

Разветвленные однофазные цепи синусоидального переменного тока. Пример расчета

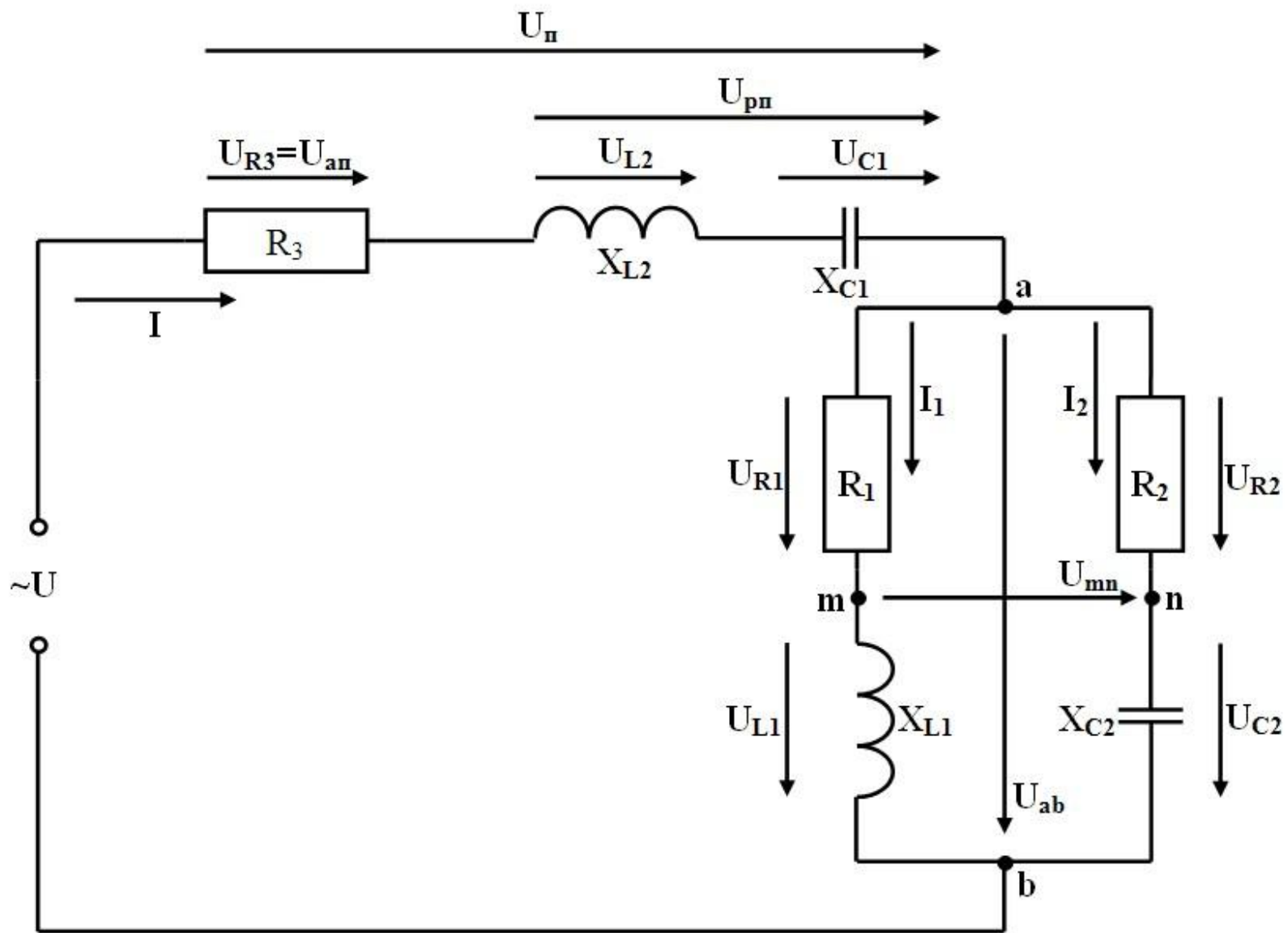
Работу следует выполнять двумя методами, *классическим* и *символическим (комплексным)*.

Дано: U (действующее значение напряжения источника); $R_{1,2,3}$ (активные сопротивления); $X_{L1,2}$ (реактивные индуктивные сопротивления); $X_{C1,2}$ (реактивные емкостные сопротивления).

Требуется найти: I (действующее значение тока цепи); $I_{1,2}$ (действующие значения токов в ветвях параллельного участка цепи); P (активная мощность); Q (реактивная мощность); S (полная мощность).

Также, для проверки полученных данных, необходимо составить уравнения баланса мощностей и векторные диаграммы.

Первоначальные данные и искомые величины могут отличаться в зависимости от варианта задания.



Где $U_{R3}=U_{ап}$ – напряжение на R_3 , что соответствует напряжению активной части последовательного участка цепи;

U_{L2} – напряжение на индуктивности L_2 ;

U_{C1} – напряжение на емкости C_1 ;

$U_{рп}$ – напряжение реактивной части последовательного участка цепи;

$U_{п}$ – напряжение последовательного участка цепи;

U_{R1} – напряжение на R_1 ;

U_{R2} – напряжение на R_2 ;

U_{L1} – напряжение на индуктивности L_1 ;

U_{C2} – напряжение на емкости C_2 ;

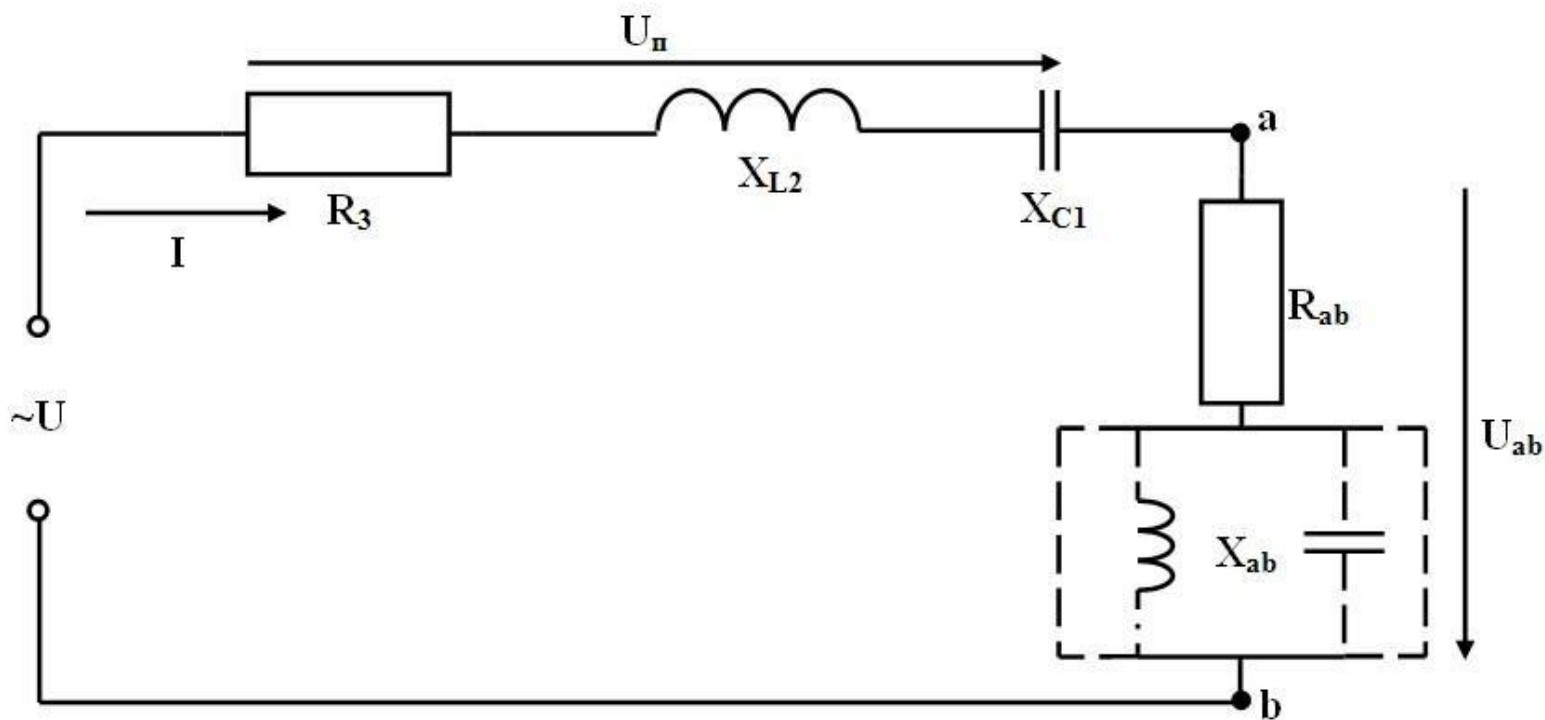
U_{ab} – напряжение между точками a и b , что соответствует напряжению параллельного участка цепи;

U_{mn} – напряжение между точками m и n .

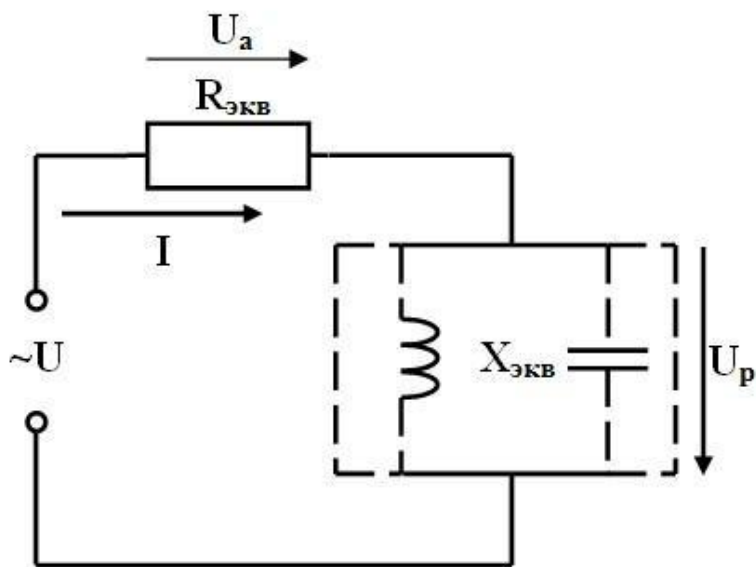
Классический метод

Упростим схему цепи:

Где параллельный участок цепи (ab) примем за последовательный участок с соответствующими заменами: R_{ab} – активное сопротивление, а X_{ab} – реактивное сопротивление участка ab.



Видно, что схему можно привести к следующему виду:



Следовательно, для того, чтобы найти ток в цепи, необходимо найти эквивалентное активное сопротивление и эквивалентное реактивное сопротивление, т.е. эквивалентное полное сопротивление, которое связано с предыдущими формулой

$$Z_{\text{ЭКВ}} = \sqrt{R_{\text{ЭКВ}}^2 + X_{\text{ЭКВ}}^2}.$$

1) Для начала рассчитаем параллельный участок цепи. Найдем активные проводимости ветвей и участка ab:

$$G_1 = \frac{R_1}{Z_1^2} = \frac{R_1}{R_1^2 + X_{L1}^2}, \quad G_2 = \frac{R_2}{Z_2^2} = \frac{R_2}{R_2^2 + X_{C2}^2} \quad \text{и} \quad G_{ab} = G_1 + G_2$$

2) Далее найдем реактивные проводимости ветвей и участка ab:

$$B_{1(L)} = \frac{X_{L1}}{Z_1^2} = \frac{X_{L1}}{R_1^2 + X_{L1}^2}, \quad B_{2(C)} = \frac{X_{C2}}{Z_2^2} = \frac{X_{C2}}{R_2^2 + X_{C2}^2}$$

$$\text{и } B_{ab} = \sum_{k=1}^n B_{k(L)} - \sum_{k=1}^n B_{k(C)} = B_{1(L)} - B_{2(C)}$$

3) Полная проводимость параллельного участка цепи:

$$Y_{ab} = \sqrt{G_{ab}^2 + B_{ab}^2}$$

4) Найдем полное сопротивление участка ab:

$$Z_{ab} = \sqrt{R_{ab}^2 + X_{ab}^2}, \text{ где } R_{ab} = \frac{G_{ab}}{Y_{ab}^2} \text{ и } X_{ab} = \frac{B_{ab}}{Y_{ab}^2}$$

5) Далее находим эквивалентное активное сопротивление, эквивалентное реактивное сопротивление и эквивалентное полное сопротивление, взяв параллельный участок ab за один элемент:

$$R_{\text{ЭКВ}} = R_3 + R_{\text{ab}}, \quad X_{\text{ЭКВ}} = X_{L2} - X_{C1} + X_{\text{ab}}$$

и $Z_{\text{ЭКВ}} = \sqrt{R_{\text{ЭКВ}}^2 + X_{\text{ЭКВ}}^2}$

6) Тогда сила тока I находится следующим образом:

$$I = \frac{U}{Z_{\text{ЭКВ}}}$$

7) Найдем напряжение на параллельном участке цепи:

$$U_{\text{ab}} = IZ_{\text{ab}} = \frac{I}{Y_{\text{ab}}}$$

8) Используя это напряжение, найдем требуемые токи I_1 и I_2 :

$$I_1 = \frac{U_{ab}}{Z_1} = \frac{U_{ab}}{\sqrt{R_1^2 + X_{L1}^2}} \quad \text{и} \quad I_2 = \frac{U_{ab}}{Z_2} = \frac{U_{ab}}{\sqrt{R_2^2 + X_{C2}^2}}$$

9) Активная мощность, реактивная мощность и полная мощность:

$$P = UI \cos \varphi$$

$$Q = UI \sin \varphi$$

Из треугольника сопротивлений для результирующей эквивалентной цепи находим $\cos \varphi$ и $\sin \varphi$ и подставляем в формулы выше:

$$P = UI \frac{R_{\text{ЭКВ}}}{Z_{\text{ЭКВ}}}, \quad Q = UI \frac{X_{\text{ЭКВ}}}{Z_{\text{ЭКВ}}}$$

Тогда
$$S = UI = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

10) Уравнения баланса мощностей:

активные $P \approx P' = I^2 R_3 + I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2$, где P и P' должны с достаточной степенью совпадать;

реактивные $Q \approx Q' = I^2 (X_{L2} - X_{C1}) + I_1^2 X_{L1} - I_2^2 X_{C2}$, где Q и Q' также должны примерно совпадать;

Составлять уравнение баланса для действительных значений полной мощности неправомерно.

11) Векторные диаграммы:

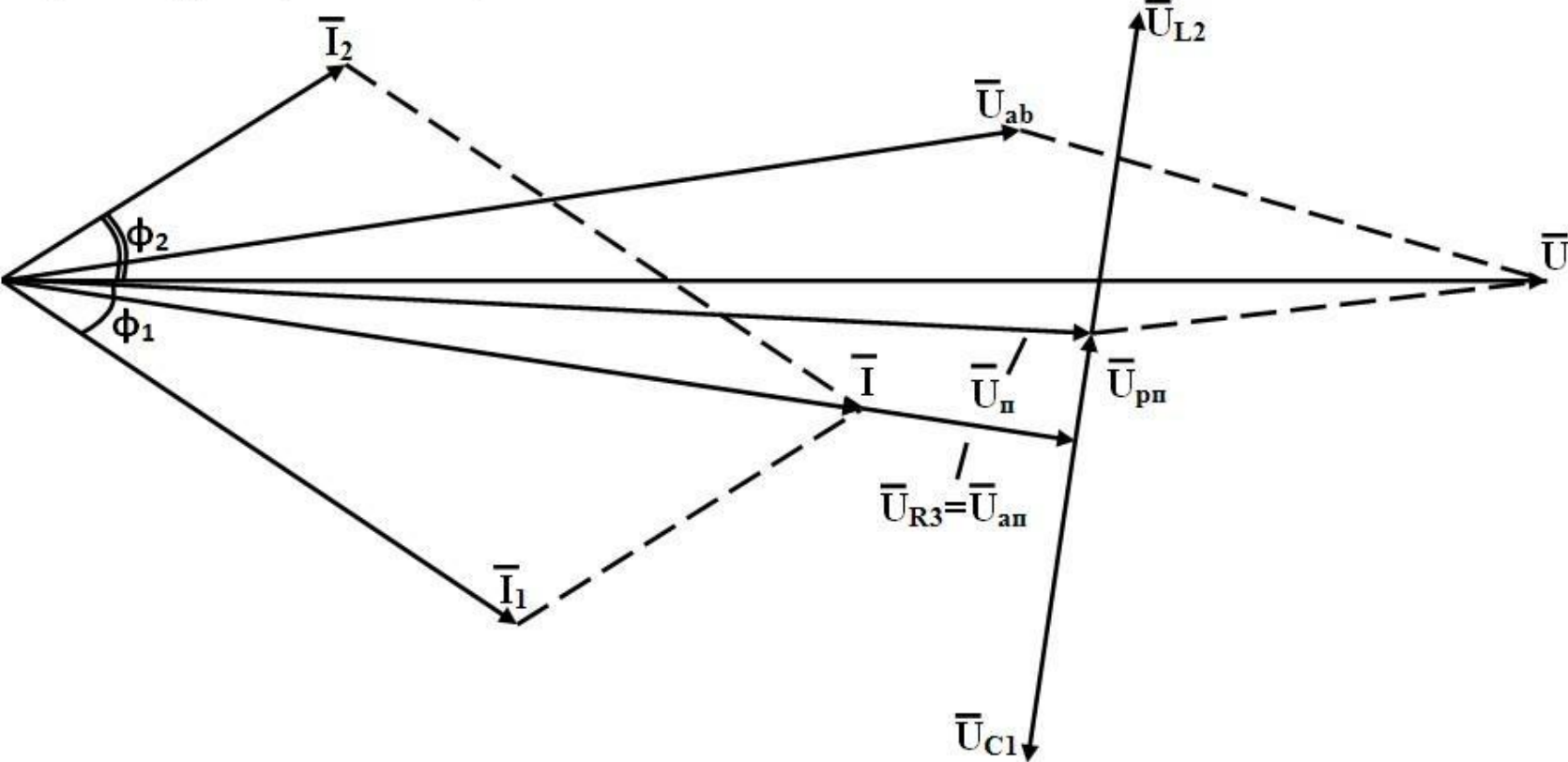
Правила построения векторных диаграмм:

- длина векторов на векторной диаграмме обычно принимаются равными в масштабе действующим значениям соответствующих величин, при этом один вектор рационально принять за исходный, а все остальные строятся под углами сдвига фаз по отношению к

исходному;

- за исходные векторы рационально принимать векторы параметров, общих для возможно большего числа элементов цепи. Для последовательных цепей это вектор силы тока, параллельных – вектор напряжения. Если цепь является смешанной, то обычно за исходный вектор берут вектор напряжения на параллельном участке цепи.

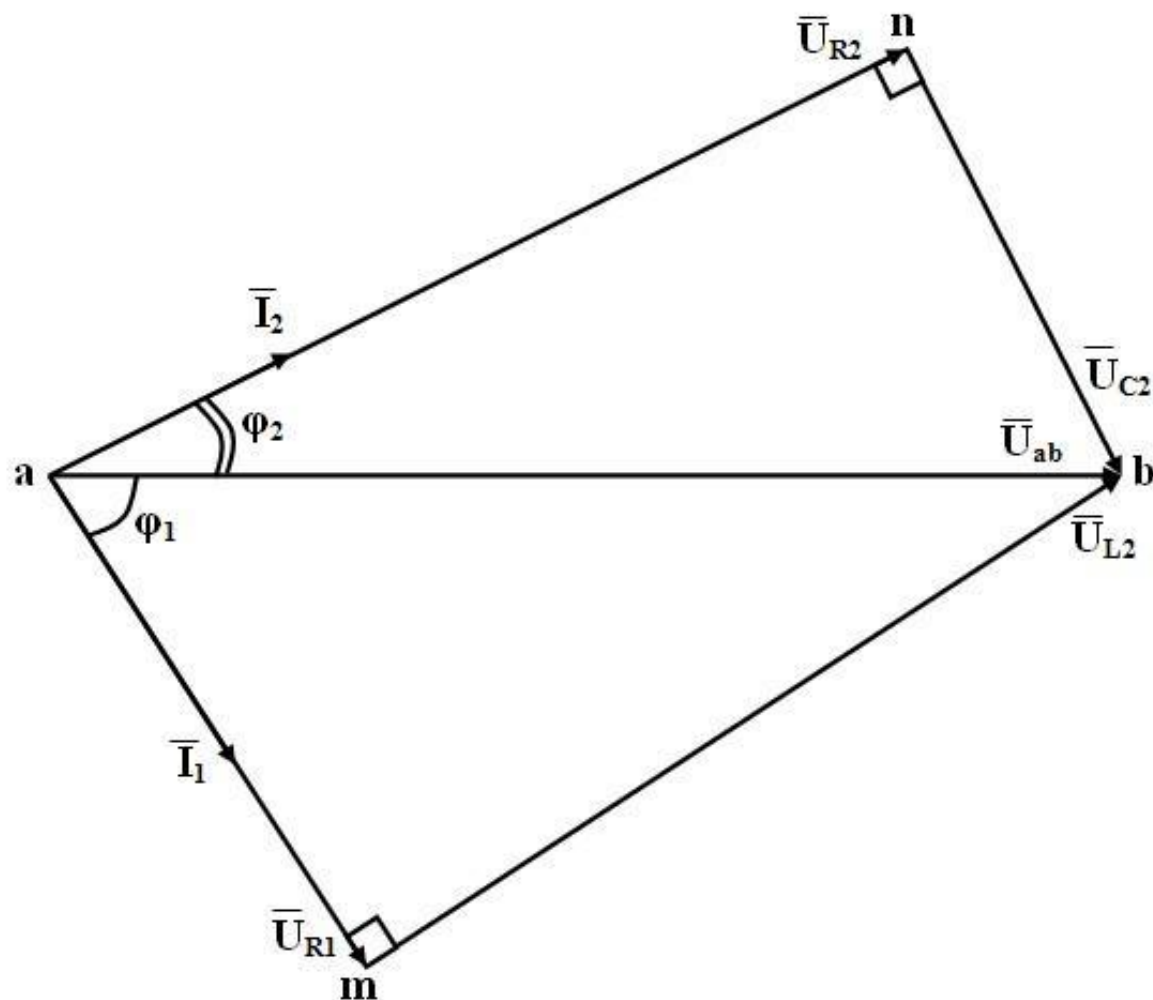
Векторная диаграмма цепи:



Где $\varphi_1 = \arctg \frac{X_{L1}}{R_1}$, $\varphi_2 = \arctg \frac{X_{C2}}{R_2}$, $U_{R3} = IR_3$, $U_{L2} = IX_{L2}$,

$$U_{C1} = IX_{C1} .$$

Векторная диаграмма участка ab:



Где $U_{R1} = I_1 R_1$,

$$U_{R2} = I_2 R_2 ,$$

$$U_{L1} = I_1 X_{L1} ,$$

$$U_{C2} = I_2 X_{C2} .$$

Символический метод

1) Найдем комплексные полные сопротивления на участках:

$$\underline{Z}_1 = R_1 + jX_{L1}, \quad \underline{Z}_2 = R_2 - jX_{C2}, \quad \underline{Z}_3 = R_3 + j(X_{L2} - X_{C1})$$

2) Комплексное эквивалентное полное сопротивление:

$$\underline{Z}_{\text{экв}} = \underline{Z}_3 + \underline{Z}_{ab} = \underline{Z}_3 + \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} = R_{\text{экв}} \pm jX_{\text{экв}}$$

3) Принимая начальную фазу напряжения за ноль (заведомо задаем напряжение только на действительной оси), получаем, что

$$\underline{U} = U$$

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_{\text{экв}}} = I_{\text{д}} + jI_{\text{м}}$$

$$I = \sqrt{I_{\partial}^2 + I_m^2}, \quad \underline{U}_{ab} = \underline{U} - \underline{I}Z_3 = \underline{I}Z_{ab},$$

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_{ab}}{\underline{Z}_1} = I_{1\partial} + jI_{1m} \quad \text{и} \quad \underline{I}_2 = \frac{\underline{U}_{ab}}{\underline{Z}_2} = I_{2\partial} + jI_{2m},$$

тогда $I_1 = \sqrt{I_{1\partial}^2 + I_{1m}^2}$ и $I_2 = \sqrt{I_{2\partial}^2 + I_{2m}^2}$.

4) Полная мощность:

$$\underline{\tilde{S}} = \underline{U}\underline{I}^* = U(I_{\partial} - jI_m) = P \pm jQ, \quad \text{где } \underline{I}^* \text{ - сопряженный}$$

комплексный ток.

5) Уравнения баланса мощностей:

$$P \approx P' = I^2 R_3 + I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2$$

$$Q \approx Q' = I^2 (X_{L2} - X_{C1}) + I_1^2 X_{L1} - I_2^2 X_{C2}$$

6) Векторные диаграммы:

