

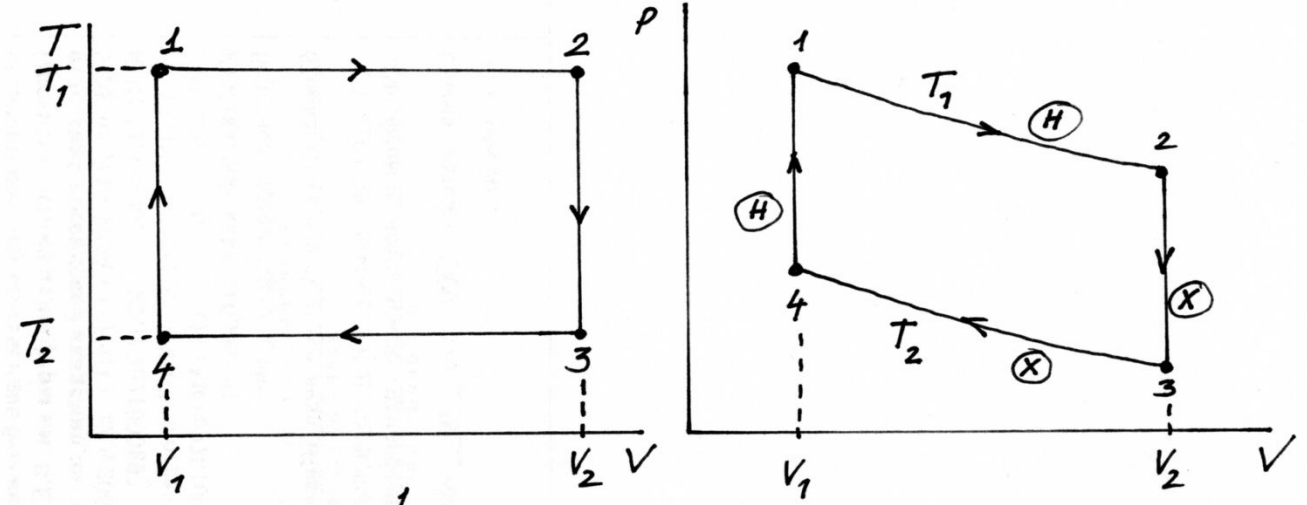
Лекция # 4 (20.10.15) Решение задач

Задача №1. Тепловая машина работает по так называемому циклу Стирлинга, состоящего из двух изотерм и двух изохор. Определив КПД тепловой машины, если рабочим веществом является δ кислорода, максимальная температура в цикле $T_1 = 350\text{ К}$, минимальная температура $T_2 = 280\text{ К}$, отношение максимального объема газа в цикле к минимальному $n = 3$.

Решение

Дано:
 $m = 8 \cdot 10^{-3}\text{ кг}$
 $M = 32 \cdot 10^{-3}\text{ кг/моль}$
 $T_{\text{max}} = T_1 = 350\text{ К}$
 $T_{\text{min}} = T_2 = 280\text{ К}$
 $V_{\text{max}}/V_{\text{min}} = V_2/V_1 = n = 3$

Найти $\eta - ?$



$$\eta = \frac{A}{Q^+} = \frac{Q^+ + Q^-}{Q^+}, \quad A = \int_1^1 p dV = A_{12} + A_{23} + A_{34} + A_{41} \quad (+ \text{ или } -)$$

$$A = \int_1^2 p dV + \int_2^3 p dV + \int_3^4 p dV + \int_4^1 p dV$$

$$A = \nu R T_1 \int_1^2 \frac{dV}{V} + \nu R T_2 \int_3^4 \frac{dV}{V} = \nu R T_1 \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) + \nu R T_2 \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right) = \nu R (T_1 - T_2) \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

$$Q^+ = Q_{12} + Q_{41} - \text{почему?}$$

I начало термодинамики: $Q = \Delta U + A$

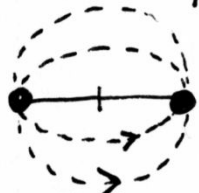
Для идеального газа $\Delta U = \nu C_V \Delta T$

$$Q_{12} = \cancel{\Delta U_{12}^0} + A_{12} = \nu R T_1 \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right)$$

$$Q_{41} = \cancel{\Delta U_{41}^0} + A_{41}^0 = \nu C_V (T_1 - T_2), \quad Q^+ = \nu R T_1 \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right) + \nu C_V (T_1 - T_2)$$

$$\text{Тогда } \eta = \frac{A}{Q^+} = \frac{\nu R (T_1 - T_2) \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right)}{\nu R T_1 \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right) + \nu C_V (T_1 - T_2)}$$

Молекула кислорода:



жесткий ротатор

$$C_V = \frac{i}{2} R = \frac{3+2}{2} R = \frac{5}{2} R$$

$$\text{Тогда } \eta = \frac{\left(1 - \frac{T_{\min}}{T_{\max}}\right) \ln n}{\ln n + \frac{5}{2} \left(1 - \frac{T_{\min}}{T_{\max}}\right)}$$

Расчет: $\eta = \frac{\left(1 - \frac{280}{350}\right) \ln 3}{\ln 3 + 2,5 \left(1 - \frac{280}{350}\right)} = \frac{0,2 \times 1,099}{1,099 + 2,5 \times 0,2} = 0,138 = 13,8\% < 1$

Задача №2. Показав, что внутренняя энергия воздуха U в комнате не зависит от температуры, если наружное давление p постоянно. Вычислив величину U , если p равно атмосферному давлению, а объем комнаты $V = 400 \text{ м}^3$.

Решение

Если воздух считать идеальным газом, то $U = \nu C_V T + \text{const}$

$$dU = \nu C_V dT, \quad T = \frac{pV}{\nu R}, \quad dT = \frac{1}{\nu R} (pdV + Vdp)$$

Объем комнаты $V = \text{const}$, $dV = 0$, т.к. $p = \text{const}$, то и $dp = 0$.

Тогда и $dT = 0$, значит и $dU = 0$, а $U \neq f(T)$.

Расчет: $U = \nu C_V T = \nu C_V \frac{pV}{\nu R} = \frac{C_V}{R} pV$

$$C_V = \frac{i}{2} R, \quad \text{где } i = 3 + 2 = 5.$$

$$U = \frac{\frac{5}{2} R}{R} pV = \frac{5}{2} pV = 2,5 \cdot 1,013 \cdot 10^5 \cdot 400 = 1013 \cdot 10^5 [\text{Дж}] \\ \approx 100 \text{ МДж}$$

Задача № 3. Имеются два теплоизолированных сосуда объемами V_1 и V_2 , соединенные трубкой с вентиляем. В объеме V_1 находится один моль идеального газа, в объеме V_2 - вакуум.

Вентиль открыли, газ занял весь объем и пришел в состояние термодинамического равновесия. Найти изменение энтропии в данном процессе.

Решение

Процесс был совершен без теплообмена ($Q=0$) и без совершения работы ($A=0$), т.к. во втором баке вакуум, а значит и нет затрат на преодоление внешнего давления!

I начало термодинамики: $Q = \Delta U + A \rightarrow \Delta U = 0$;

$\Delta U = \nu C_V \Delta T$, $\Delta T = 0$ - температура не изменилась!

Тогда для расчета ΔS можно выбрать изотермический процесс:

$$\Delta S = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} = \int_1^2 \frac{\delta A}{T} = \int_1^2 \frac{p dV}{T} = R \int_1^2 \frac{dV}{V} =$$

$$= R \ln \left(\frac{V_1 + V_2}{V_1} \right) > 0 - \text{энтропия возросла, процесс необратим!}$$

Задача №4. Показав, что коэффициент вязкости η и теплопроводности \mathcal{Q} разреженного газа не зависят от давления газа, а зависят только от температуры.

Решение

Элементарная кинетическая теория газов дает следующие выражения для η и \mathcal{Q} :

$$\eta = \frac{1}{3} l \bar{v} \rho, \quad \mathcal{Q} = \frac{1}{3} l \bar{v} \rho c_v$$

Расшифруем величины, входящие в эти формулы:

$$l = \frac{kT}{\sqrt{2} \pi d^2 p}, \quad \bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}, \quad \rho = m n = m \frac{p}{kT}$$

Тогда $\eta \sim \sqrt{T}$, но не зависит от p

$\mathcal{Q} \sim \sqrt{T}$, но не зависит от p .

Эти предсказания очень хорошо подтверждаются экспериментально.