

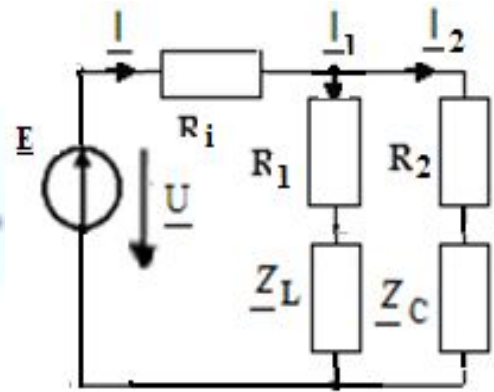
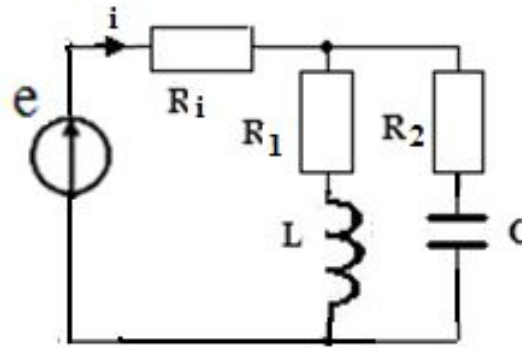
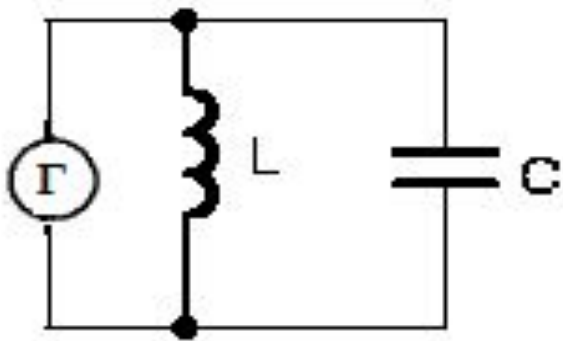
# Самостоятельная работа

Содержание и пояснения

# Литература

1. В.П. Попов, 1998 г. – с. 198-223
2. А.Ф. Белецкий, 1986 г. – с. 156-176
3. В.П. Бакалов и др., 2000 г. – с.121-134

## Параллельный колебательный контур



$$\underline{Z}_1 = R_1 + j\omega L$$

$$\underline{Z}_2 = R_2 - j\frac{1}{\omega C}$$

=

При

$$\rho \gg R_1, \quad \rho \gg R_2, \quad \rho = \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} = \sqrt{L/C}$$

$$Z_{11}(j\omega) = \frac{\rho^2}{R + j(\omega L - 1/\omega C)} = \frac{\rho^2}{R(1 + j\xi)} \quad R = R_1 + R_2$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

$$Z_{110} = R_{\text{ex0}} = \rho^2 / R = Q\rho = Q^2 R$$

$$I_m = \frac{U_m}{\rho Q} (1 + j\xi) = \frac{U_m}{\rho Q} \sqrt{1 + \xi^2} e^{j(\varphi_u + \arctg \xi)}$$

$$I_{10} = I_{20} \approx \frac{U}{\rho}, \quad Q = \frac{I_{10}}{I} = \frac{I_{20}}{I}$$

Входные ЧХ

$$Z_{11}(j\omega) = \frac{\rho Q}{\sqrt{1 + \xi^2}} e^{-j \arctg \xi}$$

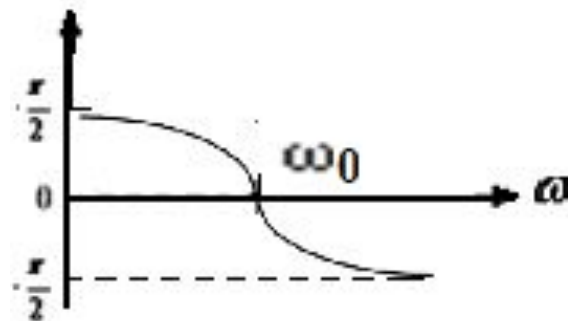
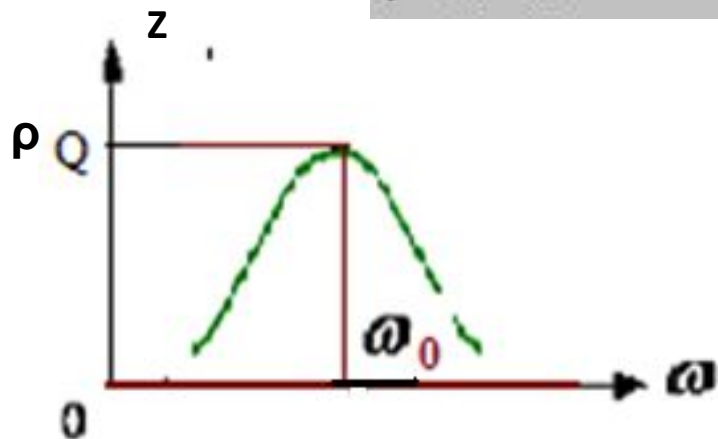
$\rho$

АЧХ

$$Z(\omega) = \frac{\rho Q}{\sqrt{1 + \xi^2}}$$

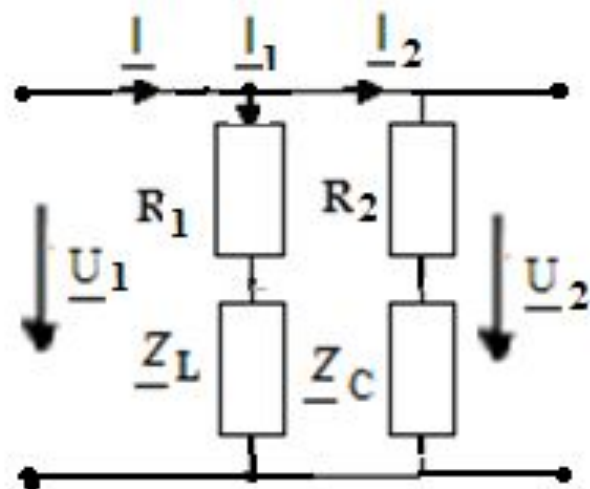
ФЧХ

$$\varphi(\omega) = -\arctg \xi$$

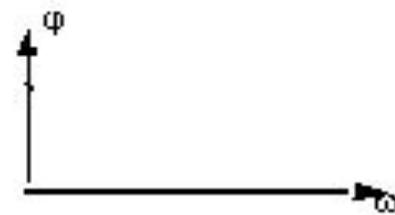
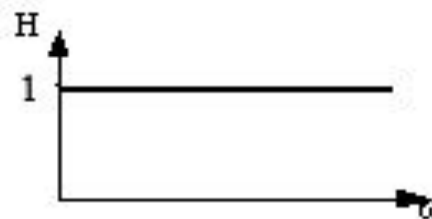


Передаточные ЧХ

по напряжению



$$H(j\omega) = 1 \cdot e^{j0}$$



по току

$$I_m = \frac{U_m}{\rho Q} (1 + j\xi) = \frac{U_m}{\rho Q} \sqrt{1 + \xi^2} e^{j(\varphi_u + \arctg \xi)}$$

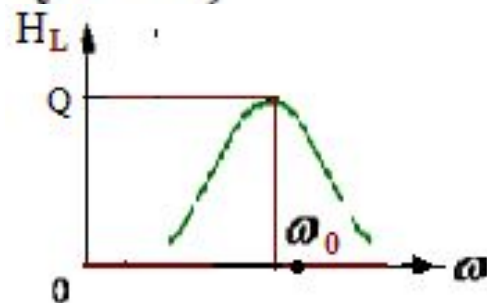
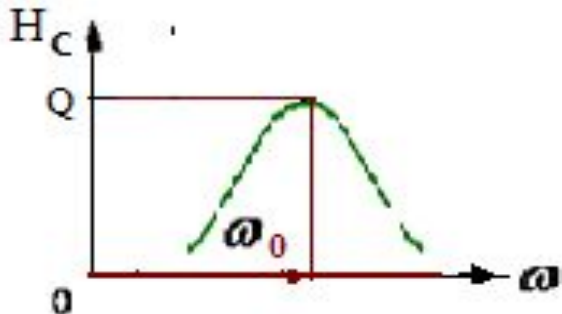
$$I_1(\omega) = \frac{U}{\sqrt{R_1^2 + (\omega L)^2}} e^{j(\varphi_u - \arctg \omega L / R_1)}$$

$$I_2(\omega) = \frac{U}{\sqrt{R_2^2 + (1/\omega C)^2}} e^{j(\varphi_u + \arctg 1/\omega CR)}$$

Для контура с малыми потерями

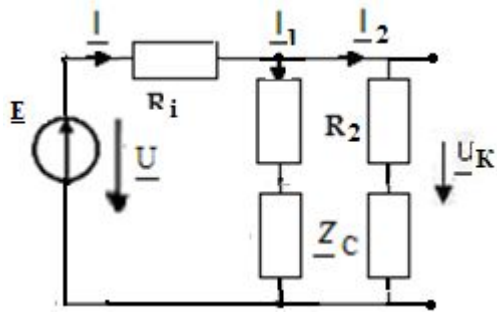
$$H_{Li}(j\omega) = \frac{I_1}{I} = \frac{\omega_0}{\omega} Q \frac{1}{\sqrt{1 + \xi^2}} e^{-j(\pi/2 + \arctg \xi)}$$

$$H_{Ci}(j\omega) = \frac{I_2}{I} = \frac{\omega}{\omega_0} Q \frac{1}{\sqrt{1 + \xi^2}} e^{j(\pi/2 - \arctg \xi)}$$





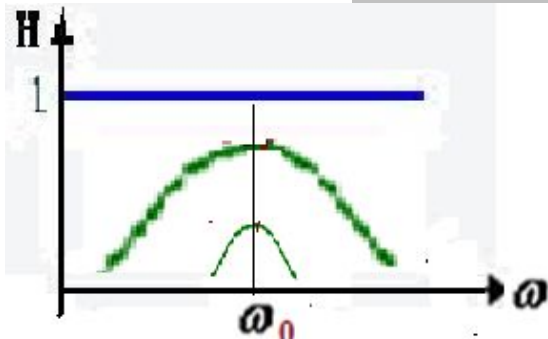
**Влияние внутреннего сопротивления генератора**



$$H_u(j\omega) = \frac{U_K}{U} = \frac{Z_{BX}}{R_i + Z_{BX}}$$

$$H_u(j\omega) = \frac{\rho}{R_i} \frac{Q_3}{1 + j\xi_3} = \frac{\rho}{R_i} \frac{Q_3}{\sqrt{1 + \xi_3^2}} e^{-j\arctg \xi_3}$$

$$Q_3 = \frac{R_i \rho}{R_i + \rho Q}, \quad \xi_3 = Q_3 \left( \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)$$



## Частотные характеристики связанных контуров

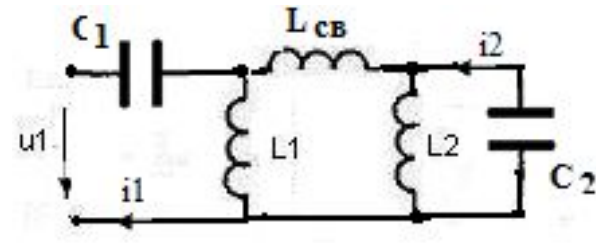
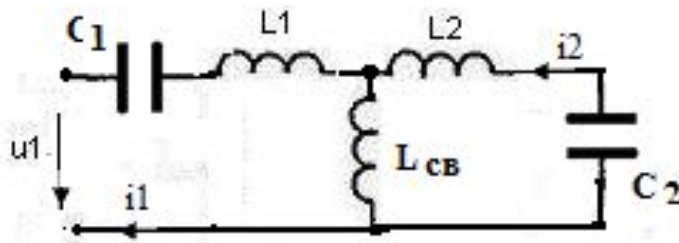
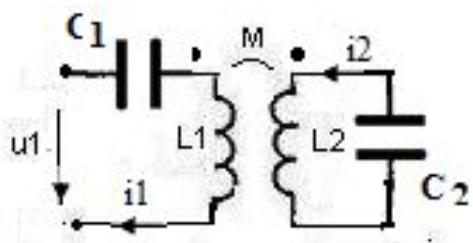
Два контура называются связанными, если возбуждение электрических колебаний в одном из них приводит к возникновению колебаний в другом.

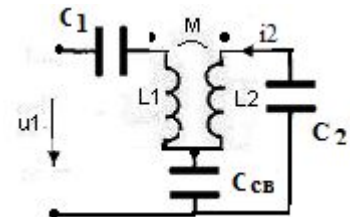
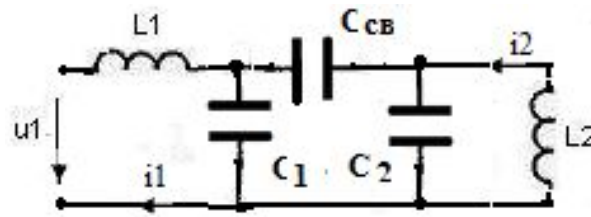
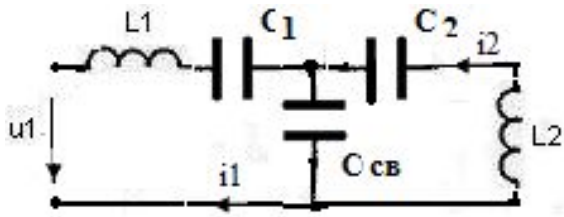
По типу элемента, с помощью которого осуществляется связь различают контуры:

- с трансформаторной связью;
- с индуктивной связью;
- с ёмкостной связью;
- с комбинированной (индуктивно-ёмкостной) связью.

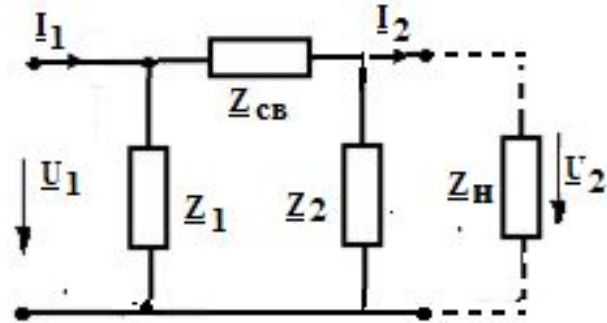
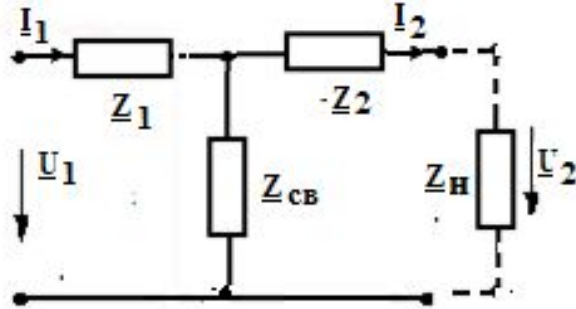
По способу включения элемента связи различают контуры:

- с внешней связью;
- с внутренней связью.





**Комплексные схемы замещения**



1

2

**Коэффициент связи**

трансформаторная связь -

внутренняя индуктивной связь -

внутренняя ёмкостная связь -

$$k_{cb} = \frac{X_{cb}}{\sqrt{X_1 X_2}}$$

$$k_{cb} = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}}$$

$$k_{cb} = \frac{L_{cb}}{\sqrt{(L_{cb} + L_1)(L_{cb} + L_2)}}$$

$$k_{cb} = \frac{\sqrt{C_{11} C_{22}}}{C_{cb}}$$



$$C_{11} = \frac{C_1 C_{CB}}{C_1 + C_{CB}}$$

$$C_{22} = \frac{C_2 C_{CB}}{C_2 + C_{CB}}$$

### Схема замещения 1

$$\underline{Z}_{11} \underline{I}_1 - \underline{Z}_{CB} \underline{I}_2 = \underline{U}_1$$

$$\underline{Z}_{22} \underline{I}_2 - \underline{Z}_{CB} \underline{I}_1 = 0$$

$$\underline{U}_1 \frac{\underline{Z}_{22}}{\underline{Z}_{11}}$$

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_1 \frac{\underline{Z}_{22}}{\underline{Z}_{11}}}{\underline{Z}_{22} + \underline{Z}_{2BH}}$$

$$\underline{U}_1 \frac{\underline{Z}_{CB}}{\underline{Z}_{22}}$$

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{U}_1 \frac{\underline{Z}_{CB}}{\underline{Z}_{22}}}{\underline{Z}_{11} + \underline{Z}_{1BH}}$$

### Обозначения

$$\underline{Z}_{11} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_{CB}$$

$$= R_{11} + jX_{11} = R_{11}(1 + j\xi_1)$$

$$\underline{Z}_{22} = \underline{Z}_2 + \underline{Z}_{CB}$$

$$= R_{22} + jX_{22} = R_{22}(1 + j\xi_2)$$

$$\underline{Z}_{1BH} = -\frac{\underline{Z}_{CB}^2}{\underline{Z}_{22}}$$

$$\underline{Z}_{2BH} = -\frac{\underline{Z}_{CB}^2}{\underline{Z}_{11}}$$

## Виды резонанса

Первый частный

$$\max_{X_{11} = -X_{1BH}} (I_1) = \frac{\underline{U}_1}{R_{11} + R_{1BH}}$$

Второй частный

$$\max_{X_{22} = -X_{2BH}} (I_1) = \frac{\underline{U}_1 X_{CB} / Z_{11}}{R_{22} + R_{2BH}}$$

Сложный

$$\begin{aligned} \max_{X_{22} = -X_{2BH}} \max (I_2) &= \frac{\underline{U}_1}{2\sqrt{R_{11}R_{22}}} \\ X_{CB} &= \sqrt{Z_{11}Z_{22}} \\ X_{11} &= -X_{1BH} \end{aligned}$$

Сложный

$$\begin{aligned} \max_{X_{22} = -X_{2BH}} \max (I_2) &= \frac{\underline{U}_1}{2\sqrt{R_{11}R_{22}}} \\ X_{CB} &= \sqrt{R_{11}R_{22}} \\ X_{11} &= -X_{1BH} \end{aligned}$$

При  $\underline{z}_{св} = jX_{св}$

$$I_2 = \frac{U_1 jX_{св}}{R_{11}R_{22}[1 - \xi_1 \xi_2 + X_{св}^2/(R_{11}R_{22}) + j(\xi_1 + \xi_2)]}$$

$$X_{св}^2/(R_{11}R_{22}) \approx k^2 Q_1 Q_2 \quad A = k\sqrt{Q_1 Q_2}$$

A – фактор связи

Нормированная относительно  $\max \max I_2$  АЧХ тока  $I_2$

$$(Q_1 = Q_2 = Q \quad \xi_1 = \xi_2 = \xi)$$

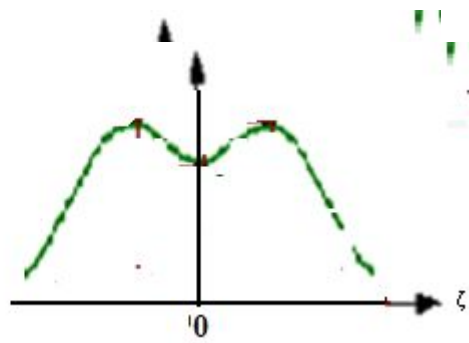
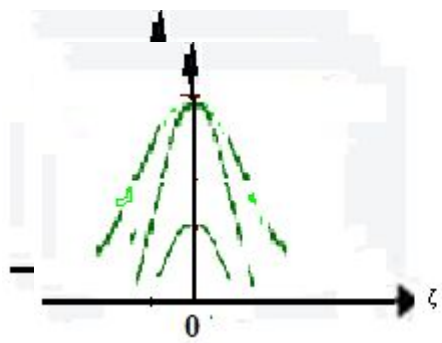
$$\frac{I_2}{\max \max I_2} = \frac{2A}{\sqrt{(1 + A^2)^2 + 2\xi^2(1 + A^2) + \xi^4}}$$

1.  $K < d, (A < 1)$  - слабая связь

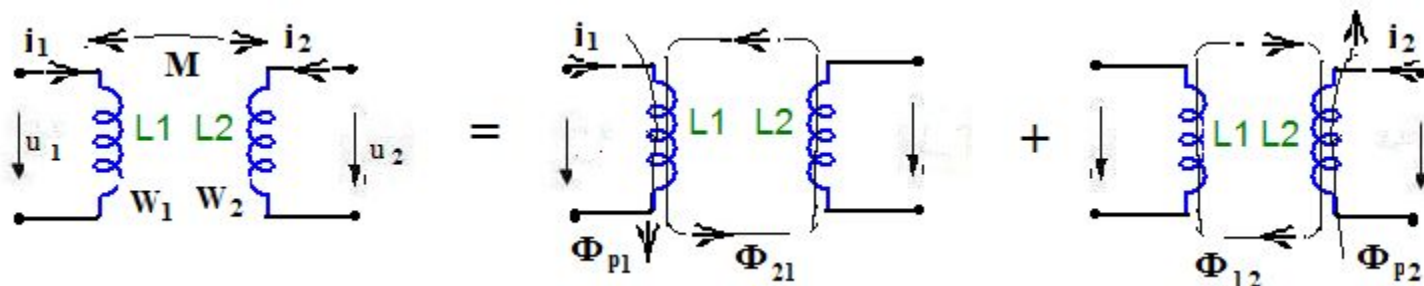
2.  $K > d, (A > 1)$  - сильная связь

3.  $K = d, (A = 1)$  - критическая связь

$$d = \frac{1}{Q}$$



## Электрические цепи с взаимной индуктивностью



$\Phi_{21}$  - магнитный поток, пронизывающий вторую катушку и создаваемый током первой катушки (поток взаимоиндукции первой катушки);

$\Phi_{12}$  - магнитный поток, пронизывающий первую катушку и создаваемый током второй катушки (поток взаимоиндукции второй катушки);

$\Phi_{p1}$  - поток рассеяния первой катушки;

$\Phi_{p2}$  - поток рассеяния второй катушки.

$\Phi_{11}$  - поток самоиндукции первой катушки,  $\Phi_{11} = \Phi_{21} + \Phi_{p1}$

$\Phi_{22}$  - поток самоиндукции второй катушки,  $\Phi_{22} = \Phi_{12} + \Phi_{p2}$

$\Phi_1$  ,  $\Phi_2$  - полные потоки, пронизывающие каждую из катушек

$$\Phi_1 = \Phi_{11} \pm \Phi_{12}$$

$$\Phi_2 = \Phi_{22} \pm \Phi_{21}$$

$$\Psi = w\Phi = Li$$

$$L_1 = \Psi_{11} / i_1 \quad L_2 = \Psi_{22} / i_2 \quad M_{12} = \Psi_{12} / i_2 \quad M_{21} = \Psi_{21} / i_1$$

$$\Psi_{ij} = w_i \Phi_{ij}$$

**Закон электромагнитной индукции**

$$e = -d\Psi / dt = - (d\Psi / di)(di / dt)$$

**ЭДС, наводимые в связанных катушках**

$$e_1 = - \left( \frac{d\Psi_{11}}{di_1} \cdot \frac{di_1}{dt} \pm \frac{d\Psi_{12}}{di_2} \cdot \frac{di_2}{dt} \right)$$

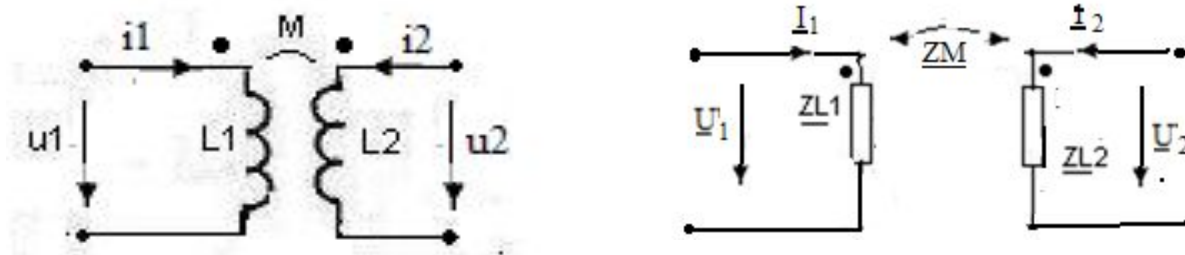
$$e_2 = - \left( \frac{d\Psi_{22}}{di_2} \cdot \frac{di_2}{dt} \pm \frac{d\Psi_{21}}{di_1} \cdot \frac{di_1}{dt} \right)$$

**Напряжения на зажимах катушек**

$$u_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} \pm M \frac{di_2}{dt}$$

$$u_2 = L_2 \frac{di_2}{dt} \pm M \frac{di_1}{dt}$$

## Одноимённые зажимы



Одноимёнными называются такие зажимы магнитно связанных элементов, когда при одинаковом направлении токов относительно этих зажимов (оба тока «входят», или оба тока «выходят» со стороны этих зажимов) магнитные потоки обоих элементов направлены согласно

## Коэффициент магнитной связи

$$k = \sqrt{\frac{\Phi_{12}}{\Phi_{11}} \cdot \frac{\Phi_{21}}{\Phi_{22}}} = \sqrt{\frac{\Phi_{12} \cdot \Phi_{21}}{(\Phi_{12} + \Phi_{p1})(\Phi_{21} + \Phi_{p2})}}$$

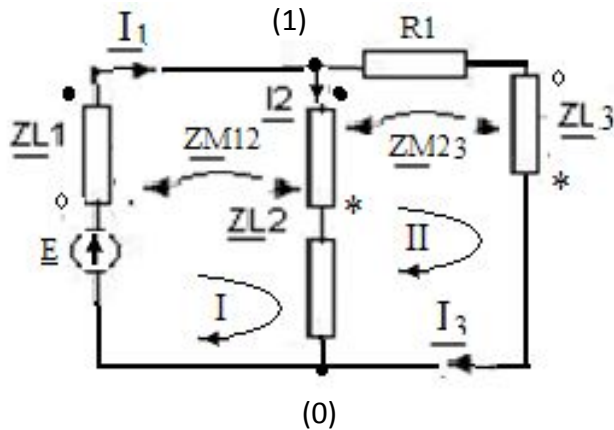
$$k = \sqrt{\frac{M_{12} \cdot M_{21}}{L_1 \cdot L_2}} = \frac{M}{\sqrt{L_1 \cdot L_2}}$$

## Анализ электрических цепей с взаимной индуктивностью

Компонентные уравнения для связанных индуктивностей в комплексной форме

$$\underline{U}_1 = j\omega L_1 \cdot \underline{I}_1 \pm j\omega M \underline{I}_2$$

$$\underline{U}_2 = j\omega L_2 \cdot \underline{I}_2 \pm j\omega M \underline{I}_1$$



Система уравнений электрического равновесия

$$-\underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = 0$$

$$\underline{U}_{L1} + \underline{U}_{L2} + \underline{U}_C = \underline{E}$$

$$\underline{U}_R + \underline{U}_{L3} - \underline{U}_C - \underline{U}_{L2} = 0$$

$$\underline{U}_R = R \cdot \underline{I}_3, \quad \underline{U}_C = \frac{\underline{I}_2}{j\omega C}$$

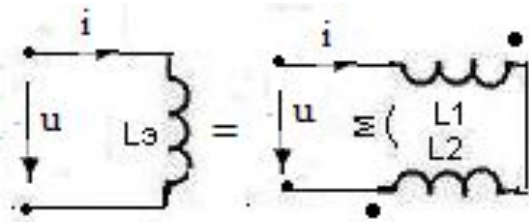
$$\underline{U}_{L1} = j\omega L_1 \cdot \underline{I}_1 - j\omega M_{12} \cdot \underline{I}_2 + j\omega M_{13} \cdot \underline{I}_3$$

$$\underline{U}_{L2} = -j\omega M_{21} \cdot \underline{I}_1 + j\omega L_2 \cdot \underline{I}_2 + j\omega M_{23} \cdot \underline{I}_3$$



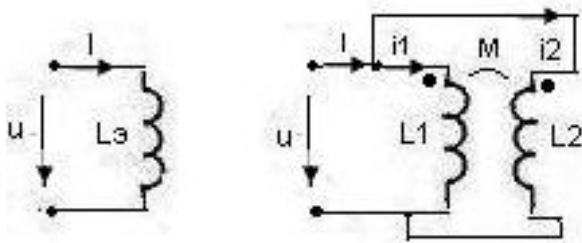
# Эквивалентные преобразования цепей со связанными индуктивностями

## Последовательное включение



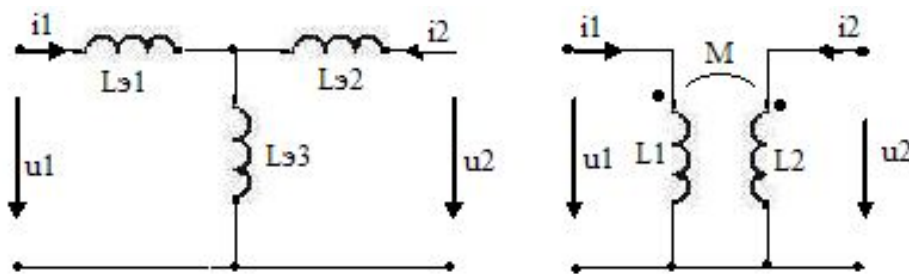
$$L_3 = L_1 + L_2 \pm 2M$$

## Параллельное включение



$$L_3 = \frac{L_1 \cdot L_2 - M^2}{L_1 + L_2 \mp 2M}$$

## Развязка магнитных цепей



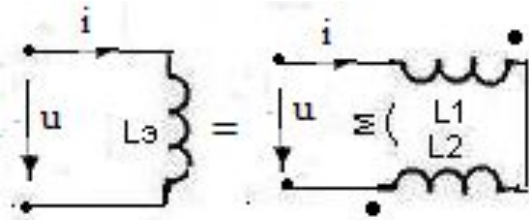
$$L_{31} = L_1 \mp M$$

$$L_{32} = L_2 \mp M$$

$$L_{33} = \pm M$$

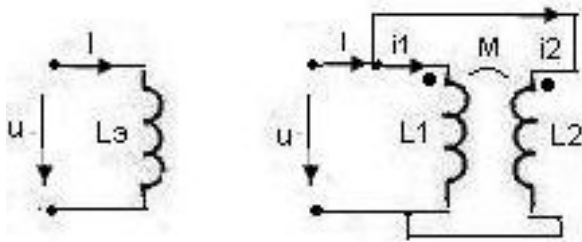
# Эквивалентные преобразования цепей со связанными индуктивностями

## Последовательное включение



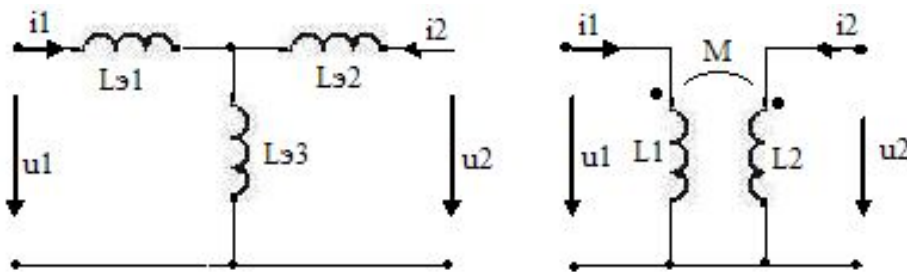
$$L_3 = L_1 + L_2 \pm 2M$$

## Параллельное включение



$$L_3 = \frac{L_1 \cdot L_2 - M^2}{L_1 + L_2 \mp 2M}$$

## Развязка магнитных цепей



$$L_{31} = L_1 \mp M$$

$$L_{32} = L_2 \mp M$$

$$L_{33} = \pm M$$

Литератур

1. В.П. Попов, 1998 г. – с. а  
142-154