

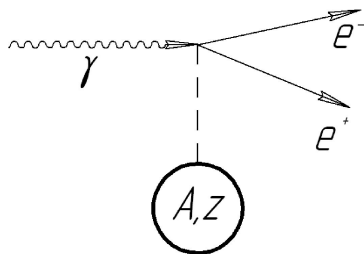
## Лекция 9

### «Рождение электрон-позитронных пар и поглощение гамма-квантов»

1. Рождение пар частиц
2. Позитроны
3. Пороговая энергия
4. Анализ формулы для порога рождения пар
5. Сечение рождения пар частиц
6. График сечения рождения пар
7. Поглощение  $\gamma$ -квантов в веществе
8. Ослабление пучка гамма-квантов
9. Каскадные ливни

## Рождение пар частиц

Образования электрон-позитронной пары частиц происходит при взаимодействии гамма-кванта (высокой энергии  $M_{\gamma} \geq 1.02$ ) в кулоновском поле ядра массой  $M(Z, A)$



Практически вся энергия гамма-кванта передается e-e паре частиц.

Процесс рождения гамма-квантом пары частиц в вакууме запрещен  $\gamma \not\rightarrow e^{-} + e^{+}$

Предположив, что эта реакция разрешена

$$P_{\gamma}(E_{\gamma}, i\vec{E}_{\gamma}) = P_e(E_e, i\vec{p}_e c) + P_{e+}(E_{e+}, i\vec{p}_{e+} c)$$

преобразуем выражение

$$P_{\gamma}^2 = (P_e + P_{e+})^2$$

в системе центра инерции (\*)

$$\vec{p}_e + \vec{p}_{e+} = 0$$

получим

$$0 = (E_e^* + E_{e+}^*, i(\vec{p}_e^* c + \vec{p}_{e+}^* c))^2 \quad 0 = (E_e^* + E_{e+}^*)^2 = \underline{(m_e c^2 + T_e^* + m_{e+} c^2 + T_{e+}^*)^2}$$

**Нижнее выражение** никогда не обращаются в нуль ( $m > 0, T^* > 0$ ) – реакция запрещена.

# Позитроны

Позитрон – это античастица по отношению к электрону. Массы частиц одинаковы по величине  $m_e = m_{e^+}$ , но электрические и лептонные заряды противоположны по знаку (электрон – это лептон):  $|-q_{e^-}| = |q_{e^+}|$   $L_e = +1$ ,  $L_{e^+} = -1$ .

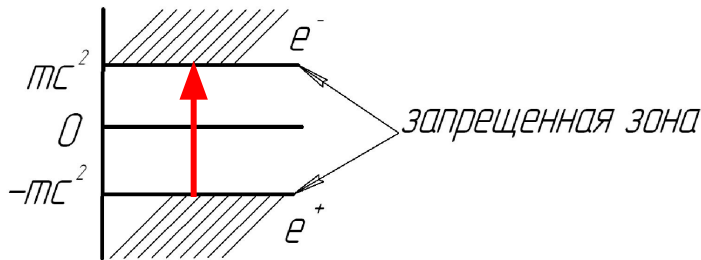
Из решения уравнения Дирака для релятивистского случая следует:

$$E = \pm \sqrt{(pc)^2 + (mc^2)^2}$$

Для покоящейся частицы ( $pc=0$ )

энергия  $E = \pm mc^2$

Знак минус указывает, что частица находится в вакууме ниже запрещенной зоны, шириной  $2mc^2$



Чтобы извлечь из вакуума пару частиц ( $e^- e^+$ ) надо затратить энергию не меньше, чем  $2m_e c^2$



мишень

Точная формула (см. далее):

$$T_{\gamma}^{\min} = \frac{(2mc^2 + Mc^2)^2 - (Mc^2)^2}{2Mc^2}$$

## Пороговая энергия

Пороговая энергия гамма-кванта ( $T_\gamma^{\min}$ ) для реакции

$\gamma + M \rightarrow e^- + e^+ + M$  на неподвижной мишени массой  $M$  может быть вычислена по общей формуле

$$T_\gamma^{\min} = \frac{(\sum mc^2)^2 - (\sum mc^2)^2}{2m_{\text{мишень}}^2}$$

сумма масс конечного состояния ( $m_e c^2 + m_{e^+} c^2 + M c^2$ ),  
а начального состояния –  $M c^2$

Выражение для  $T_\gamma^{\min}$  получается из равенства 4-импульсов  $P_\gamma + P_M = P_e + P_{e^+} + P_M$

$$P_\gamma = \underline{P_\gamma(T_\gamma^{\min}, iT_\gamma^{\min})}, \quad P_M = \underline{P_M(Mc^2, i0)}, \quad P_{e^+}^* = P_e^* = \underline{P_e^*(mc^2, i0)}, \quad P_M^* = \underline{P_M^*(Mc^2, i0)}$$

Порог. значение

Мишень покоится

В с.ц.и. все конечные частицы покоятся при пороге

При пороговой энергии гамма-кванта все частицы в с.ц.и. (\*) должны покоиться

Возведение равенства в квадрат  $(P_\gamma + P_M)^2 = (P_e^* + P_{e^+}^* + P_M^*)^2$

$$0 + 2P_\gamma P_M + (Mc^2)^2 = (m_e c^2 + m_{e^+} c^2 + Mc^2)^2 \quad \text{или} \quad 2T_\gamma^{\min} Mc^2 + (Mc^2)^2 = (2m_e c^2 + Mc^2)^2$$

и подстановка пороговых значений 4-импульсов дает формулу

$$T_\gamma^{\min} = \frac{(2mc^2 + Mc^2)^2 - (Mc^2)^2}{2Mc^2}$$

## Анализ формулы для порога рождения пар

$$T_{\gamma}^{\min} = \frac{(2mc^2 + Mc^2)^2 - (Mc^2)^2}{2Mc^2}$$

Если мишень тяжелая (ядро  $M \gg m_e$ ), то  $T_{\gamma}^{\min} \approx 2m_e c^2$ . Тяжелое ядро практически не получает энергию отдачи.

Если мишень легкая (рождение в поле атомного электрона,  $M=m_e$ ), то  $T_{\gamma}^{\min} = 4m_e c^2$ .

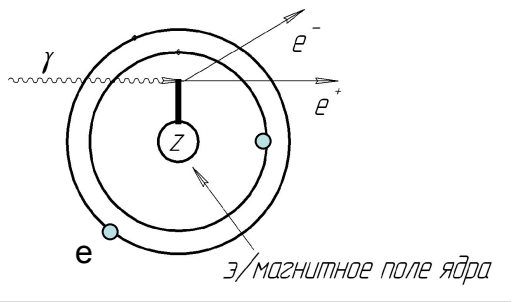
Мишень-электрон в реакции  $\gamma + m_e = e^- + e^+ + m_e$  получает энергию, сравнимую с энергией частиц рожденной пары. В этом случае  $T_{\gamma}^{\min}$  оказывается в два раза выше.

При высоких энергиях  $e^-e^+$ - пара направлена вдоль траектории гамма-кванта, а характерный угловой раствор между частицами около  $\Delta\theta \approx m_e c^2 / E_{\gamma}$ .

Позитроны (первые античастицы) были открыты в опытах (1931 г), которые проводились в горах по изучению характеристик космического излучения. В камере Вильсона, размещенной в магнитном поле, наблюдались закрученные треки частиц

## Сечение рождения пар частиц

Теория образования  $e^-e^+$  пар под действием  $\gamma$ -квантов тесно связана с процессом тормозного излучения электронов высоких энергий. Диаграммы Фейнмана, описывающие этот процесс, выглядят идентично. Для расчета сечения  $\sigma_{нар}(E_\gamma, Z)$  можно выделить два предельных случая при взаимодействии фотонов с э/м полем ядра мишени:



- отсутствие экранирования поля ядра, когда низко энергичный фотон взаимодействует на близких расстояниях от ядра  $m_e c^2 = E_\gamma = \frac{m_e c^2}{\alpha Z^{1/3}}$

$$\sigma_{нар}(E_\gamma, Z) = \alpha \cdot r_e^2 \cdot Z^2 \cdot \left[ \frac{28}{9} \ln \left( \frac{2E_\gamma}{m_e c^2} \right) - \frac{218}{27} \right]$$

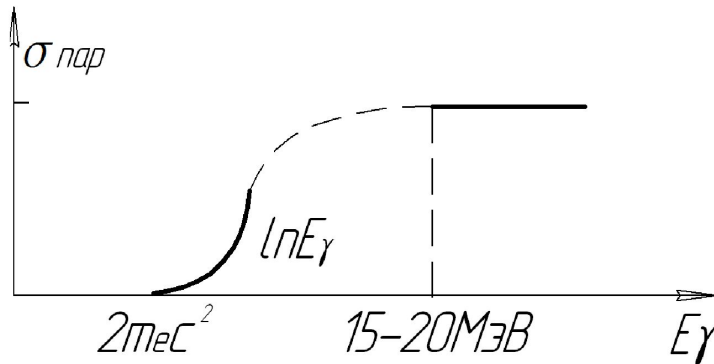
- полное экранирование заряда ядра атомными электронами, когда фотон пролетает за пределами атома и происходит дальнее взаимодействие за счет деформированного поперечного э/м поля. В этом случае сечение остается практически постоянным, независимо от энергии гамма-квантов

$$\sigma_{нар}(E_\gamma, Z) = \alpha \cdot r_e^2 \cdot Z^2 \cdot \left[ \frac{28}{9} \ln \left( \frac{183}{Z^{1/3}} \right) - \frac{2}{27} \right] \quad \text{где} \quad \frac{m_e c^2}{\alpha Z^{1/3}} = E_\gamma \quad \left( r_e = \frac{e}{m_e c^2} \right)$$

э/м размер электрона

## График сечения рождения пар

В процессе рождения пар частиц ядро проявляет себя как единый заряд  $Z$ , а сечение  $\sigma_{\text{пар}}(E_\gamma, Z)$  :  $Z^2$  квадратично зависит от заряда и имеет размерность  $\text{см}^2/\text{ядро}$



Характерное значение сечения на плато составляет  $\sigma \approx Z^2 \cdot 0,6 \text{ см}^2 / \text{ядро}$  /  
 Электроны вносят небольшую добавку в полное сечение, отнесенное к атому

$$\sigma_{\text{пар}}^{\text{атом}} = \sum_{e=1}^Z \sigma_{\text{пар}}^e + \sigma_{\text{пар}}^z \approx f(E_\gamma) \cdot Z + f(E_\gamma) \cdot Z^2 \approx Z \cdot (Z + 1)$$

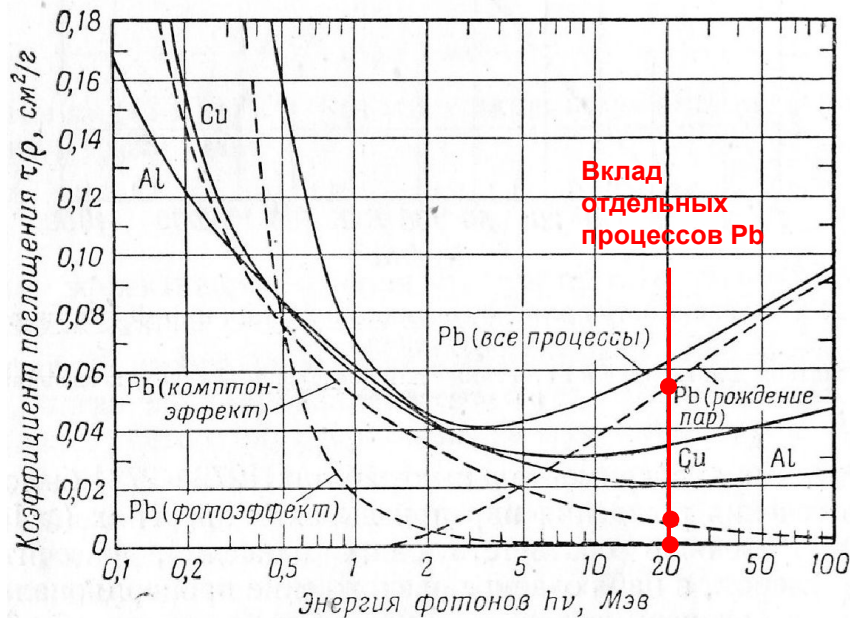
При больших значениях  $Z$  вклад атомных электронов в сечение образования пар составляет несколько процентов.

При высоких энергиях гамма-квантов (  $\text{МэВ}10$  ) сечение фото- и комптон-эффекта стремятся к нулю. Рождение пар становится основным процессом в поглощении гамма-излучения.

## Поглощение $\gamma$ -квантов в веществе

При прохождении пучка гамма-квантов через вещество происходит его ослабление главным образом за счет трех процессов: фотоэффекта, комптон-эффекта и образования электронно-позитронных пар частиц:

$$\sigma_{\gamma} = \sigma_{\text{компт}}(E_{\gamma}, Z) + \sigma_{\text{фото}}(E_{\gamma}, Z) + \sigma_{\text{пар}}^{ee}(E_{\gamma}, Z)$$



В области малых энергий преобладает **фотоэффект**, при больших энергиях – **рождение пар e-e**, при промежуточных энергиях - **комптон-эффект** превышает процесс фотопоглощения.

Соотношение между отдельными процессами

также сильно изменяется от вещества

$$\sigma_{\text{фото}} \propto \frac{Z^5}{E_{\lambda}^{7/2}}; \quad \sigma_{\text{компт}} \propto \frac{Z}{E_{\gamma}}; \quad \sigma_{\text{пар}} \propto Z^2 \ln E_{\gamma} \quad \left| \quad [\sigma] = \frac{\text{см}^2}{\text{атом}} \right.$$



## Ослабление пучка гамма-квантов

Ослабление пучка (уменьшение интенсивности) за счет поглощения или однократного рассеяния происходит по экспоненциальному закону

$$N(x) = N_0 \exp(-\mu x)$$

где  $\mu$  - линейный коэффициент ослабления ( $1/\text{см}$ ), который связан с сечением  $\sigma_\gamma$  ( $\text{см}^2/\text{атом}$ ) соотношением  $\mu = \sigma \left( \frac{\text{см}^2}{\text{атом}} \right) \cdot n \left( \frac{\text{атом}}{\text{см}^3} \right)$

В свою очередь, концентрация атомов получается

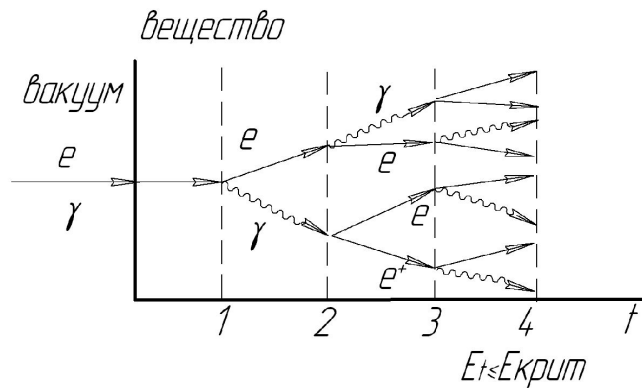
$$n = \frac{N_{\text{ав}}}{A} \left( \frac{\text{атом}}{\text{см}} \right) \cdot \rho \left( \frac{\text{г}}{\text{см}^3} \right)$$

Если толщина поглотителя измеряется в единицах  $\text{г}/\text{см}^2$ , то линейный коэффициент становится массовым коэффициентом

ослабления  $\mu(\text{см}^2/\text{г}) = \mu(1/\text{см}) / \rho(\text{г}/\text{см}^3)$

# Каскадные ливни

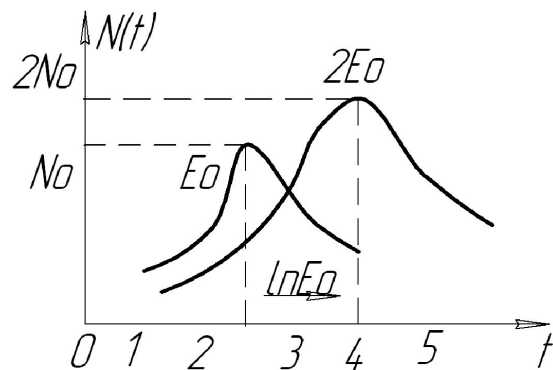
Попадание электрона или гамма-кванта большой энергии ( $E_0 \gg E_{кр}$ ) на границу вещества приводит к лавинообразному нарастанию числа вторичных частиц, состоящих из e-e пар и гамма-квантов, с уменьшающейся по глубине энергией.



Это своеобразный каскадный ливень из  $N(t)$  частиц: электронов, позитронов и гамма-квантов. В веществе эффективно происходят процессы размножения



пока энергия вторичных частиц  $e^-$ ,  $e^+$  и гамма-квантов не станет меньше  $E_{кр}$



Число частиц  $N_t = 2^t$

Положение максимума  $t^{\max} \approx \frac{1}{\ln 2} \cdot \ln \frac{E_0}{E_{кр}}$

Энергия  $E_0 : \int N(t) dt$

Прибор - калориметр (полное поглощение энергии)