

СИЛЫ В МЕХАНИКЕ

- 4.1. Виды и категории сил в природе
- 4.2. Сила тяжести и вес тела
- 4.3. Упругие силы
- 4.4. Силы трения
- 4.5. Силы инерции
 - 4.5.1. Уравнения Ньютона для неинерциальной системы отсчета
 - 4.5.2. Центростремительная и центробежная силы
 - 4.5.3. Сила Кориолиса

Виды и категории сил в природе

Одно из простейших определений силы: *влияние одного тела (или поля) на другое, вызывающее ускорение – это сила.*

Однако, спор вокруг определения силы не закончен до сих пор – это обусловлено трудностью объединения в одном определении сил, различных по своей природе и характеру проявления.

В настоящее время различают

четыре типа сил или взаимодействий:

- **гравитационные;**
- **электромагнитные;**
- **сильные (ответственное за связь частиц в ядрах) и**
- **слабые (ответственное за распад частиц)**

Гравитационные и электромагнитные силы нельзя свести к другим, более простым силам, поэтому их называют **фундаментальными**.

Законы фундаментальных сил просты и выражаются точными формулами. Для примера можно привести формулу гравитационной силы взаимодействия двух материальных точек, имеющих массы m_1 и m_2 :

$$F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2},$$

где r – расстояние между точками,
 γ – гравитационная постоянная.

В качестве второго примера можно привести формулу для определения силы электростатического взаимодействия двух точечных зарядов q_1 и q_2

$$F = k_0 \frac{q_1 q_2}{r^2}, \quad (4.1.2)$$

где k_0 – коэффициент пропорциональности, зависящий от выбора системы единиц.

Как видно, формулы для фундаментальных сил являются простыми и точными.

Для других сил, например, для упругих сил и сил трения можно получить лишь приближенные, эмпирические формулы.

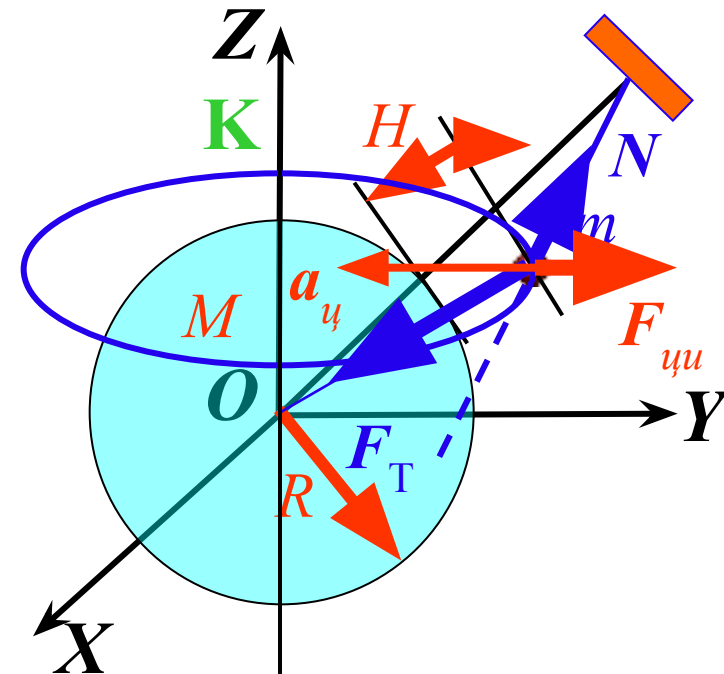
Сила тяжести и вес тела

Рассмотрим *небольшое тело*, подвешенное на некоторой (небольшой) *высоте H* от поверхности *Земли*. *Земля* вращается (суточное вращение) – вместе с ней в этом вращении участвуют *все* тела на *Земле*. За счет *гравитационного взаимодействия* тела с *Землей* на тело действует сила тяжести. В ИСО K , связанной с центром *Земли*, закон динамики для нашей *частицы* имеет вид

$$\vec{F}_T + \vec{N} = m\vec{a}_c \quad \text{где } N - \text{сила реакции нити, } a_c - \text{центробежное ускорение}$$

Поверхность *Земли* является ИСО, вращающейся с ускорением a_c – соответственно, закон динамики для такой ИСО примет вид

Весом тела называют силу, действующую на горизонтальную опору или вертикальный подвес



$$\vec{F}_T + \vec{N} + \vec{F}_{ци} = 0$$

где $F_{ци} = -ma_c$ – центробежная сила инерции

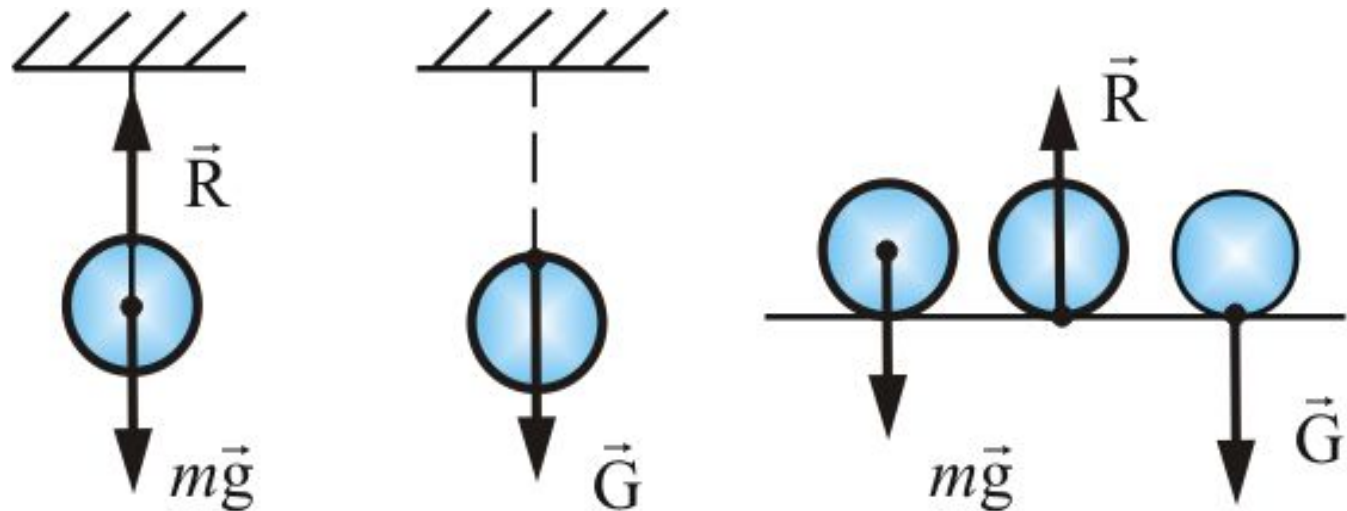
Сила тяжести и вес тела

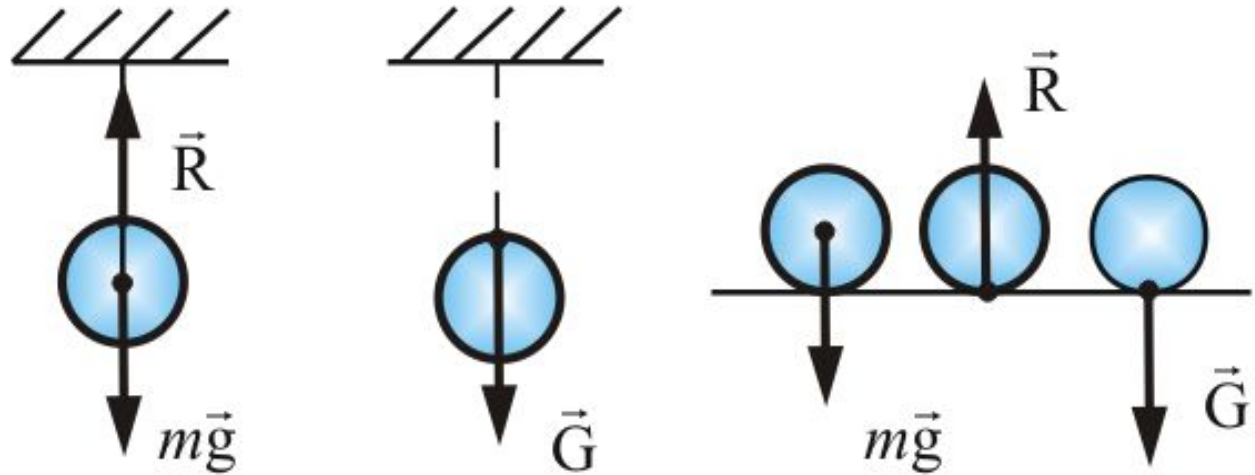
Одна из фундаментальных сил – сила гравитации проявляется на Земле в виде **силы тяжести** – силы, с которой все тела притягиваются к Земле.

Вблизи поверхности Земли все тела падают с одинаковым ускорением – ускорением свободного падения g , (вспомним школьный опыт – «трубка Ньютона»). Отсюда вытекает, что в системе отсчета, связанной с Землей, на всякое тело действует сила тяжести mg

Она приблизительно равна силе гравитационного притяжения к Земле (различие между силой тяжести и гравитационной силой обусловлено тем, что система отсчета, связанная с Землей, не вполне инерциальная).

Если подвесить тело или положить его на опору, то **сила тяжести уравновесится силой** – которую называют **реакцией опоры или подвеса**.





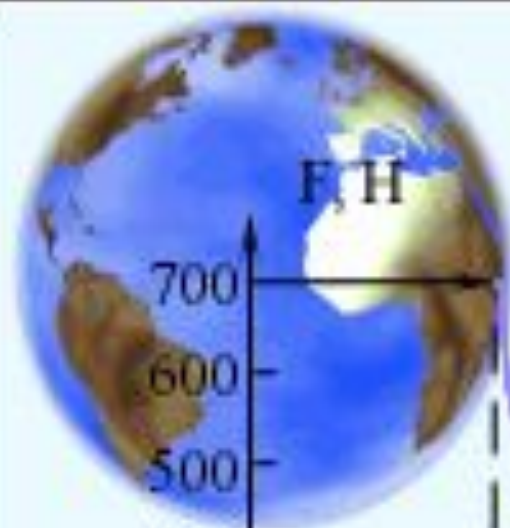
По третьему закону Ньютона тело действует на подвес или опору с силой \vec{G} которая называется **весом тела**. Поскольку силы $m\vec{g}$ и \vec{R} уравновешивают друг друга, то выполняется соотношение

$$m\vec{g} = -\vec{R}.$$

Согласно третьему закону Ньютона: $\vec{G} = -\vec{R}.$

Значит

$$\vec{G} = m\vec{g},$$



$$r = R_3 = 6,38 \cdot 10^6 \text{ M}$$

700

600

500

400

300

200

100

0

5

10

15

20

25

30

$r, 10^6 \text{ M}$

0

5

10

15

20

25

$r - R_3, 10^6 \text{ M}$

Вес и сила тяжести равны друг другу, но приложены к разным точкам: вес к подвесу или опоре, сила тяжести – к самому телу. Это равенство справедливо, если подвес (опора) и тело покоятся относительно Земли (или движутся равномерно, прямолинейно). Если имеет место движение с ускорением, то справедливо соотношение:

$$G = mg \pm ma = m(g \pm a).$$

Вес тела может быть больше или меньше силы тяжести: если g и a направлены в одну сторону (тело движется вниз или падает), то

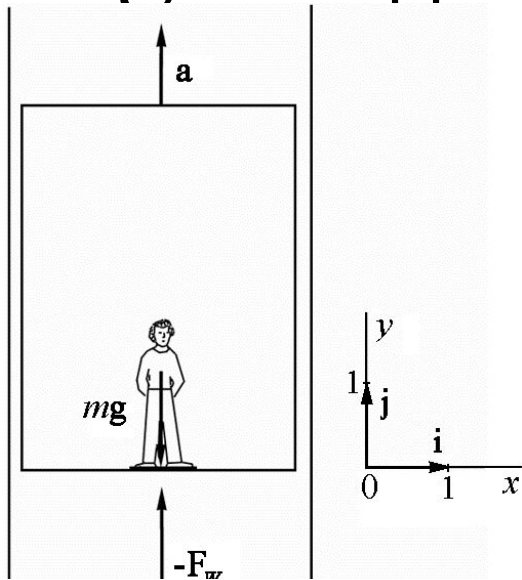
$$G < mg$$

и если наоборот, то $G > mg$

Если же тело движется с ускорением $a = g$ то $G = 0$ — т.е. наступает состояние невесомости.

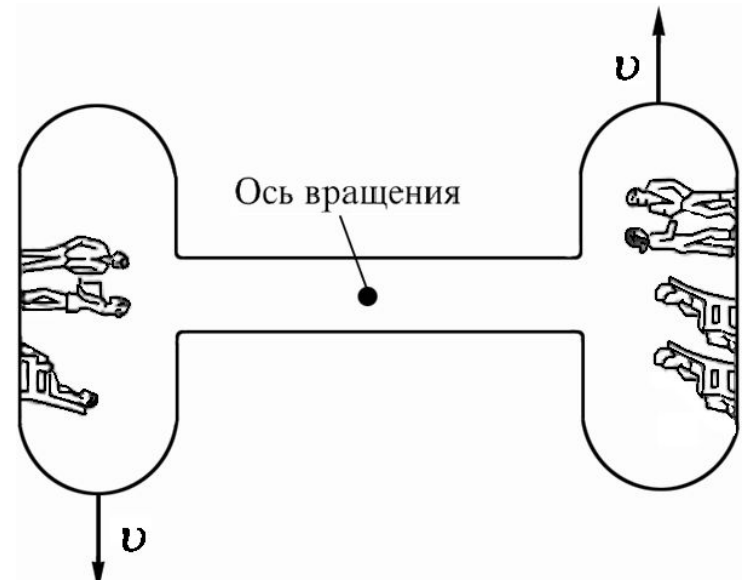
Пример: космический корабль на орбите.

Следствием этого факта является то, что, *находясь внутри закрытой кабины невозможно определить, чем вызвана сила mg* , тем, что кабина движется с ускорением $a = g$ или действием притяжения Земли.

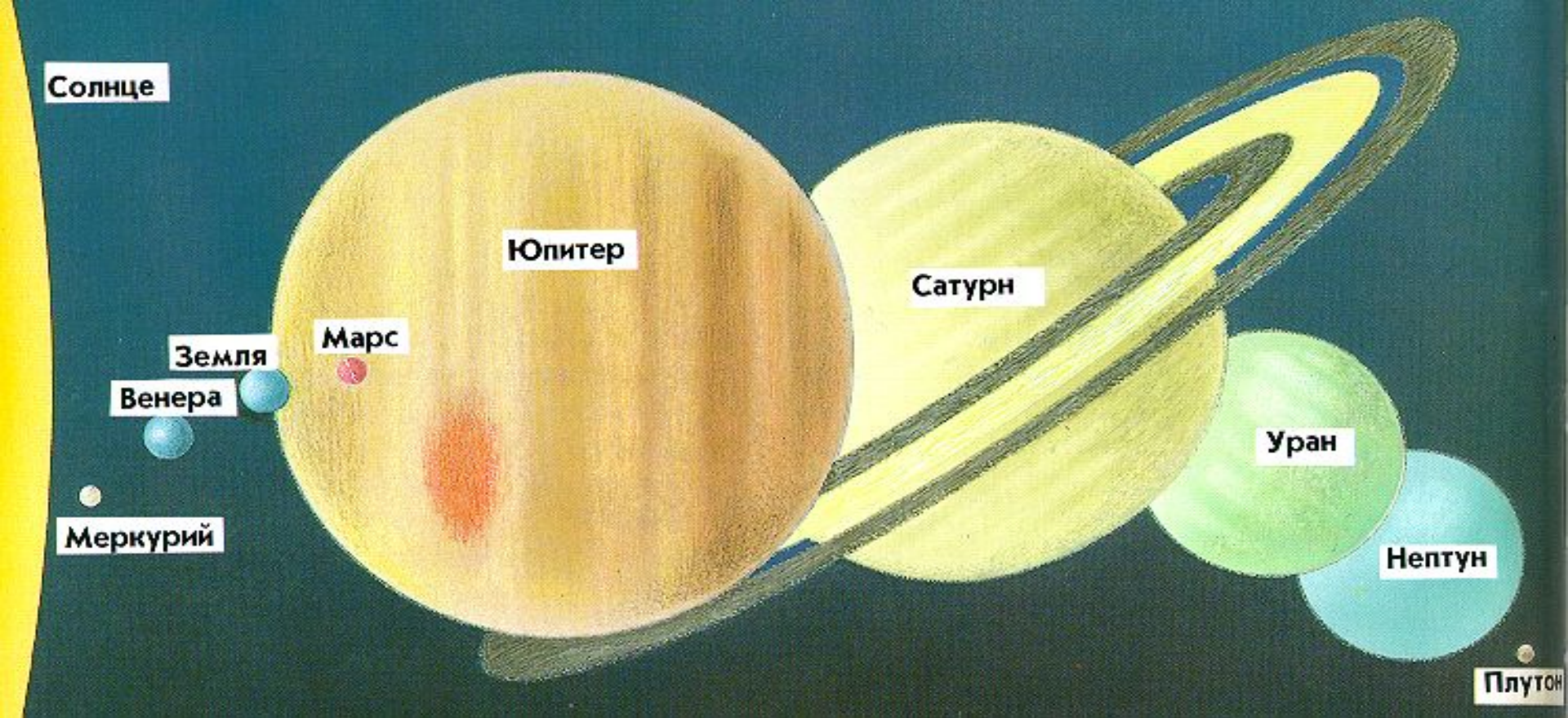


$$\mathbf{F} = m(\mathbf{g} - \mathbf{a}).$$

В случае свободного падения лифта $a = g$ и $F_w = 0$; иными словами, человек оказывается «невесомым».



Пассажиры космического корабля, вращающегося с частотой всего 9,5 об/мин, находясь на расстоянии 10 м от оси вращения, будут чувствовать себя, как на Земле.



Планеты солнечной системы

Упругие силы

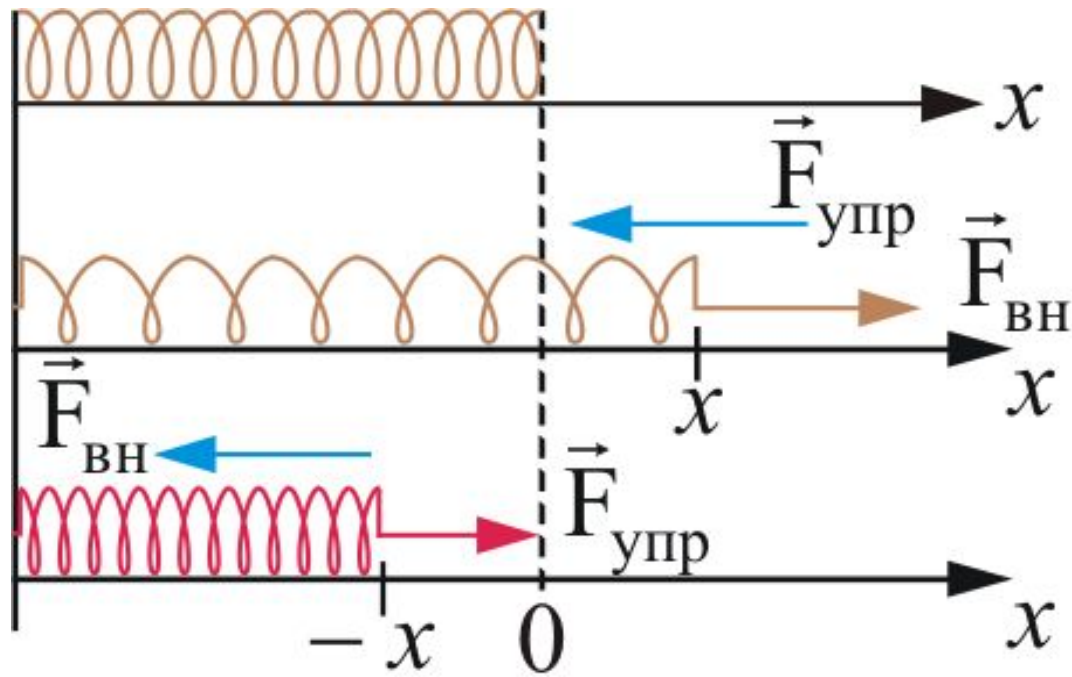
Электромагнитные силы проявляют себя как ***упругие силы и силы трения.***

Под действием внешних сил возникают ***деформации*** (т.е. изменение размеров и формы) тел. Если после прекращения действия внешних сил восстанавливаются прежние форма и размеры тела, то деформация называется ***упругой.*** Деформация имеет упругий характер в случае, если внешняя сила не превосходит определенного значения, которая называется ***пределом упругости.***

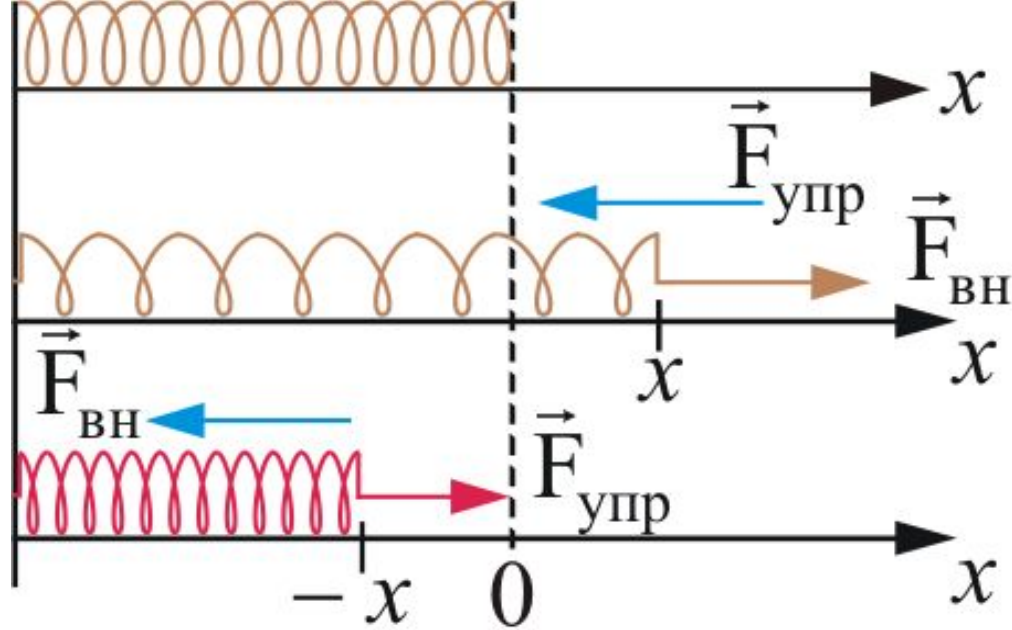
При превышении этого предела деформация становится *пластичной или неупругой*, т.е. первоначальные размеры и форма тела полностью не восстанавливаются.

Рассмотрим упругие деформации.

В деформированном теле возникают упругие силы, уравновешивающие внешние силы. Под действием *внешней силы* – $F_{\text{вн}}$ пружина получает *удлинение* x , в результате в ней возникает *упругая сила* – $F_{\text{упр}}$, *уравновешивающая* $F_{\text{вн}}$.



Упругие силы возникают во всей деформированной пружине. Любая часть пружины действует на другую часть с силой упругости $F_{\text{упр}}$.



*Удлинение пружины пропорционально внешней силе и определяется **законом Гука**:*

$$x = \frac{1}{k} F_{\text{ВН.}},$$

k – жесткость пружины. Видно, что чем больше k , тем меньшее удлинение получит пружина под действием данной силы.



Гук Роберт (1635 – 1703)

знаменитый английский физик,
сделавший множество изобретений
и открытий в области механики,
термодинамики, оптики

Его работы относятся к теплоте, упругости, оптике, небесной механике. Установил постоянные точки термометра – точку таяния льда, точку кипения воды. Усовершенствовал микроскоп, что позволило ему осуществить ряд микроскопических исследований, в частности наблюдать тонкие слои в световых пучках, изучать строение растений. Положил начало физической оптике.

Так как упругая сила отличается от

внешней только знаком, т.е. $F_{\text{упр.}} = -F_{\text{вн.}}$

то закон Гука можно записать в виде:

$$x = -\frac{1}{k} F_{\text{упр.}}$$

отсюда $F_{\text{упр.}} = -kx.$

Потенциальная энергия упругой пружины равна работе, совершенной над пружиной.

Так как сила не постоянна, то элементарная работа равна

$$dA = F dx$$

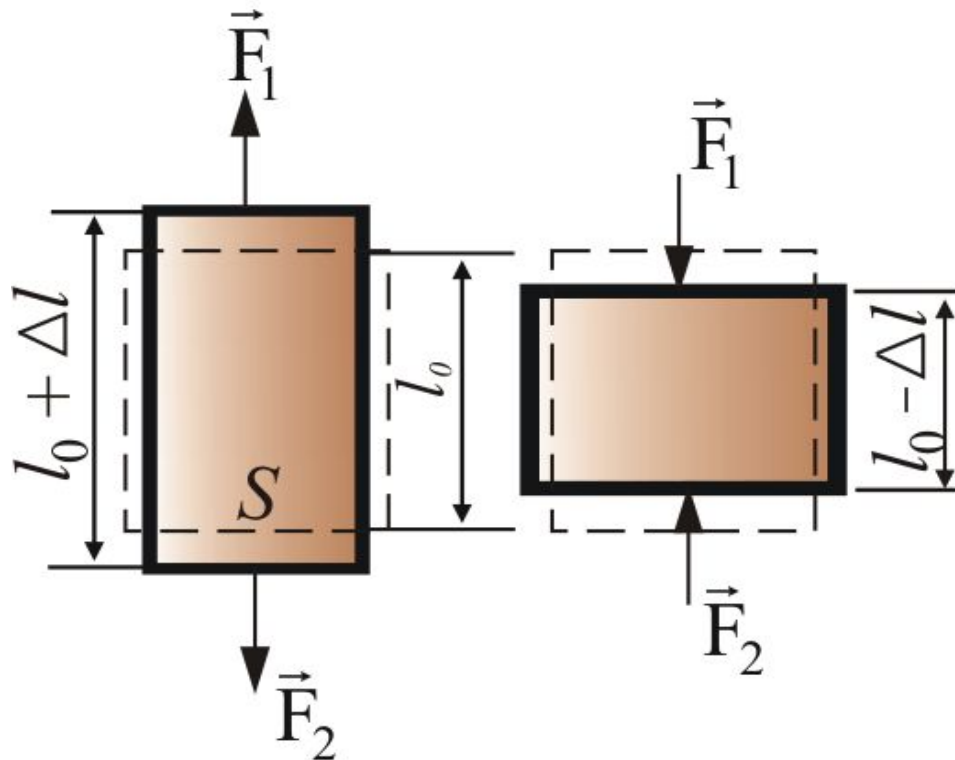
$$dA = -kx dx,$$

Тогда **полная работа, которая совершена пружиной, равна:**

$$A = \int dA = -\int_0^x kx dx = -\frac{kx^2}{2}$$

Закон Гука для стержня

Одностороннее (или продольное) растяжение (сжатие) стержня состоит в **увеличении (уменьшении) длины стержня под действием внешней силы \vec{F}**



Такая деформация приводит к возникновению в стержне упругих сил, которые принято характеризовать **напряжением σ** :

$$\sigma = \frac{F_{\text{упр.}}}{S},$$

Здесь $S = \frac{\pi d^2}{4}$ – площадь поперечного сечения стержня, d – его диаметр.

В случае растяжения σ считается положительной, а в случае сжатия – отрицательной. Опыт показывает, что приращение длины стержня Δl пропорционально напряжению σ :

$$\Delta l = \frac{1}{k} \sigma.$$

Коэффициент пропорциональности k , как и в случае пружины, зависит от свойств материала и длины стержня.

Доказано, что $k = \frac{E}{l_0}$ где E –

величина, характеризующая упругие свойства материала стержня – модуль Юнга.

E измеряется в Н/м² или в Па.

приращение длины:

$$\Delta l = \frac{l_0 \sigma}{E},$$

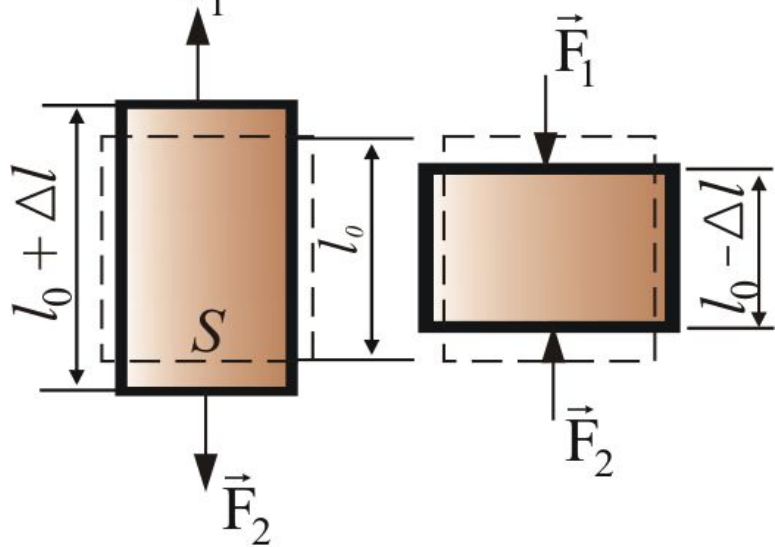
обозначим $\frac{\Delta l}{l_0} = \varepsilon$ – *относительное*

приращение длины, получим:

$$\varepsilon = \frac{1}{E} \sigma$$

Закон Гука для стержня:

относительное приращение длины стержня прямо пропорционально напряжению и обратно пропорционально модулю Юнга.



Растяжение или сжатие стержней сопровождается соответствующим изменением их поперечных размеров

Отношение относительного поперечного сужения (расширения) $\frac{\Delta d}{d}$ стержня к относительному удлинению (сжатию) $\frac{\Delta l}{l}$ называют **коэффициентом Пуассона**

$$M = \frac{\Delta d}{d} : \frac{\Delta l}{l}. \quad (4.3.3)$$

Деформация сдвига

Под действием силы \vec{F} приложенной касательно к верхней грани, брусок получает **деформацию сдвига**

Пусть AB – плоскость сдвига

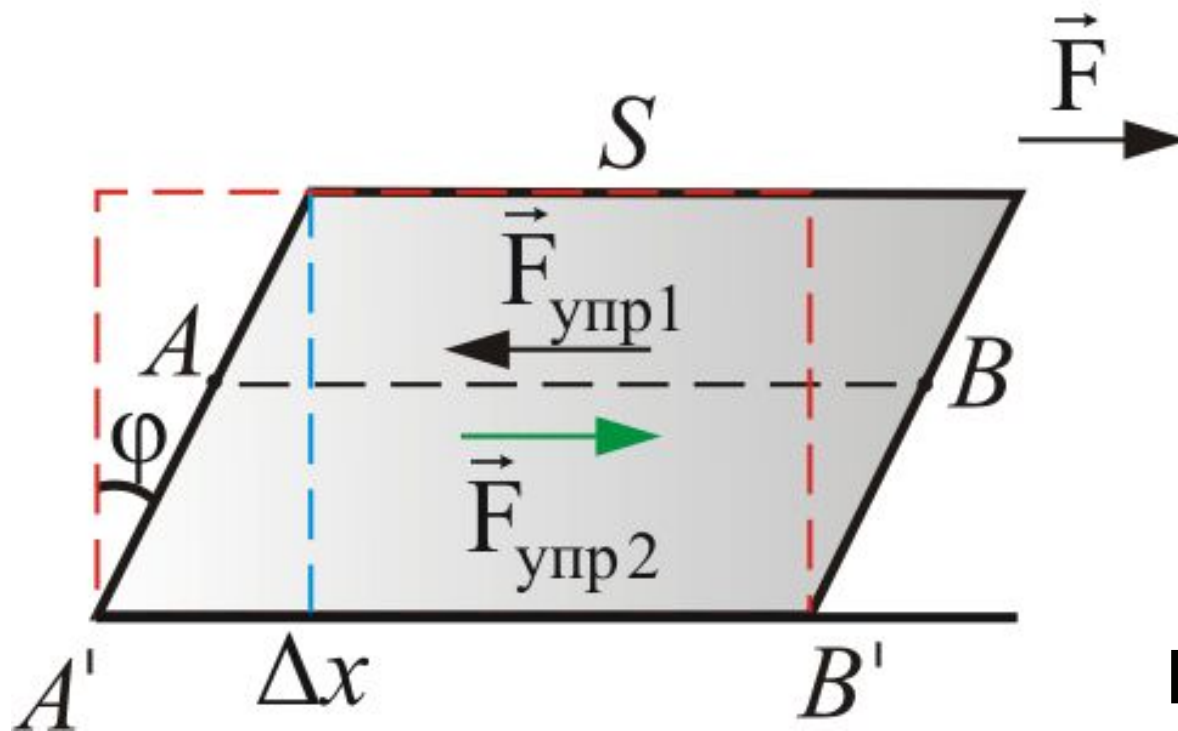
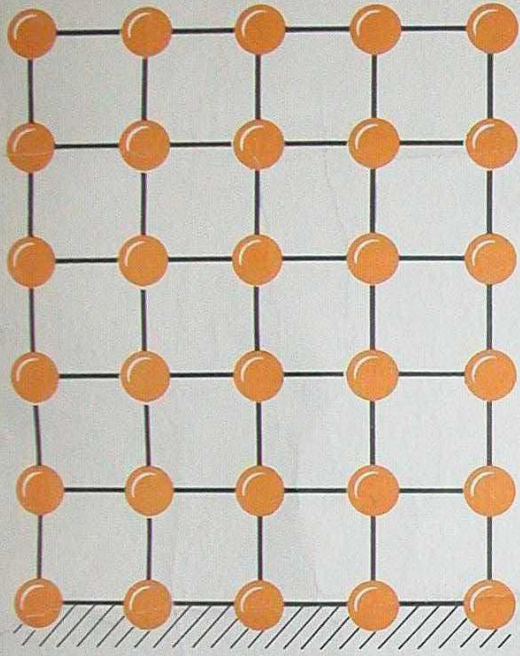
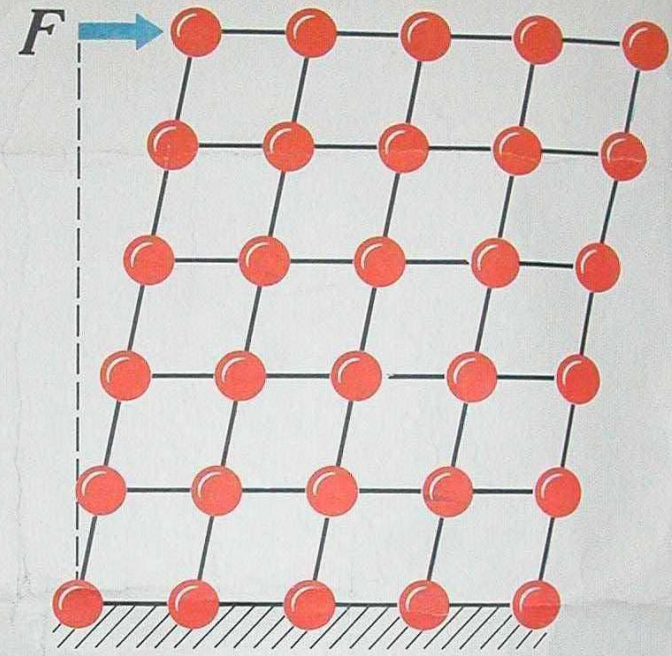


Рисунок 4.4

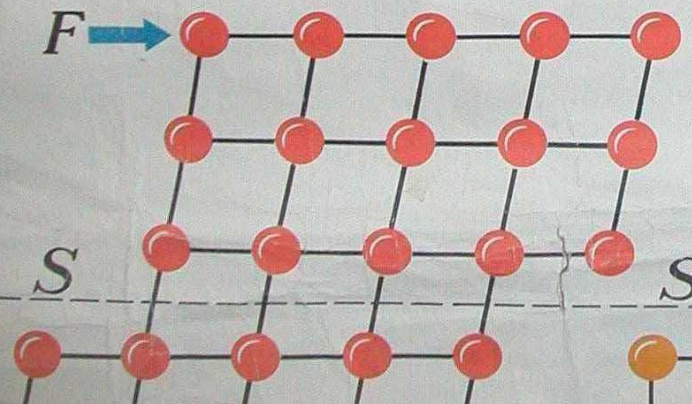
НЕНАПРЯЖЕННЫЙ
КРИСТАЛЛ



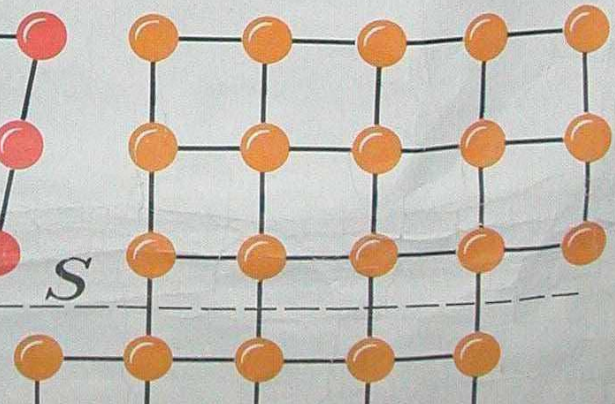
УПРУГАЯ
ДЕФОРМАЦИЯ



СКОЛЬЖЕНИЕ
ПО ПЛОСКОСТИ СДВИГА S



ОСТАТОЧНАЯ
ДЕФОРМАЦИЯ СДВИГА



Силы трения

Трение подразделяется на *внешнее* и *внутреннее*.

Внешнее трение возникает при *относительном перемещении двух соприкасающихся твердых тел (трение скольжения или трение покоя)*.

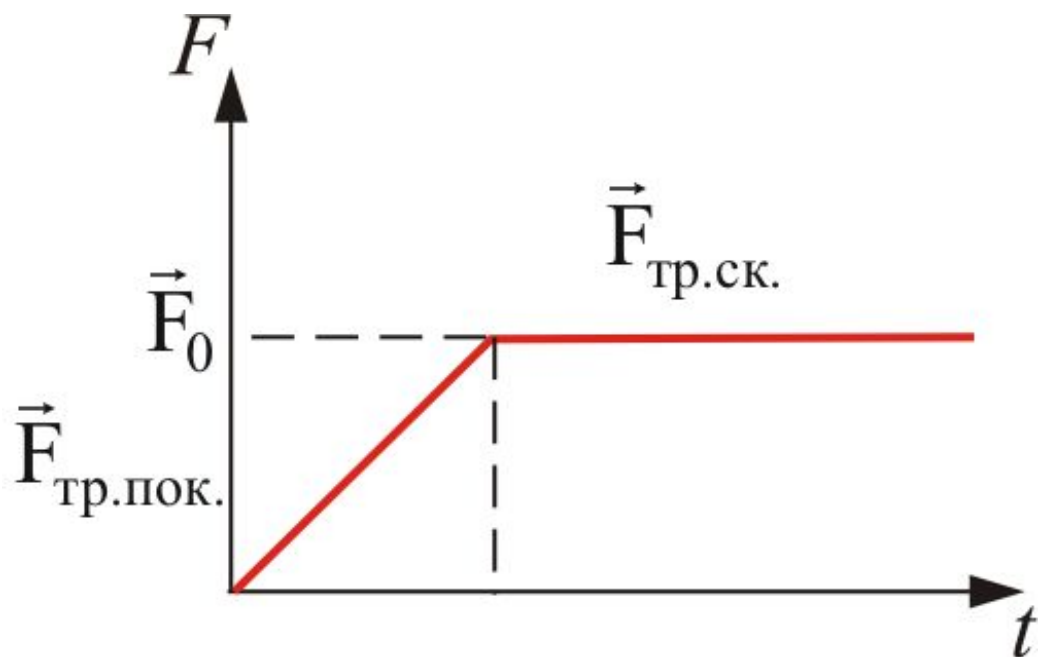
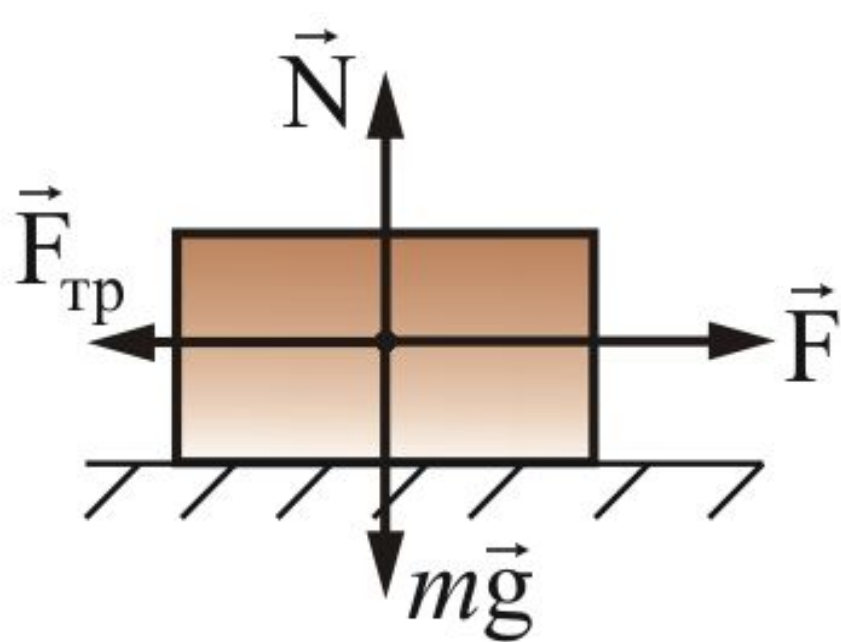
Внутреннее трение наблюдается при *относительном перемещении частей одного и того же сплошного тела (например, жидкость или газ)*.

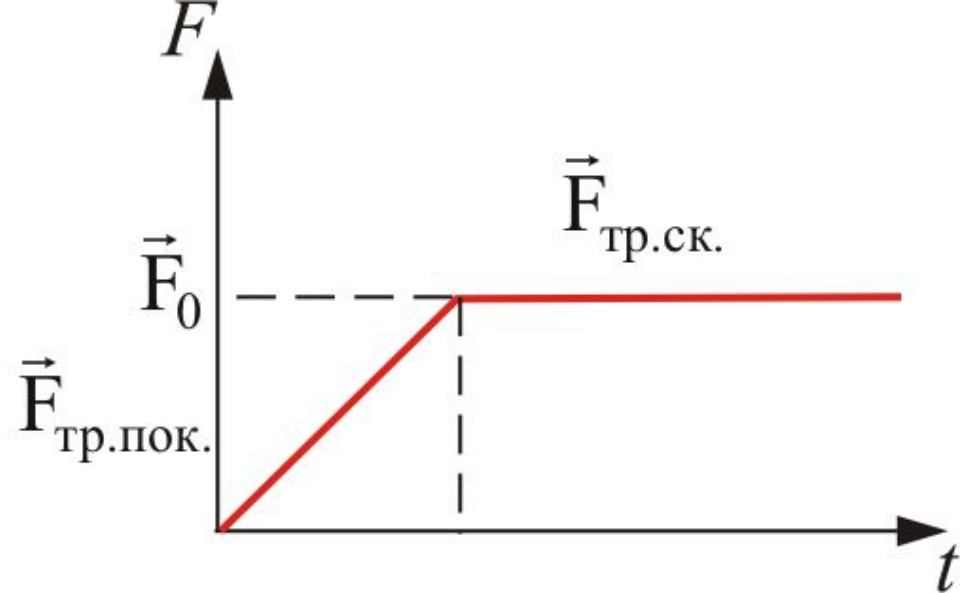
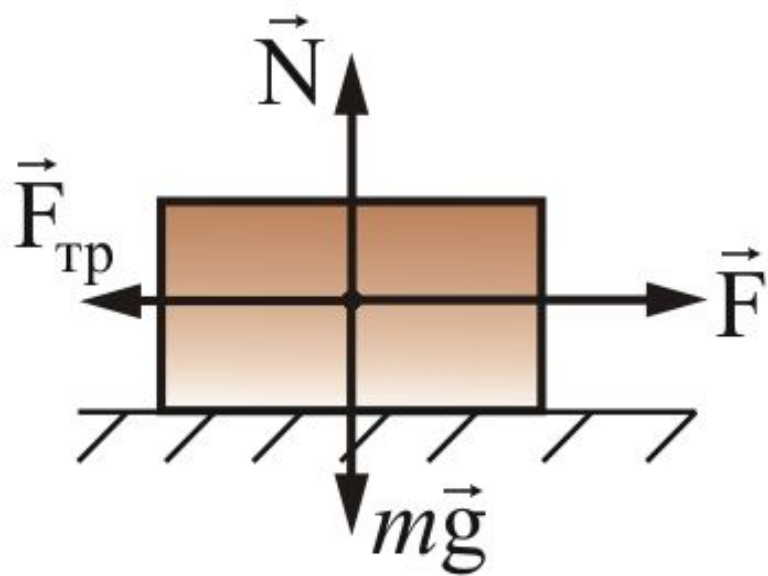
Различают **сухое** и **жидкое** (или **вязкое**) *трение*.

Жидким (вязким) называется трение между твердым телом и жидкой или газообразной средой или ее слоями.

Сухое трение, в свою очередь, подразделяется на **трение скольжения** и **трение качения**.

Рассмотрим законы сухого трения





Подействуем на тело, внешней силой F постепенно увеличивая ее модуль. Вначале брусок будет оставаться неподвижным, значит внешняя сила уравновешивается некоторой силой $F_{\text{тр.}}$. В этом случае $F_{\text{тр.}}$ – и есть **сила трения покоя**.

Когда модуль внешней силы, а следовательно, и модуль силы трения покоя превысит значение F_0 , тело начнет скользить по опоре – **трение покоя $F_{\text{тр.пок.}}$ сменится трением скольжения $F_{\text{тр.ск}}$**

Установлено, что **максимальная сила трения покоя** не зависит от площади соприкосновения тел и приблизительно **пропорциональна модулю силы нормального давления N**

$$F_0 = \mu_0 N,$$

μ_0 – коэффициент трения покоя – зависит от природы и состояния трущихся поверхностей.

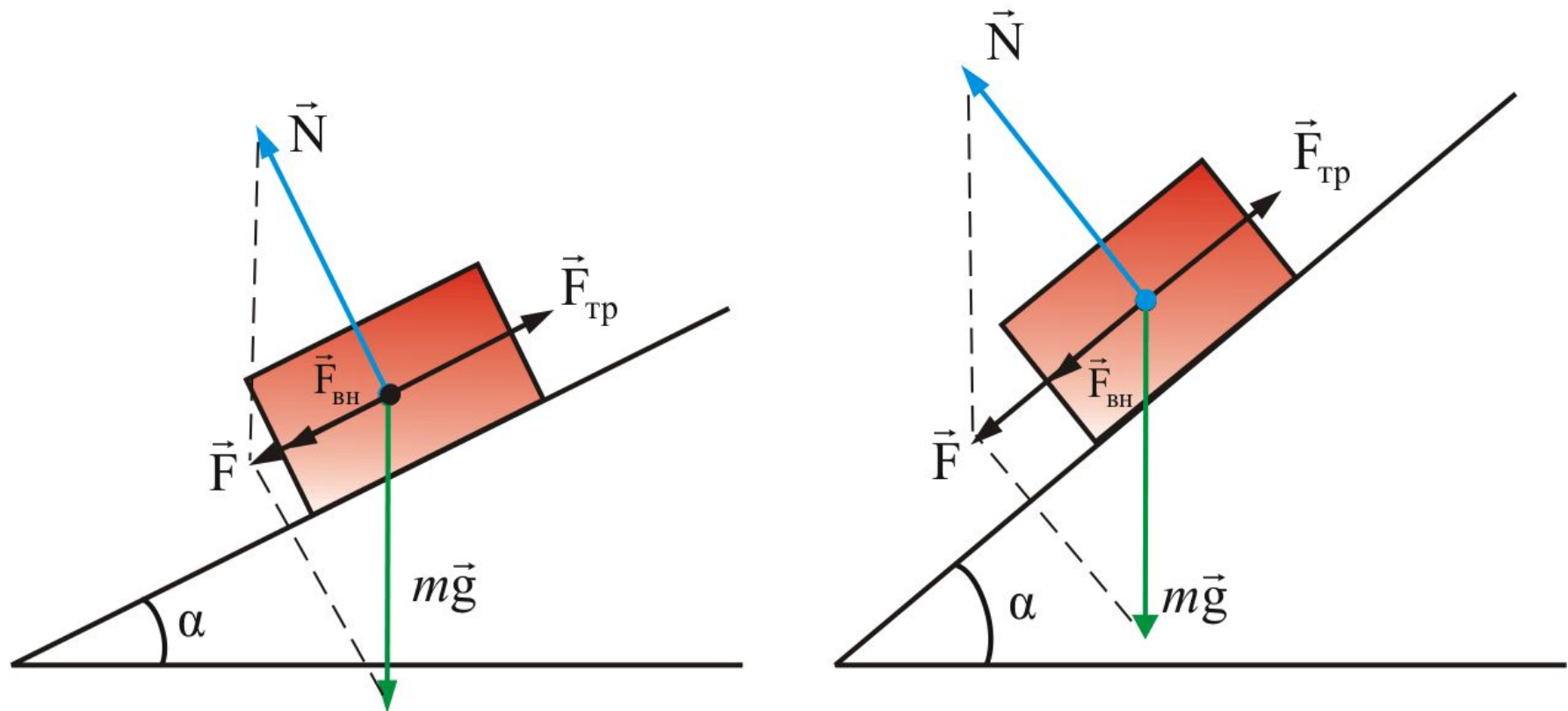
Аналогично и **для силы трения скольжения**:

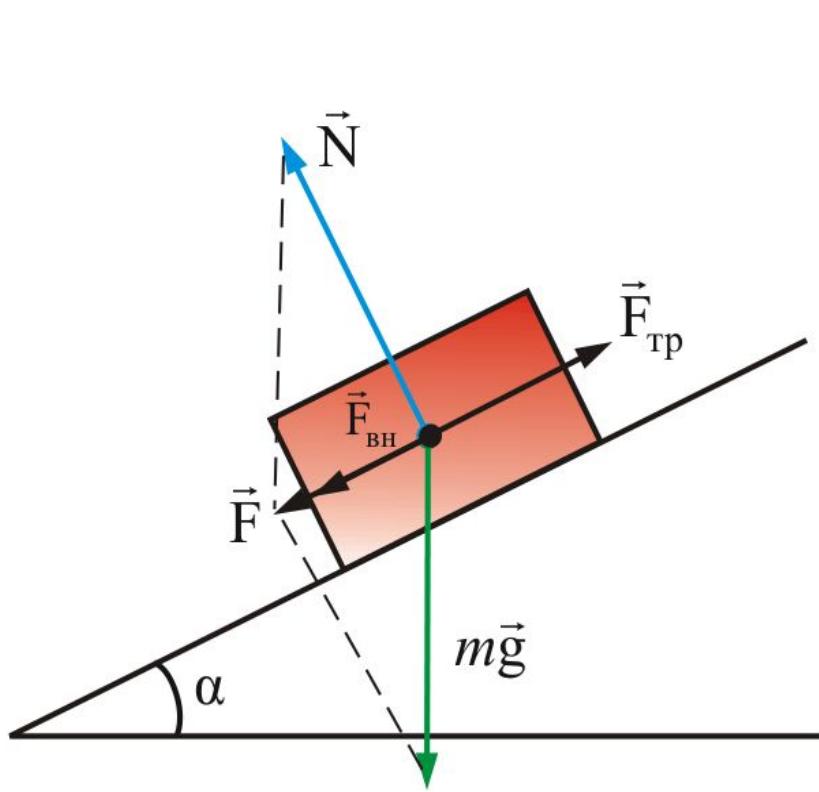
$$F_{\text{тр.}} = \mu N$$

Трение качения возникает между шарообразным телом и поверхностью, по которой оно катится.

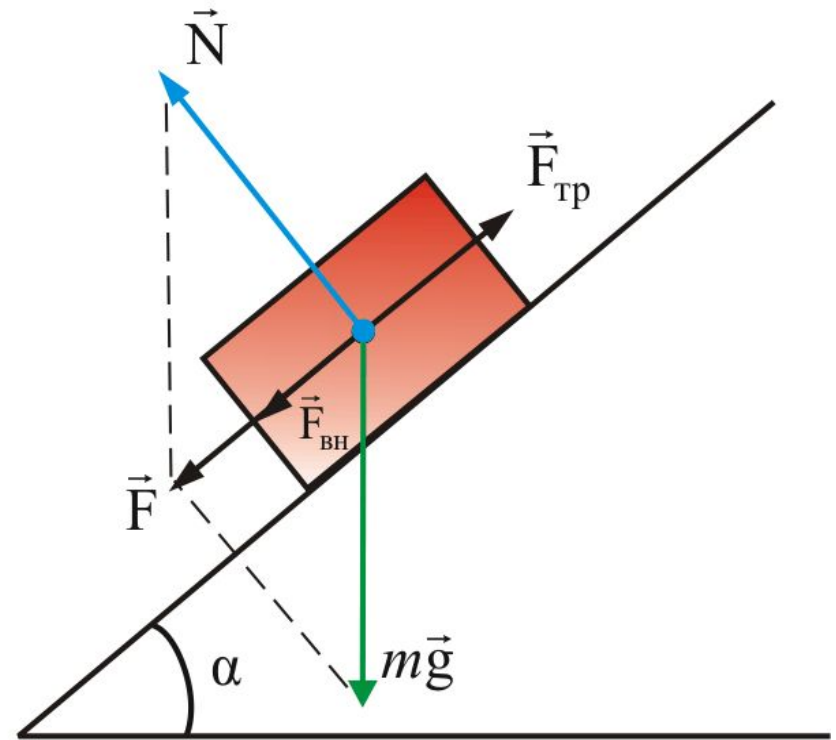
Сила трения качения подчиняется тем же законам, что и скольжения, но коэффициент трения μ здесь значительно меньше.

Подробнее рассмотрим силу трения скольжения на наклонной плоскости.



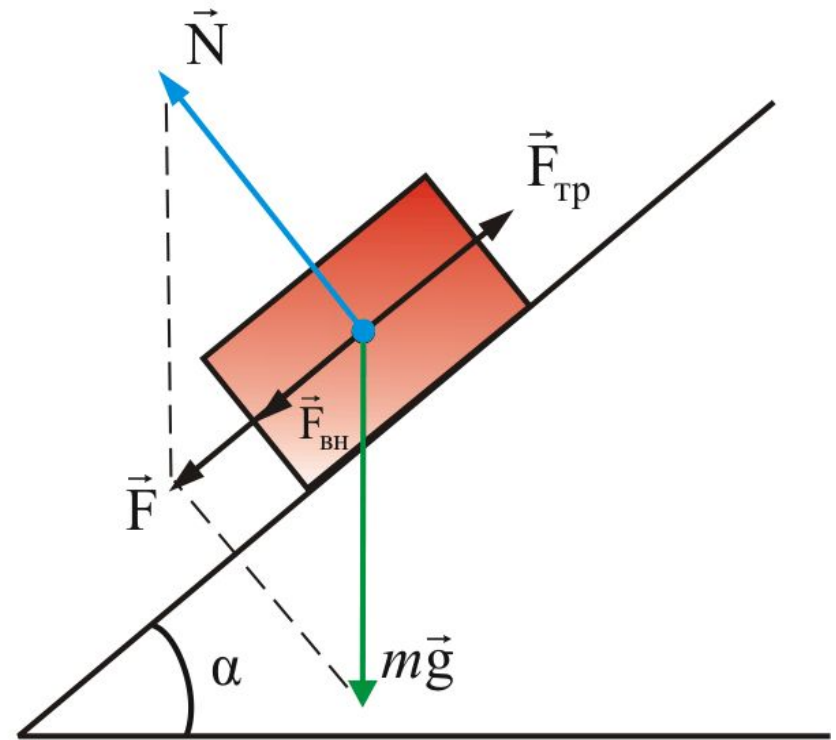
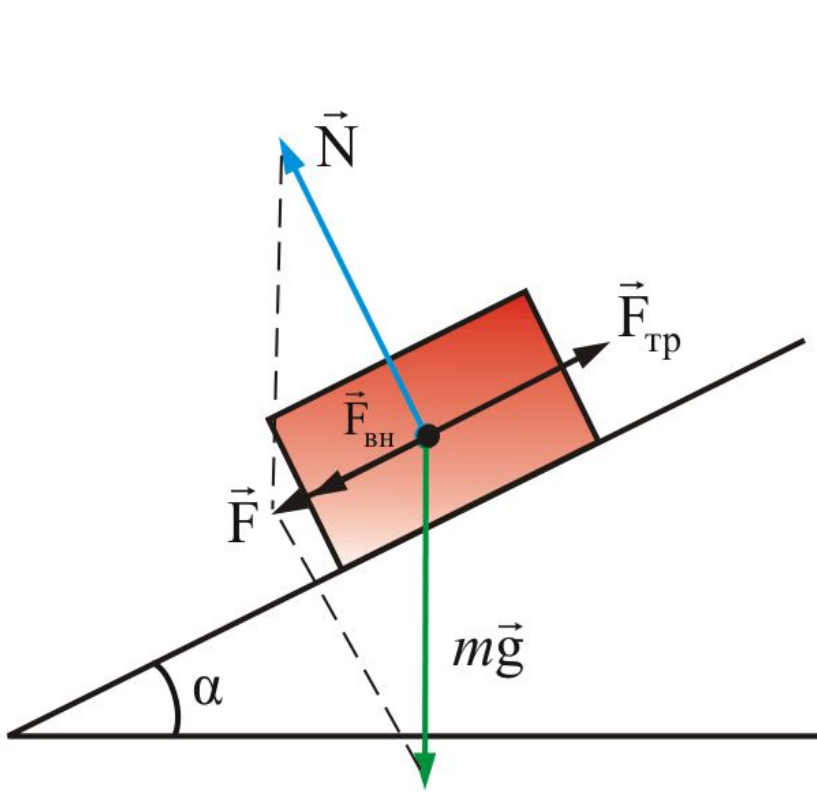


$$F = mg \sin \alpha,$$



$$N = mg \cos \alpha$$

Если $F < (F_{\text{тр.}})_{\text{max}} = \mu N$ – тело остается неподвижным на наклонной плоскости.



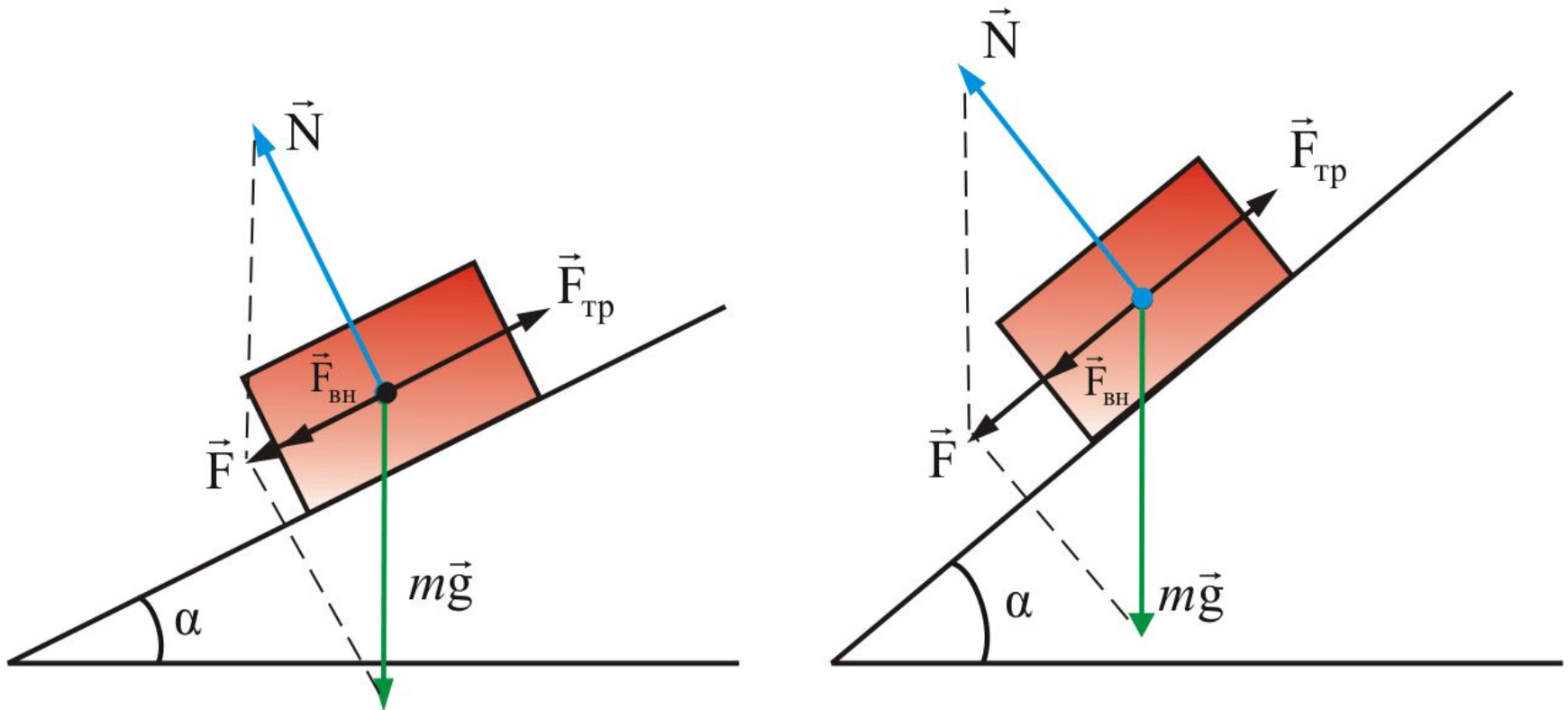
Максимальный угол наклона α определяется из условия:

$$(F_{\text{тр.}})_{\text{max}} = F$$

$$\mu mg \cos \alpha = mg \sin \alpha,$$

$$\text{tg} \alpha_{\text{max}} = \mu$$

где μ – коэффициент сухого трения.



$$F_{\text{тр.}} = \mu N = \mu mg \cos \alpha,$$

$$F = mg \sin \alpha.$$

При $\alpha > \alpha_{\text{max}}$ тело будет скатываться с ускорением

$$a = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha),$$

$$F_{\text{ск.}} = ma = F - F_{\text{тр.}}$$

Силы инерции

4.5.1. Уравнение Ньютона для неинерциальных систем отсчета

Законы инерции выполняются в инерциальной системе отсчета. А как описать движение тела в неинерциальной системе?

Рассмотрим пример: вы стоите в троллейбусе спокойно. Вдруг троллейбус резко трогается, и вы невольно отклонитесь назад. Что произошло? Кто вас толкнул?

С точки зрения наблюдателя на Земле (в инерциальной системе отсчета), в тот момент, когда троллейбус тронулся, вы остались стоять на месте – в соответствии с первым законом Ньютона.

С точки зрения сидящего в троллейбусе – вы начали двигаться назад, как если бы кто-нибудь вас толкнул. На самом деле, никто не толкнул, просто ваши ноги, связанные силами трения с троллейбусом «поехали» вперед из-под вас и вам пришлось падать назад.

Можно описать ваше движение в инерционной системе отсчета. Но это не всегда просто, так как обязательно нужно вводить силы, действующие со стороны *связей*.

Они могут быть самыми разными и ведут себя по разному – нет единого подхода к их описанию.

Можно и в неинерциальной системе воспользоваться законами Ньютона, если ввести силы инерции. Они фиктивны. Нет тела или поля под действием которого вы начали двигаться в троллейбусе. Силы инерции вводят специально, чтобы воспользоваться уравнениями Ньютона в неинерциальной системе.

Силы инерции обусловлены не взаимодействием тел, а свойствами самих неинерциальных систем отсчета. На силы инерции законы Ньютона не распространяются.

Найдем количественное выражение для силы инерции при *поступательном* движении неинерциальной системы отсчета.

Введем обозначения:

$\overset{\curvearrowright}{a}$ – ускорение тела относительно неинерциальной системы;

$\overset{\curvearrowleft}{a}$ – ускорение неинерциальной системы относительно инерциальной (относительно Земли).

Тогда ускорение тела относительно инерциальной системы:

$$\overset{\curvearrowleft}{a} = \overset{\curvearrowright}{a} + \overset{\curvearrowleft}{a}. \quad (4.5.1)$$

Ускорение в инерциальной системе можно выразить через второй закон Ньютона

$$\frac{\vec{F}}{m} = \vec{a} + \vec{a}'$$

где m – масса движущегося тела, или

$$\vec{a}' = \frac{\vec{F}}{m} - \vec{a}.$$

Мы можем и \vec{a}' представить в соответствии с законом Ньютона (формально)

$$\vec{a}' = \frac{\vec{F}}{m} + \frac{\vec{F}_{ин}}{m},$$

где $F_{ин}$ – сила, направленная в сторону, противоположную ускорению неинерциальной системы.

$$F_{ин} = -ma$$

тогда получим

$$ma = F + F_{ин}$$

– **уравнение Ньютона для неинерциальной системы отсчета.**

Здесь $F_{ин}$ – фиктивная сила, обусловленная свойствами системы отсчета, необходимая нам для того, чтобы иметь возможность описывать движения тел в неинерциальных системах отсчета с помощью уравнений Ньютона.

Силы инерции неинвариантны относительно перехода из одной системы отсчета в другую. Они не подчиняются закону действия и противодействия. Движения тела под действием сил инерции аналогично движению во внешнем силовом поле. Силы инерции всегда являются внешним по отношению к любому движению системы материальных тел.

Центростремительная и центробежная силы

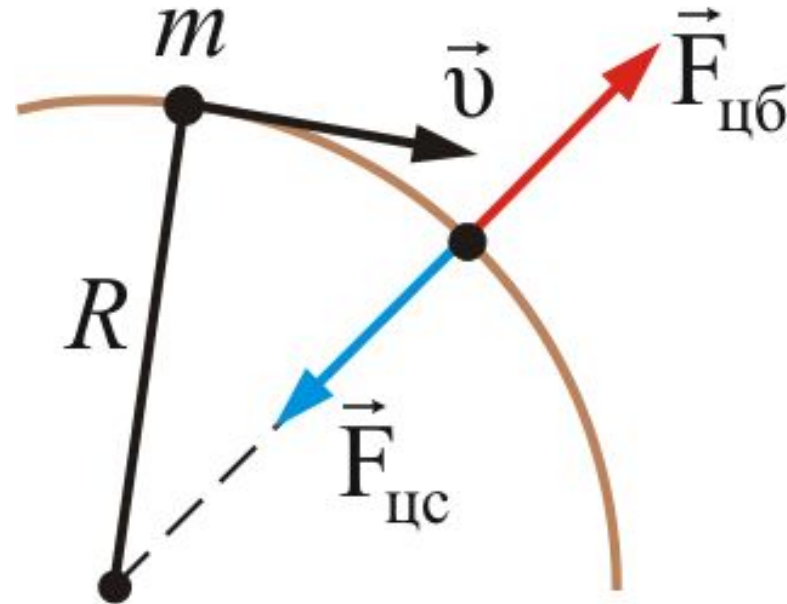
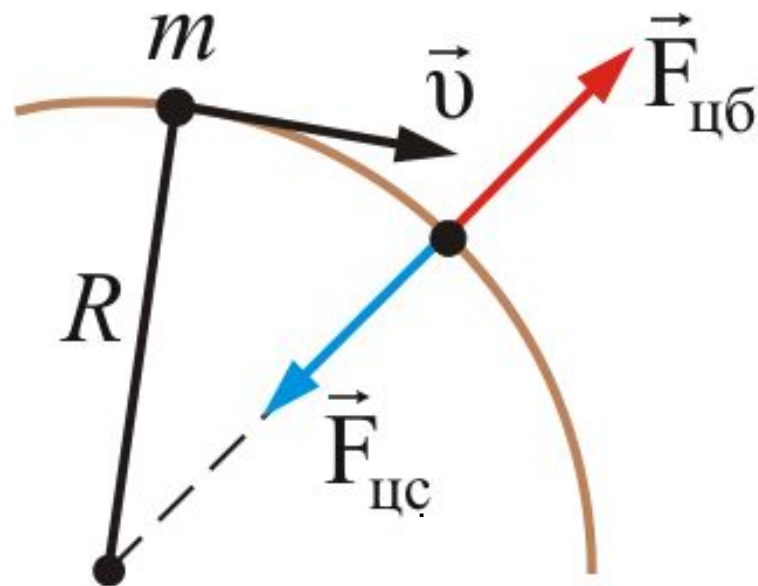


Рисунок 4.8

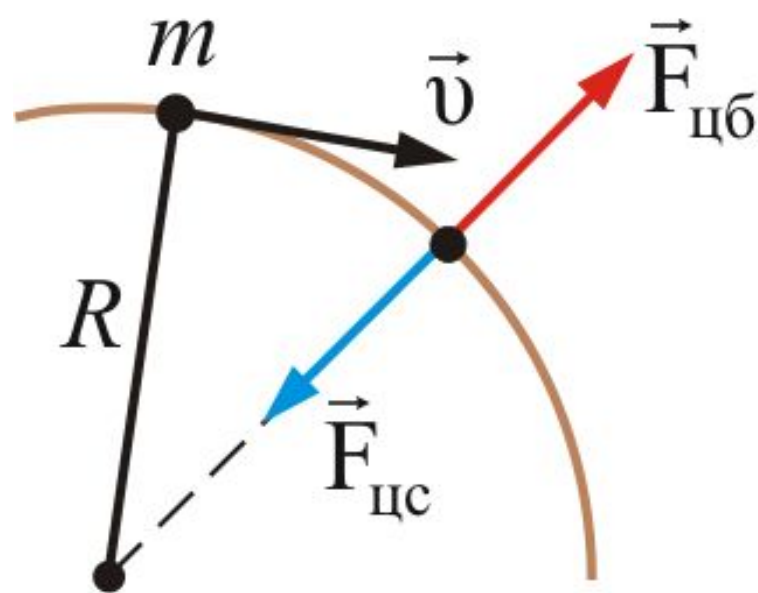
В каждый момент времени камень должен был бы двигаться прямолинейно по касательной к окружности. Однако он связан с осью вращения веревкой. Вевка растягивается, появляется упругая сила, действующая на камень, направленная вдоль веревки к центру вращения. Это и есть **центростремительная сила** (при вращении Земли вокруг оси в качестве центростремительной силы выступает сила гравитации).



$$\vec{F}_{\text{цс}} = m \vec{a}_{\text{цс}}, \quad \vec{a}_{\text{цс}} = \vec{a}_n,$$

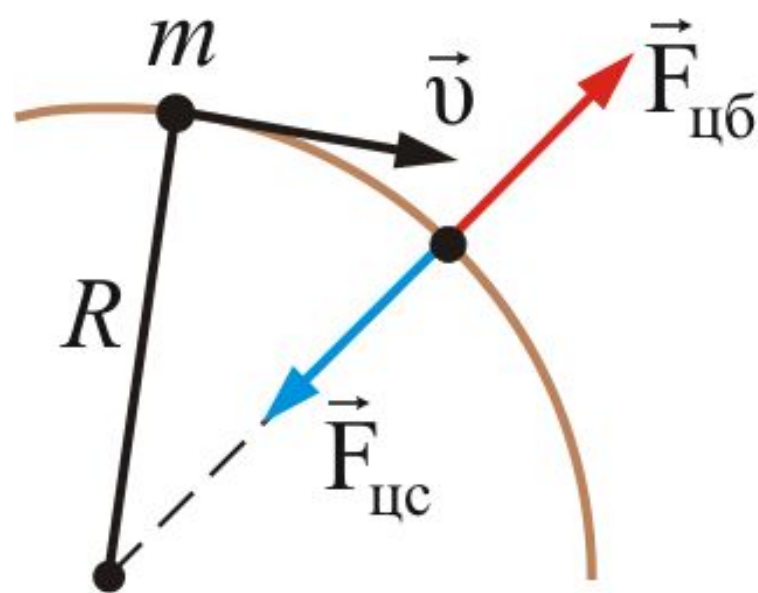
$$\vec{F}_{\text{цс}} = m \vec{a}_n, \tag{4.5.2}$$

$$F_{\text{цс}} = m \frac{v^2}{R}. \tag{4.5.3}$$



Центростремительная сила возникла в результате действия камня на веревку, т.е. это **сила, приложенная к телу** – сила инерции второго рода. **Сила, приложенная к связи** и направленная по радиусу от центра, называется **центробежной**.

Т.о. центростремительная сила приложена к вращающему телу, а центробежная сила – к связи. Центробежная сила – сила инерции первого рода.



$$F_{\text{цб}} = -m a_n,$$

$$F_{\text{цб}} = -m \frac{v^2}{R},$$

$$a_n = \omega^2 R$$

т.к.

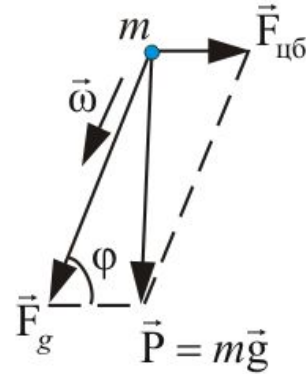
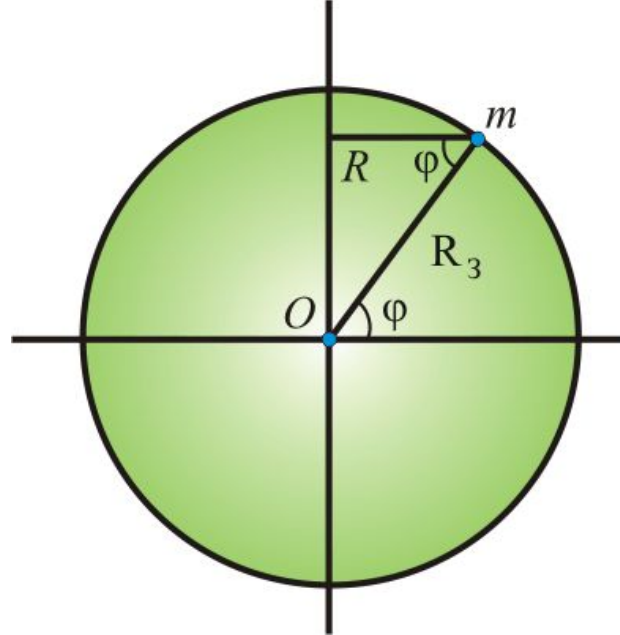
(здесь ω – угловая скорость вращения камня, а v – линейная), то

$$F_{\text{цб}} = m \omega^2 R. \quad (4.5.4)$$

Рисунок 4.9

$$R = R_3 \cos \varphi$$

(φ – широта местности)



$$F_{\text{цб}} = m\omega^2 R = m\omega^2 R_3 \cos \varphi,$$

где ω – угловая скорость вращения

Земли. **Сила тяжести есть результат сложения**

$$\vec{F}_g \text{ и } \vec{F}_{\text{цб}}$$

g (а значит и mg) зависят от широты местности

$$\vec{P} = m\vec{g} = \vec{F}_g + \vec{F}_{\text{цб}}$$

$g = 9,80665 \text{ м/с}^2$ – ускорение свободного падения тела. Направлено g к центру только на полюсе и на

Сила тяжести и вес тела

Вес P тела массой m $\vec{P} = -\vec{N}$

Тогда, учитывая, что $\vec{F}_{цн} = -m\vec{a}_ц = m\vec{\rho}\omega^2$

где ρ – радиус окружности, по которой движется частица вместе с Землей, получим

$$\vec{P} = m\vec{g} + m\vec{\rho}\omega^2$$

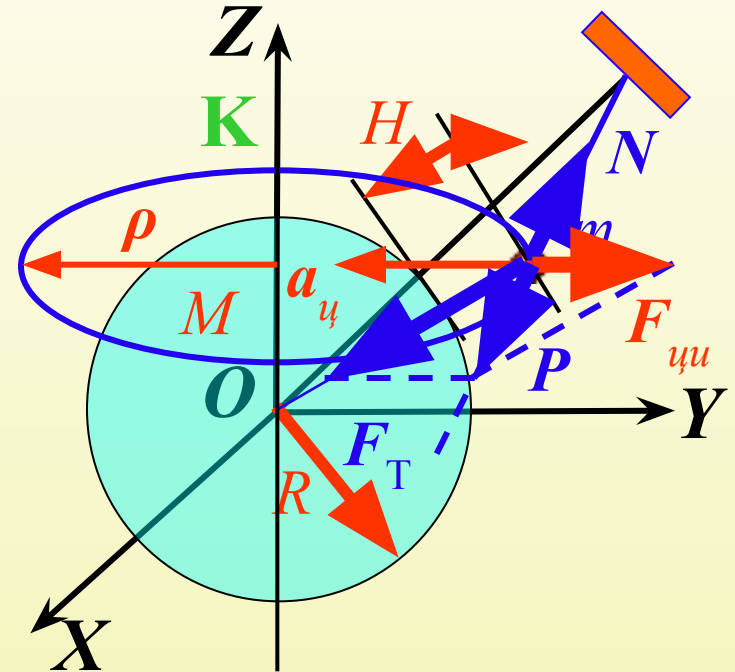
Введем обозначение

$$\vec{g}_R = \vec{g} + \vec{\rho}\omega^2$$

Таким образом **вес тела** массой m

$$\vec{P} = m\vec{g}_R$$

где \vec{g}_R – ускорение свободного падения на широте, на которой расположена частица



4.5.3. Сила Кориолиса

При движении тела относительно вращающейся системы отсчета, кроме центростремительной и центробежной сил, появляется еще одна сила, называемая **силой Кориолиса** или **кориолисовой силой инерции** (Г. Кориолис (1792 – 1843) – французский физик).

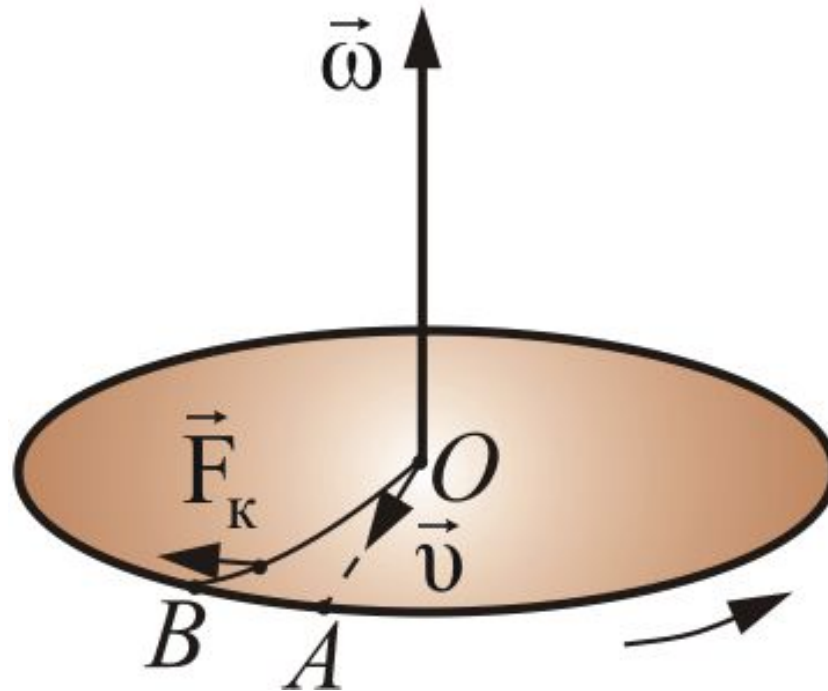
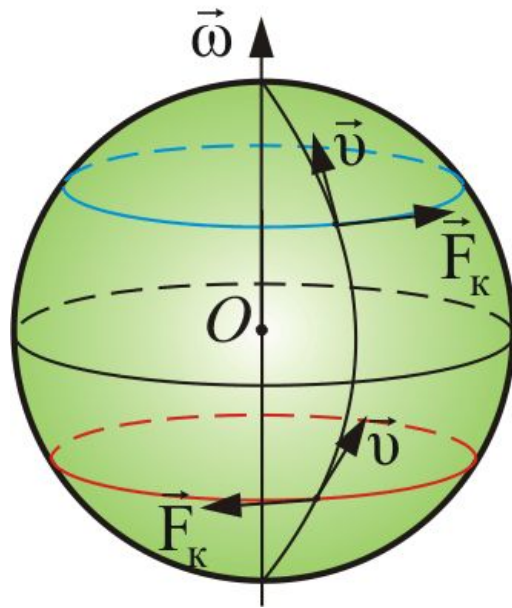


Рисунок
4.10



Сила Кориолиса, действует на тело, движущееся вдоль меридиана в северном полушарии вправо и в южном – влево.

Это приводит к тому, что у рек подмывается всегда правый берег в северном полушарии и левый – в южном. Эти же причины объясняют неодинаковый износ рельсов железнодорожных путей.

Силы Кориолиса проявляются и при качаниях маятника (**маятник Фуко**). Для простоты предположим, что маятник расположен на полюсе:

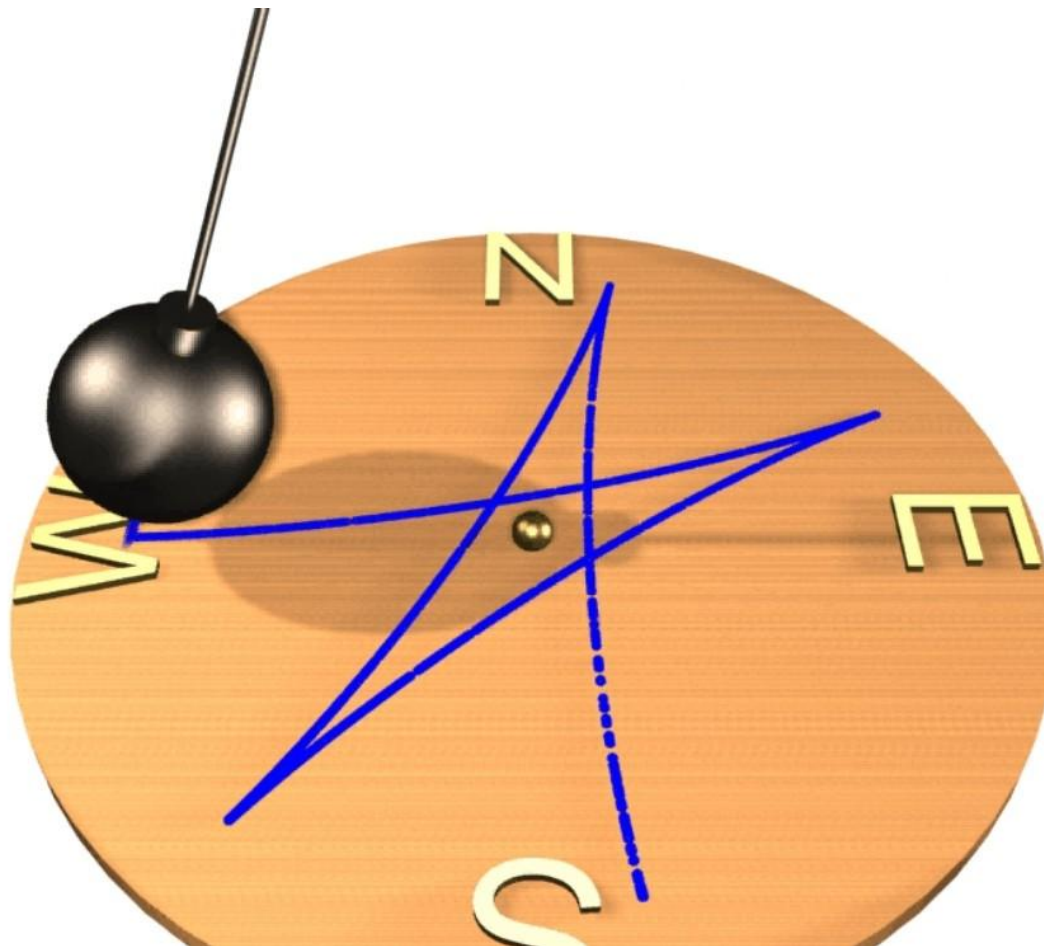
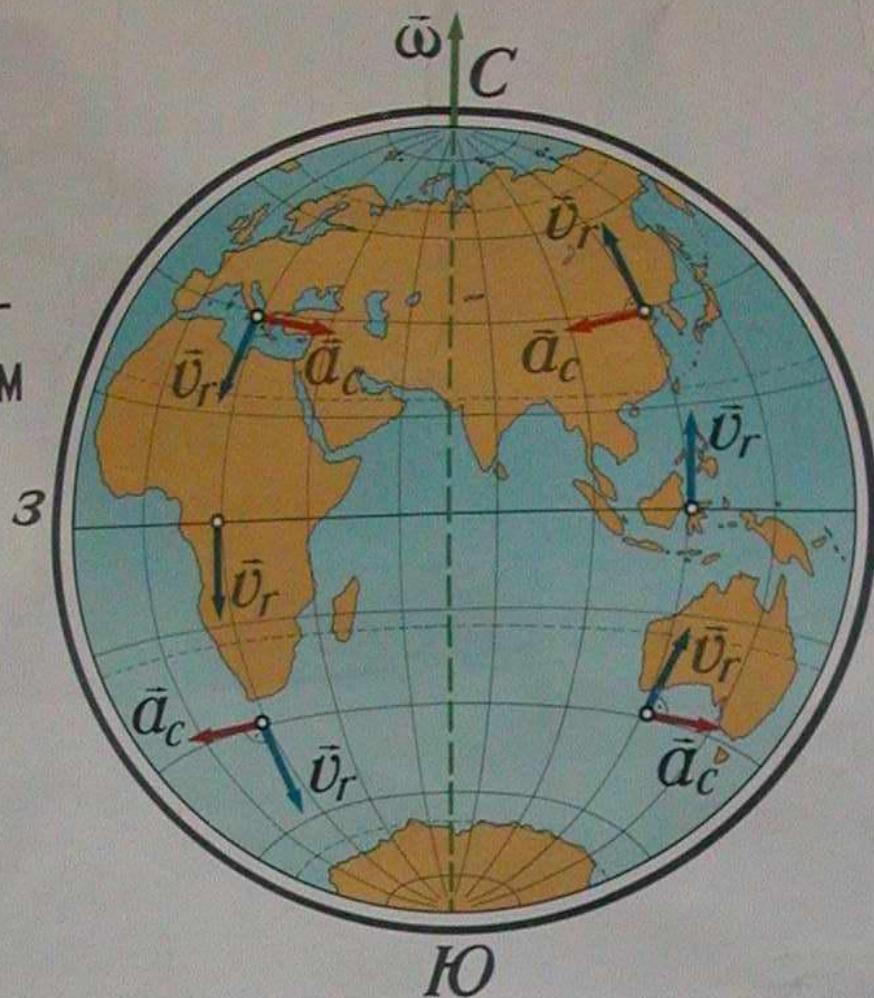


Рисунок
4.12

НАПРАВЛЕНИЕ УСКОРЕНИЯ КОРИОЛИСА

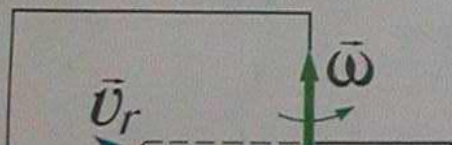
УСКОРЕНИЕ КОРИОЛИСА ВЫРАЖАЕТСЯ УДВОЕННЫМ ВЕКТОРНЫМ ПРОИЗВЕДЕНИЕМ ВЕКТОРА $\vec{\omega}$ НА ВЕКТОР \vec{v}_r :

$$\vec{a}_c = 2(\vec{\omega} \times \vec{v}_r)$$
 СЛЕДОВАТЕЛЬНО:

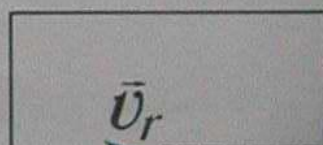


\vec{a}_c НАПРАВЛЕНО ПЕРПЕНДИКУЛЯРНО ЭТИМ ВЕКТОРАМ В ТАКУЮ СТОРОНУ, ОТКУДА УГОЛ γ , СОСТАВЛЯЕМЫЙ $\vec{\omega}$ С \vec{v}_r , ПОЛОЖИТЕЛЕН И МЕНЬШЕ π
 $0 < \gamma < 180^\circ$

ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ НАПРАВЛЕНИЯ УСКОРЕНИЯ КОРИОЛИСА НАДО:



1. СПРОЕКТИРОВАТЬ \vec{v}_r НА ПЛОСКОСТЬ ПЕРПЕНДИКУ-



С учетом всех сил инерции, уравнение Ньютона для неинерциальной системы отсчета примет вид:

$$m\vec{a} = \vec{F} + \vec{F}_{\text{ИН}} + \vec{F}_{\text{Цб}} + \vec{F}_{\text{К}}, \quad (4.5.7)$$

$\vec{F}_{\text{ИН}}$ – сила инерции, обусловленная поступательным движением неинерциальной системы отсчета;

$\vec{F}_{\text{Цб}} + \vec{F}_{\text{К}}$ – две силы инерции, обусловленные вращательным движением системы отсчета;

\vec{a} – ускорение тела относительно неинерциальной системы отсчета.

$$\vec{F}_{\text{ИН}} = -m\vec{a},$$

$$\vec{F}_{\text{К}} = 2m[\vec{v}, \vec{\omega}],$$

$$\vec{F}_{\text{Цб}} = m\vec{a}_n.$$