

# Схематизация опор

## Определение реакций

# Перемещения

В механике различают 2 вида перемещений:  
*линейное и угловое.*

Линейное перемещение связано с распределенной или сосредоточенной силой, угловое – с моментом.

Перемещения могут быть **действительными** (реальными) или **возможными**.

По числу возможных перемещений и схематизируют опоры.

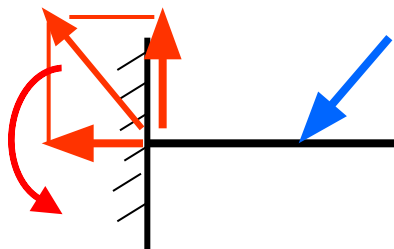
**Опора** – это тело, которое в определенных точках конструкции препятствует возможным перемещениям.

**Силовой фактор** со стороны опоры, препятствующий перемещению, называется **реакцией опоры**.

Если возможное перемещение угловое, то реакция опоры – в виде реактивного момента; если линейное, - в виде вектора силы.

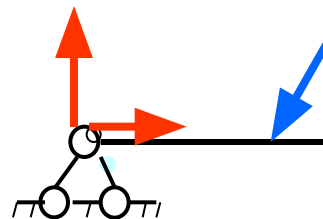
## Условное изображение опор (для плоскости)

1. Жесткая заделка.



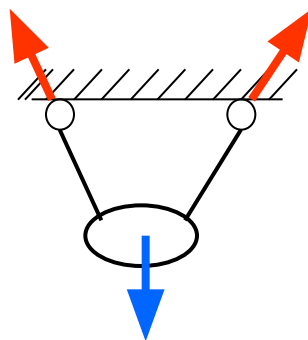
- 3 реакции !

2. Шарнирно-неподвижная опора.



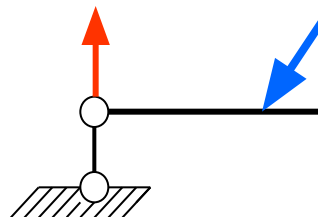
- 2 реакции !

2-а. Гибкие нити



- реакции по нитям !

3. Шарнирно-подвижная опора



- 1 реакция !

# Определение реакций

Расчеты в механике выполняются для равновесных систем относительно внешних сил: **активные и реактивные силы должны уравновешивать друг друга.**

Математически это выражается в выполнении уравнений равновесия (**уравнений статики**).

В пространстве – это 6 уравнений статики.

На плоскости 3 уравнения:  $\sum X = 0.$

$$\sum Y = 0.$$

$$\sum M_{\text{точки}} = 0.$$

Уравнения статики  
для плоскости

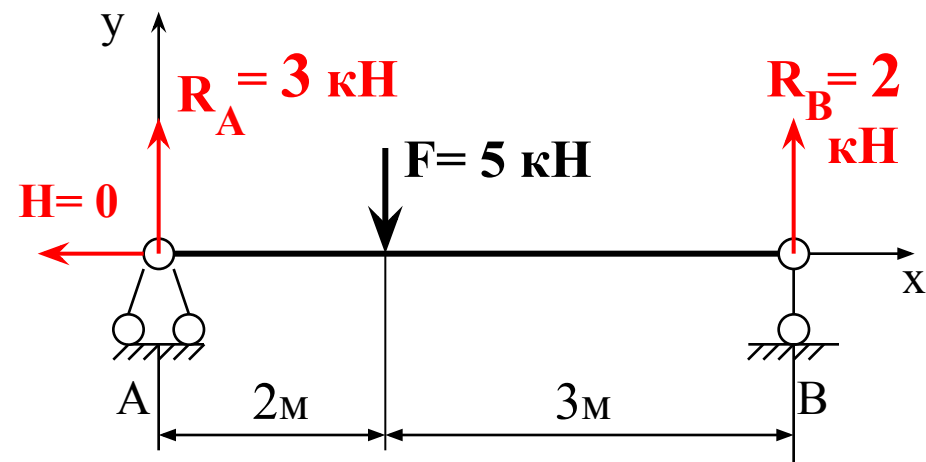
Реакции определяют из уравнений статики. Если уравнений недостаточно для определения реакций – система **статически неопределима**. Степень статической неопределимости

$$k = (\text{число реакций}) - (\text{число уравнений статики})$$

$k = 0$  – система статически определима.

**Число реакций < 3 – механизм! Не рассматриваем!**

## Пример 1. Определить реакции.



1. Показываем реакции.

2. Считаем число реакций и определяем степень статической неопределимости:

$k = 3$  реакции - 3 ур. статики = 0 –  
-система статически определима.

3. Из уравнений статики определяем реакции.

$$\sum M_A = 0. \quad R_B \cdot 5 - F \cdot 2 = 0. \quad R_B = (5 \cdot 2) / 5 = 2 \text{ кН.}$$

$$\sum M_B = 0. \quad R_A \cdot 5 - F \cdot 3 = 0. \quad R_A = (5 \cdot 3) / 5 = 3 \text{ кН.}$$

$$\sum X = 0. \quad -H_A = 0. \quad H_A = 0.$$

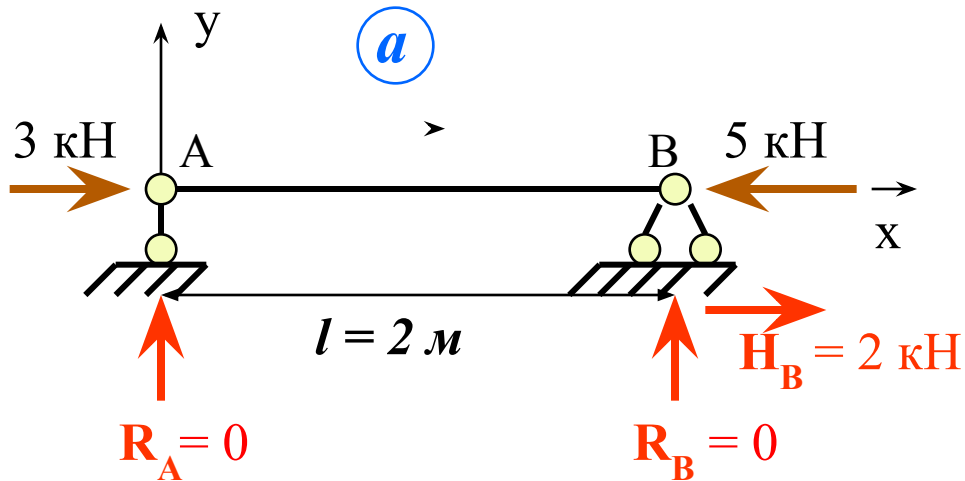
Проверка:  $\sum Y = 0. \quad R_A + R_B - F = 0.$

$$3 + 2 - 5 = 0. \quad 0 = 0.$$

Подписываем реакции.

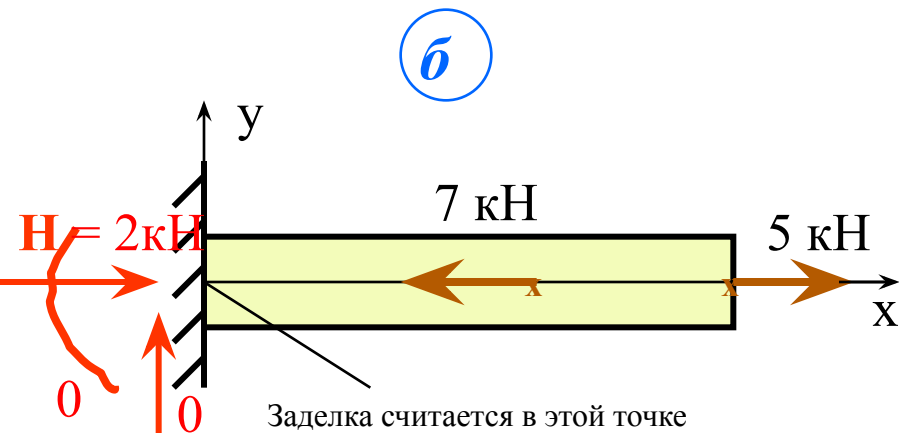
# Определение опорных реакций

## Пример 2. Определить реакции.



1. Показываем реакции.
2. Считаем число реакций и определяем степень статической неопределимости:  
 $\kappa = 3 \text{ реакции} - 3 \text{ ур. статики} = 0$  - система статически определима.

3. Определяем реакции.



**а**

$$\Sigma M_A = 0. \quad R_B \cdot 2 = 0. \quad R_B = 0.$$

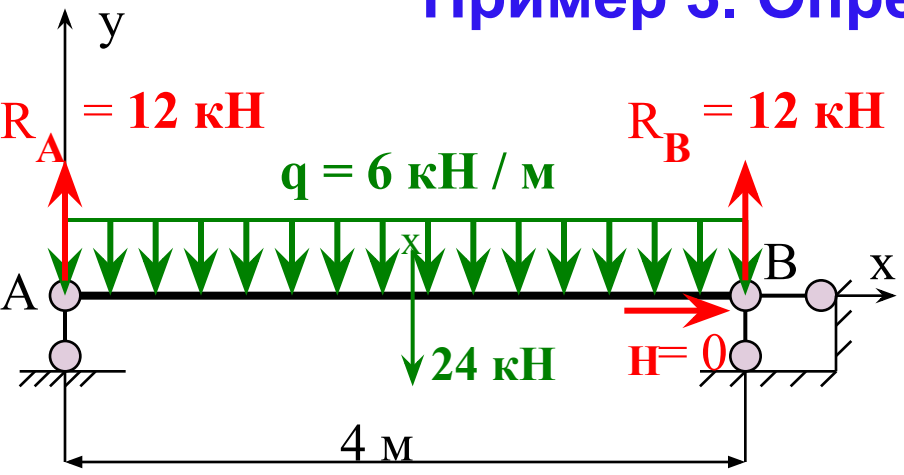
$$\Sigma Y = 0. \quad R_A + R_B = 0. \quad R_A = 0.$$

$$\Sigma X = 0. \quad H_B + 3 - 5 = 0. \quad H_B = 2 \text{ кН}$$

**б**

$$\Sigma X = 0. \quad H - 7 + 5 = 0. \quad H = 2 \text{ кН}$$

Пример 3. Определить реакции



1. Показываем реакции.

2. Считаем число реакций и определяем степень статической неопределимости

$k = 3$  реакции - 3 ур. статики = 0 – система статически определима

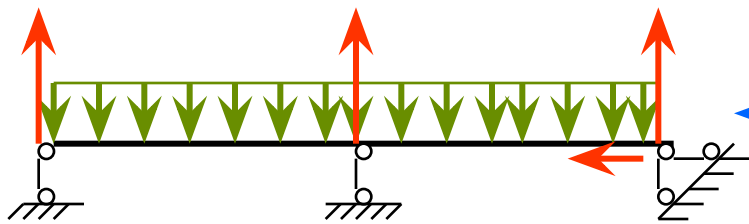
3. Из уравнений статики определяем реакции.

$$\sum M_A = 0. \quad R_B \cdot 4 - q \cdot 4 \cdot 2 = 0. \quad R_B = (6 \cdot 4 \cdot 2) / 4 = 12 \text{ кН}$$

Исходя из симметрии системы и нагрузки  $R_A = R_B = 12 \text{ кН}$

$$\sum X = 0. \quad H = 0. \quad \text{Проверка: } \sum M_B = 0. \quad R_A \cdot 4 - q \cdot 4 \cdot 2 = 0. \quad 0 = 0.$$

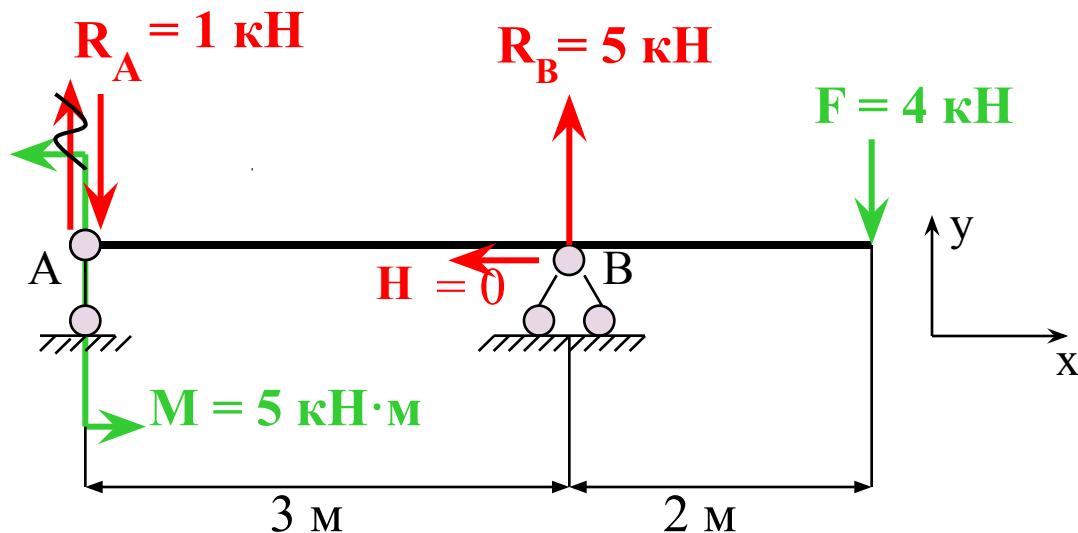
3-а



← Изменятся ли реакции ?



## Пример 4. Определить реакции.



1. Показываем реакции.

2. Степень статической  
определимости:

$\kappa = 3$  реакции – 3 ур. статики =  
= 0 – система статически  
определима.

3. Определяем реакции.

$$\sum X = 0. \quad -H = 0. \quad H = 0.$$

$$\sum M_A = 0.$$

$$R_B \cdot 3 - F \cdot 5 + M = 0.$$

$$R_B = (4 \cdot 5 - 5) / 3 = 5 \text{ кН}$$

$$\sum M_B = 0.$$

$$R_A \cdot 3 + F \cdot 2 - M = 0.$$

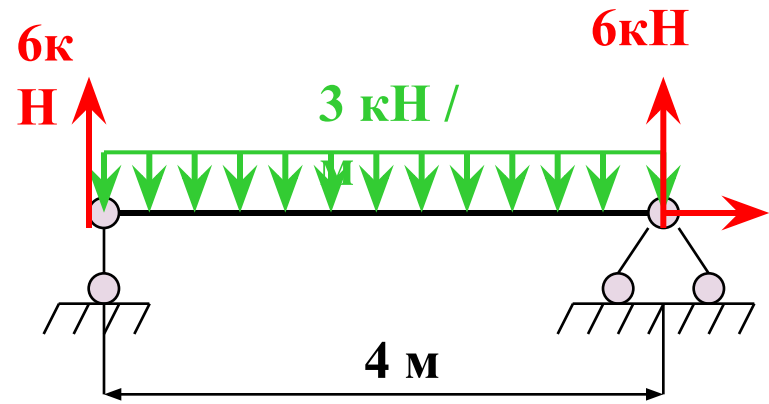
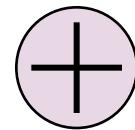
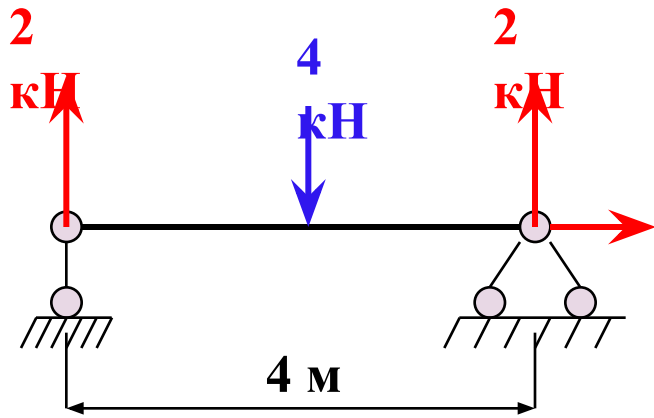
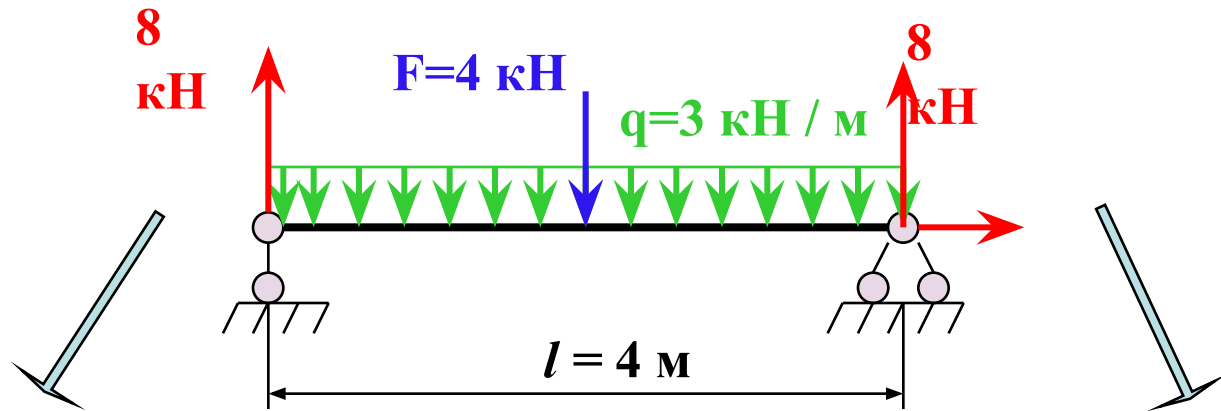
$$R_A = (-4 \cdot 2 + 5) / 3 = -1 \text{ кН} < 0$$

Проверка:  $\sum Y = 0. \quad R_A + R_B - F = 0. \quad -1 + 5 - 4 = 0. \quad 0 = 0.$

Реакции найдены верно, только у  $R_A$  надо изменить направление

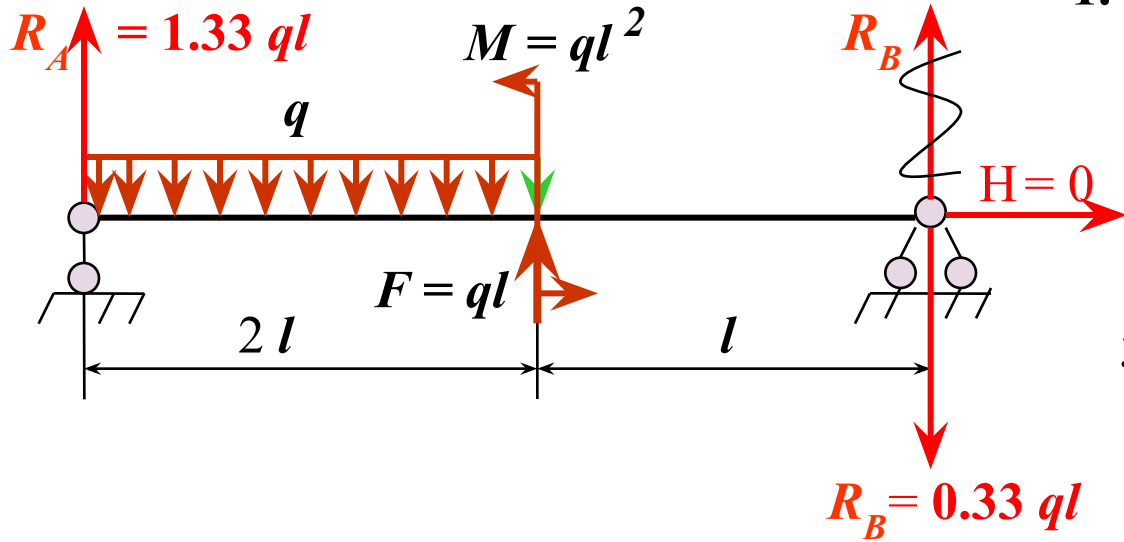
Пример 5. Определить реакции.

При одновременном действии различных видов нагрузки можно пользоваться принципом суперпозиции и **расслаивать нагрузку по видам:**



# Определение реакций

## Пример 6. Определить реакции.



1. Показываем реакции.
2. Степень статической неопределенности:  
 $\kappa = 3 - 3 = 0$ .
3. Определяем реакции.

$\sum M_A = 0.$

$q \cdot 2l \cdot l - M - F \cdot 2l - R_B \cdot 3l = 0;$

$q \cdot 2l \cdot l - ql^2 - ql \cdot 2l - R_B \cdot 3l = 0;$

$R_B = -0.33 ql < 0$

$\sum M_B = 0.$

$R_A \cdot 3l - q \cdot 2l \cdot 2l - M + F \cdot l = 0;$

$R_A \cdot 3l - q \cdot 2l \cdot 2l - ql^2 + ql \cdot l = 0;$

$R_A = 1.33 ql.$

Проверка :  $\sum Y = 0.$

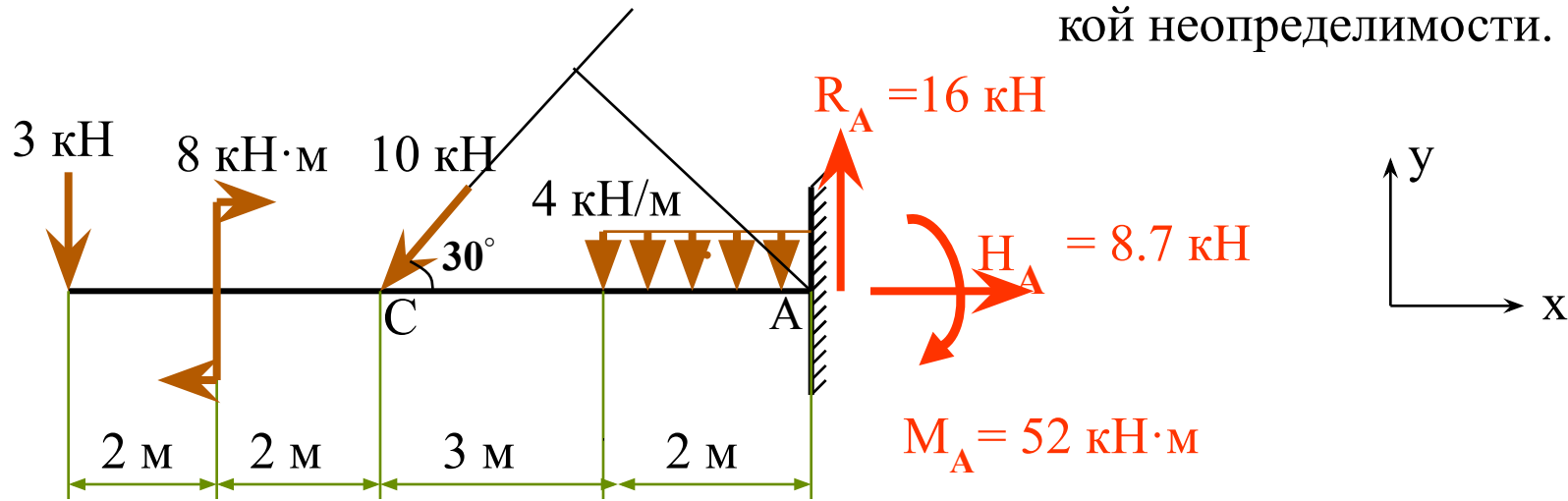
$R_A + R_B - q \cdot 2l + F = 0;$

$1.33 ql - 0.33 ql - 2ql + ql = 0.$

$0 = 0.$

Пример 7. Определить реакции.

1. Показываем реакции.
2. Считаем степень статической неопределимости.



3. Составляем уравнения статики и определяем реакции

$$\Sigma X = 0. \quad H_A - 10 \cdot \cos 30^\circ = 0. \quad H_A = 8.7 \text{ кН.}$$

$$\Sigma Y = 0. \quad R_A - 10 \cdot \sin 30^\circ - 3 - 4 \cdot 2 = 0. \quad R_A = 16 \text{ кН.}$$

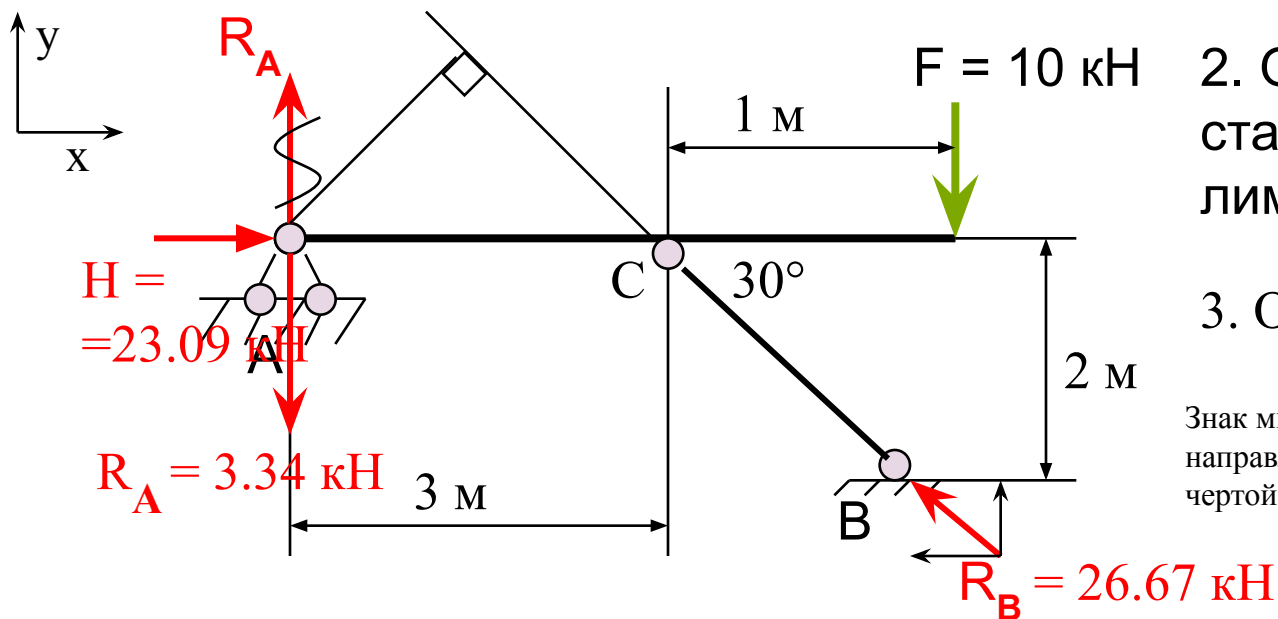
$$\Sigma M_A = 0. \quad M_A - 4 \cdot 2 \cdot 1 - 10 \cdot 5 \cdot \sin 30^\circ + 8 - 3 \cdot 9 = 0. \quad M_A = 52 \text{ кН}\cdot\text{м.}$$

Проверка.  $\Sigma M_C = 0. \quad R_A \cdot 5 - M_A - 4 \cdot 2 \cdot 4 - 8 + 3 \cdot 4 = 0.$

$$16 \cdot 5 - 52 - 32 - 8 + 12 = 0. \quad 0 = 0.$$

# Определение реакций

## Пример 8. Определить реакции.



1. Показываем реакции.

2. Определяем степень статической неопределенности.

3. Определяем реакции.

Знак минус показывает, что реакция была направлена неверно, зачеркиваем волнис-той чертой и направляем в другую сторону.

$$\sum M_A = 0. \quad R_B \cdot 3 \cdot \sin 30^\circ - F \cdot 4 = 0. \quad R_B = \frac{10 \cdot 4}{3 \cdot \sin 30^\circ} = 26.67 \text{ кН.}$$

$$\sum X = 0. \quad + H - R_B \cdot \cos 30^\circ = 0. \quad H = 26.67 \cdot \cos 30^\circ = 23.09 \text{ кН.}$$

$$\sum Y = 0. \quad R_A + R_B \cdot \sin 30^\circ - F = 0. \quad R_A = -26.67 \cdot \sin 30^\circ + 10 = -3.34 \text{ кН.}$$

Проверка.  $\sum M_C = 0. \quad R_A \cdot 3 + F \cdot 1 = 0. \quad -3.34 \cdot 3 + 10 \cdot 1 = 0. \quad 0 = 0.$