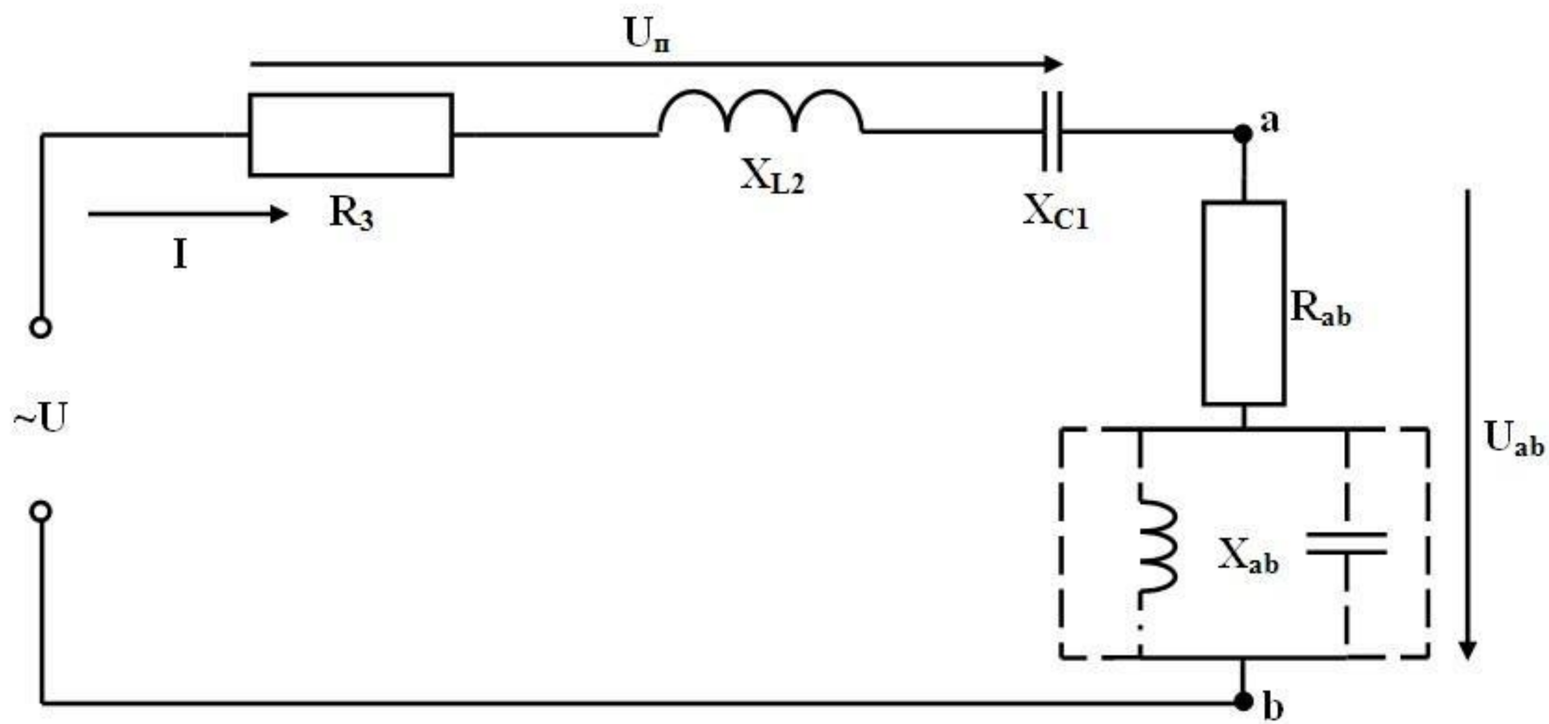
U_{ab} – напряжение между точками a и b, что соответствует напряжению параллельного участка цепи;

U_{mn} – напряжение между точками m и n.

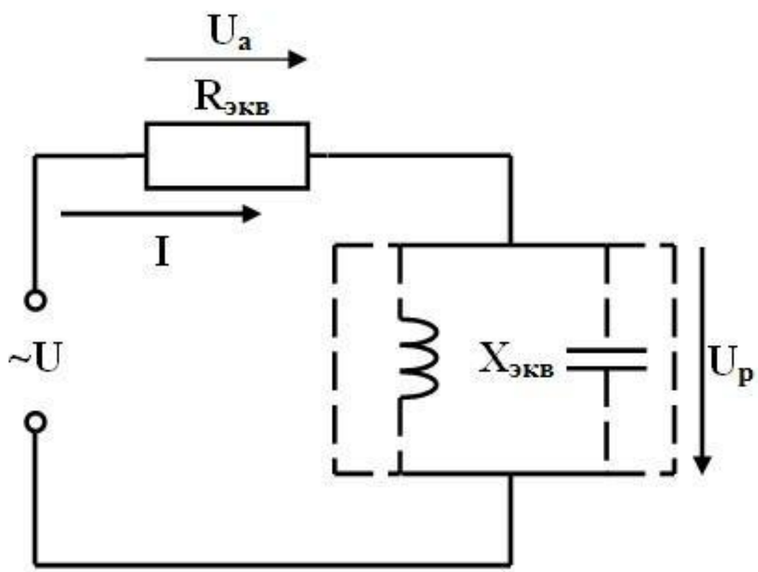
Классический метод

Упростим схему цепи:

Где параллельный участок цепи (ab) примем за последовательный участок с соответствующими заменами: R_{ab} – активное сопротивление, а X_{ab} – реактивное сопротивление участка ab.



Видно, что схему можно привести к следующему виду:



Следовательно, для того, чтобы найти ток в цепи, необходимо найти эквивалентное активное сопротивление и эквивалентное реактивное сопротивление, т.е. эквивалентное полное сопротивление, которое связано с предыдущими формулой

$$Z_{\text{экв}} = \sqrt{R_{\text{экв}}^2 + X_{\text{экв}}^2}\,.$$

1) Для начала рассчитаем параллельный участок цепи. Найдем активные проводимости ветвей и участка ab**:**

$$G_1 = \frac{R_1}{Z_1^2} = \frac{R_1}{R_1^2 + X_{L1}^2},\ G_2 = \frac{R_2}{Z_2^2} = \frac{R_2}{R_2^2 + X_{C2}^2}\ \text{и}\ G_{ab} = G_1 + G_2$$

2) Далее найдем реактивные проводимости ветвей и участка ab:

$$B_{1(\mathrm{L})} = \frac{X_{\mathrm{L1}}}{Z_1^2} = \frac{X_{\mathrm{L1}}}{R_1^2 + X_{\mathrm{L1}}^2}, \quad B_{2(\mathrm{C})} = \frac{X_{\mathrm{C2}}}{Z_2^2} = \frac{X_{\mathrm{C2}}}{R_2^2 + X_{\mathrm{C2}}^2}$$

и $B_{\mathrm{ab}} = \sum_{k=1}^{n} B_{\mathrm{k(L)}} - \sum_{k=1}^{n} B_{\mathrm{k(C)}} = B_{1(\mathrm{L})} - B_{2(\mathrm{C})}$

3) Полная проводимость параллельного участка цепи:

$$Y_{\mathrm{ab}} = \sqrt{G_{\mathrm{ab}}^2 + B_{\mathrm{ab}}^2}$$

4) Найдем полное сопротивление участка ab:

$Z_{\mathrm{ab}} = \sqrt{R_{\mathrm{ab}}^2 + X_{\mathrm{ab}}^2}$, **где** $R_{\mathrm{ab}} = \frac{G_{\mathrm{ab}}}{Y_{\mathrm{ab}}^2}$ **и** $X_{\mathrm{ab}} = \frac{B_{\mathrm{ab}}}{Y_{\mathrm{ab}}^2}$

5) Далее находим эквивалентное активное сопротивление, эквивалентное реактивное сопротивление и эквивалентное полное сопротивление, взяв параллельный участок ab за один элемент:

$R_{экв} = R_3 + R_{ab}$, $X_{экв} = X_{L2} - X_{C1} + X_{ab}$

и $Z_{экв} = \sqrt{R_{экв}^2 + X_{экв}^2}$

6) Тогда сила тока I находится следующим образом:

$$I = \frac{U}{Z_{экв}}$$

7) Найдем напряжение на параллельном участке цепи:

$$U_{ab} = IZ_{ab} = \frac{I}{Y_{ab}}$$

8) Используя это напряжение, найдем требуемые токи I_1 и I_2:

$$I_1 = \frac{U_{ab}}{Z_1} = \frac{U_{ab}}{\sqrt{R_1^2 + X_{L1}^2}} \text{ и } I_2 = \frac{U_{ab}}{Z_2} = \frac{U_{ab}}{\sqrt{R_2^2 + X_{C2}^2}}$$

9) Активная мощность, реактивная мощность и полная мощность:

$$P = UI\cos\varphi$$

$$Q = UI\sin\varphi$$

Из треугольника сопротивлений для результирующей эквивалентной цепи находим $\cos\varphi$ и $\sin\varphi$ и подставляем в формулы выше:

$$P = UI\frac{R_{экв}}{Z_{экв}}, \quad Q = UI\frac{X_{экв}}{Z_{экв}}$$

Тогда $S = UI = \sqrt{P^2 + Q^2}$

10) Уравнения баланса мощностей:

активные $P \approx P' = I^2R_3 + I_1^2R_1 + I_2^2R_2$, где P и P' должны с достаточной степенью совпадать;

реактивные $Q \approx Q' = I^2(X_{L2} - X_{C1}) + I_1^2X_{L1} - I_2^2X_{C2}$, где Q и Q' также должны примерно совпадать;

Составлять уравнение баланса для действительных значений полной мощности неправомочно.

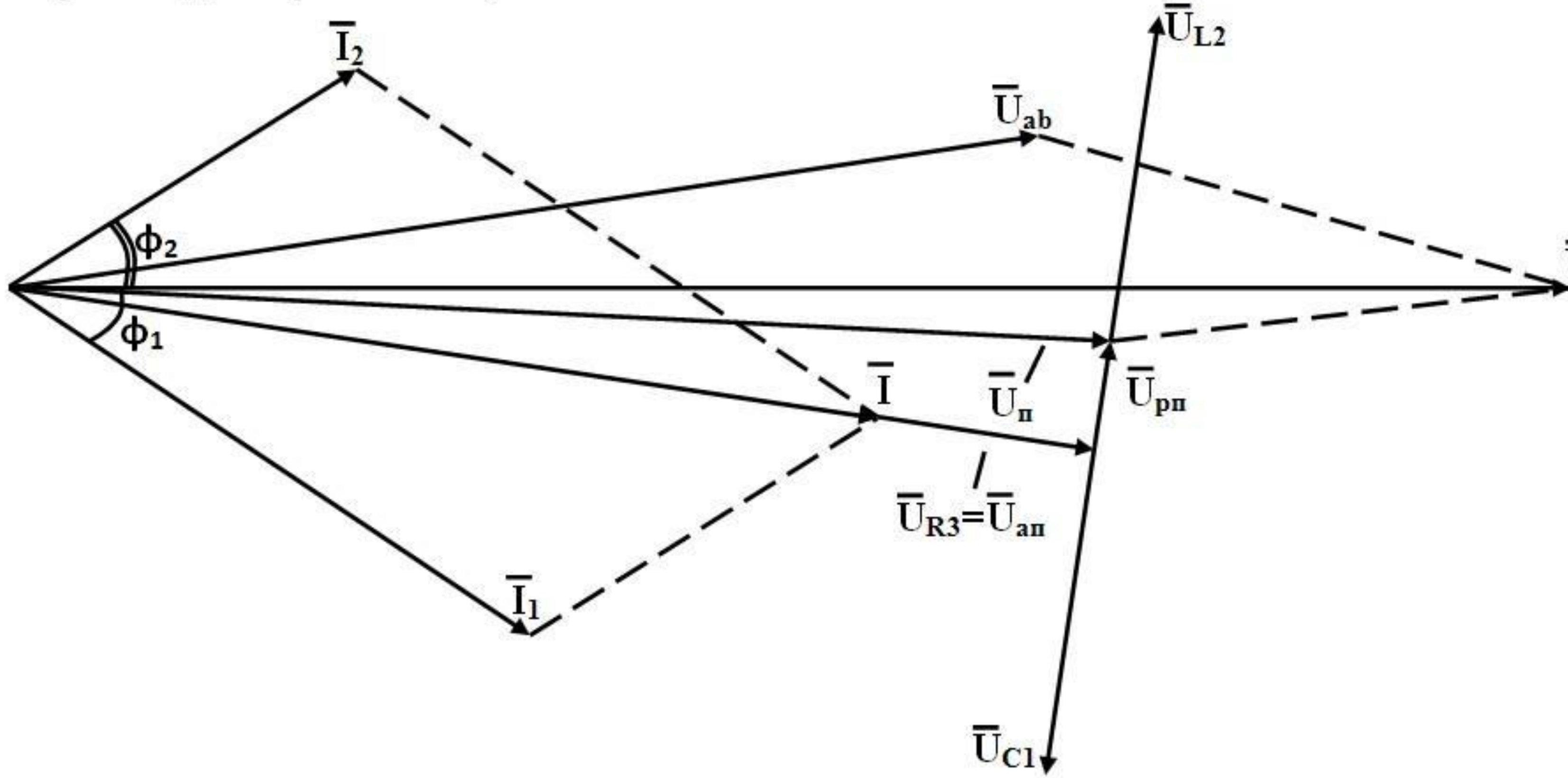
11) Векторные диаграммы:

Правила построения векторных диаграмм:

- длина векторов на векторной диаграмме обычно принимаются равными в масштабе действующим значениям соответствующих величин, при этом один вектор рационально принять за исходный, а все остальные строятся под углами сдвига фаз по отношению к

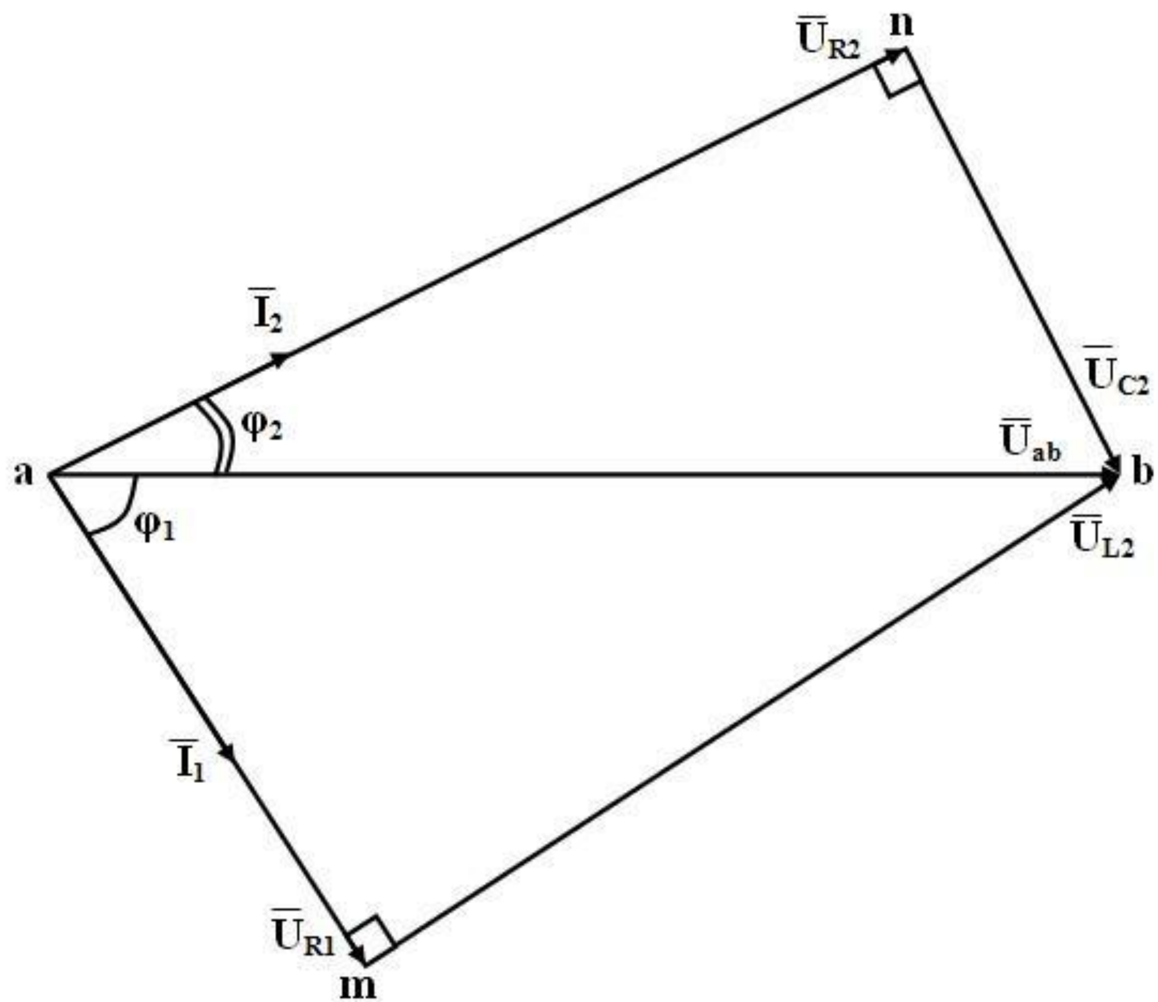
исходному;
- за исходные векторы рационально принимать векторы параметров, общих для возможно большего числа элементов цепи. Для последовательных цепей это вектор силы тока, параллельных – вектор напряжения. Если цепь является смешанной, то обычно за исходный вектор берут вектор напряжения на параллельном участке цепи.

Векторная диаграмма цепи:



Где $\varphi_1 = arctg\dfrac{X_{L1}}{R_1}$, $\varphi_2 = arctg\dfrac{X_{C2}}{R_2}$, $U_{R3} = IR_3$, $U_{L2} = IX_{L2}$, $U_{C1} = IX_{C1}$.

Векторная диаграмма участка ab:



Где $U_{R1} = I_1 R_1$,

$U_{R2} = I_2 R_2$,

$U_{L1} = I_1 X_{L1}$,

$U_{C2} = I_2 X_{C2}$.

Символический метод

1) Найдем комплексные полные сопротивления на участках:

$$\underline{Z}_1 = R_1 + jX_{L1},\ \underline{Z}_2 = R_2 - jX_{C2},\ \underline{Z}_3 = R_3 + j(X_{L2} - X_{C1})$$

2) Комплексное эквивалентное полное сопротивление:

$$\underline{Z}_{экв} = \underline{Z}_3 + \underline{Z}_{ab} = \underline{Z}_3 + \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} = R_{экв} \pm jX_{экв}$$

3) Принимая начальную фазу напряжения за ноль (заведомо задаем напряжение только на действительной оси), получаем, что

$$\underline{U} = U$$

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_{экв}} = I_д + jI_м$$

$I = \sqrt{I_д^2 + I_м^2}$, $\underline{U}_{ab} = \underline{U} - \underline{I}\,\underline{Z}_3 = \underline{I}\,\underline{Z}_{ab}$,

$\underline{I}_1 = \dfrac{\underline{U}_{ab}}{\underline{Z}_1} = I_{1д} + jI_{1м}$ и $\underline{I}_2 = \dfrac{\underline{U}_{ab}}{\underline{Z}_2} = I_{2д} + jI_{2м}$,

тогда $I_1 = \sqrt{I_{1д}^2 + I_{1м}^2}$ **и** $I_2 = \sqrt{I_{2д}^2 + I_{2м}^2}$.

4) Полная мощность:

$\underline{\tilde{S}} = \underline{U}\,\underline{I}^* = U(I_д - jI_м) = P \pm jQ$, **где** $\underline{I}^*$ **- сопряженный комплексный ток.**

5) Уравнения баланса мощностей:

$$P \approx P' = I^2 R_3 + I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2$$

$$Q \approx Q' = I^2 (X_{L2} - X_{C1}) + I_1^2 X_{L1} - I_2^2 X_{C2}$$

6) Векторные диаграммы: