СИЛЫ В МЕХАНИКЕ

- **4.1. Виды и категории сил в природе**
- **4.2. Сила тяжести и вес тела**
- **4.3. Упругие силы**
- **4.4. Силы трения**
- **4.5. Силы инерции**
  - **4.5.1. Уравнения Ньютона для неинерциальной**
  - **<u>системы отсчета</u>**
  - **4.5.2. Центростремительная и центробежная силы**
  - **4.5.3. Сила Кориолиса**

Виды и категории сил в природе

Одно из простейших определений силы: *влияние одного тела (или поля) на другое, вызывающее ускорение – это **сила.***

Однако, спор вокруг определения силы не закончен до сих пор – это обусловлено трудностью объединения *в одном определении* сил, различных по своей природе и характеру проявления.

В настоящее время различают ***четыре типа сил*** *или* ***взаимодействий***:

- **гравитационные;**
- **электромагнитные;**
- **сильные (ответственное за связь частиц в ядрах) и**
- **слабые** (ответственное за распад частиц)

Гравитационные и электромагнитные силы нельзя свести к другим, более простым силам, поэтому их называют **фундаментальными**.

Законы фундаментальных сил просты и выражаются точными формулами. Для примера можно привести формулу гравитационной силы взаимодействия двух материальных точек, имеющих массы m_1 и m_2:

$$F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2},$$

где *r* – расстояние между точками,
γ – гравитационная постоянная.

В качестве второго примера можно привести формулу для определения силы электростатического взаимодействия двух точечных зарядов q_1 и q_2

$$F = k_0 \frac{q_1 q_2}{r^2}, \qquad (4.1.2)$$

где k_0 – коэффициент пропорциональности, зависящий от выбора системы единиц.

Как видно, формулы для фундаментальных сил являются простыми и точными.

Для других сил, например, для упругих сил и сил трения можно получить лишь приближенные, эмпирические формулы.

Сила тяжести и вес тела

Рассмотрим небольшое тело, подвешенное на некоторой (небольшой) высоте H от поверхности Земли

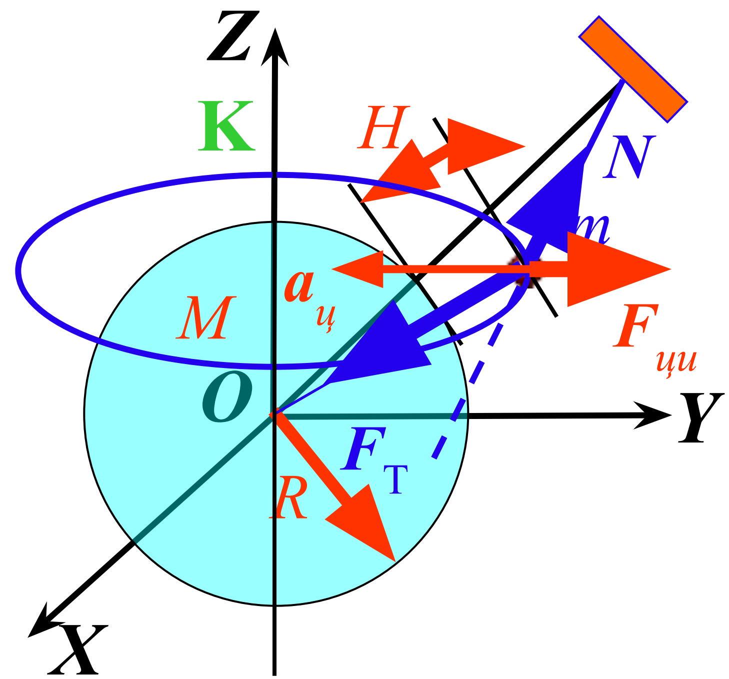
Земля **вращается** *(суточное вращение)* – **вместе с ней** *в этом вращении* **участвуют все тела на** *Земле*

За счет гравитационного взаимодействия тела с Землей на тело действует **сила тяжести**

В **ИСО K,** *связанной с центром Земли, закон динамики для нашей частицы имеет вид*

$$\vec{F}_T + \vec{N} = m\vec{a}_ц$$

где N - сила реакции нити, $a_ц$ - центростремительное ускорение



Поверхность Земли является **НСО,** *вращающейся с ускорением $a_ц$ – соответственно, закон динамики для такой* **НСО** *примет вид*

$$\vec{F}_T + \vec{N} + \vec{F}_{ци} = 0$$

где $F_{ци} = -ma_ц$ – центробежная сила инерции

Весом тела *называют силу, действующую на горизонтальную опору* **или** *вертикальный подвес*

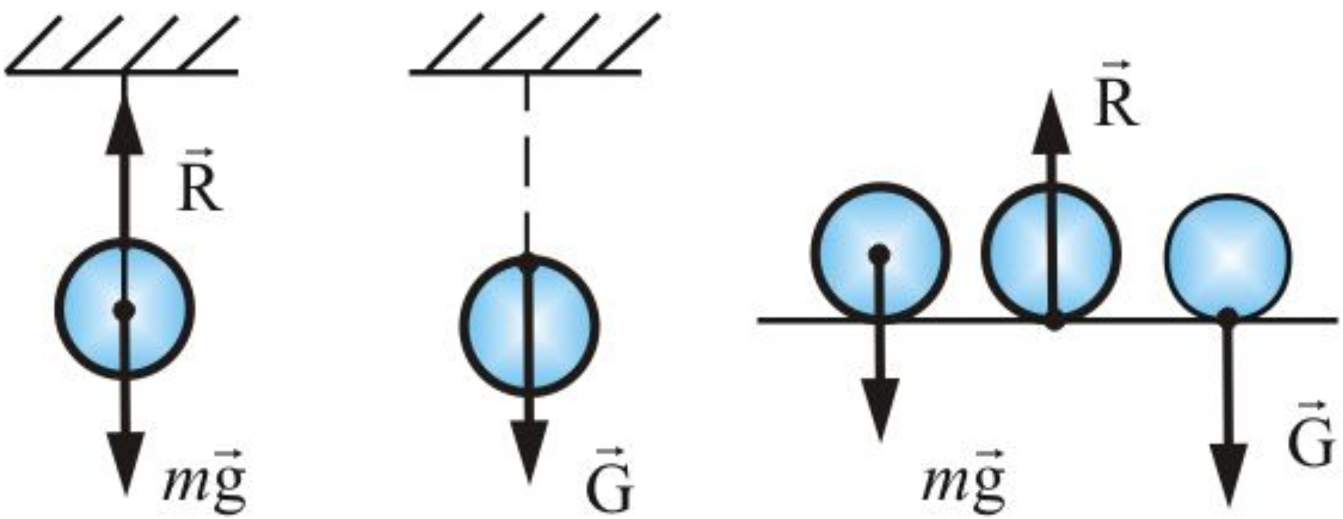
Сила тяжести и вес тела

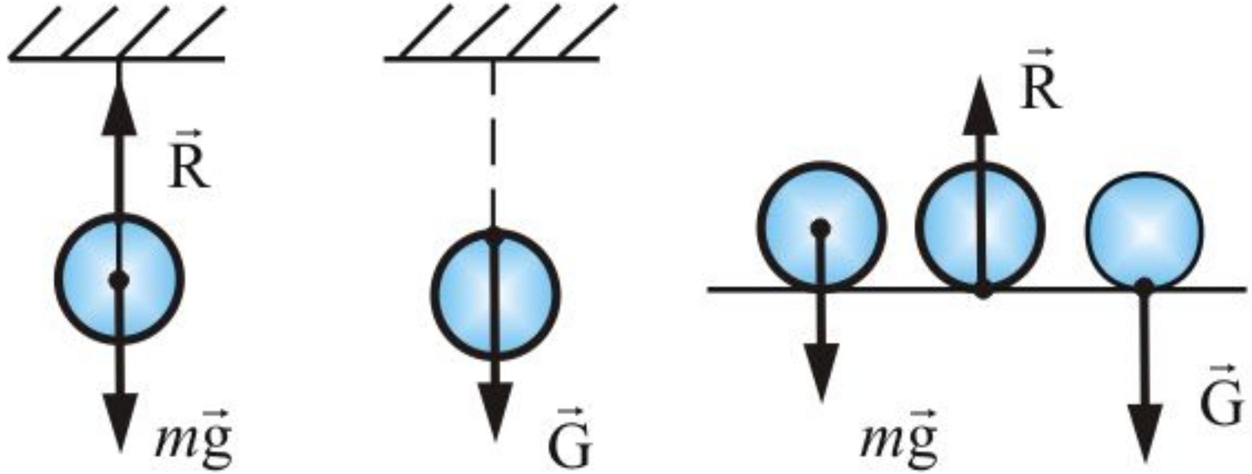
Одна из фундаментальных сил – сила гравитации проявляется на Земле в виде ***силы тяжести*** *– силы, с которой все тела притягиваются к Земле.*

Вблизи поверхности Земли все тела падают с одинаковым ускорением – *ускорением свободного падения g*, (вспомним школьный опыт – «трубка Ньютона»). Отсюда вытекает, что в системе отсчета, связанной с Землей, на всякое тело действует сила тяжести $m\vec{g}$

Она приблизительно равна силе гравитационного притяжения к Земле (различие между силой тяжести и гравитационной силой обусловлено тем, что система отсчета, связанная с Землей, не вполне инерциальная).

Если подвесить тело или положить его на опору, то сила тяжести уравновесится силой – которую называют ***реакцией опоры или подвеса***.



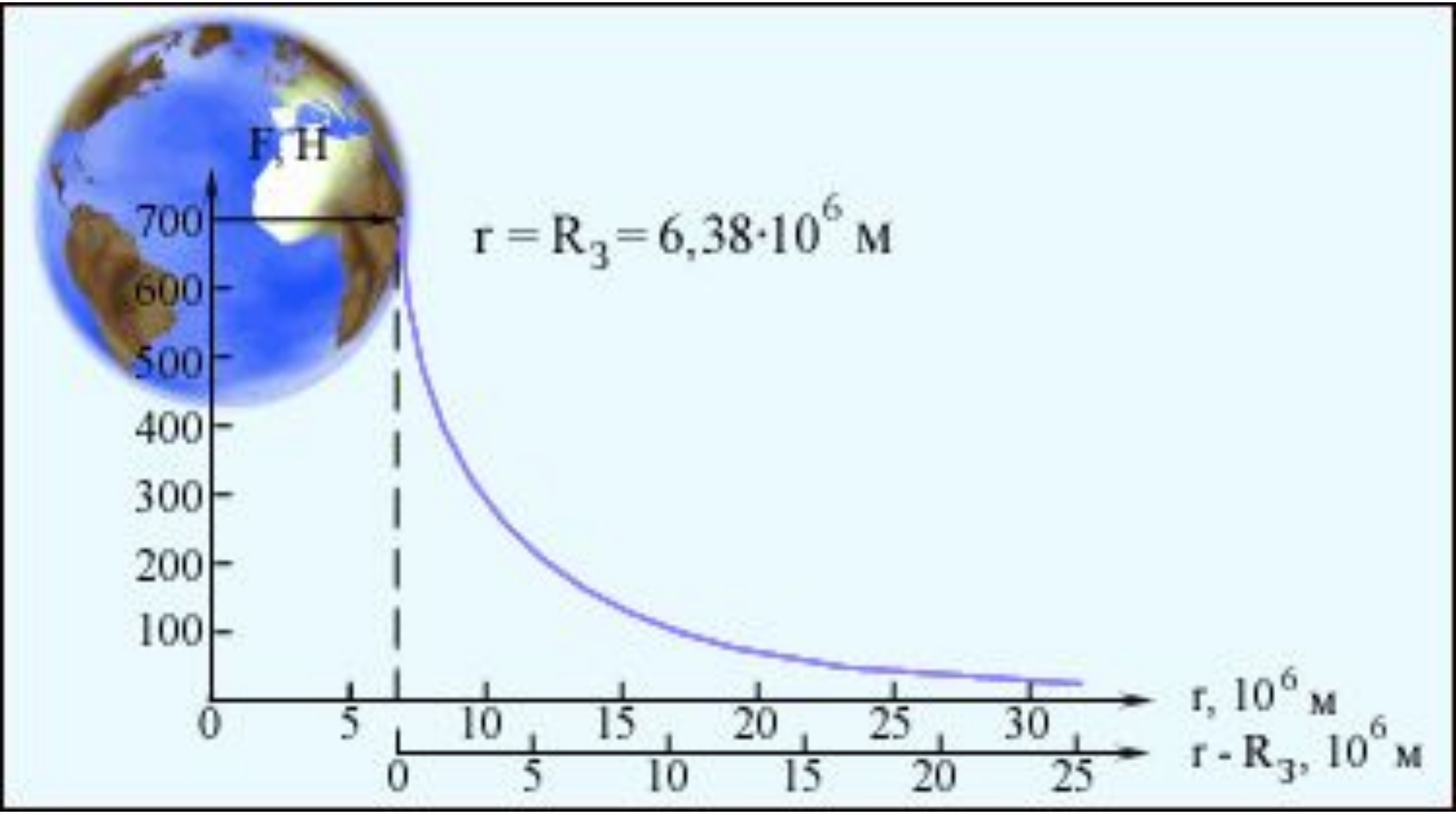


По третьему закону Ньютона тело действует на подвес или опору *с силой* $\vec{G}$ *которая называется* ***весом тела***. Поскольку силы $m\vec{g}$ и $\vec{R}$ уравновешивают друг друга, то выполняется соотношение

$$m\vec{g} = -\vec{R}.$$

Согласно третьему закону Ньютона: $\vec{G} = -\vec{R}.$

Значит $\vec{G} = m\vec{g},$



F, H
700
600
500
400
300
200
100
0
r = R3 = 6,38·10^6 м
5
10
15
20
25
30
r, 10^6 м
0
5
10
15
20
25
r - R3, 10^6 м

Вес и сила тяжести равны друг другу, но приложены к разным точкам: вес к подвесу или опоре, сила тяжести – к самому телу. Это равенство справедливо, если подвес (опора) и тело покоятся относительно Земли (или двигаются равномерно, прямолинейно). Если имеет место движение с ускорением, то справедливо соотношение:

$$G = mg \pm ma = m(g \pm a).$$

Вес тела может быть больше или меньше силы тяжести: если g и a направлены в одну сторону (тело движется вниз или падает), то

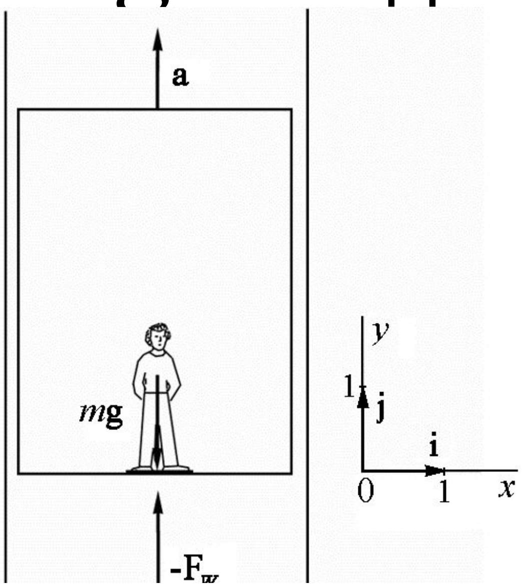
$$G < mg$$

и если наоборот, то $G > mg$

Если же тело движется с ускорением $a = g$ то $G = 0$ – т.е. наступает *состояние невесомости*.

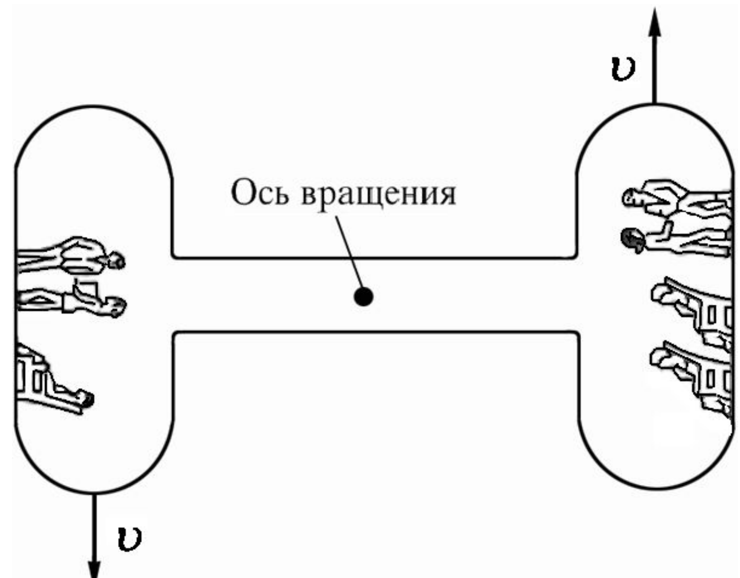
Пример: космический корабль на орбите.

Следствием этого факта является то, что, *находясь внутри закрытой кабины невозможно определить, чем вызвана сила mg*, тем, что кабина движется с ускорением $a = g$ или действием притяжения Земли.

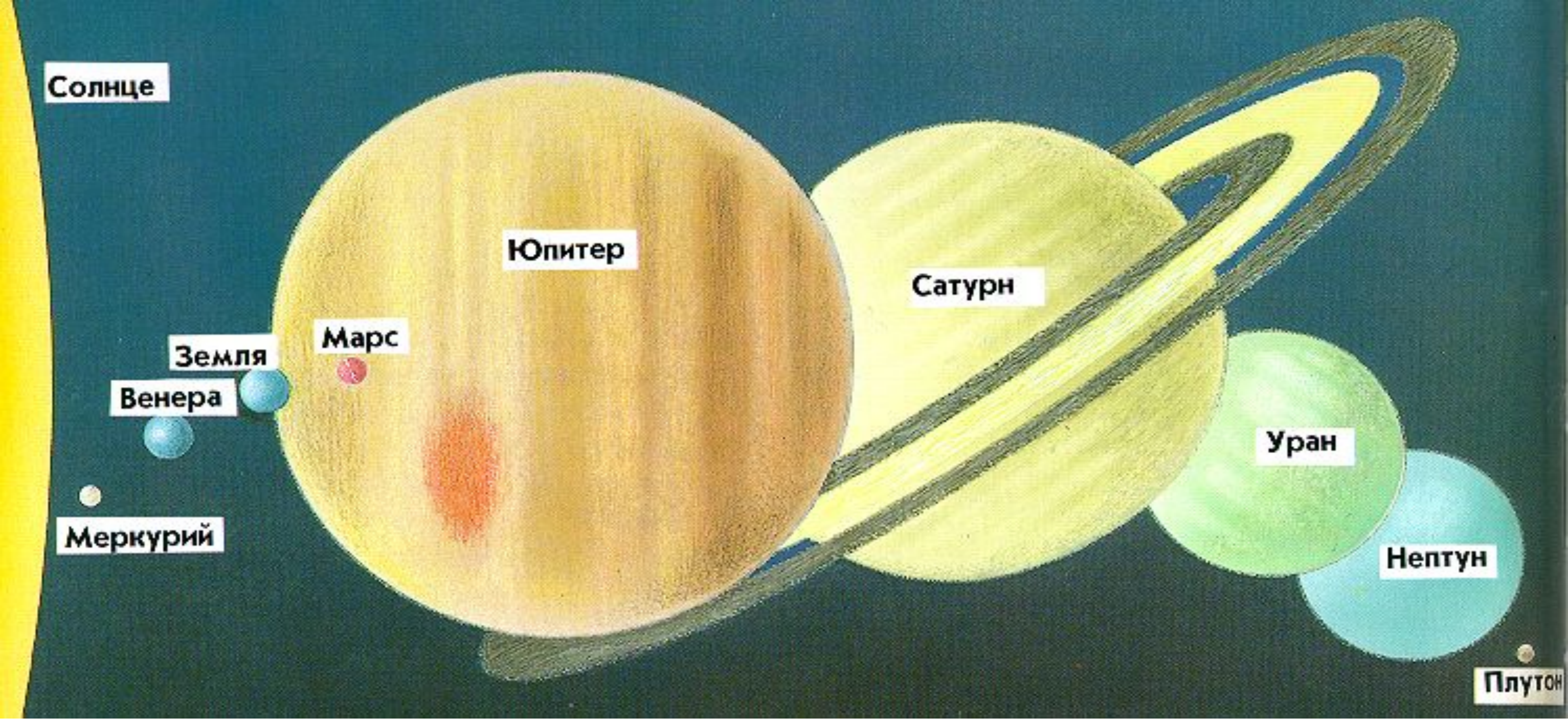


F = m(**g** – **a**).

В случае свободного падения лифта a = g и F*w* = 0; иными словами, человек оказывается «невесомым».



Пассажиры космического корабля, вращающегося с частотой всего 9,5 об/мин, находясь на расстоянии 10 м от оси вращения, будут чувствовать себя, как на Земле.



Планеты солнечной системы

Упругие силы

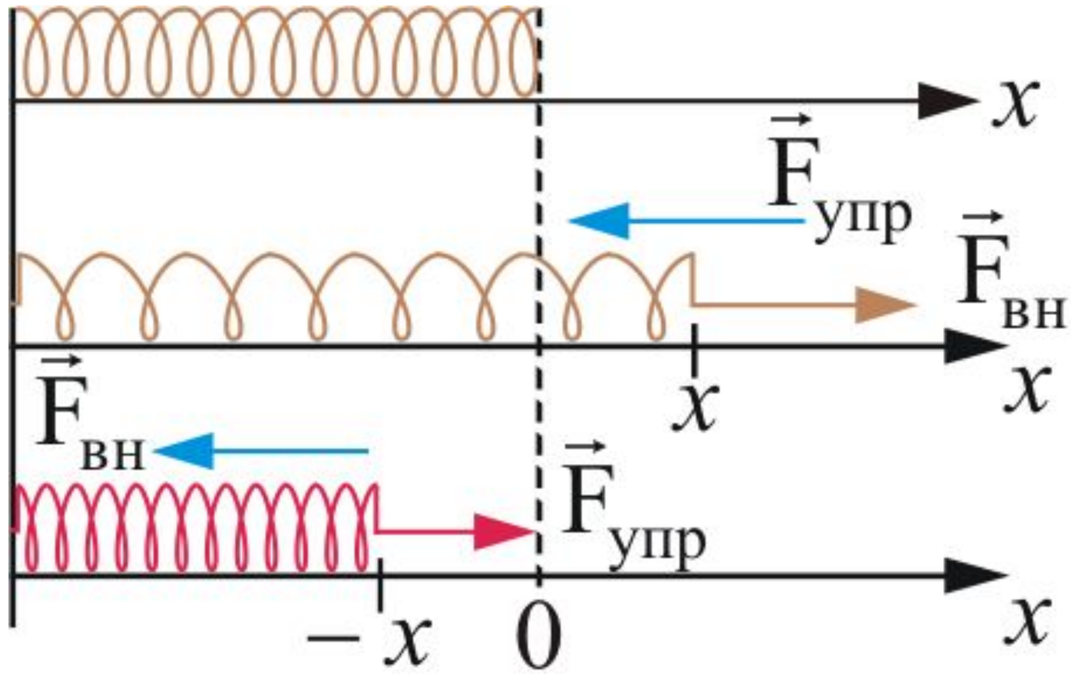
Электромагнитные силы проявляют себя как ***упругие силы и силы трения.***

Под действием внешних сил возникают ***деформации*** (т.е. изменение размеров и формы) тел. Если после прекращения действия внешних сил восстанавливаются прежние форма и размеры тела, то деформация называется ***упругой.*** Деформация имеет упругий характер в случае, если внешняя сила не превосходит определенного значения, которая называется ***пределом упругости.***

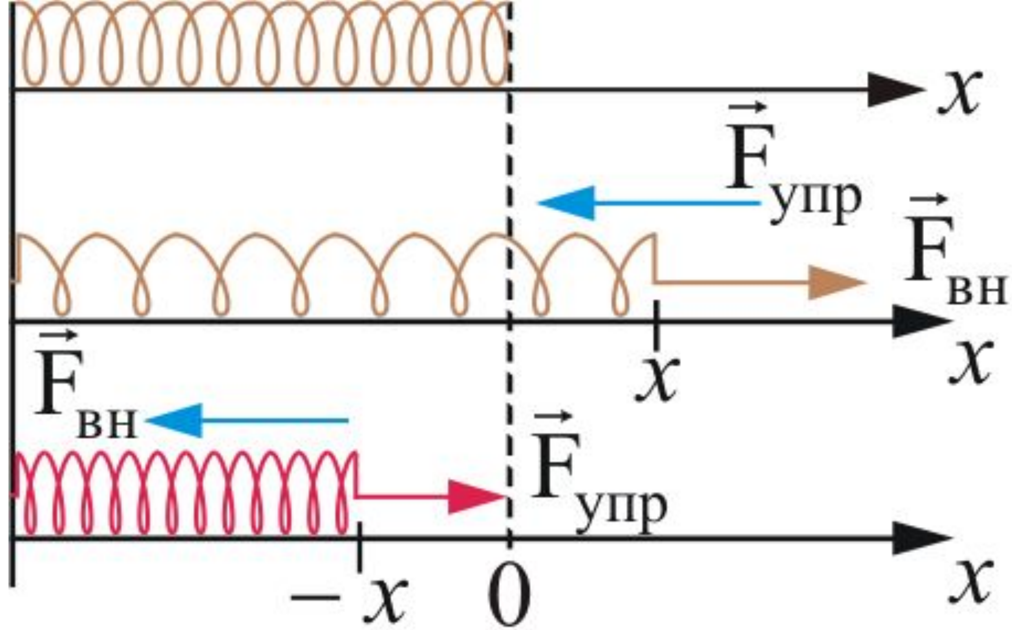
При превышении этого предела деформация становится *пластичной или неупругой*, т.е. первоначальные размеры и форма тела полностью не восстанавливается.

Рассмотрим упругие деформации.

В деформированном теле возникают упругие силы, уравновешивающие внешние силы. Под действием *внешней силы* – $F_{вн}$. пружина получает *удлинение* x, в результате в ней возникает *упругая сила* – $F_{упр}$., *уравновешивающая* $F_{вн}$..



Упругие силы возникают во всей деформированной пружине. Любая часть пружины действует на другую часть с силой упругости $F_{упр}$.



Удлинение пружины пропорционально внешней силе и определяется ***законом Гука***:

$$x = \frac{1}{k} F_{вн.},$$

k – жесткость пружины. Видно, что чем больше *k*, тем меньшее удлинение получит пружина под действием данной силы.

Гук Роберт (1635 – 1703) знаменитый английский физик, сделавший множество изобретений и открытий в области механики, термодинамики, оптики

Его работы относятся к теплоте, упругости, оптике, небесной механике. Установил постоянные точки термометра – точку таяния льда, точку кипения воды. Усовершенствовал микроскоп, что позволило ему осуществить ряд микроскопических исследований, в частности наблюдать тонкие слои в световых пучках, изучать строение растений. Положил начало физической оптике.

Так как упругая сила отличается от

внешней только знаком, т.е. $F_{\text{упр}.} = -F_{\text{вн.}}$

то закон Гука можно записать в виде:

$$x = -\frac{1}{k} F_{\text{упр.}}$$

отсюда $$F_{\text{упр.}} = -kx.$$

Потенциальная энергия упругой пружины равна работе, совершенной над пружиной.

Так как сила не постоянна, то элементарная работа равна

$$\mathrm{d}A = F\mathrm{d}x$$

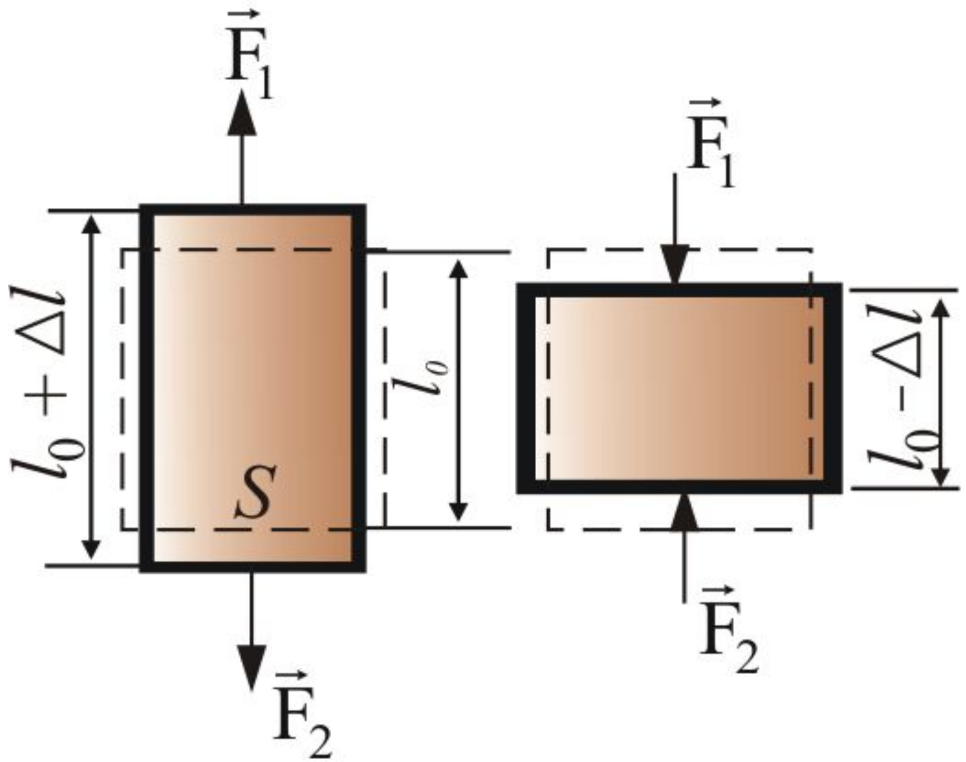
$$\mathrm{d}A = -kx\mathrm{d}x,$$

Тогда ***полная работа, которая совершена пружиной, равна***:

$$A = \int \mathrm{d}A = -\int_0^x kx\mathrm{d}x = -\frac{kx^2}{2}$$

Закон Гука для стержня

Одностороннее (или продольное) растяжение (сжатие) стержня состоит в **увеличении (уменьшении) длины стержня под действием внешней силы** $\vec{F}$



Такая деформация приводит к возникновению в стержне упругих сил, которые принято характеризовать *напряжением σ*:

$$\sigma = \frac{F_{\text{упр.}}}{S},$$

Здесь $S = \dfrac{\pi d^2}{4}$ – площадь поперечного сечения стержня, *d* – его диаметр.

В случае растяжения σ считается положительной, а в случае сжатия – отрицательной. Опыт показывает, что приращение длины стержня Δ*l* пропорционально напряжению σ:

$$\Delta l = \frac{1}{k}\sigma.$$

Коэффициент пропорциональности *k*, как и в случае пружины, зависит от свойств материала и длины стержня.

Доказано, что $$k = \frac{E}{l_0}$$ где *E* – *величина, характеризующая упругие свойства материала стержня –* ***модуль Юнга.***

E измеряется в Н/м^2 или в Па.

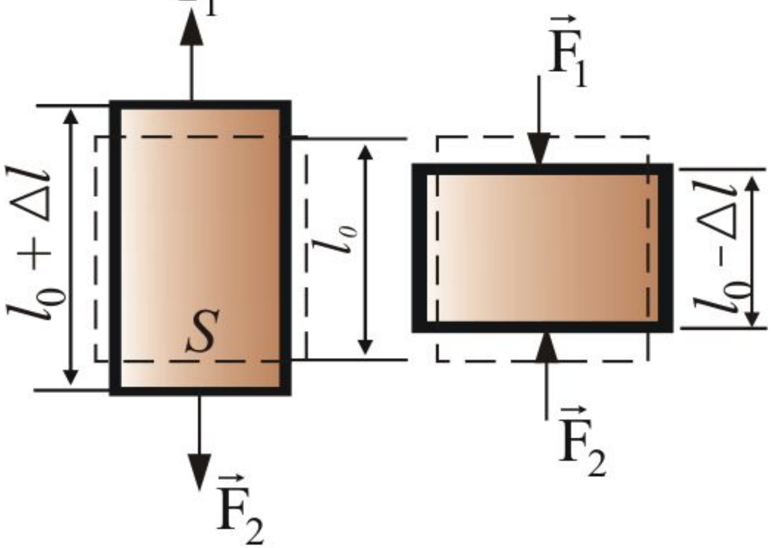
приращение длины:

$$\Delta l = \frac{l_0 \sigma}{E},$$

обозначим $\frac{\Delta l}{l_0} = \varepsilon$ – *относительное приращение длины*, получим:

$$\varepsilon = \frac{1}{E}\sigma$$

Закон Гука для стержня: *относительное приращение длины стержня прямо пропорционально напряжению и обратно пропорционально модулю Юнга.*



Растяжение или сжатие стержней сопровождается соответствующим изменением их поперечных размеров

Отношение относительного поперечного сужения (расширения) $\frac{\Delta d}{d}$ *стержня к относительному удлинению (сжатию)* $\frac{\Delta l}{l}$ *называют* **коэффициентом Пуассона**

$$M = \frac{\Delta d}{d} : \frac{\Delta l}{l}. \qquad (4.3.3)$$

Деформация сдвига

Под действием силы $\vec{F}$ приложенной касательно к верхней грани, брусок получает **деформацию сдвига**

Пусть *AB* – плоскость сдвига

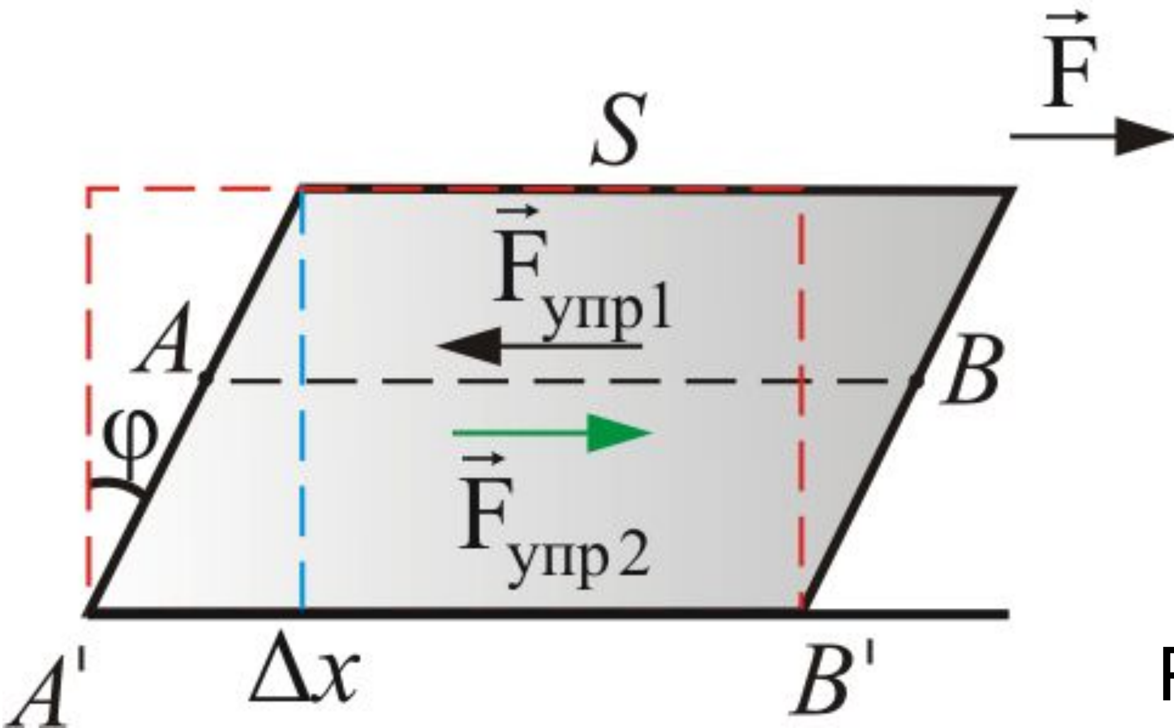
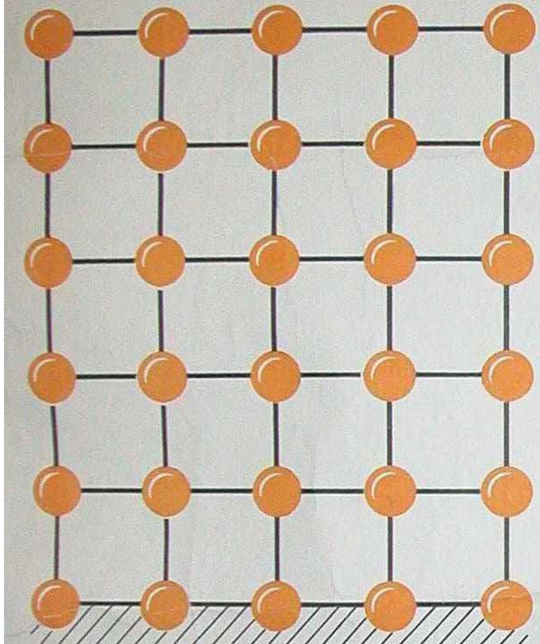
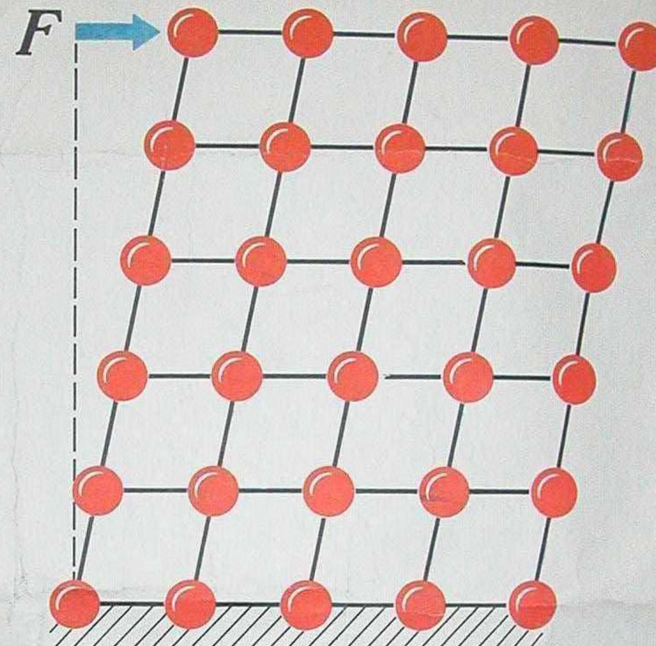


Рисунок 4.4

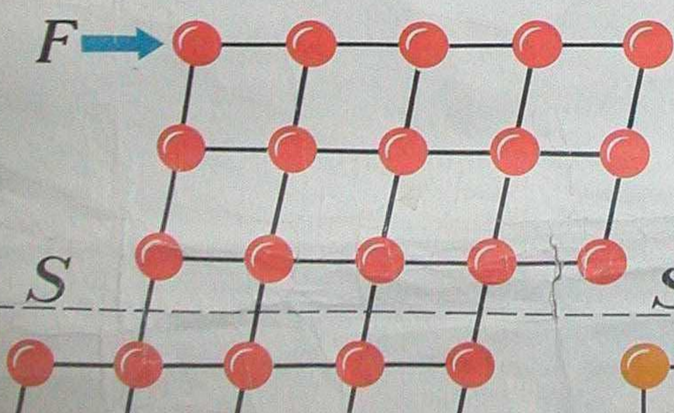
НЕНАПРЯЖЕННЫЙ КРИСТАЛЛ



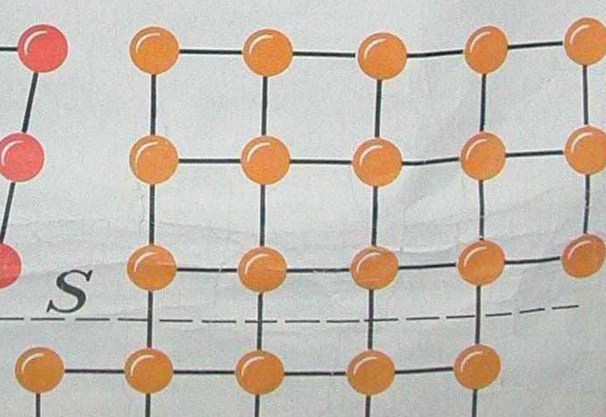
УПРУГАЯ ДЕФОРМАЦИЯ



СКОЛЬЖЕНИЕ ПО ПЛОСКОСТИ СДВИГА S



ОСТАТОЧНАЯ ДЕФОРМАЦИЯ СДВИГА



Силы трения

Трение подразделяется на *внешнее* и *внутреннее*.

Внешнее трение *возникает при относительном перемещении двух соприкасающихся твердых тел* (*трение скольжения или трение покоя*).

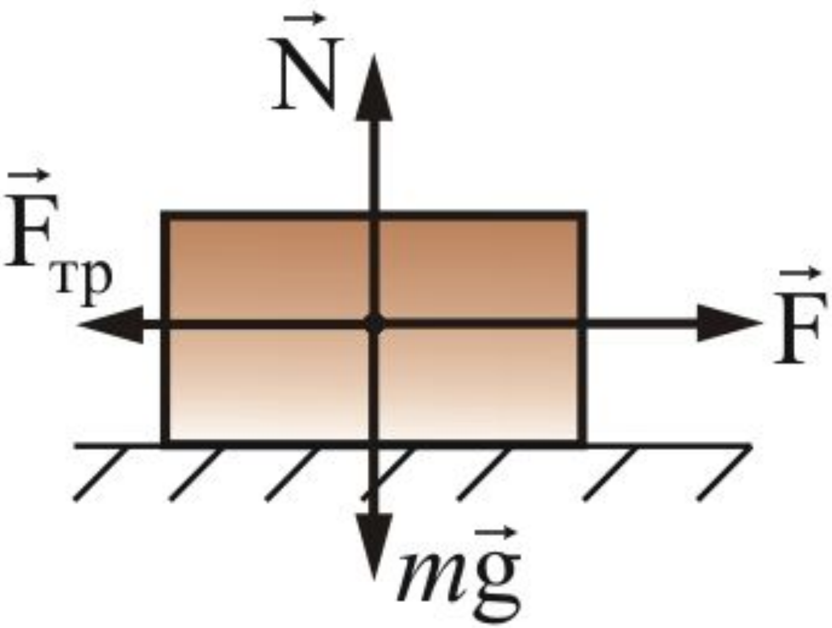
Внутреннее трение *наблюдается при относительном перемещении частей одного и того же сплошного тела* (*например, жидкость или газ*).

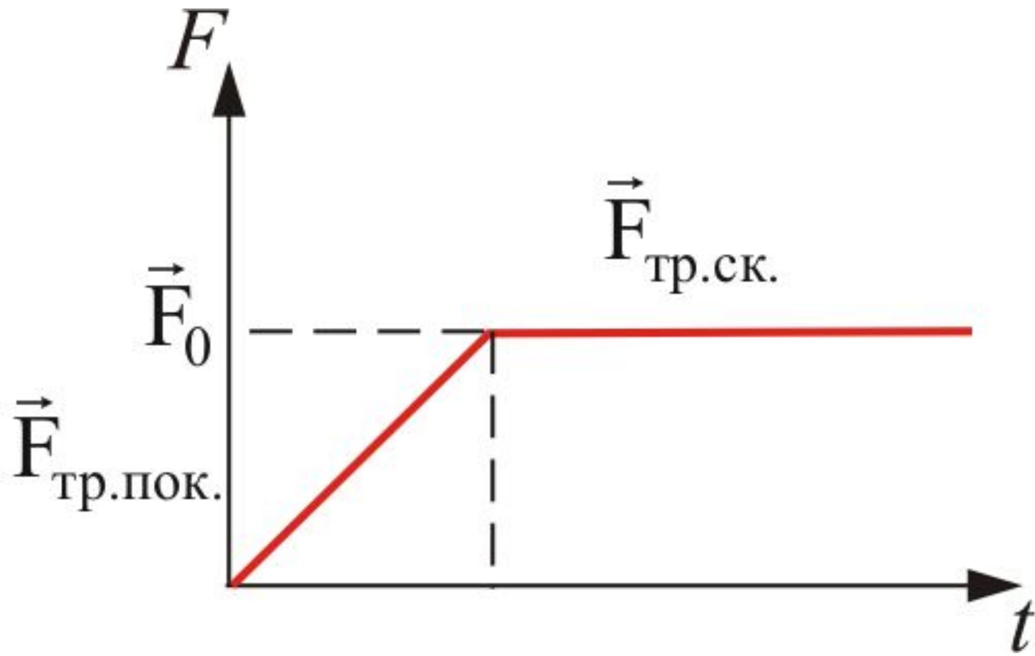
Различают ***сухое*** и ***жидкое*** (или ***вязкое***) *трение.*

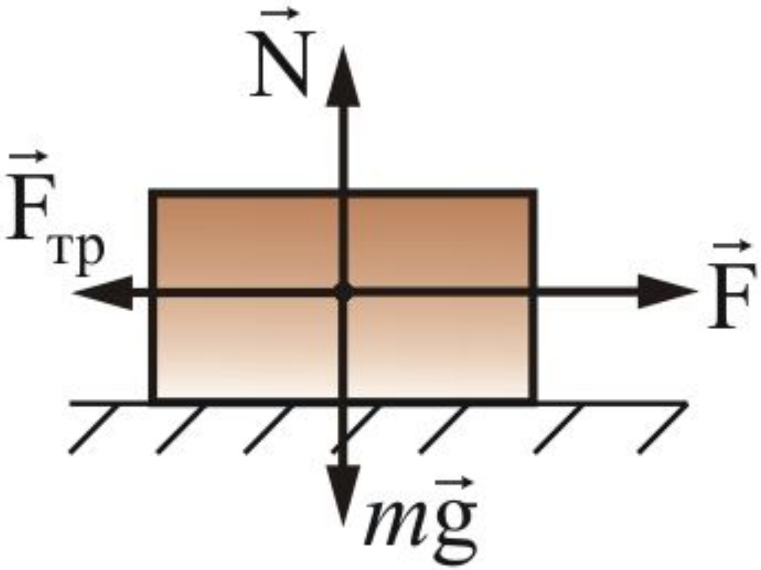
Жидким (**вязким**) *называется трение между твердым телом и жидкой или газообразной средой или ее слоями.*

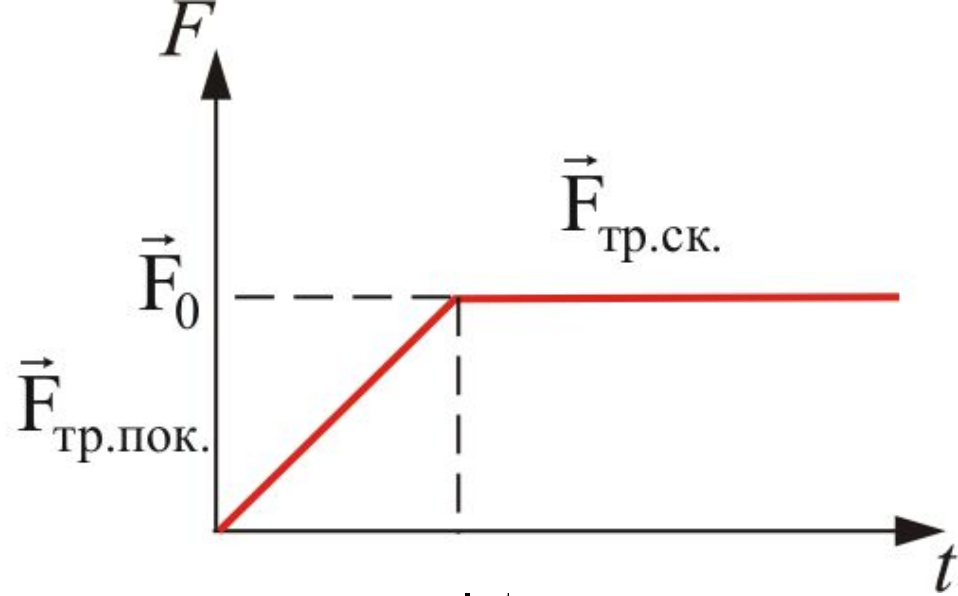
Сухое трение, *в свою очередь, подразделяется на* ***трение скольжения*** *и* ***трение качения.***

Рассмотрим законы сухого трения









Подействуем на тело, внешней силой $\vec{F}$ постепенно увеличивая ее модуль. Вначале брусок будет оставаться неподвижным, значит внешняя сила уравновешивается некоторой силой $\vec{F}_{тр.}$

В этом случае $\vec{F}_{тр.}$ – и есть ***сила трения покоя***.

Когда модуль внешней силы, а следовательно, и модуль силы трения покоя превысит значение F_0, тело начнет скользить по опоре – трение покоя $F_{тр.пок.}$ сменится трением скольжения $F_{тр.ск}$

Установлено, что ***максимальная сила трения покоя*** не зависит от площади соприкосновения тел и приблизительно ***пропорциональна модулю силы нормального давления N***

$$F_0 = \mu_0 N,$$

μ_0 – коэффициент трения покоя – зависит от природы и состояния трущихся поверхностей.

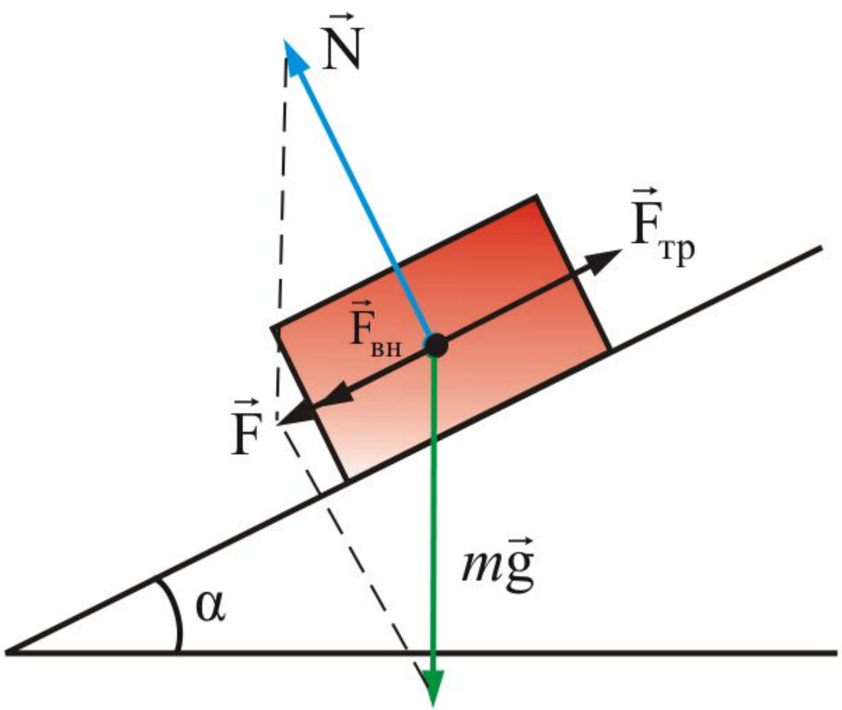
Аналогично и *для силы трения скольжения*:

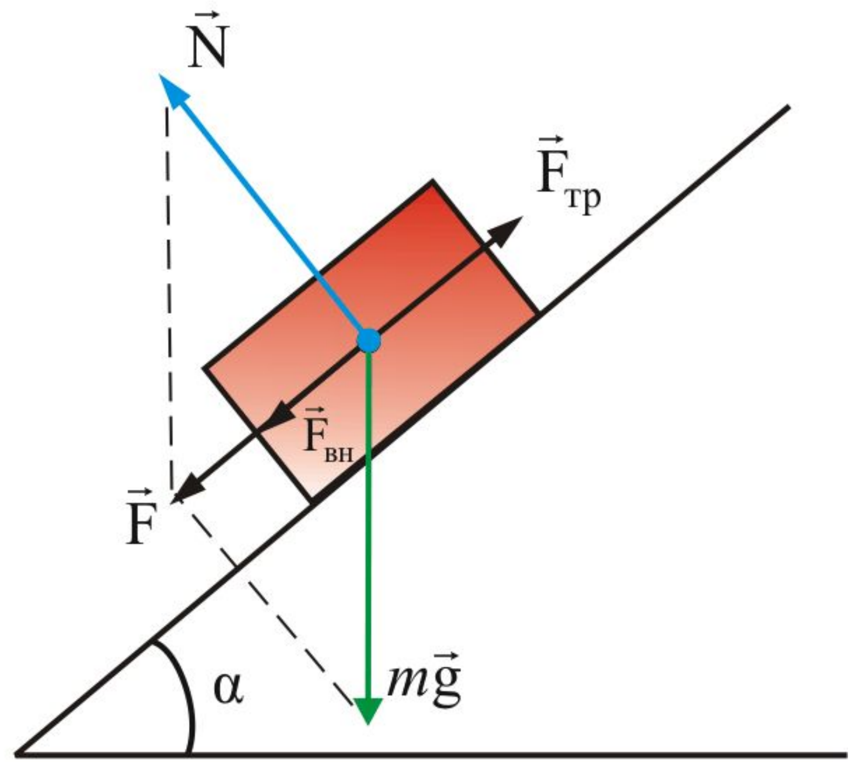
$$F_{тр.} = \mu N .$$

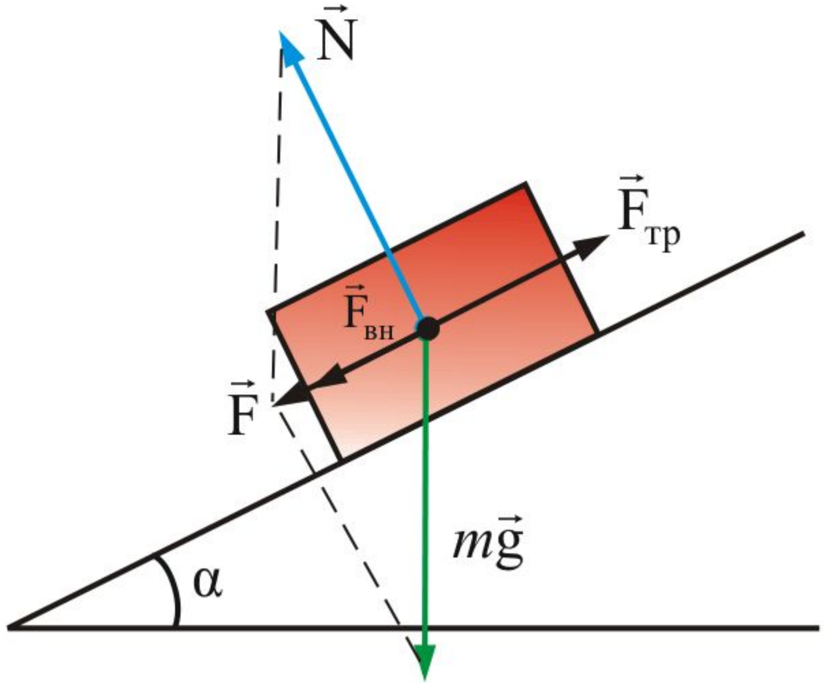
Трение качения возникает между шарообразным телом и поверхностью, по которой оно катится.

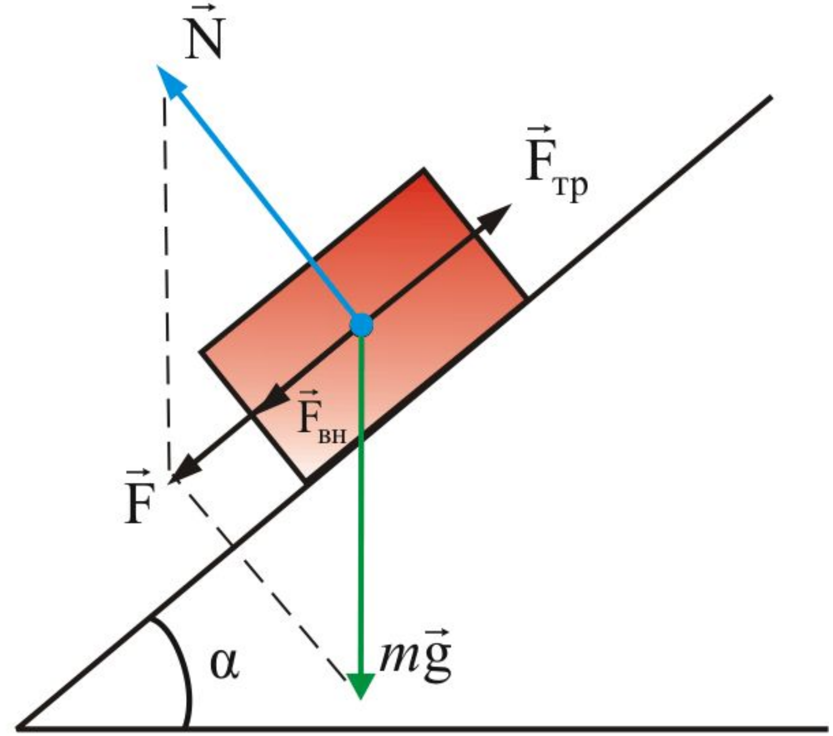
Сила трения качения подчиняется тем же законам, что и скольжения, но коэффициент трения μ здесь значительно меньше.

Подробнее рассмотрим силу трения скольжения на наклонной плоскости.



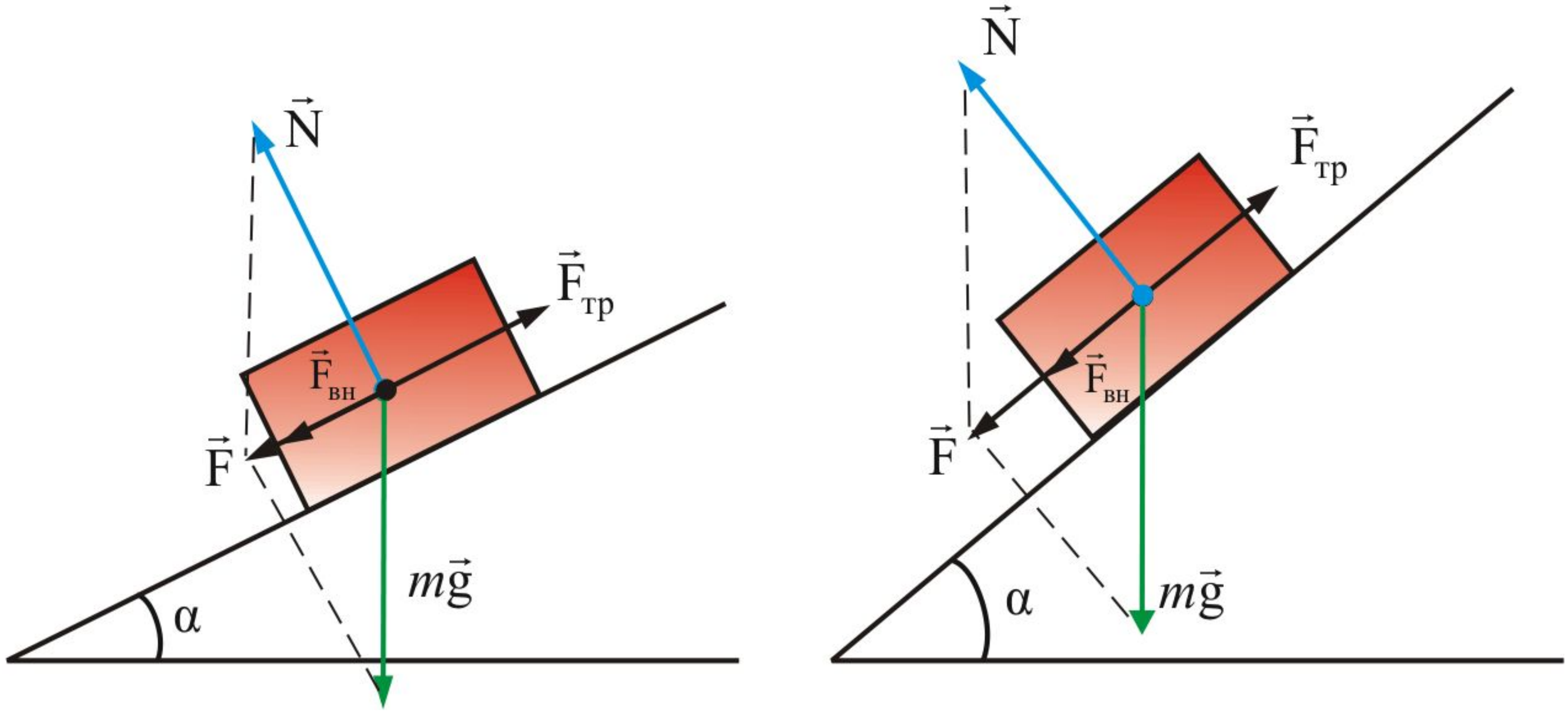






$$F = mg\sin\alpha, \qquad N = mg\cos\alpha$$

Если $F < (F_{тр.})_{max} = \mu N$ – тело остается неподвижным на наклонной плоскости.



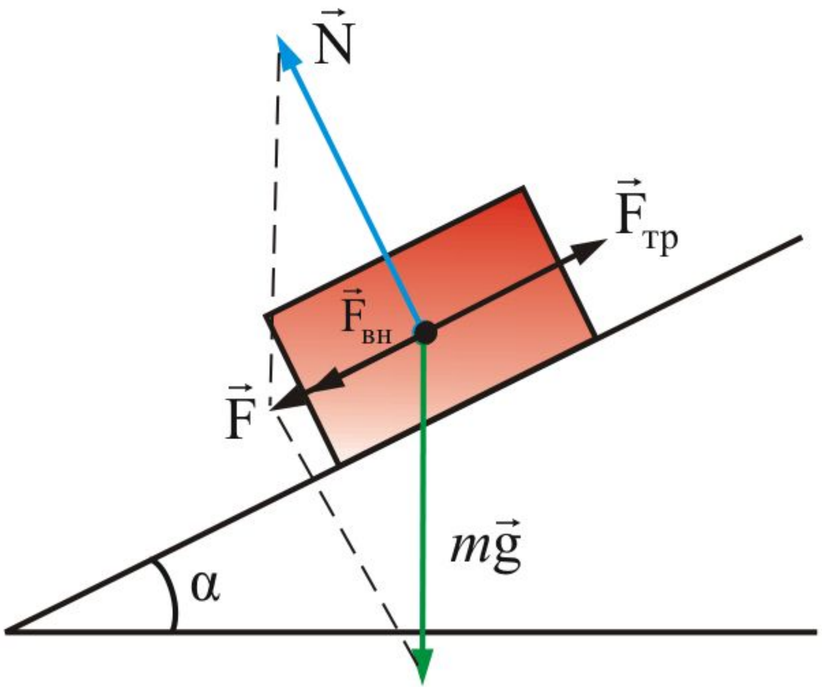
Максимальный угол наклона α определяется из условия:

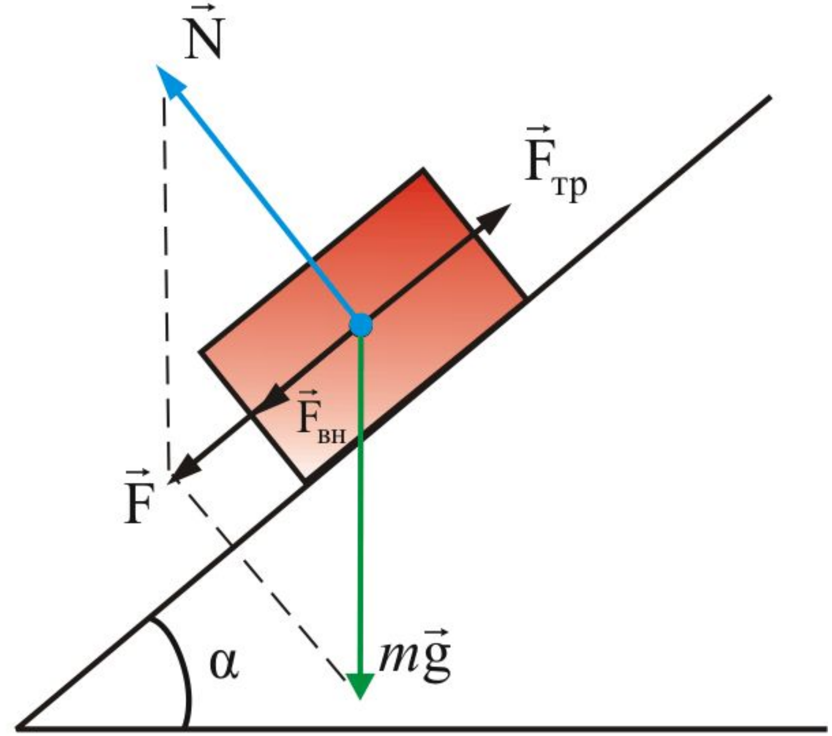
$$(F_{\text{тр.}})_{\max} = F$$

$$\mu\, mg \cos\alpha = mg \sin\alpha,$$

$$\mathrm{tg}\,\alpha_{\max} = \mu$$

где μ – коэффициент сухого трения.





$$F_{тр.} = \mu N = \mu\, mg \cos\alpha,$$

$$F = mg \sin\alpha.$$

При $\alpha > \alpha_{max}$ тело будет скатываться с ускорением

$$a = g(\sin\alpha - \mu \cos\alpha),$$

$$F_{ск.} = ma = F - F_{тр.}.$$

Силы инерции

4.5.1. Уравнение Ньютона для неинерциальных систем отсчета

Законы инерции выполняются в инерциальной системе отсчета. А как описать движение тела в неинерциальной системе?

Рассмотрим пример: вы стоите в троллейбусе спокойно. Вдруг троллейбус резко трогается, и вы невольно отклонитесь назад. Что произошло? Кто вас толкнул?

С точки зрения наблюдателя на Земле (в инерциальной системе отсчета), в тот момент, когда троллейбус тронулся, вы остались стоять на месте – в соответствии с первым законом Ньютона.

С точки зрения сидящего в троллейбусе – вы начали двигаться назад, как если бы кто-нибудь вас толкнул. На самом деле, никто не толкнул, просто ваши ноги, связанные силами трения с троллейбусом «поехали» вперед из-под вас и вам пришлось падать назад.

Можно описать ваше движение в инерционной системе отсчета. Но это не всегда просто, так как обязательно нужно вводить силы, действующие со стороны *связей*.

Они могут быть самыми разными и ведут себя по разному – нет единого подхода к их описанию.

Можно и в неинерциальной системе воспользоваться законами Ньютона, если ввести силы инерции. Они *фиктивны*. Нет тела или поля под действием которого вы начали двигаться в троллейбусе. Силы инерции вводят специально, чтобы воспользоваться уравнениями Ньютона в неинерциальной системе.

Силы инерции обусловлены не взаимодействием тел, а свойствами самих неинерциальных систем отсчета. На силы инерции законы Ньютона не распространяются.

Найдем количественное выражение для силы инерции при *поступательном движении* неинерциальной системы отсчета.

Введем обозначения:

$\vec{a}'$ – ускорение тела относительно неинерциальной системы;

$\vec{a}_0$ – ускорение неинерциальной системы относительно инерциальной (относительно Земли).

Тогда ускорение тела относительно инерциальной системы:

$$\vec{a} = \vec{a}_0 + \vec{a}'. \qquad (4.5.1)$$

Ускорение в инерциальной системе можно выразить через второй закон Ньютона

$$\frac{\vec{F}}{m} = \vec{a}^{*} + \vec{a}'$$

где m – масса движущегося тела, или

$$\vec{a}' = \frac{\vec{F}}{m} - \vec{a}^{*}.$$

Мы можем и $\vec{a}^{*}$ представить в соответствии с законом Ньютона (формально)

$$\vec{a}' = \frac{\vec{F}}{m} + \frac{\vec{F}_{\text{ин}}}{m},$$

где $\vec{F}_{ин}$ – сила, направленная в сторону, противоположную ускорению неинерциальной системы.

$$\vec{F}_{ин} = -m\vec{a}$$

тогда получим

$$m\vec{a}' = \vec{F} + \vec{F}_{ин}$$

– ***уравнение Ньютона для неинерциальной системы отсчета.***

Здесь $\vec{F}_{ин}$ – фиктивная сила, обусловленная свойствами системы отсчета, необходимая нам для того, чтобы иметь возможность описывать движения тел в неинерциальных системах отсчета с помощью уравнений Ньютона.

Силы инерции неинвариантны относительно перехода из одной системы отсчета в другую. Они не подчиняются закону действия и противодействия. Движения тела под действием сил инерции аналогично движению во внешнем силовом поле. Силы инерции всегда являются внешним по отношению к любому движению системы материальных тел.

Центростремительная и центробежная силы

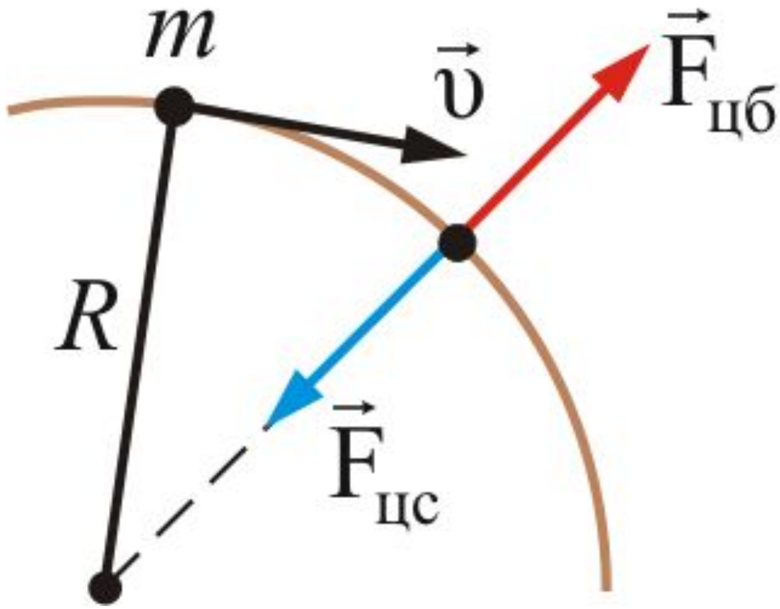
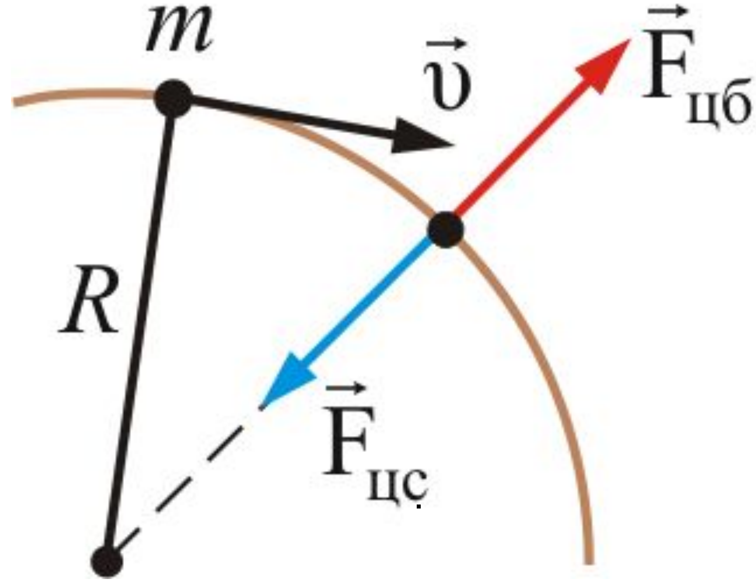


Рисунок 4.8

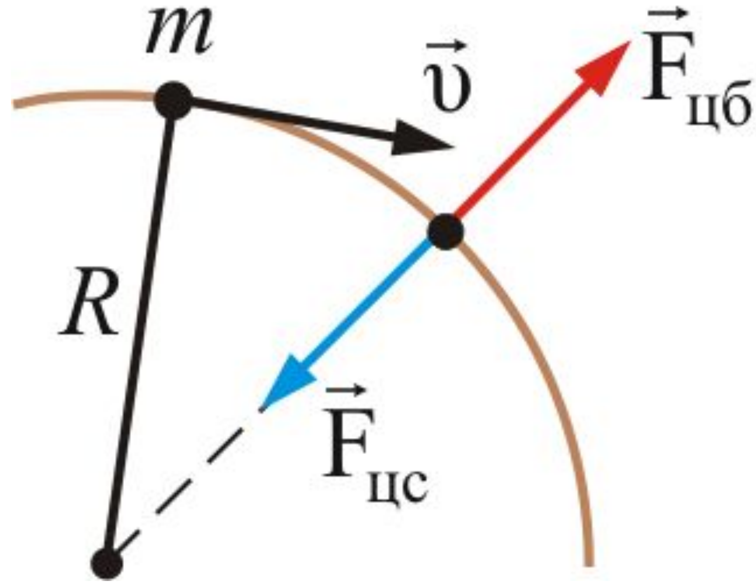
В каждый момент времени камень должен был бы двигаться прямолинейно по касательной к окружности. Однако он связан с осью вращения веревкой. Веревка растягивается, появляется упругая сила, действующая на камень, направленная вдоль веревки к центру вращения. Это и есть ***центростремительная сила*** (при вращении Земли вокруг оси в качестве центростремительной силы выступает сила гравитации).



$$\vec{F}_{цс} = m\vec{a}_{цс}, \qquad \vec{a}_{цс} = \vec{a}_n,$$

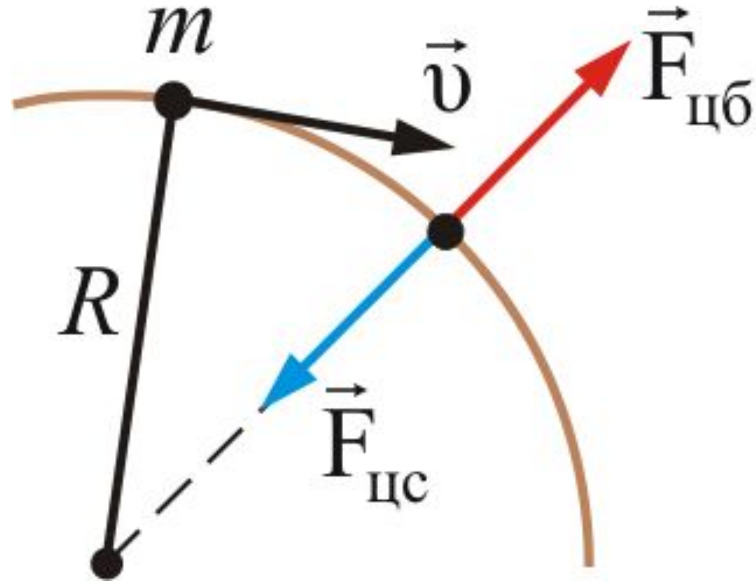
$$\vec{F}_{цс} = m\vec{a}_n, \quad (4.5.2)$$

$$F_{цс} = m\frac{\upsilon^2}{R}. \quad (4.5.3)$$



Центростремительная сила возникла в результате действия камня на веревку, т.е. это *сила, приложенная к телу – сила инерции второго рода. Сила, приложенная к связи и направленная по радиусу от центра, называется* ***центробежной.***

Т.о. центростремительная сила приложена к вращающему телу, а центробежная сила – к связи. Центробежная сила – сила инерции первого рода.



$$\vec{F}_{цб} = -m\vec{a}_n,$$

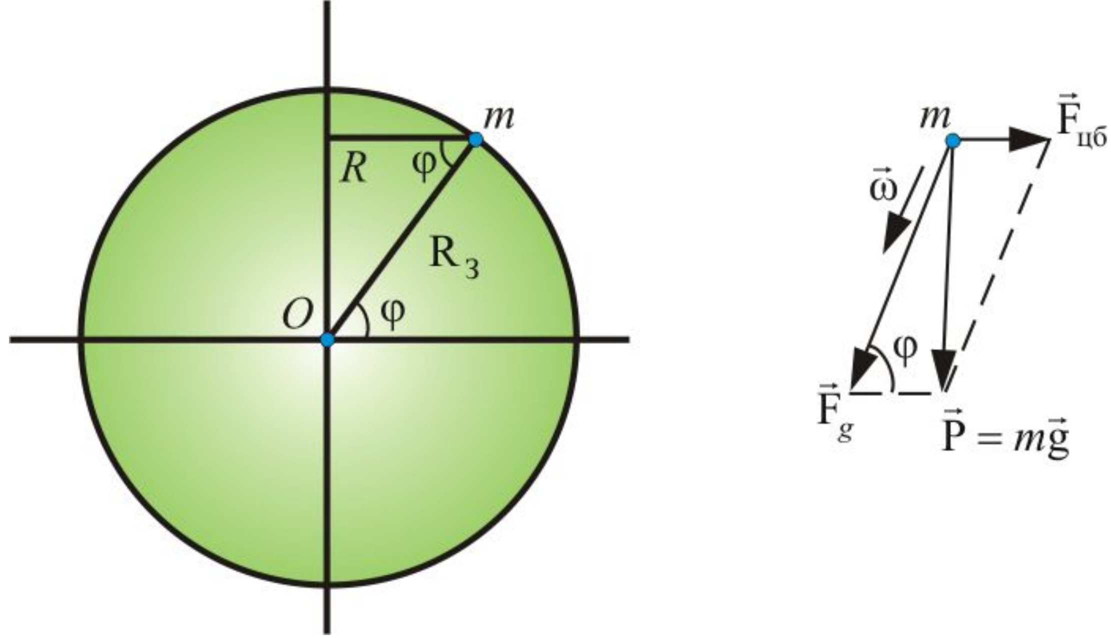
$$F_{цб} = -m\frac{\upsilon^2}{R},$$

т.к. $$a_n = \omega^2 R$$

(здесь ω – угловая скорость вращения камня, а υ – линейная), то

$$F_{цб} = m\omega^2 R. \qquad (4.5.4)$$

Рисунок 4.9



$$R = R_з \cos\varphi$$

(φ – широта местности)

$$F_{цб} = m\omega^2 R = m\omega^2 R_з \cos\varphi,$$

где ω – угловая скорость вращения Земли. Сила тяжести есть результат сложения $\vec{F}_g$ и $\vec{F}_{цб}$

g (а значит и *mg*) *зависят от широты местности*

$$\vec{P} = m\vec{g} = \vec{F}_g + \vec{F}_{цб}$$

g = 9,80665 м/с^2 – ускорение свободного падения тела. Направлено *g* к центру только на полюсе и на

Сила тяжести и вес тела

***Вес P тела массой** m* $\quad \vec{P} = -\vec{N}$

Тогда, учитывая, что $\quad \vec{F}_{ци} = -m\vec{a}_{ц} = m\vec{\rho}\omega^2$

где ρ – радиус окружности, по которой движется частица вместе с Землей, получим

$$\vec{P} = m\vec{g} + m\vec{\rho}\omega^2$$

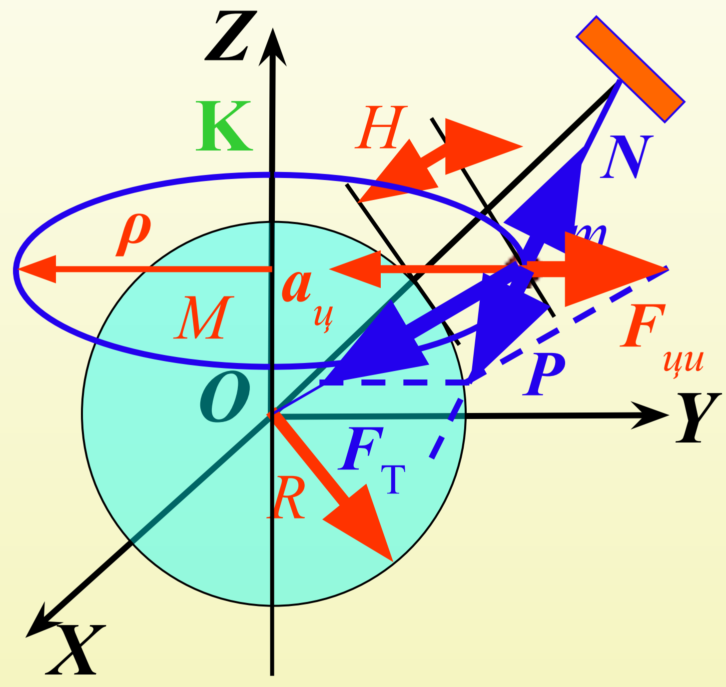
***Введем* обозначение**

$$\vec{g}_R = \vec{g} + \vec{\rho}\omega^2$$

Таким образом* вес тела *массой m

$$\vec{P} = m\vec{g}_R$$

где g_R **– ускорение свободного падения *на* широте,** ***на которой расположена частица***



4.5.3. Сила Кориолиса

При движении тела относительно вращающейся системы отсчета, кроме центростремительной и центробежной сил, появляется еще одна сила, называемая ***силой Кориолиса*** *или кориолисовой силой инерции* (Г. Кориолис (1792 – 1843) – французский физик).

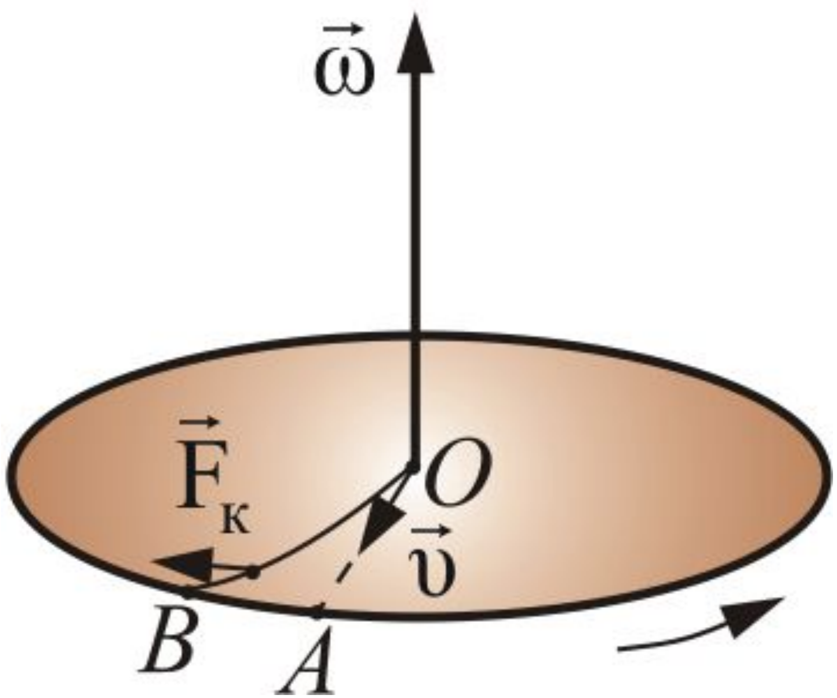
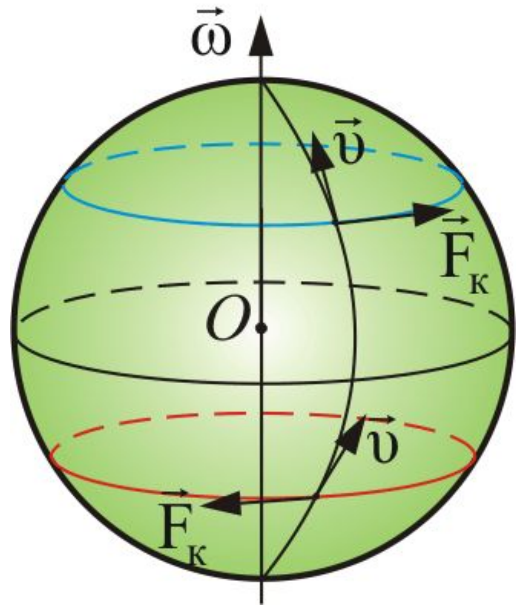


Рисунок 4.10



Сила Кориолиса, действует на тело, *движущееся вдоль меридиана* в северном полушарии вправо и в южном – влево.

Это приводит к тому, что у рек подмывается всегда правый берег в севером полушарии и левый – в южном. Эти же причины объясняют неодинаковый износ рельсов железнодорожных путей.

Силы Кориолиса проявляются и при качаниях маятника (маятник Фуко). Для простоты предположим, что маятник расположен на полюсе:

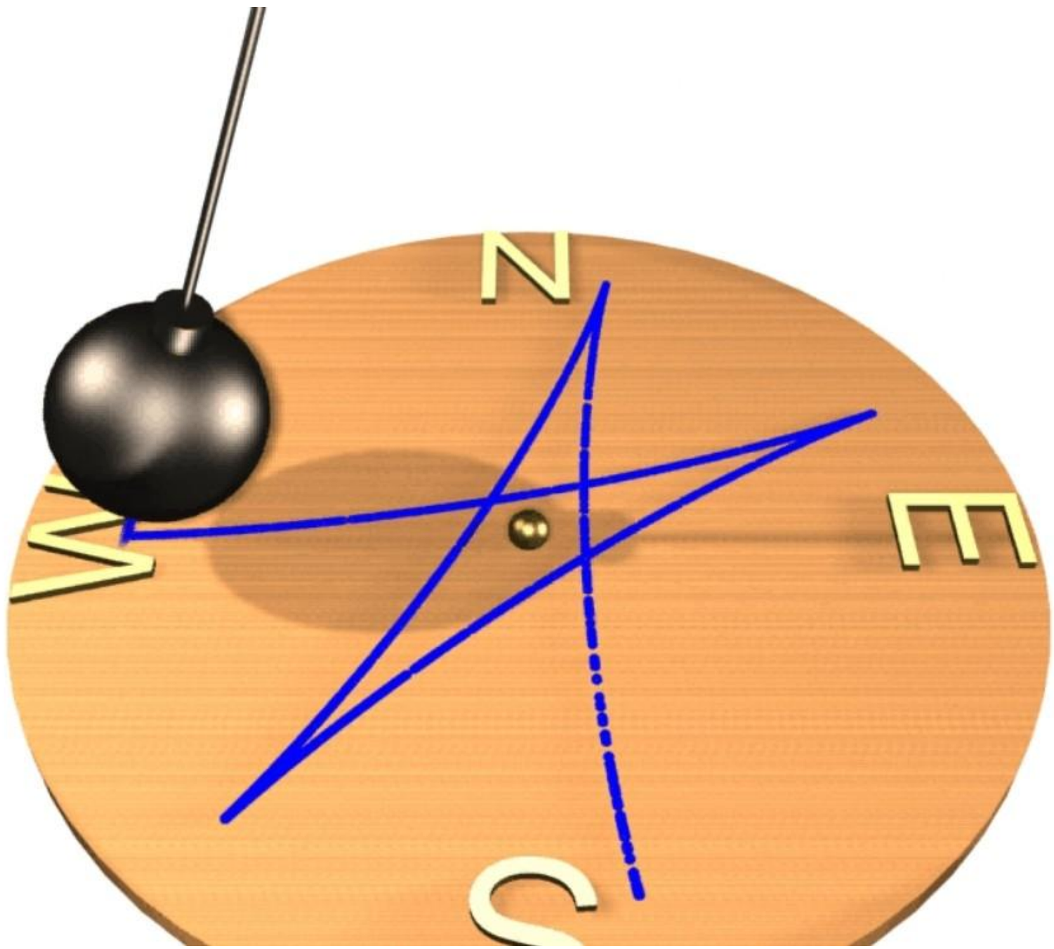


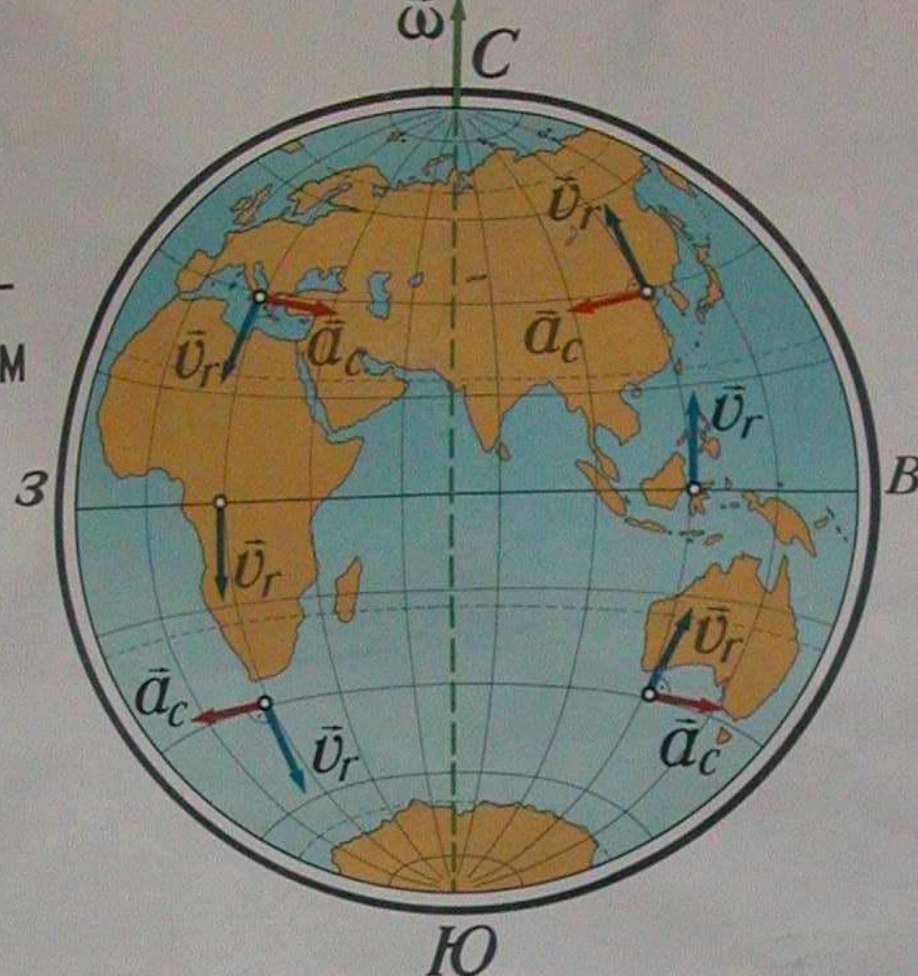
Рисунок 4.12

НАПРАВЛЕНИЕ УСКОРЕНИЯ КОРИОЛИСА

УСКОРЕНИЕ КОРИОЛИСА ВЫРАЖАЕТСЯ УДВОЕННЫМ ВЕКТОРНЫМ ПРОИЗВЕДЕНИЕМ ВЕКТОРА $\bar{\omega}$ НА ВЕКТОР $\bar{v}_r$:

$$\bar{a}_c = 2(\bar{\omega} \times \bar{v}_r)$$

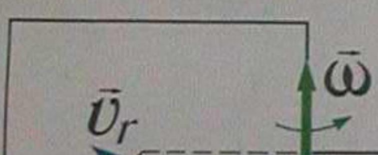
СЛЕДОВАТЕЛЬНО:



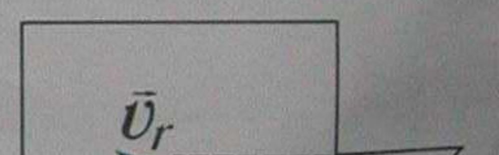
$\bar{a}_c$ НАПРАВЛЕНО ПЕРПЕНДИКУЛЯРНО ЭТИМ ВЕКТОРАМ В ТАКУЮ СТОРОНУ, ОТКУДА УГОЛ γ, СОСТАВЛЯЕМЫЙ $\bar{\omega}$ С $\bar{v}_r$, ПОЛОЖИТЕЛЕН И МЕНЬШЕ π

$$0 < \gamma < 180°$$

ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ НАПРАВЛЕНИЯ УСКОРЕНИЯ КОРИОЛИСА НАДО:



1. СПРОЕКТИРОВАТЬ $\bar{v}_r$ НА ПЛОСКОСТЬ ПЕРПЕНДИКУ-



С учетом всех сил инерции, уравнение Ньютона для неинерциальной системы отсчета примет вид:

$$m\vec{a}' = \vec{F} + \vec{F}_{\text{ин}} + \vec{F}_{\text{цб}} + \vec{F}_{\text{к}}, \quad (4.5.7)$$

$\vec{F}_{\text{ин}}$ – сила инерции, обусловленная поступательным движением неинерциальной системы отсчета;

$\vec{F}_{\text{цб}} + \vec{F}_{\text{к}}$ – две силы инерции, обусловленные вращательным движением системы отсчета;

$\vec{a}'$ – ускорение тела относительно неинерциальной системы отсчета.

$$\vec{F}_{\text{ин}} = -m\vec{a},$$

$$\vec{F}_{\text{к}} = 2m[\vec{\upsilon}, \vec{\omega}],$$

$$\vec{F}_{\text{цб}} = m\vec{a}_n.$$