

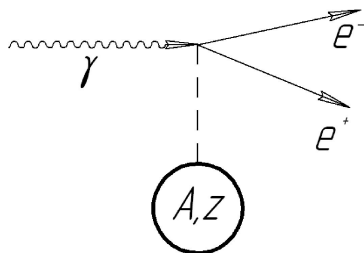
Лекция 9

«Рождение электрон-позитронных пар и поглощение гамма-квантов»

1. Рождение пар частиц
2. Позитроны
3. Пороговая энергия
4. Анализ формулы для порога рождения пар
5. Сечение рождения пар частиц
6. График сечения рождения пар
7. Поглощение γ -квантов в веществе
8. Ослабление пучка гамма-квантов
9. Каскадные ливни

Рождение пар частиц

Образования электрон-позитронной пары частиц происходит при взаимодействии гамма-кванта (высокой энергии $M_{\gamma} \geq 1.02$) в кулоновском поле ядра массой $M(Z, A)$



Практически вся энергия гамма-кванта передается e-e паре частиц.

Процесс рождения гамма-квантом пары частиц в вакууме запрещен $\gamma \not\rightarrow e^{-} + e^{+}$

Предположив, что эта реакция разрешена

$$P_{\gamma}(E_{\gamma}, i\vec{E}_{\gamma}) = P_e(E_e, i\vec{p}_e c) + P_{e+}(E_{e+}, i\vec{p}_{e+} c)$$

преобразуем выражение

$$P_{\gamma}^2 = (P_e + P_{e+})^2$$

в системе центра инерции (*)

$$\vec{p}_e + \vec{p}_{e+} = 0$$

получим $0 = (E_e^* + E_{e+}^*, i(\vec{p}_e^* c + \vec{p}_{e+}^* c))^2$ $0 = (E_e^* + E_{e+}^*)^2 = \underline{(m_e c^2 + T_e^* + m_{e+} c^2 + T_{e+}^*)^2}$

Нижнее выражение никогда не обращаются в нуль ($m > 0, T^* > 0$) – реакция запрещена.

Позитроны

Позитрон – это античастица по отношению к электрону. Массы частиц одинаковы по величине $m_e = m_{e^+}$, но электрические и лептонные заряды противоположны по знаку (электрон – это лептон): $|-q_{e^-}| = |q_{e^+}|$ $L_e = +1$, $L_{e^+} = -1$.

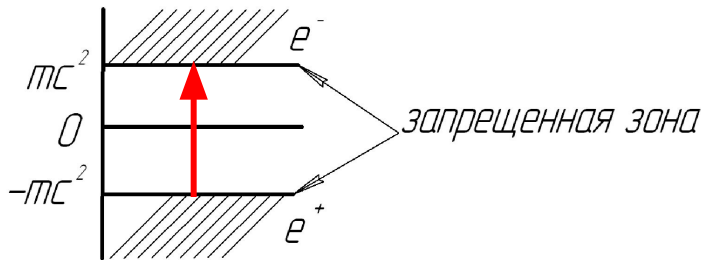
Из решения уравнения Дирака для релятивистского случая следует:

$$E = \pm \sqrt{(pc)^2 + (mc^2)^2}$$

Для покоящейся частицы ($pc=0$)

энергия $E = \pm mc^2$

Знак минус указывает, что частица находится в вакууме ниже запрещенной зоны, шириной $2mc^2$



Чтобы извлечь из вакуума пару частиц ($e^- e^+$) надо затратить энергию не меньше, чем $2m_e c^2$



мишень

Точная формула (см. далее):

$$T_{\gamma}^{\min} = \frac{(2mc^2 + Mc^2)^2 - (Mc^2)^2}{2Mc^2}$$

Пороговая энергия

Пороговая энергия гамма-кванта (T_γ^{\min}) для реакции

$\gamma + M \rightarrow e^- + e^+ + M$ на неподвижной мишени массой M может быть вычислена по общей формуле

$$T_\gamma^{\min} = \frac{(\sum mc^2)^2 - (\sum mc^2)^2}{2m_{\text{мишень}}^2}$$

сумма масс конечного состояния ($m_e c^2 + m_{e^+} c^2 + M c^2$),
а начального состояния – $M c^2$

Выражение для T_γ^{\min} получается из равенства 4-импульсов $P_\gamma + P_M = P_e + P_{e^+} + P_M$

$$P_\gamma = \underline{P_\gamma(T_\gamma^{\min}, iT_\gamma^{\min})}, \quad P_M = \underline{P_M(Mc^2, i0)}, \quad P_{e^+}^* = P_e^* = \underline{P_e^*(mc^2, i0)}, \quad P_M^* = \underline{P_M^*(Mc^2, i0)}$$

Порог. значение

Мишень покоится

В с.ц.и. все конечные частицы покоятся при пороге

При пороговой энергии гамма-кванта все частицы в с.ц.и. (*) должны покоиться

Возведение равенства в квадрат $(P_\gamma + P_M)^2 = (P_e^* + P_{e^+}^* + P_M^*)^2$

$$0 + 2P_\gamma P_M + (Mc^2)^2 = (m_e c^2 + m_{e^+} c^2 + Mc^2)^2 \quad \text{или} \quad 2T_\gamma^{\min} Mc^2 + (Mc^2)^2 = (2m_e c^2 + Mc^2)^2$$

и подстановка пороговых значений 4-импульсов дает формулу

$$T_\gamma^{\min} = \frac{(2mc^2 + Mc^2)^2 - (Mc^2)^2}{2Mc^2}$$

Анализ формулы для порога рождения пар

$$T_{\gamma}^{\min} = \frac{(2mc^2 + Mc^2)^2 - (Mc^2)^2}{2Mc^2}$$

Если мишень тяжелая (ядро $M \gg m_e$), то $T_{\gamma}^{\min} \approx 2m_e c^2$. Тяжелое ядро практически не получает энергию отдачи.

Если мишень легкая (рождение в поле атомного электрона, $M=m_e$), то $T_{\gamma}^{\min} = 4m_e c^2$.

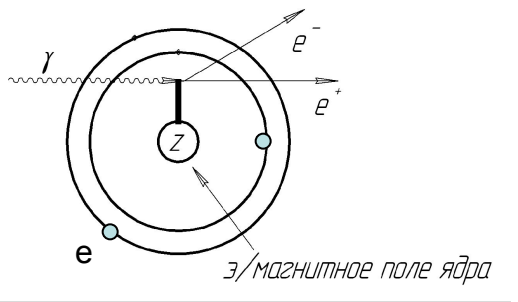
Мишень-электрон в реакции $\gamma + m_e = e^- + e^+ + m_e$ получает энергию, сравнимую с энергией частиц рожденной пары. В этом случае T_{γ}^{\min} оказывается в два раза выше.

При высоких энергиях e^-e^+ - пара направлена вдоль траектории гамма-кванта, а характерный угловой раствор между частицами около $\Delta\theta \approx m_e c^2 / E_{\gamma}$.

Позитроны (первые античастицы) были открыты в опытах (1931 г), которые проводились в горах по изучению характеристик космического излучения. В камере Вильсона, размещенной в магнитном поле, наблюдались закрученные треки частиц

Сечение рождения пар частиц

Теория образования e^-e^+ пар под действием γ -квантов тесно связана с процессом тормозного излучения электронов высоких энергий. Диаграммы Фейнмана, описывающие этот процесс, выглядят идентично. Для расчета сечения $\sigma_{\text{нар}}(E_\gamma, Z)$ можно выделить два предельных случая при взаимодействии фотонов с э/м полем ядра мишени:



- отсутствие экранирования поля ядра, когда низко энергичный фотон взаимодействует на близких расстояниях от ядра $m_e c^2 = E_\gamma = \frac{m_e c^2}{\alpha Z^{1/3}}$

$$\sigma_{\text{нар}}(E_\gamma, Z) = \alpha \cdot r_e^2 \cdot Z^2 \cdot \left[\frac{28}{9} \ln \left(\frac{2E_\gamma}{m_e c^2} \right) - \frac{218}{27} \right]$$

- полное экранирование заряда ядра атомными электронами, когда фотон пролетает за пределами атома и происходит дальнее взаимодействие за счет деформированного поперечного э/м поля. В этом случае сечение остается практически постоянным, независимо от энергии гамма-квантов

$$\sigma_{\text{нар}}(E_\gamma, Z) = \alpha \cdot r_e^2 \cdot Z^2 \cdot \left[\frac{28}{9} \ln \left(\frac{183}{Z^{1/3}} \right) - \frac{2}{27} \right]$$

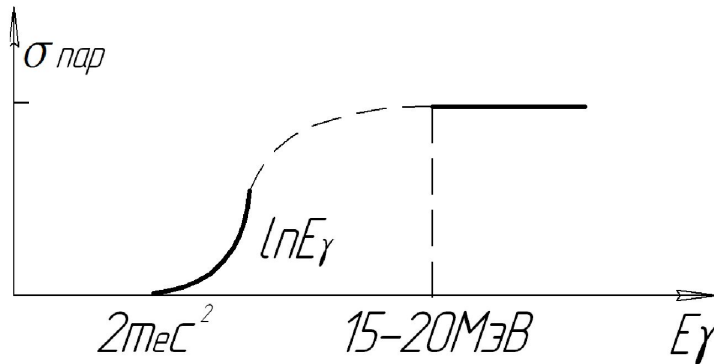
где $\frac{m_e c^2}{\alpha Z^{1/3}} = E_\gamma$

$r_e = \frac{e}{m_e c^2}$

э/м размер электрона

График сечения рождения пар

В процессе рождения пар частиц ядро проявляет себя как единый заряд Z , а сечение $\sigma_{\text{пар}}(E_\gamma, Z)$: Z^2 квадратично зависит от заряда и имеет размерность $\text{см}^2/\text{ядро}$



Характерное значение сечения на плато составляет $\sigma \approx Z^2 \cdot 0,6 \text{ мб}$ / 10^{-26} м^2 /
 Электроны вносят небольшую добавку в полное сечение, отнесенное к атому

$$\sigma_{\text{пар}}^{\text{атом}} = \sum_{e=1}^Z \sigma_{\text{пар}}^e + \sigma_{\text{пар}}^z \approx f(E_\gamma) \cdot Z + f(E_\gamma) \cdot Z^2 \sim Z \cdot (Z + 1)$$

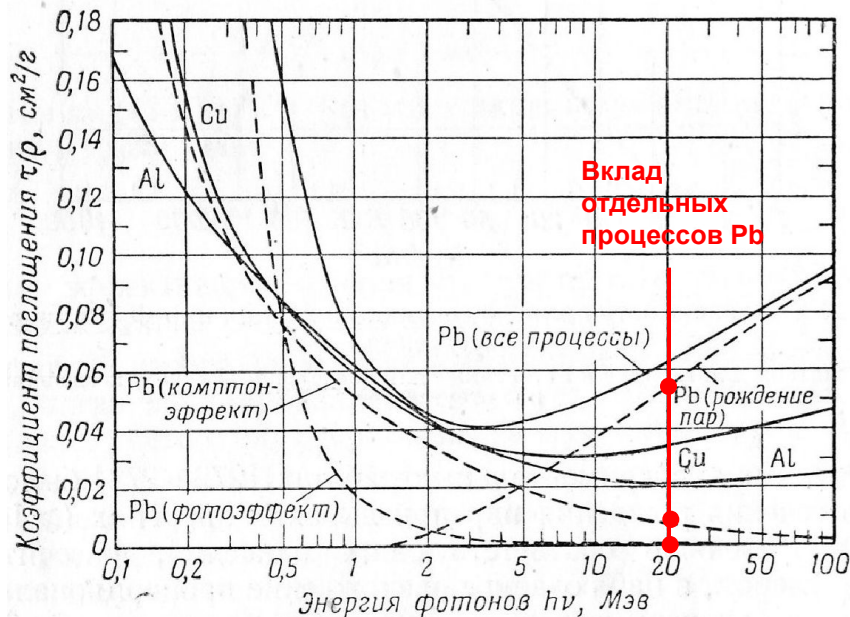
При больших значениях Z вклад атомных электронов в сечение образования пар составляет несколько процентов.

При высоких энергиях гамма-квантов ($\text{МэВ}10$) сечение фото- и комптон-эффекта стремятся к нулю. Рождение пар становится основным процессом в поглощении гамма-излучения.

Поглощение γ -квантов в веществе

При прохождении пучка гамма-квантов через вещество происходит его ослабление главным образом за счет трех процессов: фотоэффекта, комптон-эффекта и образования электронно-позитронных пар частиц:

$$\sigma_{\gamma} = \sigma_{\text{компт}}(E_{\gamma}, Z) + \sigma_{\text{фото}}(E_{\gamma}, Z) + \sigma_{\text{пар}}^{ee}(E_{\gamma}, Z)$$



В области малых энергий преобладает **фотоэффект**, при больших энергиях — **рождение пар e-e**, при промежуточных энергиях — **компт-эффект** превышает процесс фотопоглощения.

Соотношение между отдельными процессами

также сильно изменяется от вещества

$$\sigma_{\text{фото}} \sim \frac{Z^5}{E_{\lambda}^{7/2}}; \quad \sigma_{\text{компт}} \sim \frac{Z}{E_{\gamma}}; \quad \sigma_{\text{пар}} \sim Z^2 \ln E_{\gamma} \quad \left| \quad [\sigma] = \frac{\text{см}^2}{\text{атом}} \right.$$

Ослабление пучка гамма-квантов

Ослабление пучка (уменьшение интенсивности) за счет поглощения или однократного рассеяния происходит по экспоненциальному закону

$$N(x) = N_0 \exp(-\mu x)$$

где μ - линейный коэффициент ослабления ($1/\text{см}$), который связан с сечением σ_γ ($\text{см}^2/\text{атом}$) соотношением $\mu = \sigma \left(\frac{\text{см}^2}{\text{атом}} \right) \cdot n \left(\frac{\text{атом}}{\text{см}^3} \right)$

В свою очередь, концентрация атомов получается

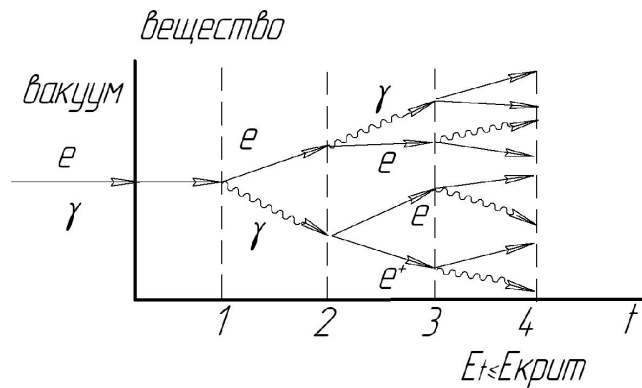
$$n = \frac{N_{\text{ав}}}{A} \left(\frac{\text{атом}}{\text{см}} \right) \cdot \rho \left(\frac{\text{г}}{\text{см}^3} \right)$$

Если толщина поглотителя измеряется в единицах $\text{г}/\text{см}^2$, то линейный коэффициент становится массовым коэффициентом

ослабления $\mu(\text{см}^2/\text{г}) = \mu(1/\text{см}) / \rho(\text{г}/\text{см}^3)$

Каскадные ливни

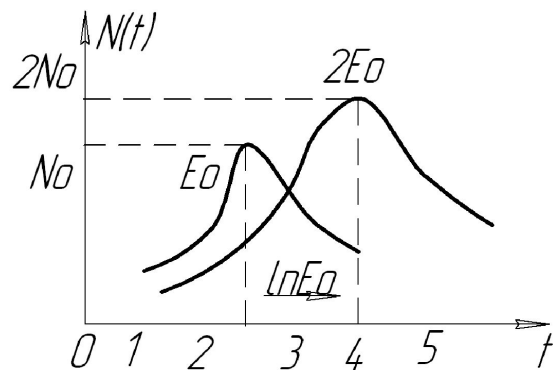
Попадание электрона или гамма-кванта большой энергии ($E_0 \gg E_{кр}$) на границу вещества приводит к лавинообразному нарастанию числа вторичных частиц, состоящих из e-e пар и гамма-квантов, с уменьшающейся по глубине энергией.



Это своеобразный каскадный ливень из $N(t)$ частиц: электронов, позитронов и гамма-квантов. В веществе эффективно происходят процессы размножения



пока энергия вторичных частиц e^- , e^+ и гамма-квантов не станет меньше $E_{кр}$



Число частиц 

Положение максимума $t^{\max} \approx \frac{1}{\ln 2} \cdot \ln \frac{E_0}{E_{кр}}$

Энергия $E_0 : \int N(t) dt$

Прибор - калориметр (полное поглощение энергии)